



## بررسی اثر تورم و ارزش زمانی پول بر روی اندازه‌ی دسته‌ی تولید در حالت چند محصولی با در نظر گرفتن دوباره‌کاری

بهمن اسمعیل‌نژاد<sup>۱</sup>، سلمان آقابابائی<sup>۱</sup>، پرویز فتاحی<sup>۲\*</sup>، وحید خداکرمی<sup>۳</sup> و هدی مرادی‌پور<sup>۴</sup>

۱. دانش‌آموخته‌ی کارشناسی‌ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان
۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان
۳. استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان
۴. دانشجوی کارشناسی‌ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد واحد دهقان

### خلاصه

مدل مقدار اقتصادی تولید از جمله مشهورترین مدل‌های مدیریت موجودی است. در مدل‌های تولید اقتصادی امکان تولید قطعات معیوب وجود دارد که در نظر نگرفتن این امر، موجب می‌شود هزینه‌های احتسابی غیرواقعی جلوه کنند. ضمناً وجود تورم و ارزش زمانی پول در مدل اقتصادی، اختلاف قابل توجهی در محاسبات هزینه موجب می‌شود. در این مقاله تولید قطعات معیوب در حالت چندمحصولی با در نظر گرفتن تورم، ارزش زمانی پول و نیز زمان آماده‌سازی وابسته به توالی محصولات، مورد بررسی قرار می‌گیرد. مطالعات در این زمینه نشان می‌دهد که وارد کردن موضوع تورم، ارزش زمانی پول و نیز زمان آماده‌سازی وابسته به توالی محصولات در مدیریت موجودی، منجر به تغییر بهینه دسته تولید خواهد شد. به دلیل آنکه پیدا کردن سیکل بهینه با روش مشتق‌گیری مشکل است از ترکیب دو الگوریتم جستجوی شتابدار و دیکوتوماس در تعیین نقطه بهینه استفاده می‌شود. در ادامه، تحلیل حساسیتی بر اساس پارامترهای نرخ بهره، نرخ تورم و نرخ توأم انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که در نظر نگرفتن تورم، نرخ بهره و نیز زمان آماده‌سازی وابسته به توالی محصولات، باعث خطا در محاسبه هزینه می‌شود.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:  
دریافت: ۱۳۹۲/۲/۱۷  
پذیرش: ۱۳۹۲/۱۰/۱۶

کلمات کلیدی:  
اندازه‌ی دسته  
نرخ تورم  
نرخ بهره  
دوباره‌کاری  
سیکل ثابت گردش

### ۱- مقدمه

برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی، از جمله موضوعات مهمی است که انواع سازمان‌ها با آن روبرو هستند. مسائلی از قبیل میزان و زمان سفارشات مواد اولیه یا قطعات نیمه ساخته، تعیین نوع سیستم کنترل موجودی، تعیین ظرفیت انواع انبارها و برنامه‌ریزی برای تحویل به موقع و اقتصادی سفارشات در این بحث قرار دارند. موضوع اصلی

مسائل کنترل موجودی و برنامه‌ریزی تولید، تعیین مقدار بهینه سفارش اقتصادی یا تعیین اندازه دسته تولید می‌باشد. این مقدار با توجه به ظرفیت‌ها و محدودیت‌ها و به منظور کمینه‌کردن کل هزینه‌های مرتبط سفارش، خرید، نگهداری و تحویل یا بیشینه کردن کل سود مرتبط با سیستم کنترل موجودی تعیین می‌شود [۱]. در همین راستا مدل مقدار اقتصادی سفارش به طور وسیعی برای تعیین اندازه دسته سفارش و یا خرید قطعات در سیستم‌های تولیدی به کار می‌رود. این مدل با در نظر گرفتن نرخ تولید به صورت ثابت، به مدل مقدار اقتصادی تولید تعمیم یافته است [۲]. تعیین اندازه دسته بهینه در سیستم‌های اقتصادی تولید و محاسبه تأثیر ارزش زمانی پول و

\* نویسنده مسئول. پرویز فتاحی

تلفن: ۰۸۱۱-۸۲۹۲۵۰۶، پست الکترونیکی: fattahi@basu.ac.ir

گروستران و وانگ [۷]، یک مدل احتمالی برای سیستم موجودی چندمحصولی و چند مرحله‌ای، با محدودیت ظرفیت و به کار بردن ارزش زمانی پول ارائه دادند و هدف مدل را حداقل کردن مجموع هزینه‌ها بیان کردند. آنها از برنامه‌ریزی پویا برای حل مدل، و از تبدیل لاپلاس و تجزیه و تحلیل ورودی-خروجی به عنوان ابزاری برای ساخت مدل استفاده کردند. همچنین، گروستران و هیون [۸] در مقاله‌ای دیگر، با فرض قطعی بودن تقاضاها به توسعه‌ی مدل قبلی، برای دوره تحویل غیرصفر پرداخت. آنها در این مدل بر روی فضای جز به جز تأکید داشتند. فضای جز به جز شامل خصوصیات است که وابسته به ساختار تولید (ماتریس ورودی)، توزیع مؤعد تحویل در میان فرآیندهای تولید (ماتریس مؤعد تحویل) و مراحل قبل از چرخه تولید می‌باشد. آنها برای حل این مدل، از برنامه‌ریزی پویا با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، استفاده کرد.

امامی و همکاران [۹]، امکان خرابی ماشین و تغییر در تقاضاها و هزینه‌های مدل مقدار تولید اقتصادی را با توجه به تأثیر تورم و ارزش زمانی پول مورد بررسی قرار دادند. آنها در حل این مسأله، دوره تعمیر را ثابت و تقاضا را تحت تأثیر تورم در نظر گرفتند.

میرزآزاده [۱۰]، مدل‌های موجودی برای مقدار سفارش اقتصادی را در حالت کلی مورد بررسی قرار داد. در حالت کلی با در نظر گرفتن دو روش الف) حداقل‌سازی هزینه‌ی میانگین سالیانه و ب) حداقل‌سازی هزینه‌ی تنزیل یافته، مدل‌های موجودی بدست می‌آیند. این تحقیق، سیاست‌های سفارش بهینه حاصله از این دو روش را تحت تورم غیرقطعی (متغیر تصادفی) مقایسه کرد و به این نتیجه رسید که تفاوت ناچیزی بین دو رویه برای مقادیر مختلف پارامترها وجود دارد.

عبدل و موراتا [۱۱]، مدل تولید اقتصادی برای اقلام فاسد شونده با الگوی تقاضای افزایشی-پایدار-کاهش‌ی را تحت تأثیر تورم و ارزش زمانی پول ارائه دادند. این نوع رفتار تقاضا در برخی محصولات مُد و محصولات فصلی مشاهده می‌شود. آنها به منظور ایجاد مدلی کلی‌تر و واقعی‌تر، کمبود را مجاز و نرخ فاسد شدن را متغیر تصادفی با توزیع وایبل در نظر گرفتند. مثال‌های عددی و تحلیل حساسیت نشان داد که مقدار بهینه‌ی هزینه‌ی کل به تغییرات نرخ بهره و تورم بسیار حساس است.

اونامی و همکاران [۱۲]، مدل مقدار سفارش اقتصادی را برای یک شرکت تولیدی در نیجریه با توجه به افزایش سودآوری و نقدینگی سازمانی مورد بررسی قرار دادند. آنها در مدل کمبود، تورم و تخفیف نموی را در نظر گرفتند. در نهایت، خرید انبوه را برای افزایش سودآوری در وضعیت تورم ۲۵٪، پیشنهاد دادند.

مصلحی و همکاران [۲]، تولید قطعات معیوب و امکان دوباره کاری مدل مقدار تولید اقتصادی را مورد توجه قرار دادند و با در نظر گرفتن دوباره‌کاری برای حالت تک محصولی به بررسی ارزش زمانی پول و تورم در مدل اندازه دسته تولید پرداختند. آنها برای حل مسأله از الگوریتمی مبتنی بر ترکیب دو روش جستجوی شتابدار و

تورم در این مدل، یکی از موارد توسعه مدیریت موجودی می‌باشد که موجب می‌شود تا هزینه‌ها به صورت واقعی محاسبه شده و نقطه‌ای نزدیک به بهینه برای تعیین اندازه دسته در سیستم‌های اقتصادی تولید انتخاب شود. از دیگر تعمیم‌های مدل اقتصادی تولید، وجود اقلام معیوب در دسته‌های مقدار اقتصادی تولید می‌باشد که در صورت نبود کنترل کیفیت، زبان‌های وارده نمی‌تواند قابل چشم‌پوشی باشد. در ادامه به برخی از تحقیقات انجام شده در زمینه تلفیق کنترل کیفیت و کنترل موجودی و نیز در نظر گرفتن ارزش زمانی پول<sup>۱</sup> و تورم<sup>۲</sup> در مدل‌های کنترل موجودی اشاره می‌شود. در ادامه، ابتدا تحقیقات صورت گرفته در خصوص ارزش زمانی پول و تورم مورد بررسی قرار می‌گیرد و سپس مطالعات صورت گرفته در خصوص اقلام معیوب و رویکردهای آن بررسی خواهد شد.

