



نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید

نشریه پژوهش‌های
مهندسی صنایع
در سیستم‌های تولید

ISSN: 2345-2269

سال اول شماره دوم پاییز و زمستان ۱۳۹۲، صفحه ۹۷-۱۰۷
www.ier.basu.ac.ir

طراحی شبکه لجستیک هاب استوار با در نظر گرفتن تقاضاهای تصادفی برای شرکت‌های ارائه‌دهنده خدمات لجستیکی

نادر غفاری نسب^۱، مهدی غضنفری^{۲*}، ابراهیم تیموری^۳

۱. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲. استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳. دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

خلاصه

شرکت‌های ارائه دهنده خدمات لجستیکی نقش روزافزونی را در مدیریت زنجیره‌های تامین بعهده دارند. این شرکت‌ها با ارائه دامنه وسیعی از خدمات لجستیکی شامل خدمات انبارداری، حمل و نقل و ... نقش بسزایی را در پشتیبانی از سیستم‌های تولیدی و خدماتی بعهده دارند. در این مقاله یک شرکت ارائه دهنده خدمات لجستیکی مدنظر می‌باشد که وظیفه توزیع کالا از چند مبدا به چند مقصد را به نیابت از مشتریان خود بعهده دارد. فرض شده است میزان کالای ارسالی از مبادی به مقاصد تصادفی بوده و دارای یک توزیع احتمالی متقارن با بازه وقوع مشخص و محدود باشد. هدف عبارتست از طراحی یک شبکه لجستیک هاب برای این شرکت شامل تعیین تعداد، مکان و ظرفیت هاب‌ها و همچنین تخصیص گره‌های شبکه به هاب‌های تعیین شده، به گونه‌ای که علاوه بر اینکه تحویل کالاها از مبادی به مقاصد بدون مشکل تخطی از ظرفیت هاب‌ها تضمین شود، مجموع هزینه های لجستیکی سیستم نیز کمینه گردد. در این راستا، مسأله با استفاده از یکی از جدیدترین رویکردهای بهینه‌سازی استوار مدلسازی شده و با استفاده از یک نرم‌افزار استاندارد بهینه‌سازی حل گردیده است. نتایج بدست آمده حاکی از قابلیت مدل ارائه شده در ایمن‌سازی سیستم در مقابل تخطی از محدودیت های ظرفیت هاب با صرف هزینه اندکی که هزینه استوارسازی نامیده می‌گردد، می‌باشد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۲/۷/۱۴

پذیرش ۱۳۹۲/۱۱/۲۱

کلمات کلیدی:

طراحی شبکه لجستیک

مکانیابی هاب

بهینه‌سازی استوار

شرکت‌های خدمات

لجستیکی

۱- مقدمه

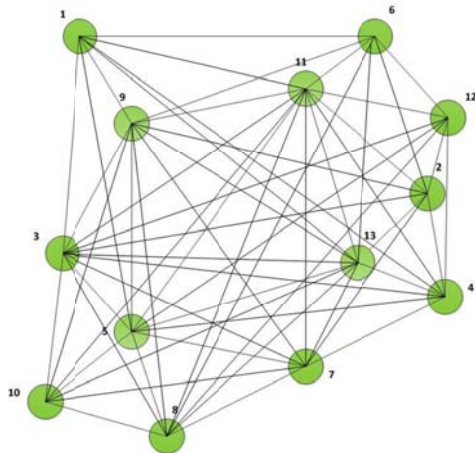
لجستیک بخش بسیار مهم و حیاتی هر کسب‌وکاری می‌باشد؛ به طوری که بر اساس آمارهای معتبر جهانی، هزینه‌های لجستیک حدود ۱۲٪ تولید ناخالص داخلی در دنیا را به خود اختصاص می‌دهد [۱]. تمایل برای جهانی شدن و فشار رقابتی سنگین موجود،

بسیاری از سازمان‌های تولیدی و خدماتی را به سمت برون‌سپاری فعالیت‌های لجستیکی خود سوق داده است. یکی از مزیت‌های اصلی برون‌سپاری فعالیت‌های لجستیکی، تمرکز این سازمان‌ها بر توانمندی‌های کلیدی خود بوده و از این طریق توانسته‌اند کارایی تولیدی و خدماتی خود را از طریق کاهش هزینه‌های تولید و ارتقاء سطح کیفی تولیدات، افزایش دهند. یک شرکت ارائه‌دهنده خدمات لجستیکی (یا شرکت لجستیکی طرف سوم (3PL))، شرکتی بیرونی می‌باشد که وظیفه مدیریت، کنترل و انجام امور لجستیکی را به

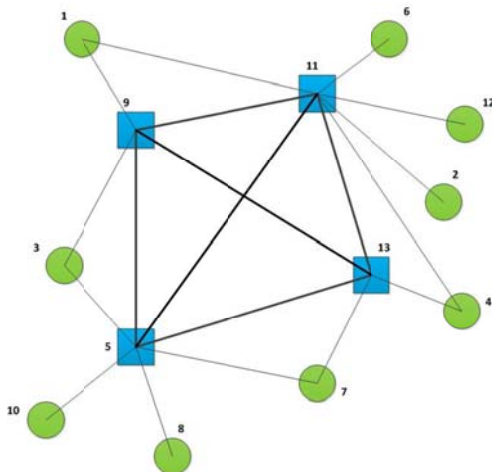
* نویسنده مسئول: مهدی غضنفری

تلفن: ۰۶۰-۷۲۲۲۵۰۶۰، پست الکترونیکی: mehdi@iust.ac.ir

مکان‌یابی با تخصیص تکی هر گره جریان به یک و فقط یک هاب متصل می‌باشد که تمامی جریانهای دریافتی و یا ارسالی از این گره توسط این هاب هدایت می‌گردد. اما در یک مسئله مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه، هر گره جریان ممکن است به بیش از یک هاب اختصاص یافته که این امر انعطاف‌پذیری بالاتر و هزینه انتقال کمتر را به همراه خواهد داشت (شکل (۲)) [۴]. لازم به ذکر است که مسئله مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه تعمیم یافته حالت تخصیص تکی بوده و بنابراین علاوه بر اینکه پیچیدگی بیشتری نسبت به حالت تخصیص تکی دارد، قابلیت دستیابی به جواب‌های با کیفیت بهتری از نظر هزینه را دارا می‌باشد.