ارزش زمانی پول برای اولین بار توسط هادلی [۳] در سال ۱۹۶۴ مورد بررسی قرار گرفت. وی مقادیر سفارش محاسبه شده با استفاده از متوسط هزینه سالیانه و هزینه تنزیل یافته در حالتی که کمبود موجودی مجاز نباشد را با یکدیگر مقایسه کرد و با مثال‌های عددی که پارامترهای آن مقادیری واقع‌نما باشند، نتیجه گرفته است که تفاوت هزینه در دو مدل قابل چشم‌پوشی است. با وجود این وی نشان داده است که در حالت‌های حدی، اختلاف غیرقابل اغمازی ممکن است به دست آید. بوزاکوت [۴] برای اولین بار مدل EOQ<sup>۳</sup> را با در نظر گرفتن تورم مورد بررسی قرار داد. وی در پایان با جمع‌بندی مطالب، به این نتیجه رسید که مدل EOQ با در نظر گرفتن تورم بایستی اصلاح شود.

هرویتز [۵]، عدم اطمینان نرخ تورم را مورد توجه قرار داد و نشان داد که چگونه نرخ تورم، سیاست‌های موجودی بهینه را در سازمان، تحت فشار قرار می‌دهد. وی نرخ تورم را با فرآیندهای احتمالی، تخمین زد و این فرآیندهای احتمالی را با واریانس، نرمالیزه کرد. وی نشان داد که عدم اطمینان نرخ تورم و هزینه حاشیه‌ای سرمایه، می‌تواند بر تغییر در هزینه سرمایه‌گذاری تولید مؤثر باشند و بنابراین این امر، موجب تغییر در اندازه دسته بهینه تولید، خواهد شد.

سان و کویران [۶]، تولید در حالت چند محصولی را، با به کار بردن ارزش زمانی پول به منظور حداقل کردن مجموع هزینه‌ها، مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی با روش هیورستیک به یک نقطه نزدیک به بهینه دست یافتند و به این نتیجه رسیدند که فاصله هر سفارش بر اساس هزینه میانگین، می‌تواند طولانی‌تر از سفارش بر اساس ارزش زمانی پول باشد. آنها نشان دادند، زمانی که تقاضاها قطعی است، هزینه میانگین، تقریب خوبی برای ارزش زمانی پول است.

1. time value of money
2. inflation
3. Economic Production Quantity

دیکوتوماس استفاده کردند.

بانسال و آهالاوات [۱۳]، مسأله‌ی موجودی دو ظرفی را برای مدل مقدار سفارش اقتصادی در نظر گرفتند و پارامترهایی از جمله: نرخ تقاضای وابسته به زمان، اقلام فاسد شدنی با نرخ فاسد شدن متغیر در طول زمان، مجاز بودن کمبود، شرایط تورمی و در نظر گرفتن ارزش زمانی پول را در این مدل لحاظ کردند. به علت اینکه تقاضای بیشتر محصولات در فاز ابتدایی طول عمر خود یک دوره افزایش سریع تقاضا را دارند در این مدل افزایش تقاضا به طور نمایی فرض می‌شود. در نهایت، جواب حاصل از این مدل به تصمیم‌گیرنده برای اجاره کردن یا نکردن انبار، کمک می‌کند.

والیاسال و ارسایا کومار [۱۴]، مدل مقدار سفارش اقتصادی را با در نظر گرفتن تأثیرات تورم، نرخ تقاضا به صورت متغیر تصادفی، نرخ فاسد شدن کالا وابسته به زمان (دارای توزیع وایبل) و مجاز بودن کمبود، بررسی کردند. آنها حساسیت جواب بهینه به تغییرات مقادیر پارامترهای مختلف را بررسی و به این نتیجه رسیدند که تورم قطعاً نقش مهمی در پیدا کردن مقدار سفارش اقتصادی دارد.

یکی از موضوعات مهمی که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است بحث در نظر گرفتن اقلام معیوب در تعیین اندازه‌ی دسته می‌باشد. در ادامه تحقیقات مطرح در این ارتباط مورد بررسی قرار می‌گیرد. جمال و همکاران [۱۵]، برای تعیین مقدار دسته‌ای بهینه در یک سیستم تک مرحله‌ای از دو سیاست مختلف عملیاتی برای دوباره‌کاری استفاده کردند. در سیاست اول، دوباره‌کاری بلافاصله پس از مشخص شدن معیوب‌ها اجرا می‌شود و در سیاست دوم، اقلام معیوب انباشته شده و در سیکل  $n$ م دوباره‌کاری انجام می‌شود. هزینه‌ی کل موجودی، در مورد کاهش نسبت اقلام معیوب، در سیاست دوم حساس‌تر از سیاست اول است.

شارکر و همکاران [۱۶]، برای تعیین مقدار دسته‌ی بهینه در یک سیستم تولید چند مرحله‌ای، دو نوع مدل با فرآیند دوباره‌کاری در نظر گرفتند. در مدل اول، دوباره‌کاری درون همان سیکل و بدون هیچ کمبودی صورت می‌پذیرد و در مدل دوم، دوباره‌کاری بعد از  $n$  سیکل، و با متحمل شدن کمبود در هر سیکل انجام می‌شود. آنها پس از تجزیه و تحلیل حساسیت پارامترهای مهم مسأله، به این نتیجه رسیدند که با کم‌تر شدن نسبت اقلام معیوب، هزینه‌ی کل در مدل دوم کوچکتر از مدل اول می‌شود. اما در کل، دو مدل جواب‌های نزدیکی ارائه می‌دهند.

حجی و همکاران [۱۷]، سیستم تولید اقتصادی تک ماشینی را با در نظر گرفتن تولید اقلام معیوب بررسی کردند. اقلام معیوب تولید شده در یک دوره‌ی زمانی که شامل چندین سیکل برابر می‌باشد، انباشته و در یک سیکل مجازی، به نام سیکل دوباره‌کاری که طولی برابر با سیکل‌های دیگر دارد، دوباره‌کاری می‌شود.

حجی و حجی [۱۸]، سیستم تولید اقتصادی را با در نظر گرفتن تولید اقلام معیوب و امکان دوباره‌کاری این اقلام بررسی کردند. اقلام معیوب تولید شده در سیکل‌های مختلف یک دوره زمانی معین، فقط

در آخرین سیکل این دوره، دوباره‌کاری می‌شوند. برای آسانی زمان‌بندی تولید و برنامه‌ریزی منابع، طول آخرین سیکل را برابر سیکل‌های دیگر این دوره قرار دادند و برای نرخ دوباره‌کاری، به جای استفاده از نرخ ثابت و یا برابر قرار دادن با نرخ تولید، آن را متغیری تصادفی با تابع توزیع دلخواه در نظر گرفتند.

بیاتی و همکاران [۱۹]، مدل مقدار تولید اقتصادی را با قرار دادن محصولات، در چهار گروه کامل، ناقص، معیوب با امکان دوباره‌کاری و معیوب بدون امکان دوباره‌کاری بررسی کردند. آنها تقاضا را به صورت تابع نمایی از قیمت، هزینه‌ی بازاریابی و هزینه‌ی واحد تولید در نظر گرفتند. هدف از این تحقیق تعیین اندازه‌ی دسته‌ی تولید بهینه از طریق حداقل‌سازی هزینه‌ی بازاریابی، قیمت فروش، هزینه‌ی آماده‌سازی و هزینه‌ی نگهداری موجودی به طور هم‌زمان می‌باشد. در این مدل، هزینه‌ی نگهداری موجودی شامل بهره و هزینه‌ی استهلاک نیز هست.

علی‌محمدی و همکاران [۲۰]، مدل تولید اقتصادی را با مفروضاتی از قبیل: مجاز بودن کمبود موجودی، امکان تولید محصولات معیوب با و بدون توانایی به دوباره‌کاری و سیاست‌های نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه روی ماشین‌آلات (برای افزایش طول عمر و کارایی) در نظر گرفتند. آنها با حداقل‌سازی هزینه‌ی کل سیستم، فرمولی برای اندازه‌ی دسته‌ی تولید بهینه ارائه دادند.