شکل (۱): شبکه ارسال مستقیم



شکل (۲): شبکه هاب با تخصیص چندگانه

مکان‌یابی تسهیلات هاب و تعیین ظرفیت آنها از جمله تصمیمات استراتژیک به‌شمار می‌آیند که دارای تأثیرات بلندمدت می‌باشند. این تصمیمات عمدتاً با عدم قطعیت در داده‌های مسئله مانند تقاضاها، هزینه‌های حمل و ... توأم می‌باشند. با این حال، در اکثر مقالات موجود در ادبیات مکان‌یابی هاب فرض شده است که داده‌های مسئله قطعی و در دسترس بوده و در آینده دچار تغییر نخواهد شد. این امر سبب ایجاد جواب‌هایی برای مسئله می‌گردد که ممکن است بهینه نبوده و لذا هزینه‌های زیادی را در آینده تحمیل سیستم نمایند. بطور

نیابت از مشتریان خود (سازمان‌های تولیدی و خدماتی) به‌عهده دارد. یکی از اساسی‌ترین مسائل پیش روی شرکت‌های لجستیک طرف سوم عبارتست از طراحی یک شبکه لجستیکی کارا که علاوه بر کاهش هزینه‌های لجستیکی مربوطه، قادر باشد سطح پاسخگویی مناسبی را نیز برای مشتریان خود داشته باشد.

هماهنگ‌سازی و تجمیع^۱ جریان کالای حمل شده به‌گونه‌ای که بهترین عملکرد لجستیکی حاصل گردد، راهکاری است که در سال‌های اخیر توجه طراحان شبکه‌های لجستیک را به خود جلب نموده است. یکی از بهترین تاکتیک‌ها جهت رسیدن به این هدف عبارتست از ایجاد هاب‌های متمرکزسازی که جریان‌های ارسالی از مبادی را دریافت نموده و آنها را پس از تجمیع به مقاصد مربوطه ارسال می‌کند. در این مقاله یک شرکت ارائه‌دهنده خدمات لجستیکی مدنظر می‌باشد که وظیفه توزیع کالا از چند مبدأ به چند مقصد را به نیابت از مشتریان خود به‌عهده دارد. فرض شده است میزان کالای ارسالی از مبادی به مقاصد تصادفی بوده و دارای یک توزیع احتمالی متقارن با بازه وقوع مشخص و محدود باشد. هدف عبارتست از طراحی یک شبکه لجستیک هاب برای این شرکت شامل تعیین تعداد، مکان و ظرفیت هاب‌ها و همچنین تخصیص گره‌های شبکه به هاب‌های تعیین شده، بگونه‌ای است که علاوه بر اینکه تحویل کالاها از مبادی به مقاصد بدون مشکل تخطی از ظرفیت هاب‌ها تضمین شود، مجموع هزینه‌های لجستیکی سیستم نیز کمینه گردد.

هاب‌ها تسهیلات خاصی هستند که به‌عنوان مراکز انتقال دهنده در تعداد بسیار زیادی از سیستم‌های توزیع امروزی به‌کار می‌روند. تحقیقات در زمینه مکان‌یابی و طراحی شبکه هاب در طول دو دهه گذشته پیشرفت چشمگیری داشته است که یکی از دلایل این امر استفاده از این مبحث در سیستم‌های پیچیده حمل‌ونقل و مخابرات بوده است. در این سیستم‌ها تعداد بسیار زیادی از نقاط به‌صورت زوج مبدأ/ مقصد وجود دارد که بین آنها جریان مبادله می‌گردد و به جای آنکه بین هر مبدأ با مقصد متناظرش ارتباط مستقیم ایجاد شود از هاب‌ها برای این منظور استفاده می‌گردد [۲]. روند کار نیز معمولاً بدین‌صورت است که هر یک از گره‌های شبکه به یک یا چند هاب متصل شده و هاب‌ها با استفاده از این اتصالات و همچنین اتصالاتی که بین خودشان برقرار است، این جریان را که می‌تواند جریانی از اطلاعات و یا کالا باشد انتقال می‌دهند [۳]. در واقع در شبکه‌های هاب، مجموعه بسیار بزرگی از نقاط وجود دارد که استفاده از هاب‌ها باعث شده که با تعداد اتصالات بسیار کمی ارتباط بین آنها برقرار گردد. نمونه‌ای از یک شبکه لجستیک با ارسال مستقیم در شکل (۱) و نمونه‌ای از یک شبکه لجستیک هاب در شکل (۲) نشان داده شده‌اند.

مکان‌یابی هاب همانند اکثر مدل‌های مکان‌یابی از نظر نحوه تخصیص گره‌های جریان به هاب‌ها به دو دسته کلی مکان‌یابی هاب با تخصیص تکی و تخصیص چندگانه تقسیم می‌گردند. در یک مسئله

پارامترهای غیرقطعی در آن قرار می‌گیرند، در دسترس نباشد. در مسائل دنیای واقعی و برنامه‌ریزی‌های بلندمدت مانند مکان‌یابی هاب، در بسیاری از مواقع چنین شرایطی صادق بوده و اطلاعات زیادی در خصوص داده‌های مسئله در دسترس نمی‌باشد. از این رو پرداختن به این مسئله با رویکرد بهینه‌سازی استوار نیاز واقعی بوده و شکافی تحقیقاتی مناسبی بشمار می‌آید. تاکنون تنها یک مقاله به بررسی مسئله مکان‌یابی هاب با رویکرد بهینه‌سازی استوار پرداخته است. غفاری‌نسب و همکاران [۱۰] مسئله مکان‌یابی هاب با تخصیص تکی را در نظر گرفته‌اند. آنها ابتدا یک مدل با متغیرهای تصمیم سه اندیسی برای مسئله در حالت قطعی ارائه داده و سپس با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار، مسئله غیر قطعی را مدل‌سازی و مورد بررسی قرار داده است. در مقاله پیش رو سعی شده است مسئله طراحی شبکه هاب ظرفیت‌دار غیرقطعی را در حالت تخصیص چندگانه با استفاده از یک فرمولاسیون چهار اندیسی و رویکرد بهینه‌سازی استوار مورد بررسی قرار گیرد. نوآوری‌های اصلی این مقاله را می‌توان در مطالعه مسئله مکان‌یابی هاب در حالت تخصیص چندگانه با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار و همچنین ارائه نتایج مدیریتی ارزشمندی که حاصل شده است، بیان نمود.

۲- مدل‌سازی مسئله

در این بخش ابتدا مدل ریاضی برای مسئله مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه ظرفیت‌دار در حالت قطعی بر اساس فرمولاسیون چهار اندیسی ارائه شده توسط کمپبل [۱۱] توسعه داده می‌شود. در ادامه، رویکرد بهینه‌سازی استوار مورد استفاده تشریح و در نهایت مدل برنامه‌ریزی استوار مسئله مورد بررسی استخراج می‌گردد.

۲-۱- مدل قطعی مسئله

فرض کنید $G=(N,E)$ یک گراف باشد که در آن N نشان‌دهنده مجموعه گره‌ها و E نشان‌دهنده مجموعه کمان‌ها ($E \in N \times N$) می‌باشد. فرض کنید \bar{W}_{ij} نشان‌دهنده میزان حجم کالای ارسالی از مبدا i به مقصد j باشد که یک مقدار تصادفی می‌باشد. فرض می‌شود اطلاعات چندانی در خصوص توزیع احتمالی این متغیرهای تصادفی در دست نبوده و تنها حدود بازه وقوع (مقدار) مشخص می‌باشد. عبارتی دیگر $\bar{W}_{ij} \in [W_{ij} - \hat{W}_{ij}, W_{ij} + \hat{W}_{ij}]$ که در آن W_{ij} مرکز بازه عدم قطعیت (مقدار اسمی و یا میانگین متغیر تصادفی) و \hat{W}_{ij} شعاع آن می‌باشد. در اینصورت $O_i = \sum_{j \in N} W_{ij}$ نشان‌دهنده میانگین مجموع جریان تولید شده از گره i و همچنین $D_j = \sum_{i \in N} W_{ij}$ نشان‌دهنده میانگین مجموع جریان‌های ارسالی به مقصد گره j خواهد بود. هر یک از گره‌ها مکان‌کنندید برای احداث هاب بشمار می‌آیند. همچنین فرض می‌شود ارتباط مستقیم بین گره‌های غیرهاب امکان‌پذیر نمی‌باشد؛ بدین معنی که ارتباط بین گره‌های غیرهاب از طریق حداقل یک گره هاب امکان‌پذیر است. از

کلی سه رویکرد عمده در خصوص بهینه‌سازی تحت شرایط عدم قطعیت وجود دارد: برنامه‌ریزی تصادفی، بهینه‌سازی استوار و برنامه‌ریزی فازی. در برنامه‌ریزی تصادفی فرض اصلی بر اینست که مقادیر پارامترهای غیرقطعی از توزیع‌های احتمالی مشخص با مقادیر پارامترهای معلوم پیروی می‌نمایند [۵]. در حالی که در بهینه‌سازی استوار، فرض می‌گردد که هیچ اطلاعاتی در مورد توزیع احتمالی پارامترهای غیرقطعی در دسترس نیست بغیر از اطلاعات اندکی در خصوص بازه‌ای که پارامترهای غیرقطعی در آن قرار می‌گیرند. برنامه‌ریزی فازی که بر مبنای تئوری مجموعه‌های فازی بنا نهاده شده است، اغلب در شرایطی مورد استفاده قرار می‌گیرد که داده‌های گذشته برای پارامترهای مسئله موجود نبوده و یا بدست آوردن آنها بسیار پرهزینه باشد که در اینصورت از نظرات خبرگان و افراد صاحب‌نظر برای مقادیر پارامترهای مسئله استفاده می‌گردد.

در زمینه مکان‌یابی هاب، تاکنون تحقیقات زیادی در مورد مسائل غیرقطعی صورت نگرفته است. یانگ [۶] مسئله طراحی شبکه هاب را برای حمل و نقل هوایی و در حالت تصادفی بدون تقاضاها و همچنین ضریب تخفیف مورد بررسی قرار داد. در مسئله نامبرده تقاضاها بصورت فصلی در نظر گرفته شده‌اند و نویسنده برای حل آن از روش برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای بهره برده است. در مرحله اول تعداد و مکان هاب‌ها تعیین شده و در مرحله دوم که تحت تاثیر تصادفی بودن تقاضاها می‌باشد، مسیر حرکت محموله‌ها از مبادی به مقاصد تعیین می‌گردد. کنترارس و همکاران [۷] مسئله مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه را در حالت تقاضاها و هزینه‌های حمل و نقل احتمالی مورد بررسی قرار دادند. آنها مسئله نامبرده را با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو و روش تجزیه بندر حل نمودند. آومور و همکاران [۸] چندین ویژگی مسئله مکان‌یابی هاب تحت عدم قطعیت را مورد بررسی قرار دادند. هزینه‌های احداث هاب و همچنین تقاضای بین مبادی و قاصد بصورت تصادفی در نظر گرفته شدند. آنها مسئله را در هر دو حالت تخصیص تکی و تخصیص چندگانه مورد بررسی قرار داده و با استفاده از رویکرد سناریو محور به مدل‌سازی و حل مسئله پرداختند. تقی‌پوریان و همکاران [۹] مسئله مکان‌یابی هاب مجازی پویا (چنددوره‌ای) را در شرایط عدم قطعیت در نظر گرفته‌اند. آنها در مقاله خود فرض نموده‌اند که هاب‌ها در دنیای واقعی ممکن است در شرایط اضطراری (به‌خصوص در مورد حمل‌ونقل هوایی) دچار اختلال شده و از کار بیفتند. راه حل پیشنهادی بدین صورت است که در چنین شرایطی برخی از گره‌های غیرهاب به گره هاب مجازی تبدیل شده و نقش هاب را بازی می‌نمایند. این مسئله با استفاده از برنامه‌ریزی فازی مدل‌سازی و حل شده است.