این مقاله، اثر ارزش زمانی پول و تورم را در مسأله تعیین اندازه دسته تولید حالت چندمحصولی با در نظر گرفتن دوباره‌کاری در هر سیکل (سیاست اول جمال و همکاران [۱۵]) و همچنین وابستگی زمان آماده‌سازی به ترتیب محصولات، مورد بررسی قرار داده است. با توجه به مطالعات قبلی در نظر گرفتن حالت چندمحصولی در این مباحث یک تحلیل جدید می‌باشد که تاکنون انجام نشده است. دو دلیل در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و تورم عبارتند از: (۱) نرخ تورم بالا در بسیاری از کشورها، به ویژه کشورهای جهان سوم که باعث کاهش شدید قدرت خرید پول، در طول سال‌ها شده و بر تقاضای محصولات خاصی تأثیر می‌گذارد [۲۱، ۲۲، ۱۸، ۱۹]. هزینه‌ی پردازش اولیه و هزینه دوباره‌کاری با وارد کردن این دو فاکتور در تعیین سیکل ثابت گردشبه حساب آورده می‌شوند (در بخش ۳ شرح داده می‌شود). در نتیجه، در تعیین اندازه‌ی دسته‌ی بهینه، تأثیرات تورم و ارزش زمانی پول قابل چشم‌پوشی نیست.

در ادامه این مقاله به تعریف مسأله، بیان فرضیات و نمادهای مورد استفاده در مقاله پرداخته شده است. در بخش سوم به بیان مدل‌سازی مسأله پرداخته می‌شود. در این بخش مدل‌سازی مسأله در سه مبحث ارزش فعلی هزینه راه‌اندازی، ارزش فعلی هزینه تولید، و ارزش فعلی هزینه نگهداری اجرا می‌شود و در پایان، مجموع کل این هزینه‌ها مدل‌سازی می‌شود. در بخش چهارم، روش حل مسأله توضیح داده می‌شود. در حل مسأله از ترکیب دو روش جستجوی دیکوتوماس و شتابدار استفاده می‌شود. مراحل اجرای این الگوریتم ترکیبی به ترتیب بیان می‌شود. در بخش پنجم برای استفاده از مدل

تولید اولیه و هزینه دوباره‌کاری) و نگهداری کالا در انبار، حداقل شود. هزینه نگهداری قطعات معیوب در کنار دستگاه ناچیز فرض می‌شود.

## ۲-۱ مفروضات

مفروضات مدل مورد بررسی در این مقاله عبارتند از:

- $n$  محصول وجود دارد.
- کمبود مجاز نیست.
- هزینه زمان بازرسی ناچیز فرض شده است.
- عملیات راه‌اندازی به ازای هر بار، زمان‌بر می‌باشد.
- یک دستگاه وجود دارد و پس از عملیات لازم، قطعات سالم، جهت برآوردن تقاضا به انبار فرستاده می‌شوند.
- انقطاع در حین انجام عملیات یک دسته تولیدی، وجود ندارد.
- ارزش افزوده، در حین عملیات تولیدی صورت می‌گیرد و پرداخت‌ها به صورت پیوسته و لحظه‌ای فرض می‌شود.
- طول افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت است.

## ۲-۲ نمادها

نمادهای مورد استفاده در این مقاله به شرح زیر است:

نماد	شرح
$A_i$	هزینه هر بار آماده‌سازی برای محصول $i$ ام در ابتدای افق برنامه‌ریزی (واحد پول به دفعه‌ی سفارش)
$c_i$	هزینه پردازش هر واحد محصول $i$ ام در ابتدای افق برنامه‌ریزی (واحد پول به واحد کالا)
$h_i$	هزینه نگهداری هر واحد محصول $i$ ام در واحد زمان، در ابتدای افق برنامه‌ریزی (واحد پول به واحد کالا به واحد زمان)
$H_i(t)$	واحد هزینه‌ی نگهداری هر واحد کالای $i$ در انبار در زمان $t$ (واحد پول به واحد کالا در واحد زمان)
$I_i(t)$	تابع سطح موجودی انبار بر حسب زمان محصول $i$ (واحد کالا)
$D_i$	نرخ تقاضای محصول $i$ ام در واحد زمان (واحد کالا به واحد زمان)
$P_i$	نرخ تولید محصول $i$ ام در واحد زمان (واحد کالا به واحد زمان)
$\theta$	نسبت محصول معیوب به کل
$\alpha$	نرخ بهره مرکب به صورت پیوسته
$\beta$	نرخ تورم مرکب به صورت پیوسته
$t_{1i}$	انتهای دوره تولید محصول $i$ ام در سیکل (واحد زمان)
$t_{2i}$	انتهای دوره دوباره‌کاری محصول $i$ ام در هر سیکل (واحد زمان)
$T_{mi}$	کل زمان پردازش محصول $i$ ام در هر سیکل (واحد زمان)
$T_{di}$	طول بازه مصرف بدون تولید محصول $i$ ام در هر سیکل (واحد زمان)
$T$	طول هر دوره (واحد زمان)
$Q_i$	اندازه دسته تولید محصول $i$ ام (واحد کالا)
$T_{jam}^*$	سیکل ثابت گردش نزدیک به بهینه مدل جمال و همکارانش (واحد زمان)
$T^*$	سیکل ثابت گردش نزدیک به بهینه، با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول (واحد زمان)
$s_i$	زمان راه‌اندازی ماشین برای محصول $i$ (واحد زمان)
$i$	نرخ هزینه نگهداری (واحد پول در واحد زمان به ازای هر واحد پولی سرمایه‌گذاری موجودی)
$C_s$	ارزش فعلی هزینه‌ی راه‌اندازی در هر دوره (واحد پول)
$C_m$	ارزش فعلی هزینه‌ی تولید در هر دوره (واحد پول)
$C_h$	ارزش فعلی هزینه نگهداری موجودی انبار در هر دوره (واحد پول)
$C$	ارزش فعلی کل هزینه‌های مرتبط با موجودی برای هر دوره (واحد پول)
$TC(T)$	ارزش فعلی کل هزینه‌های مرتبط با موجودی برای افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت (واحد پول)

پیشنهادی، یک مثال عددی آورده شده است و انواع تغییرات تورم و نرخ بهره در هزینه‌ها با هم مقایسه می‌گردند. در پایان، بخش نهایی به نتیجه‌گیری اختصاص داده می‌شود.

## ۲- تعریف مسأله

یک سیستم تولید چند محصولی را در نظر بگیرید که در یک سیکل زمانی  $T$ ، از کلیه  $n$  محصول تولید می‌شود. این فرض را خط‌مشی "سیکل ثابت گردش"<sup>۱</sup> می‌گویند. این سیکل در طول دوره، آنقدر تکرار می‌شود که کل تقاضای محصولات در طول دوره برآورده گردد (کمبود موجودی مجاز نمی‌باشد). با قبول این خط‌مشی اگرچه ممکن است جواب‌های به دست آمده بهینه نباشد، اما تجربه نشان داده است که جواب‌های بدست آمده در اکثر موارد بسیار نزدیک به جواب بهینه است. این خط‌مشی بدلیل سهولت در محاسبات، مناسب می‌باشد [۲۲]. مشاهدات گذشته نشان می‌دهد که  $\theta$  درصد، از این قطعات تولیدی، معیوب و قابل دوباره‌کاری هستند. بنابراین فرض می‌شود که به طور ثابت،  $\theta$  درصد از محصولات تولید شده معیوب باشند. عملیات بازرسی، بدون صرف هزینه و زمان، فرض می‌شود. به منظور پی بردن به کیفیت قطعات و شناسایی معیوب‌ها، هر قطعه بلافاصله بعد از تولید، تحت عملیات بازرسی قرار می‌گیرد. همچنین در اینجا فرض می‌شود هر قطعه تولیدی، سالم یا معیوب باشد. قطعاتی که به وسیله عملیات بازرسی، سالم تشخیص داده می‌شوند، بلافاصله به انبار می‌روند تا پاسخگوی نیاز مشتریان باشند. تقاضای هر محصول پیوسته و با نرخ‌های  $D_1, D_2, \dots, D_n$  واحد کالا در واحد زمان است. زمان راه‌اندازی ماشین برای محصولات مختلف  $S_1, S_2, \dots, S_n$  می‌باشد. قطعاتی که معیوب هستند، پس از انجام عملیات بازرسی، در زمره قطعات معیوب نگهداری می‌شوند تا پس از تولید  $Q_i, i=1,2,\dots,n$  واحد کالا، وارد فرآیند دوباره‌کاری شوند. پس از عملیات دوباره‌کاری، همه قطعات معیوب به قطعات سالم تبدیل می‌شوند. بنابراین قطعات معیوب پس از دوباره‌کاری، به عنوان قطعات سالم، برای پاسخگویی تقاضا به انبار فرستاده می‌شوند. شکل (۱)، رفتار موجودی در انبار بر حسب زمان را نشان می‌دهد.