با توجه مقالات موجود در ادبیات مکان‌یابی هاب در شرایط عدم قطعیت، براحتمی می‌توان جای خالی مدل‌های بهینه‌سازی استوار را احساس نمود. همانگونه که گفته شد مدل‌های بهینه‌سازی استوار در شرایطی کاربرد دارد که هیچ اطلاعاتی در مورد توزیع احتمالی پارامترهای غیرقطعی بغیر از اطلاعات اندکی در خصوص بازه‌ای که

تابع هدف (۱) مجموع هزینه‌های حمل و نقل کالا بین گره‌های شبکه و همچنین هزینه‌های ثابت احداث و ایجاد ظرفیت در هاب‌ها را نشان می‌دهد. معادله (۲) تضمین می‌کند که جریان W_{ij} بین گره‌های i و j حتما منتقل خواهد شد. محدودیت‌های (۳) و (۴) تضمین می‌نمایند که جریان‌ها از طریق هاب‌ها منتقل می‌گردند. محدودیت (۵) میزان کالای پردازش شده توسط هر هاب را با توجه به ظرفیت هاب محدود می‌نماید. محدودیت (۶) بیان می‌نماید که ظرفیت احداث شده برای هر هاب نمی‌تواند از بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای ظرفیت تخطی نماید.

۲-۲- رویکرد بهینه‌سازی استوار بر تسمیاس و سیم

در این بخش رویکرد بهینه‌سازی استوار توسعه داده شده توسط بر تسمیاس و سیم [۱۲] جهت مدل‌سازی مسأله طراحی شبکه هاب ظرفیت‌دار با تخصیص چندگانه و تقاضای تصادفی بطور خلاصه تشریح می‌گردد. ایده اساسی در این رویکرد بهینه‌سازی استوار اینست که در حالت عادی طبیعت اینک تمامی پارامترهای غیرقطعی مسأله در بدترین حالت خود بوقوع پیوندند غیر محتمل می‌باشد و معمولا برخی از پارامترها در حالت مطلوب و برخی در شرایط نامطلوب برای تصمیم‌گیرنده بوقوع می‌پیوندند. بنابراین، در حالت معمول و عادی می‌توان طوری تصمیم‌گیری نمود که اثرات وقوع پارامترهای غیرقطعی بصورت نامطلوب (که بصورت تخطی از محدودیت‌های مدل ریاضی نمود پیدا می‌کند) کمترین افزایش هزینه را برای سیستم به همراه داشته باشد. رویکرد بهینه‌سازی استوار بر تسمیاس و سیم تا کنون در تعدادی از مسائل تصمیم‌گیری در مدیریت مانند مکان‌یابی تسهیلات [۱۳]، برنامه‌ریزی تولید [۱۴] و بهینه‌سازی پورتفولیو [۱۵] مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه این بخش، ابتدا به معرفی رویکرد نامبرده بهینه‌سازی استوار پرداخته می‌شود. سپس مدل بهینه‌سازی استوار برای مسأله مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه ظرفیت دار با جریان‌های غیرقطعی استخراج و ارائه می‌گردد.

مسأله برنامه‌ریزی خطی زیر را که در معرض عدم قطعیت داده‌ها قرار دارد، در نظر بگیرید:

$$\min c'x : Ax \leq b, l \leq x \leq u \quad (i)$$

در فرمول‌بندی مسأله فوق، فرض می‌شود که عدم قطعیت داده‌ها فقط بر روی عناصر ماتریس A اثر می‌گذارد. هر کدام از درایه‌های ماتریس فوق بصورت یک متغیر تصادفی مستقل و متقارن (\tilde{a}_{ij}) مدل می‌شود که در بازه $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ مقدار می‌گیرد. متغیر تصادفی $\eta_{ij} = (\tilde{a}_{ij} - a_{ij}) / \hat{a}_{ij}$ مرتبط با داده غیرقطعی \tilde{a}_{ij} تعریف می‌شود که از یک توزیع ناشناخته اما متقارن در بازه $[-1, 1]$ پیروی می‌نماید. یک سطر خاص i را در ماتریس A را که متناظر با محدودیت i ام مدل $(\sum_j a_{ij}x_j \leq b_i)$ می‌باشد، در نظر بگیرید و J_i را مجموعه ضرایب غیرقطعی در این سطر بگیرید. پارامتر Γ_i که لزوماً عدد صحیح نمی‌باشد معرفی می‌گردد که در بازه $[0, |J_i|]$ مقدار

نقطه نظر ساختار هزینه‌ها، یک هزینه ثابت برای احداث هر هاب و یک هزینه متغیر برای ایجاد هر واحد ظرفیت در هاب‌های احداث شده در نظر گرفته می‌شود. به ازای هر گره $k \in N$ فرض کنید F_k بیانگر هزینه ثابت احداث هاب و g_k برابر هزینه متغیر ایجاد هر واحد ظرفیت در گره نامبرده باشد. همچنین هزینه‌های متغیر متناسب با ارسال کالاها بین گره‌های شبکه در نظر گرفته شده است. فاصله بین دو گره i و j را با نماد d_{ij} نشان داده و فرض می‌کنیم از خاصیت مثلثی پیروی می‌نماید. هزینه‌های جمع‌آوری، انتقال و توزیع بصورت مجزا و به ترتیب برای جریان ارسالی از گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، جریان ارسالی از گره‌های هاب به گره‌های غیرهاب و جریان ارسالی از گره‌های هاب به گره‌های غیرهاب (با ضرایب α, δ و χ) در نظر گرفته می‌شود ($0 < \alpha < 1, 0 < \delta < \alpha < \chi$). بنابراین هزینه ارسال کالا از گره مبدا i به گره مقصد j و از طرق هاب‌های k و l را می‌توان بصورت $C_{ijkl} = (\chi d_{ik} + \alpha d_{kl} + \delta d_{lj})$ محاسبه نمود. همچنین فرض می‌کنیم \bar{Q}_k و \underline{Q}_k به ترتیب نشان دهنده حداکثر و حداقل ظرفیت سالیانه عبوردهی کالا در هاب واقع در مکان کاندید k باشند. مسأله عبارتست از طراحی یک شبکه لجستیک هاب با تخصیص چندگانه (مانند شکل (۲)) با هدف کمینه‌سازی مقدار متوسط یک تابع هزینه متشکل از هزینه‌های ثابت احداث هاب‌ها، هزینه‌های متغیر ایجاد ظرفیت در هاب‌ها احداث شده و همچنین هزینه‌های متغیر انتقال جریان‌های کالا در شبکه. متغیرهای تصمیم بکار رفته در مدل بصورت زیر می‌باشند:

$$Y_k = \begin{cases} 1 & \text{اگر گره } k \text{ بعنوان هاب انتخاب گردد} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

X_{ijkl} کسری از جریان ارسالی از i به j که از طریق هاب‌های k و l انتقال پیدا می‌کند

مدل برنامه‌ریزی ریاضی مسأله را می‌توان بصورت زیر ارائه نمود:

Minimize

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in N} \sum_{l \in N} W_{ij} C_{ijkl} X_{ijkl} + \sum_{k \in N} F_k Y_k + \sum_{k \in N} g_k Q_k \quad (1)$$

Subject To:

$$\sum_{k \in N} \sum_{l \in N} X_{ijkl} = 1 \quad \forall i, j \quad (2)$$

$$\sum_{l \in N} X_{ijkl} \leq Y_k \quad \forall i, j, k \quad (3)$$

$$\sum_{k \in N} X_{ijkl} \leq Y_l \quad \forall i, j, l \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{l \in N} (W_{ij} X_{ijkl} + W_{ji} X_{jilk}) \leq Q_k \quad \forall k \quad (5)$$

$$\underline{Q}_k \leq Q_k \leq \bar{Q}_k \quad \forall k \quad (6)$$

$$Q_k \geq 0 \quad \forall k \quad (7)$$

$$X_{ijkl} \geq 0 \quad \forall i, j, k, l \quad (8)$$

$$Y_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \quad (9)$$

تخطی از محدودیت‌های مدل می‌تواند از طریق تنظیم مقدار پارامتر Γ تغییر نماید، محاسبه سطح ایمن‌سازی مدل را به ازای هر مقدار Γ از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بعبارت دیگر، آگاهی از تاثیر انتخاب مقدار خاصی برای بودجه عدم قطعیت (Γ) بر احتمال اینکه محدودیت‌های مدل (iii) تخطی گردند، برای تصمیم‌گیرنده از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است. قضیه‌ای که در ادامه آورده می‌شود برای محاسبه کرانی برای احتمال مذکور مورد استفاده قرار می‌گیرد.

قضیه ۱. اگر η_{ij} ($j=1, \dots, n$ و $i=1, \dots, m$) متغیرهای تصادفی مستقل و با توزیع احتمالی متقارن در بازه $[0, 1]$ باشند و اگر $1 \geq \gamma_j$ ، آنگاه:

$$P\left(\sum_{j=1}^n \gamma_j \eta_{ij} \geq \Gamma_i\right) \leq B(n, \Gamma_i) \quad (iv)$$

که در آن

$$B(n, \Gamma_i) = \frac{1}{2^n} \left\{ (1-\theta) \sum_{l=\lfloor v \rfloor}^n \binom{n}{l} + \theta \sum_{l=\lfloor v \rfloor+1}^n \binom{n}{l} \right\}$$

$$= \frac{1}{2^n} \left\{ (1-\theta) \binom{n}{\lfloor v \rfloor} + \sum_{l=\lfloor v \rfloor+1}^n \binom{n}{l} \right\}$$

که در آن $v = \frac{\Gamma_i + n}{2}$ و $\theta = v - \lfloor v \rfloor$ می‌باشند [۱۲].

۲-۳- مدل بهینه‌سازی استوار مسأله طراحی شبکه هاب

در این بخش، مسأله مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه ظرفیت‌دار را با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار مورد بحث در فوق مدل‌سازی خواهیم نمود. در این مسأله پارامترها و متغیرهای تصمیم مورد استفاده مشابه مدل قطعی می‌باشد با این تفاوت که تنها پارامتر مربوط به جریان کالا (\tilde{W}_{ij}) از نوع غیرقطعی می‌باشد. از این رو، ظرفیت هاب‌ها باید به گونه‌ای تعیین گردد که انتقال تمامی جریانهای مبدأ/مقصد در شبکه در یک سطح مشخصی از قطعیت تضمین گردد.