لازم به ذکر است که فرآیند دوباره‌کاری از نظر زمان و هزینه مشابه فرایند تولید، فرض می‌شود. هدف، تعیین سیکل بهینه  $(T^*)$ ، در حالتی که زمان آماده‌سازی وابسته به ترتیب تولیدات است. در اینصورت، با استفاده از مدل فروشنده‌ی دوره‌گرد، تخصیص بهترین ترتیب محصولات در ماشین، تعیین می‌شود. اما باید توجه کرد که محصولات به ترتیب افزایش هزینه‌ی کل در یک دوره مرتب شوند، یعنی محصولاتی که هزینه‌ی کل بیشتری دارند به ابتدای دوره نزدیک باشند تا ارزش زمانی پول و تورم باعث افزایش هزینه‌ی کل فعلی نشود. در این شرایط است که ما دنبال بهترین جایگشت از محصولات هستیم، به طوری که ارزش فعلی کل هزینه‌ها یعنی مجموع هزینه‌های موجودی مرتبط با راه‌اندازی، تولید (شامل هزینه

1. rotation cycle policy

۳- تعیین سیکل ثابت با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول

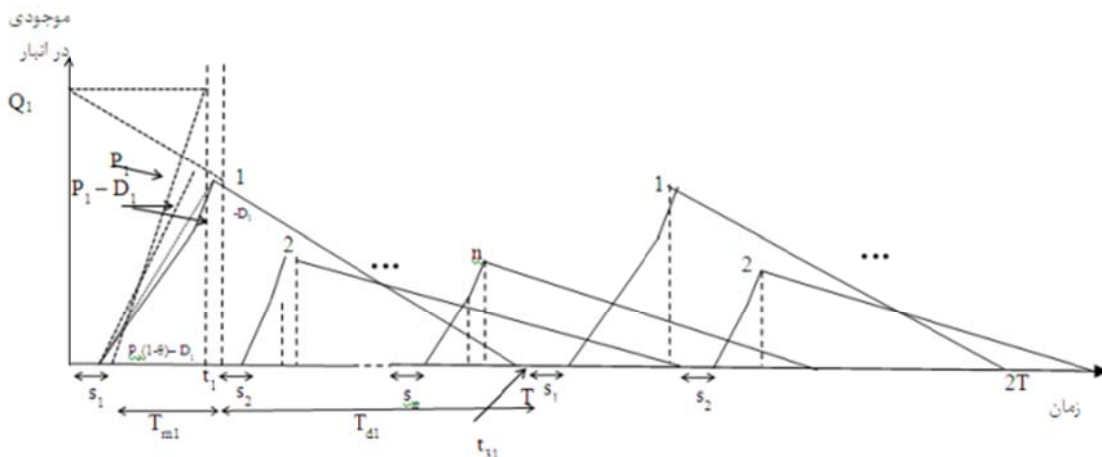
$$t_{1i} = \frac{Q_i}{P_i} \quad (1)$$

$$t_{2i} = t_{1i} + \frac{\theta Q_i}{P_i} = \frac{(1 + \theta)Q_i}{P_i} \quad (2)$$

$$T_{mi} = \frac{(1 + \theta)Q_i}{P_i} \quad (3)$$

$$T = \frac{Q}{D} \quad (4)$$

رفتار موجودی کالای ساخته شده به دلیل قطعی بودن تقاضا، تقریباً مشابه مدل مقدار تولید اقتصادی می‌باشد. فرایند دوباره‌کاری باعث تفاوت مدل بیان شده با مدل مقدار تولید اقتصادی می‌باشد. رفتار سطح موجودی محصولات مختلف انبار در شکل (۱) نشان داده شده است. روابط ۱ تا ۴، نحوه محاسبه اجزا زمانی هر دوره، شامل  $t_{1i}$ ،  $t_{2i}$ ،  $T$ ،  $T_{mi}$  را نشان می‌دهد. این روابط در شکل (۱) به عنوان نمونه برای محصول ۱ مشخص شده است:



شکل (۱): رفتار موجودی در انبار بر حسب زمان

دوره برابر است با:

$$C = C_s + C_m + C_h \quad (6)$$

۳-۱ محاسبه ارزش فعلی هزینه راه‌اندازی در هر دوره

هزینه ثابت هر بار راه‌اندازی دستگاه برای محصول  $A_m$  در بازه زمانی  $s_i$  برابر با  $A_i$  است. در شکل (۱) با توجه به روابط اقتصاد مهندسی، ارزش فعلی جریان نقدی  $f$  در زمان  $t$  برابر با  $fe^{-\alpha t}$  است، همچنین در صورتی که تورم مورد نظر باشد می‌توان گفت اگر  $g$  ارزش کالا در زمان صفر را نشان دهد، مقدار آن با اعمال تورم به صورت پیوسته و مرکب، در زمان  $t$  برابر با  $ge^{\beta t}$  است. در این رابطه  $\beta$  نرخ تورم را نشان می‌دهد. و با فرض  $\rho = \beta - \alpha$ ، هزینه آماده‌سازی کل محصولات در هر دوره به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} & \left( \int_0^{s_n} A_n e^{\rho t} dt \right) \times e^{\rho(s_1 + s_2 + \dots + s_{n-1} + t_{21} + t_{22} + \dots + t_{2(n-1)})} \Rightarrow \\ C_s &= \int_0^{s_1} A_1 e^{\rho t} dt + \sum_{i=2}^n \left( \int_0^{s_i} A_i e^{\rho t} dt \right) \times e^{\rho(\sum_{j=1}^{i-1} s_j + t_{2j})} \\ & \Rightarrow C_s = \frac{A_1}{\rho} (e^{\rho s_1} - 1) + \\ & \sum_{i=2}^n \left( \frac{A_i}{\rho} (e^{\rho s_i} - 1) \right) e^{\rho \left( \sum_{j=1}^{i-1} \left( s_j + \frac{(1+\theta)D_j T}{P_j} \right) \right)} \quad (7) \end{aligned}$$

۳-۲ محاسبه ارزش فعلی هزینه تولید در هر دوره

با توجه به اینکه نرخ تولید و نیز دوباره‌کاری برای محصول  $A_m$  در واحد زمان،  $P_i$  کالا است. بنابراین هزینه تولید و یا دوباره‌کاری در

به دلیل آنکه در این مقاله حالت چندمحصولی مدل جمال و همکاران [۱۵] بررسی شده است. این مدل با وارد کردن محدودیت تک‌ماشین (چگونه وارد کردن محدودیت تک ماشین در ادامه روی مدل پیشنهادی شرح داده خواهد شد) به صورت زیر توسعه می‌یابد:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \frac{A_j}{u + T_{min}} + C_j D_j (1 + \theta) + i C_j \frac{D_j^2}{2P_j^2} \times (u + T_{min}) \\ & \times [P_j (1 + \theta) - D_j (1 + 2\theta) + \theta^2 (P_j - D_j)] + \\ & \frac{i C_j D_j (u + T_{min})}{2P_j} \left( 1 - \frac{D_j}{P_j} - \frac{\theta D_j}{P_j} \right)^2 \quad (8) \end{aligned}$$

بنابر رابطه ۵، هزینه‌های تولید، شامل: هزینه پردازش اولیه و هزینه دوباره‌کاری (جمله  $C_j D_j (1 + \theta)$  در رابطه ۵) به اندازه سیکل بستگی ندارند؛ بنابراین این دو هزینه بدون توجه به ارزش زمانی پول در تعیین سیکل ثابت گردش نقشی ندارند. اما همان‌طور که در ادامه اشاره خواهد شد در صورت در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، این دو هزینه در تعیین اندازه سیکل گردش مؤثر هستند.