بدین منظور، ابتدا محدودیت ظرفیت هاب در مدل قطعی (محدودیت (۵)) را در نظر بگیرید:

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{l \in N} (W_{ij} X_{ijkl} + W_{ji} X_{jilk}) \leq Q_k \quad \forall k \quad (۵)$$

با بازنویسی محدودیت فوق می‌توان محدودیت ظرفیت را به صورت معادل ولی بشکلی دیگر نوشت:

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{l \in N} (X_{ijkl} + X_{jilk}) W_{ij} \leq Q_k \quad \forall k \quad (۵')$$

اکنون می‌توان مدل معادل استوار مسأله مکان‌یابی هاب با تخصیص چندگانه ظرفیت‌دار را با فرض اینکه جریان‌های کالا از نوع تصادفی می‌باشند ($\tilde{W}_{ij} \in [W_{ij} - \hat{W}_{ij}, W_{ij} + \hat{W}_{ij}]$)، به صورت ذیل استخراج نمود:

می‌گیرد. این پارامتر که با عنوان "بودجه عدم قطعیت" شناخته می‌شود، نقشی اساسی در این نوع عدم قطعیت داشته و در واقع نشان دهنده درجه محافظه‌کاری تصمیم‌گیرنده می‌باشد. مقدار Γ_i نشان دهنده تعداد پارامترهای غیرقطعی در محدودیت نام مسأله می‌باشد که همزمان می‌توانند تغییر نمایند. بنظر می‌رسد احتمال اینکه تمامی پارامترهای غیرقطعی به صورت همزمان تغییر نمایند، بسیار کم می‌باشد. بنابراین، در همه حالاتی که حداکثر $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ تا از ضرایب \tilde{a}_{ij} محدودیت نام مجاز به تغییر باشند و حداکثر یک ضریب \tilde{a}_{ii} به اندازه $\hat{a}_{ii} (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)$ تغییر نماید، آنگاه جواب مسأله همچنان موجه باقی خواهد ماند. برتسیماس و سیم [۱۲] نسخه غیرخطی مدل بهینه‌سازی استوار را بصورت زیر ارائه نمودند:

$$\min c'x \quad (ii)$$

s.t.

$$\sum_j a_{ij} x_j +$$

$$\max_{\{S_i \cup \{t_i\} | S_i \subseteq J_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij} y_j + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor) \hat{a}_{ii} y_i \right\} \leq b_i \quad \forall i$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j$$

$$l \leq x \leq u$$

$$y \geq 0$$

برتسیماس و سیم [۱۲] ثابت کردند که مدل (ii) یک فرموله‌بندی خطی به شکل زیر دارد:

$$\min c'x \quad (iii)$$

$$s.t. \quad \sum_j a_{ij} x_j + p_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} r_{ij} \leq b_i \quad \forall i$$

$$p_i + r_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j \quad \forall i, j \in J_i$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad \forall j$$

$$p_i, r_{ij}, y_j \geq 0 \quad \forall i, j \in J_i$$

که در آن بردارهای \mathbf{p} و \mathbf{r} بردارهای مربوط به متغیرهای دوگان می‌باشند که برای خطی‌سازی فرمول‌های غیرخطی آورده شده‌اند.

ملاحظه می‌گردد که مدل (iii) یک مدل برنامه‌ریزی خطی می‌باشد که بسادگی توسط نرم‌افزارهای استاندارد بهینه‌سازی قابل حل می‌باشند. از طرفی اگر مدل (ii) از نوع مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط خطی باشد، مدل معادل استوار (iii) نیز از نوع مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط خطی خواهد بود.

* محاسبه کران‌های احتمالی برای تخطی از محدودیت‌ها

از آنجایی که سطح ایمن‌سازی مدل معادل استوار (iii) در مقابل

شعاع بازه عدم قطعیت برابر ۰.۲ مقدار اسمی می‌باشد (بعبارت دیگر $(\hat{W}_{ij} = 0.2 W_{ij})$).

جدول (۱): ماتریس جریان‌های اسمی کالا بین نقاط

W_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	150	100	120	80	130	70	50
2	90	0	210	230	50	120	100	120
3	170	130	0	100	130	80	120	180
4	160	230	180	0	200	50	90	70
5	140	180	60	220	0	110	80	90
6	120	240	100	90	100	0	140	130
7	80	150	110	120	180	70	0	90
8	210	40	100	80	70	110	80	0

داده‌های مربوط به احداث هاب اعم از هزینه ثابت احداث هاب (F_k) ، هزینه متغیر ایجاد هر واحد ظرفیت در هابها (g_k) و همچنین حدود بالا و پایین برای ظرفیت هابها $(\bar{Q}_k$ و \underline{Q}_k) در جدول (۲) نشان داده شده است. مقدار ضریب تخفیف (α) نیز برابر ۰.۷ در نظر گرفته شده است.

جدول (۲): داده‌های ورودی مسأله

k	F_k	\underline{Q}_k	\bar{Q}_k	g_k
1	512000	3000	14100	18
2	499000	6100	14500	21
3	524000	5500	13600	15
4	481000	4800	12800	20
5	478000	5900	11900	19
6	512000	4100	13800	22
7	525000	3000	13700	19
8	456000	4200	12900	21

مدل طراحی شبکه هاب استوار با استفاده از نرم افزار GAMS بر روی یک کامپیوتر شخصی با حافظه جانبی 2GB و پردازنده دو هسته‌ای 2GHz حل شده است. نتایج حاصل از حل مدل به ازای مقادیر مختلف بودجه عدم قطعیت در جدول (۳) نشان داده شده است. با توجه به اینکه ماتریس جریان کالا در شبکه یک ماتریس ۸ در ۸ می‌باشد، حداکثر مقداری که بودجه عدم قطعیت می‌تواند داشته باشد برابر ۶۴ می‌باشد.

جدول (۳): نتایج حل مثال عددی

Γ	مقدار تابع هدف	هاب‌های باز شده	ظرفیت ایجاد شده
0	3820343.499	2	13600
2	3824291.499	2	13788
4	3828071.499	2	13968
8	3834791.499	2	14288
16	3884967.347	2, 6	9648, 5786
24	3898273.347	2, 6	10026, 6030
32	3902263.347	2, 6	10172, 6072
40	3903859.347	2, 6	10248, 6072
48	3903859.347	2, 6	10248, 6072
64	3903859.347	2, 6	10248, 6072

ملاحظه می‌شود که با افزایش بودجه عدم قطعیت، تعداد

Minimize

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in N} \sum_{l \in N} W_{ij} C_{ijkl} X_{ijkl} + \sum_{k \in N} F_k Y_k + \sum_{k \in N} g_k Q_k \quad (1)$$