هزینه‌های سیستم موجودی، شامل هزینه‌های راه‌اندازی، تولید (هزینه‌های تولید اولیه و هزینه دوباره‌کاری) و هزینه نگهداری کالا در انبار می‌باشد. به منظور محاسبه ارزش فعلی مجموع هزینه‌های افق برنامه‌ریزی، ابتدا ارزش فعلی هزینه یک دوره محاسبه می‌شود؛ سپس، با توجه به اینکه دوره‌ها مشابه هستند؛ ارزش فعلی کل هزینه‌ها قابل محاسبه خواهد بود. ارزش فعلی مجموع هزینه‌های هر

$$C_h = \frac{P_1 h_1}{\rho^2} \left[ \left( 1 - e^{-\frac{\rho(1+\theta)D_1 T}{P_1}} + \theta \left( e^{\frac{\rho D_1 T}{P_1}} - 1 \right) \right) \right] e^{\rho s_1} + \sum_{i=2}^n \frac{P_i h_i}{\rho^2} \left[ \left( 1 - e^{-\frac{\rho(1+\theta)D_i T}{P_i}} + \theta \left( e^{\frac{\rho D_i T}{P_i}} - 1 \right) \right) \right] \times e^{\rho \left( s_i + \sum_{j=1}^{i-1} s_j + \frac{(1+\theta)D_i}{P_j} \right)} \quad (12)$$

۳-۴ محاسبه ارزش فعلی کل هزینه‌ها

در بخش‌های قبل انواع هزینه‌های موجودی به صورت جداگانه محاسبه شد. در این صورت کل هزینه‌های مرتبط با موجودی برای یک دوره با استفاده از رابطه ۶ محاسبه می‌شود. ضمناً بدیهی است که این هزینه‌ها در هر دوره به طور مشابه تکرار می‌شود. با توجه به اینکه فاصله دوره‌ها از یکدیگر به اندازه طول دوره (T) می‌باشد. ارزش فعلی هزینه‌ها برای افق برنامه‌ریزی نامحدود برابر است با:

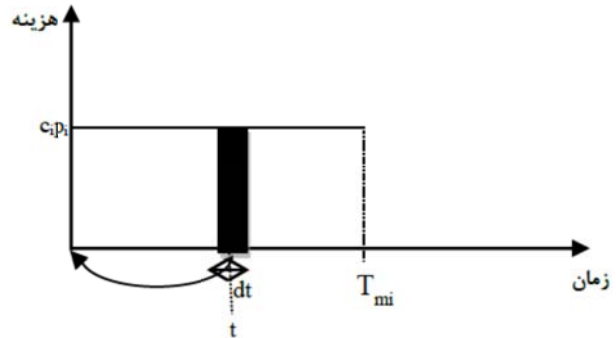
$$TC(T) = C + C e^{\rho T} + C e^{2\rho T} + \dots = C(1 + e^{-(\alpha-\beta)} + e^{-2(\alpha-\beta)} + \dots) \quad (13)$$

اگر  $\rho = \beta - \alpha > 0$  باشد، در افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت، عبارت داخل پرانتز رابطه ۱۳، واگرا خواهد بود و عبارت مشخصی برای TC(T) بدست نمی‌آید. بنابراین در این حالت باید یک تابع برنامه‌ریزی محدود (معمولاً یک سال) در نظر گرفته شود تا تابع هزینه کل همگرا شود. اما اگر  $\rho = \beta - \alpha \leq 0$  باشد (در عمل هم همین‌طور است، زیرا نرخ بهره حداقل به اندازه نرخ تورم است)، عبارت داخل پرانتز رابطه ۱۳ برابر با  $\frac{1}{1 - e^{\rho T}}$  است که در این حالت TC(T) همگرا می‌شود. در این صورت با جایگذاری مقدار فعلی مجموع هزینه‌های هر سیکل (C)، با استفاده از روابط ۸، ۷ و ۱۲ به دست می‌آید. ارزش فعلی هزینه‌های موجودی برابر است با:

$$TC(T) = \left\{ \frac{A_1}{\rho} (e^{s_1 \rho} - 1) + \frac{C_1 P_1}{\rho} \left( e^{\frac{\rho(1+\theta)D_1 T}{P_1}} - 1 \right) \right\} e^{\rho s_1} + \frac{P_1 h_1}{\rho^2} \times \left[ \left( 1 - e^{-\frac{\rho(1+\theta)D_1 T}{P_1}} + \theta \left( e^{\frac{\rho D_1 T}{P_1}} - 1 \right) \right) + \frac{D_1}{P_1} (e^{\rho T} - 1) \right] e^{\rho s_1} + \sum_{i=2}^n \left[ \frac{A_i}{\rho} (e^{s_i \rho} - 1) + \frac{C_i P_i}{\rho} \left( e^{\frac{\rho(1+\theta)D_i T}{P_i}} - 1 \right) \right] e^{\rho s_i} + \frac{P_i h_i}{\rho^2} \times \left[ \left( 1 - e^{-\frac{\rho(1+\theta)D_i T}{P_i}} + \theta \left( e^{\frac{\rho D_i T}{P_i}} - 1 \right) \right) + \frac{D_i}{P_i} (e^{\rho T} - 1) \right] e^{\rho s_i} \quad (14)$$

واحد زمان و مادامی که تولید صورت می‌گیرد،  $C_i P_i$  است. با توجه به ارزش فعلی هزینه‌ی تولید در بازه‌ی زمانی  $dt$  به صورت زیر محاسبه می‌شود. داخل پرانتز اول نحوه‌ی متورم کردن  $C_i$  در زمان  $t$  را نشان می‌دهد (چون مقدار  $C_i$  در ابتدای دوره‌ی برنامه‌ریزی شده قرار دارد) و پرانتز دوم باعث آوردن هزینه‌ی تولید در بازه‌ی  $dt$  به اول دوره می‌شود.

$$dt \text{ ارزش فعلی هزینه‌ی تولید در بازه‌ی زمانی } = (C_i P_i e^{\beta t})(e^{-\alpha t}) dt$$



شکل (۲): نحوه‌ی انتقال هر جزء به مبدأ زمان در هزینه‌های تولید

بنابراین داریم:

$$C_m = \left( \int_0^{t_{21}} C_1 P_1 e^{\rho t} dt \right) \times e^{\rho s_1} + \sum_{i=2}^n \left( \int_0^{t_{2i}} C_i P_i e^{\rho t} dt \right) \times e^{\rho \left( s_i + \sum_{j=1}^{i-1} s_j + t_{2j} \right)} \Rightarrow C_m = \frac{C_1 P_1}{\rho} \left( e^{\frac{\rho(1+\theta)D_1 T}{P_1}} - 1 \right) e^{\rho s_1} + \sum_{i=2}^n \frac{C_i P_i}{\rho} \left( e^{\frac{\rho(1+\theta)D_i T}{P_i}} - 1 \right) \times e^{\rho \left( s_i + \sum_{j=1}^{i-1} s_j + \frac{(1+\theta)D_i T}{P_j} \right)} \quad (8)$$

۳-۳ محاسبه ارزش فعلی هزینه نگهداری در هر دوره

هزینه نگهداری موجودی هر دوره‌ی انبار در حالت چند محصولی با توجه به نمادها تعریف شده، برابر است با:

$$C_h = \int_0^T H_i(t) I_i(t) dt \quad (9)$$

چون  $h_i$  هزینه‌ی نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان و در مبدأ زمان (زمان صفر) می‌باشد، در این صورت برابر است با:

$$H_i(t) = (h_i e^{\beta t}) e^{-\alpha t} \quad (10)$$

با توجه به شکل (۱)، رفتار موجودی محصول ۱ به صورت تابعی از زمان، برابر است با:

$$I_1(t) = \begin{cases} [P_1(1-\theta) - D_1]t & t \in [0, t_{11}] \\ [P_1(1-\theta) - D_1]t_{11} + (P_1 - D_1)(t - t_{11}) & t \in [t_{11}, t_{21}] \\ [P_1(1-\theta) - D_1]t_{11} + (P_1 - D_1)(t_{21} - t_{11}) - D_1(t - t_{21}) & t \in [t_{21}, t_{31}] \end{cases} \quad (11)$$

آنگاه با جایگذاری روابط ۱۰ و ۱۱ در رابطه ۹ اثبات رابطه در پیوست داریم:

این الگوریتم  $\delta$  دقت مورد نظر و  $\varepsilon$  یک عدد کوچک است.

گام صفر: تابع هزینه یک متغیره  $TC(u)$  را در نظر بگیرید.

گام اول: نقطه شروع اولیه  $(u_0)$  را تعیین کنید ( $u_0 = 0.01$ ). چنانکه  $TC(u_0 + \varepsilon) > TC(u_0)$ ، قرار دهید:  $u^* = u_0$  و گرنه  $S = -0.02 * u_0$  و در غیر این صورت  $S = 0.02 * u_0$

گام دوم: قرار دهید:  $u_1 = u_0$ . تا زمانی که  $TC(u_0) > TC(u_1)$  قرار دهید:  $u_1 = u_0 + S$ .

گام سوم: اگر  $u_0 > u_1$  است، مقادیر  $u_0$  و  $u_1$  را با یکدیگر جایگزین کنید.

گام چهارم: قرار دهید:

$$u_0^* = u_0 + (u_1 - u_0) / 2 - \delta / 2$$

$$u_1^* = u_0 + (u_1 - u_0) / 2 + \delta / 2$$

▪ اگر  $TC(u_0^*) < TC(u_1^*)$  آنگاه مقادیر  $u_1^* > u_1$  را حذف

نموده و قرار دهید:  $u_1 = u_1^*$

▪ اگر  $TC(u_0^*) > TC(u_1^*)$  آنگاه مقادیر  $u_1^* < u_1$  را

حذف نموده و قرار دهید:  $u_0 = u_0^*$

▪ اگر  $TC(u_0^*) = TC(u_1^*)$  دو نقطه دیگر را به عنوان  $u_0$  و

$u_1$  انتخاب کنید (با تغییر  $\delta$ ).

گام پنجم: اگر  $|TC(u_0^*) - TC(u_1^*)| < \delta$  قرار دهید:

$$u^* = (u_0^* + u_1^*) / 2, T^* = u^* + T_{min}$$

بهینه رابطه ۱۴ است). در غیر این صورت به گام چهار بروید.

### ۵- مثال عددی و تحلیل حساسیت

در این بخش با بیان یک مثال عددی، نتایج حاصل از مدل پیشنهادی با نتایج مدل جمال و همکاران در حالت چند محصولی مقایسه گردیده و سپس به تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی پرداخته می‌شود. داده‌های جدول زمان‌های آماده‌سازی بسته به توالی هستند، و جدول مفروضات مثال عددی با در نظر گرفتن  $i = 0/2$  و  $\theta = 0/17$  می‌باشد.

جدول (۱): زمان آماده‌سازی بنا به محصول قبلی

محصول	۱	۲	۳	۴
۱	۰	۰/۰۰۳	۰/۰۰۵	۰/۰۰۹
۲	۰/۰۰۴	۰	۰/۰۰۲	۰/۰۰۸
۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰	۰/۰۰۶
۴	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱۵	۰/۰۰۱	۰

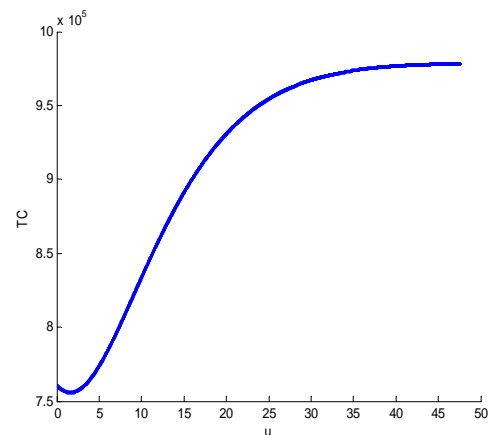
در رابطه بالا برای امکان‌پذیر بودن تولید دسته‌ای نرخ تولید بزرگ‌تر از نرخ تقاضا فرض می‌شود. از طرفی محدودیت تک‌ماشین باعث فرض  $\sum_i \frac{D_i}{P_i} < 1$  و با در نظر گرفتن فرض جمال و همکاران  $\sum_i \frac{D_i}{P_i} < 1 - \theta$ ، فرض  $(P(1 - \theta) > D)$ ، گنجانده می‌شود. در کل، برای وارد کردن محدودیت تک ماشین باید رابطه زیر برقرار باشد [۲۲]:

$$\sum_{j=1}^n \left( s_j + \frac{(1 + \theta)Q_j}{P_j} \right) \leq T \Rightarrow T \geq \frac{\sum_{j=1}^n s_j}{1 - (1 + \theta) \sum_{j=1}^n \left( \frac{D_j}{P_j} \right)} = T_{min} \quad (15)$$

در نتیجه باید مدل ریاضی زیر بهینه‌سازی شود:

$$\begin{aligned} & \text{Min } TC(T) \\ \text{S.T: } & T \geq T_{min} \\ & T \geq 0 \end{aligned}$$

محدودیت مدل بالا را می‌توان با تغییر متغیر  $u = T - T_{min}$  وارد تابع هدف کرده و  $TC(u)$  را مینیمم کرد.



شکل (۳): نمودار هزینه‌ی کل وقتی که تورم ۹٪ و نرخ بهره ۲۲٪ است

### ۴- روش حل مسأله

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، رابطه ۱۴، تابع یک متغیره بر حسب  $T$  می‌باشد (شکل ۳) به منظور نشان دادن رفتار تابع با استفاده از یک مثال عددی آورده شده است) که فقط یک جواب بهینه کلی دارد زیرا با میل دادن زمان به بی‌نهایت، تابع هدف به یک مقدار ثابت میل می‌کند. در این مقاله برای حل مسأله از ترکیب الگوریتم جستجو شتابدار (به منظور جستجوی سریع بازه‌ای که نقطه بهینه در آن قرار دارد) و روش دیکوتوماس (به منظور کاهش بازه انتخاب شده و معرفی یک نقطه نزدیک به بهینه) با تغییری استفاده شده است. در

جدول (۲): مفروضات مثال عددی

پارامتر	هزینه آماده- سازی	زمان آماده‌سازی برای هر محصول در مبدأ (زمان)	تقاضا	نرخ تولید	قیمت محصول
۱	۵۰	۰/۰۰۱	۳۰۰۰	۱۳۰۰۰	۱۰
۲	۷۰	۰/۰۰۲	۲۰۰۰	۵۲۰۰	۱۵
۳	۱۲۰	۰/۰۰۵	۵۰۰۰	۵۰۰۰۰	۵
۴	۸۰	۰/۰۰۳	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰	۲۰

جدول (۳): حل یک مثال عددی برای مقادیر مختلف نرخ بهره و تورم و پیدا کردن توالی بهینه و درصد خطا

ردیف	$\beta(\%)$	$\alpha(\%)$	توالی از چپ به راست	$TC(u^*)$	توالی از چپ به راست	$TC(u_{jamal})$	$\frac{TC(u^*_{jamal}) - TC(u^*)}{TC(u^*)} \times 100$
۱	۴	۵	۱ ۴ ۳ ۲	۱۲۴۸۸۱۰۳	۴ ۱ ۳ ۲	۱۳۲۷۸۷۲۳	۶/۳۳
۲	۵	۱۰	۱ ۴ ۳ ۲	۲۴۸۴۷۳۸	۴ ۱ ۳ ۲	۲۶۵۳۸۱۷	۶/۸
۳	۶	۱۵	۱ ۴ ۳ ۲	۱۳۷۲۹۸۰	۴ ۱ ۳ ۲	۱۴۷۲۳۱۶	۷/۳
۴	۷	۲۰	۱ ۴ ۳ ۲	۹۴۴۳۰۸	۴ ۱ ۳ ۲	۱۰۱۹۳۰۸	۷/۹۴
۵	۸	۲۵	۱ ۴ ۳ ۲	۶۷۳۱۹۴	۴ ۱ ۳ ۲	۷۷۸۹۷۴	۱۵/۷۱
۶	۹	۳۰	۱ ۴ ۳ ۲	۵۱۷۹۸۳	۴ ۱ ۳ ۲	۶۳۰۲۱۴	۲۱/۶۶
۷	۱۰	۳۵	۱ ۴ ۳ ۲	۴۱۸۷۸۰	۴ ۱ ۳ ۲	۵۲۹۰۷۳	۲۶/۳۳
۸	۱۱	۴۰	۱ ۴ ۳ ۲	۳۵۰۴۴۳	۴ ۱ ۳ ۲	۴۵۵۸۴۶	۳۰/۰۷
۹	۱۲	۴۵	۱ ۴ ۳ ۲	۳۰۰۷۳۵	۴ ۱ ۳ ۲	۴۰۰۳۸۲	۳۳/۱۳