Subject To:

$$(2) \text{ و } (3) \text{ و } (4)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{l \in N} (X_{ijkl} + X_{ijlk}) W_{ij} \quad \forall k \quad (5-1)$$

$$+\Gamma_k u_k + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{l \in N} p_{ijkl} \leq Q_k$$

$$u_k + p_{ijkl} \geq (X_{ijkl} + X_{ijlk}) \hat{W}_{ij} \quad \forall i, j, k, l \quad (5-2)$$

$$p_{ijkl} \geq 0 \quad \forall i, j, k, l \quad (5-3)$$

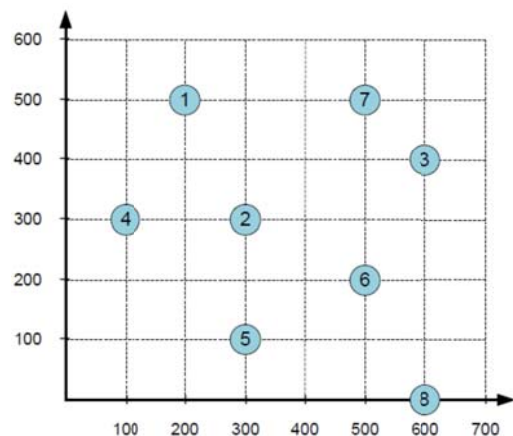
$$u_k \geq 0 \quad \forall k \quad (5-4)$$

$$(5) \text{ و } (6) \text{ و } (7) \text{ و } (8) \text{ و } (9)$$

نکته مهمی که بایستی در مورد مدل فوق ذکر گردد اینست که تنها محدودیت (۵) از مدل قطعی در این مدل تغییر داده شده است و جمله اول تابع هدف که دارای ضرایب غیرقطعی (\hat{W}_{ij}) می‌باشد، بدون تغییر باقی مانده است. این امر عمدتاً به این دلیل صورت گرفته است که تنها محدودیت (۵) ظرفیت هابها تحت تأثیر قرار می‌دهند. علاوه بر آن، از آنجایی که هدف ما در این مدل کمینه‌سازی متوسط کل هزینه‌های سیستم می‌باشد، مقدار اسمی پارامترهای مربوط به جریان کالا (W_{ij}) در تابع هدف مورد استفاده قرار گرفته است.

۳- مثال عددی

در این قسمت به بررسی یک مثال کوچک از کاربرد مدل ریاضی ارائه شده در بخش قبل می‌پردازیم. در این مثال یک شرکت ارائه‌دهنده خدمات لجستیکی مدنظر می‌باشد که وظیفه توزیع کالا از ۸ نقطه جغرافیایی را به‌عهده دارد. شکل (۳) موقعیت مکانی این نقاط را نشان می‌دهد.



شکل (۳): موقعیت مکانی نقاط شبکه

جدول (۱) جریان‌های اسمی کالا بین هشت‌گانه در شبکه را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه مقادیر واقعی جریان بصورت تصادفی می‌باشد $(\hat{W}_{ij} \in [W_{ij} - \hat{W}_{ij}, W_{ij} + \hat{W}_{ij}])$ ، فرض شده است

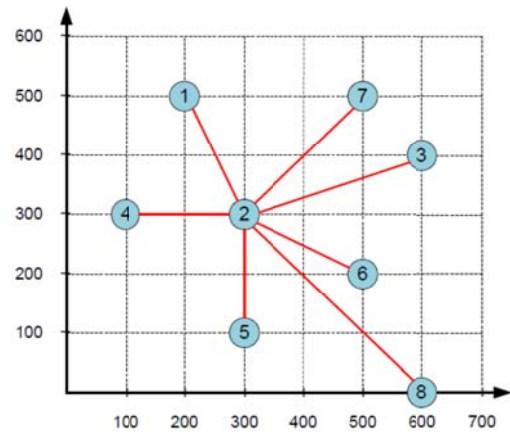
به‌همراه یک کد برنامه کامپیوتری جهت تولید داده‌های با اندازه کوچکتر از ۲۰۰ گره (با گروه‌بنده گره‌ها و تجمیع تقاضاهای مربوطه (W_{ij})) که نشان‌دهنده جریان کالاهای ارسالی توسط پست می‌باشد. از آنجایی که در داده‌های AP برای هر هاب ظرفیت ثابتی در نظر گرفته شده است، در این مطالعه ظرفیت‌های نامبرده آزادسازی می‌شوند و فرض می‌شود ظرفیت هر هاب به‌عنوان یک متغیر تصمیم توسط مدل تعیین می‌گردد. همچنین فرض شده است که هزینه متغیر برای ایجاد هر واحد ظرفیت در هاب‌ها عددی تصادفی در بازه $[۴۰, ۶۰]$ می‌باشد. مقادیر پایه‌ای برای ظرفیت (Q_{tight}) و هزینه ایجاد هاب‌ها (F_{tight}) برابر مقادیر متناظر در نسخه Tight داده‌های استاندارد AP بوده و داده‌های انتخاب شده برای مسائل نمونه ضریبی از این مقایر استاندارد در نظر گرفته شده‌اند. مسائل نمونه در اندازه ۲۰ گره در نظر گرفته شده است $(|N|=20)$. برای هر مسئله نمونه، دو مقدار متفاوت برای ضریب تخفیف $(۰.۴ و ۰.۷۵)$ و دو مقدار مختلف برای شعاع بازه عدم قطعیت $(\hat{W}_{ij} = ۰.۱ و ۰.۳ W_{ij})$ در نظر گرفته شده است. همچنین ضرایب δ و χ برابر ۱ در نظر گرفته شده‌اند. مقادیر انتخاب شده برای داده‌های ورودی مسئله در جدول (۴) نشان داده شده است.