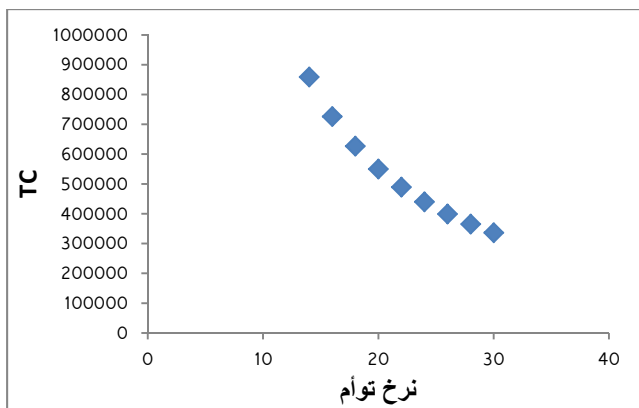
جدول (۴): روند تغییرات مجموع هزینه‌ها نسبت به تغییرات نرخ تورم و نرخ بهره و نرخ توأم

ردیف	$\beta(\%)$	$TC(u^*)$	تغییر نرخ تورم با نرخ بهره‌ی ثابت ۲۰٪	$\alpha(\%)$	$TC(u^*)$	تغییر نرخ بهره با نرخ تورم ثابت ۷٪	تغییرات نرخ توأم $TC(u^*)$
۱	۴	۷۲۶۲۹۲	۱۰	۴۱۵۱۹۲۶	۱۴	۸۵۸۹۲۵	
۲	۵	۷۸۷۵۹۹	۱۳	۱۷۷۰۲۶۲	۱۶	۷۲۶۲۹۲	
۳	۶	۸۵۸۹۲۵	۱۶	۱۱۱۹۷۷۴	۱۸	۶۲۶۸۵۴	
۴	۷	۹۴۴۳۰۸	۱۹	۷۸۷۵۹۹	۲۰	۵۵۰۰۷۵	
۵	۸	۱۰۲۴۸۳۲	۲۲	۵۸۶۱۲۰	۲۲	۴۸۹۲۵۰	
۶	۹	۱۱۱۹۷۷۴	۲۵	۴۶۳۳۹۳	۲۴	۴۴۰۰۱۲	
۷	۱۰	۱۲۳۳۷۱۳	۲۸	۳۸۱۷۰۳	۲۶	۳۹۹۴۲۰	
۸	۱۱	۱۳۷۲۹۸۰	۳۱	۳۲۳۷۶۰	۲۸	۳۶۵۴۳۳	
۹	۱۲	۱۵۴۶۹۹۹	۳۴	۲۶۶۸۸۰	۳۰	۳۳۶۵۹۳	

گرفته شده است. ستون ۴ این جدول، توالی بهینه حاصل از مینیمم کردن هزینه‌ی فعلی کل را نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌کنید با تغییر نرخ بهره و نرخ تورم توالی‌های متفاوتی حاصل می‌شود. ستون ۵ این جدول، مقدار بهینه هزینه کل را برای نرخ‌های متفاوت نشان می‌دهند ستون ششم توالی مقدار  $u$  بهینه، بدون در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و تورم مدل جمال و همکاران؛

جدول جواب نزدیک به بهینه این مثال را، با احتساب ارزش فعلی مجموع هزینه‌ها در حالت چند محصولی و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی محصولات، نشان می‌دهد. الگوریتم مورد استفاده در حل این مسأله، الگوریتم ترکیبی دیکوتوماس و جستجوی شتابدار است. در این جدول، ۹ مقدار متفاوت برای نرخ بهره و تورم در نظر





شکل ۶: روند تغییرات مجموع هزینه‌ها نسبت به نرخ توأم

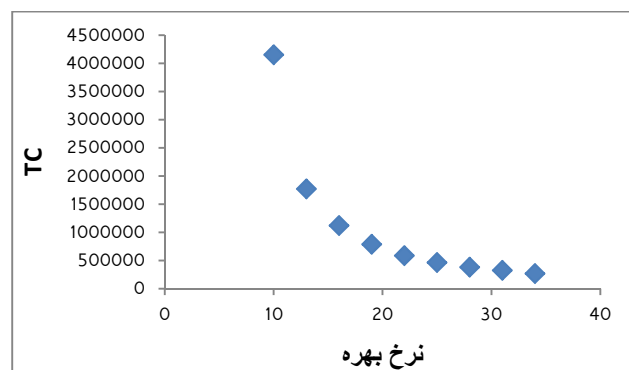
### ۵- نتیجه‌گیری

تلفیق مدل‌های قطعی موجودی و مباحث کنترل کیفیت، با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و تورم، توسط محققین مختلفی، بررسی و مدل‌سازی شده است. ولی در نظر گرفتن این مباحث در حالت چندمحصولی و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی محصولات، تاکنون بررسی نشده است. در حالی که در واقعیت، بسیاری از تولیدات، به صورت چندمحصولی می‌باشد و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی محصولات می‌باشد. در این مقاله به بررسی تأثیر ارزش زمانی پول و تورم به صورت مرکب پیوسته در مدل اندازه دسته تولید و در نظر گرفتن دوباره‌کاری برای حالت چندمحصولی و زمان آماده‌سازی وابسته به ترتیب محصولات برای اولین بار پرداخته شده است. بایک مثال عددی، اثربخشی مدل، توسط ترکیب جستجوهای شتابدار و دیکوتوماس بررسی‌شده و این نتیجه حاصل شد که با افزایش نرخ بهره، هزینه فعلی کل، کاهش و با افزایش نرخ تورم، این هزینه افزایش می‌یابد. با تغییر نرخ تورم و نرخ بهره، توالی تولید محصولات هم تغییر می‌کند و نشان داده شد که در نظر نگرفتن تورم و ارزش زمانی پول در توالی محصولات و هزینه‌ی کل، خطاهای قابل توجهی ایجاد می‌کند. پس، توجه نکردن به این دو پارامتر باعث خطا در پیدا کردن اندازه‌ی دسته‌ی تولید بهینه می‌شود. اضافه کردن قابلیت اطمینان به این مدل هم، می‌تواند پیشنهادی برای تحقیقات آتی باشد.

### مراجع

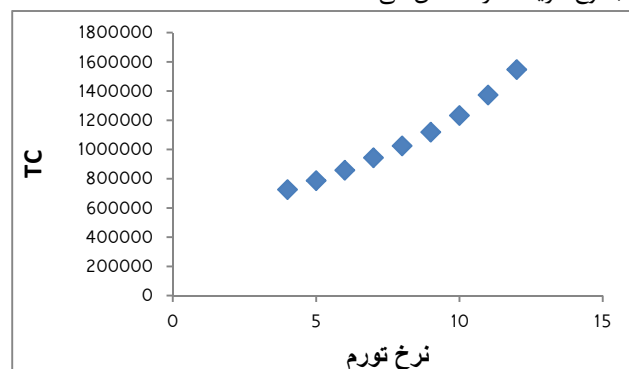
- [۱] مصلحی، قاسم؛ راستی بزرگی، مرتضی؛ فتح‌اله بیاتی، محسن (۱۳۹۰). بررسی تورم و ارزش زمانی پول بر روی اندازه دسته تولید با وجود دوباره‌کاری در یک مدل کنترل موجودی، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، شماره ۲، جلد ۲۲، صفحه ۱۸۲-۱۹۲
- [۲] مصلحی، قاسم؛ راستی بزرگی، مرتضی (۱۳۸۵). تعیین اندازه‌ی دسته تولید با در نظر گرفتن موجودی در جریان ساخت و ارزش

در رابطه‌ی ۱۴ است، که همان رابطه‌ی ۵ می‌باشد. چون در رابطه‌ی ۵ نرخ بهره و نرخ تورم وارد نشده است، توالی بهینه یک ترتیب بهینه داشت. ستون هفتم مقدار  $u$  بهینه، رابطه‌ی ۵ را ارائه می‌دهد. ستون هشتم هم، درصد خطای ناشی از عدم توجه به تورم و ارزش زمانی پول در تعیین سیکل ثابت گردشی را نشان می‌دهد. درصد خطا از ۰.۶٪ تا ۳.۳٪ تغییر می‌کند که نشان‌دهنده‌ی مهم بودن این پارامترها در تعیین هزینه‌ی کل و به تبع آن در تعیین اندازه‌ی دسته‌ی بهینه می‌باشد. در ادامه به تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی نسبت به پارامترهای نرخ بهره، نرخ تورم و نرخ توأم پرداخته می‌شود. روند تغییرات مقدار بهینه مجموع هزینه‌ها به ازای تغییرات نرخ بهره، نرخ تورم و نرخ توأم در جدول ۴ آمده است. روند تغییرات در شکل‌های (۴) تا (۶) نشان داده شده است.



شکل ۴: روند تغییرات مجموع هزینه‌ها نسبت به نرخ بهره (به ازای نرخ تورم ثابت ۰.۷٪)

همان گونه که در شکل (۴) نشان داده شده، افزایش نرخ بهره موجب کاهش مجموع هزینه‌ها می‌شود. همچنین در شکل (۵) مشاهده می‌شود، مقدار مجموع هزینه‌ها با افزایش نرخ تورم افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، با توجه به شکل (۶)، نرخ توأم نیز مشابه نرخ بهره، اثر معکوس بر روی مقدار مجموع هزینه‌ها داشته و افزایش آن، مجموع هزینه‌ها را کاهش می‌دهد.



شکل ۵: روند تغییرات مجموع هزینه‌ها نسبت به نرخ تورم (به ازای نرخ بهره ثابت ۰.۲٪)

- [16] Sarker, B.R., Jamal, A.M.M., Mondal, S. (2008). Optimal batch sizing in a multi-stage production system with rework consideration, *European Journal of Operational Research*, 184: 915–929.
- [17] Haji, B., Haji, A., RahmatiTavakol, A. (2008). Scheduling Accumulated Rework in a Normal Cycle: Optimal Batch Production with Minimum Rework Cycles, *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 3: 236–249.
- [18] Haji, R., Haji, B. (2010). Optimal Batch Production for a Single Machine System with A ccumulated Defectives and Random Rate of Rework, *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 4: 243 – 256.
- [19] FathollahBayati, M., RastiBarzoki, M., Hejazi, S.R. (2011). A joint lot-sizing and marketing model with reworks, scraps and imperfect products, *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 2: 395 – 408.
- [20] Alimohamadi, M., Sajadi, S.M., Nilipour Tabatabaei, S.A. (2011). A New EPQ Model with Considering Preventive Maintenance, Imperfect Product, Shortage and Work in Process Inventory, *Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business*, 8: 822 – 832.
- [21] Ghoreishi, M., Mirzazadeh, A., Weber, G.W. (2013). Optimal Pricing and Ordering Policy for Non-instantaneous Deteriorating Items under Inflation and Customer Returns, *Institute of Applied Mathematics*, 18:1-18.
- [۲۲] فاطمی قمی، محمدتقی (۱۳۸۷). برنامه‌ریزی و کنترل موجودی‌ها، انتشارات دانشگاه امیرکبیر، تهران، چاپ هفتم.
- زمانی پول، چهارمین کنفرانس بین‌المللی مدیریت، دانشگاه صنعتی شریف.
- [3] Hadley, G. (1964). A Comparison of Order Quantities computed using the average annual cost and the Discounted cost, *management science*, 10: 472 – 476.
- [4] Buzacott J. A. (1975). Economic Order Quantities With Inflation, *Operational Research Quarterly*, 26: 553 – 558.
- [5] Horowitz, I. (2000). EOQ and inflation uncertainty, *Production Economics*, 65: 217 – 224.
- [6] Sun, D.N., Queyranne, M. (2002). Production and Inventory Model using Net Present Value, *Operations Research*, 3: 528 – 570.
- [7] Grubbstrom, R.W., Wang, Z. (2003). A stochastic model of multi-level/multi-stage capacity-constrained production–inventory systems, *Int. J. Production Economics*, 81: 483–494.
- [8] Grubbstrom, R.W., Huynh, T.T.T. (2006). Multi-level, multi-stage capacity-constrained production–inventory systems in discrete time with non-zero lead times using MRP theory, *Int. J. Production Economics*, 101: 53 – 62.
- [۹] امامی، سعید؛ راهدار، محمد؛ علی شاهنده (۱۳۸۸). سیستم تولید-موجودی اقلام فسادپذیر با تقاضای تأثیر پذیر از تورم، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، شماره ۴، جلد ۲۰، صفحه ۳۹–۵۱.
- [10] Mirzazadeh, A. (2011). A Comparison of the Mathematical Modeling Methods in the Inventory Systems under Uncertain Conditions, *International Journal of Engineering Science and Technology*, 8: 6131 – 6142.
- [11] Abdul, I., Murata, A. (2008). Optimal production strategy for deteriorating items with varying demand pattern under inflation, *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 2: 449–466.
- [12] Onawumi, A.S., Oluleye, O.E., Adebisi, K.A. (2011). An Economic Order Quantity Model with Shortages, Price Break and Inflation, *Int. J. Emerg. Sci*, 3: 465 – 477.
- [13] Bansal, K.K., Ahalawat, N. (2012). Integrated Inventory Models for Decaying Items with Exponential Demand under Inflation, *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*, 3: 578 – 587.
- [14] Valliathal, M., Uthayakumar, R. (2013). A study of inflation effects on an EOQ model for weibull deteriorating/ameliorating items with ramp type of demand and shortages, *Yugoslav Journal of Operations Research*, 23:1 – 15.
- [15] Jamal, A.M.M., Sarker, B.R., Mondal, S. (2004). optimal manufacturing batch size with rework process at a single-stage production system, *computer & industrial Engineering*, No.47, pp.77-89.

## پیوست

در متن، رابطه  $I_i(t)$  برای محصول ۱ آورده شده، این رابطه برای محصول  $i$  بعد از ساده‌سازی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$I_i(t) = \begin{cases} [P_i(1-\theta) - D]t & t \in [0, t_{1i}] \\ -\theta D_i T + (P_i - D_i)t & t \in [t_{1i}, t_{2i}] \\ D_i T - D_i t & t \in [t_{2i}, t_{3i}] \end{cases}$$

با استفاده از رابطه‌ی بالا و روابط ۹ و ۱۰ ارزش فعلی کل هزینه‌ی نگهداری محصول در یک دوره برابر است با:

$$C_n = \int_0^T I_1(t) H_1(t) dt + \dots + \int_0^T I_n(t) H_n(t) dt$$

برای محاسبه‌ی هزینه‌ی نگهداری محصولات در یک دوره، ابتدا هر دوره را زمان صفر در نظر گرفته می‌شود تا محاسبه‌ی انتگرال‌ها به سادگی صورت گیرد. محاسبه‌ی هزینه‌ی نگهداری برای هر محصول یکسان می‌باشد، برای مثال هزینه‌ی نگهداری برای محصول ۱ در یک دوره برابر است با:

$$\begin{aligned} \int_0^T I_1(t) H_1(t) dt &= \int_0^{t_{11}} [(P_1(1-\theta) - D_1)t] h_1 e^{\rho t} dt \\ &+ \int_{t_{11}}^{t_{21}} [-\theta D_1 T + (P_1 - D_1)t] h_1 e^{\rho t} dt \\ &+ \int_{t_{21}}^{t_{31}} [D_1 T - D_1 t] h_1 e^{\rho t} dt \\ &= \frac{P_1 h_1}{\rho^2} \left[ (1 - e^{-\frac{\rho(1+\theta)D_1 T}{P_1}} + \theta(e^{-\frac{\rho D_1 T}{P_1}} - 1)) + \frac{D_1}{P_1} (e^{\rho T} - 1) \right] \end{aligned}$$





## The Study of inflation and time value of money effect in batch size production with reworking consideration

B. Esmail Nejad<sup>1</sup>, S. Aghababaei<sup>1</sup>, P. Fattahi<sup>1\*</sup>, V. Khodakarami<sup>1</sup> and H. Moradipour<sup>2</sup>

1. Department of Industrial Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan

2. Department of Financial engineering, Islamic Azad University, Dehaghan branch, Dehaghan

### ARTICLE INFO

#### *Article history:*

Received 7 May 2013

Accepted 6 January 2014

#### *Keywords:*

Lot sizing

Inflation rate

Interest rate

Rework

Rotation cycle policy

### ABSTRACT

Economic Production Quantity (EPQ) model is one of the most famous inventory management models. In the economic production models, there is the possibility of producing defective items that missing (lacking) of it leads a nonrealistic model. In addition, inflation and the time value of money in the economic model make a considerable difference in the cost calculations. In this paper, the production of defective items in multi-product state by considering inflation, the time value of money and sequence dependent setup times are studied. The findings of previous studies showed that inserting the issue of inflation, the time value of money and also sequence dependent setup times in inventory management model leads to change optimal batch. A heuristic algorithm was used for reaching optimal point. The results of sensitivity analysis based on the parameters of interest rates, inflation rates and combination rate showed that not considering inflation and interest rates and sequence dependent setup times will lead to errors in calculating costs.

\* Corresponding author. Parviz Fattahi

Tel.: +98 811 8292506; E-mail addresses: [fattahi@basu.ac.ir](mailto:fattahi@basu.ac.ir)