جدول (۴): داده‌های ورودی مسئله

F_k	g_k	\underline{Q}_k	\bar{Q}_k	α	\hat{W}_{ij}
F_{tight}	U(40,60)	$1.2 Q_{tight}$	$1.4 Q_{tight}$	0.4	$0.1 W_{ij}$
				0.75	$0.3 W_{ij}$

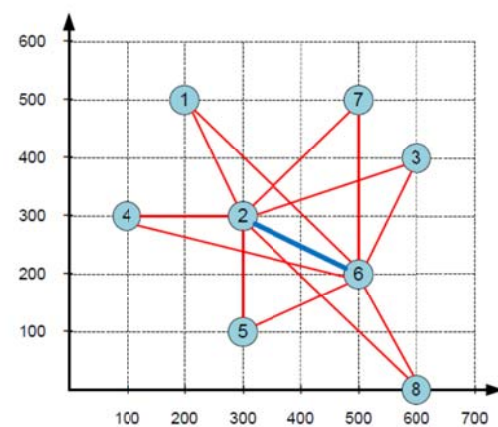
نتایج به‌دست آمده از حل مسائل نمونه در جداول (۵) و (۶) نشان داده شده‌اند. در این جداول، نتایج برای دو مقدار از ضریب تخفیف $(۰.۴ و ۰.۷۵)$ و دو مقدار شعاع بازه عدم قطعیت $(\hat{W}_{ij} = ۰.۱ و ۰.۳ W_{ij})$ نمایش داده شده‌اند. در هر حالت، برای حل مدل استوار، ۱۸ مقدار مختلف برای پارامتر "بودجه عدم قطعیت" (Γ) در فاصله ۰ تا $|N|^2$ (کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای این پارامتر) در نظر گرفته شده‌اند. جداول (۵) و (۶) نشان می‌دهند که افزایش مقدار بودجه عدم قطعیت موجب افزایش مقدار تابع هدف مسئله می‌گردد. به‌عبارت دیگر با افزایش میزان محافظه کاری و یا میزان ایمن‌سازی سیستم مقابل عدم قطعیت موجود، هزینه بیشتری تحمیل سیستم می‌گردد. این هزینه در اصطلاح هزینه استواری نامیده می‌شود. همچنین می‌توان مشاهده نمود که به ازای هر مقدار از شعاع بازه عدم قطعیت (\hat{W}_{ij}) ، با افزایش بودجه عدم قطعیت مکان هاب‌ها دچار تغییر می‌گردد. همچنین به ازای هر مقدار از پارامتر Γ ، تعداد هاب‌های ایجاد شده با افزایش شعاع بازه عدم قطعیت افزایش می‌یابد. می‌توان این نتیجه را این‌چنین تفسیر نمود که با افزایش شعاع بازه عدم قطعیت، میزان عدم قطعیت در سیستم افزایش یافته و در نتیجه برای مقابله با تخطی در محدودیت‌های ظرفیت هاب، تعداد بیشتری هاب موردنیاز خواهد بود که این نیز به نوبه خود موجب افزایش

هاب‌های باز شده افزایش می‌یابد. همچنین ظرفیت ایجاد شده برای مجموع هاب‌ها افزایش می‌یابد تا در بتواند در مقابل نوسانات تقاضا محافظت نماید. افزایش در تعداد و ظرفیت هاب‌ها نیز موجب افزایش در مقدار تابع هدف می‌گردد. شکل (۴) ساختار شبکه ایجاد شده برای مقادیر پایین بودجه عدم قطعیت را نشان می‌دهد که در آن تنها یک هاب (نقطه شماره ۲) احداث شده است.



شکل (۴): ساختار شبکه برای مقادیر کم بودجه عدم قطعیت

با افزایش مقدار بودجه عدم قطعیت، ظرفیت (محدود) یک هاب دیگر کفاف مقابله با نوسانات تقاضا را نداشته و در نتیجه دو هاب (در نقاط ۲ و ۶) باز شده است. شکل (۵) ساختار شبکه ایجاد شده برای مقادیر بالای بودجه عدم قطعیت را نشان می‌دهد.



شکل (۵): ساختار شبکه برای مقادیر زیاد بودجه عدم قطعیت

۴- نتایج عددی و محاسباتی

جهت بررسی عملکرد محاسباتی مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده، مجموعه داده‌های پست استرالیا (AP) که در اکثر مقالات موجود در زمینه مکان‌یابی هاب بکار می‌رود، استفاده شده است. این مجموعه از داده‌ها را می‌توان از سایت OR-Library^۱ دانلود نمود. مجموعه داده‌های پست استرالیا شامل اطلاعات ۲۰۰ منطقه پستی در استرالیا

^۱ <http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>

محدودیت‌های ظرفیت ایجاد نمود. شکل (۶) موازنه بین بودجه عدم قطعیت و کل هزینه‌های سیستم را برای مسأله با فرض ضریب تخفیف 0.75 و 0.4 و همچنین دو مقدار متفاوت برای شعاع بازه عدم قطعیت ($\hat{W} = 0.1$ و 0.3) نشان می‌دهد.

همانگونه که در شکل (۶) مشاهده می‌شود با افزایش مقدار بودجه عدم قطعیت، هزینه کل سیستم در تمامی حالت‌ها افزایش می‌یابد. همچنین، می‌توان از وجود یک مقدار آستانه‌ای برای بودجه عدم قطعیت خبر داد که به ازای مقادیر بالاتر از آن، هزینه‌های سیستم افزایش چندانی نمی‌یابد.

هزینه‌های کلی سیستم می‌گردد. قابل توجه است که وقتی بودجه عدم قطعیت برابر صفر در نظر گرفته شود، جواب مسأله غیرقطعی با جواب مسأله در حالت قطعی و با فرض مقدار اسمی تقاضاها برابر می‌گردد. همچنین وقتی مقدار بودجه عدم قطعیت را برابر بیشترین مقدار ممکن خود در نظر بگیریم، جواب مسأله غیرقطعی با جواب مسأله قطعی با فرض بیشترین مقدار برای متغیرهای تصادفی برابر می‌گردد. این امر بخوبی نشان دهنده اعتبار مدل استوار توسعه داده شده می‌باشد.

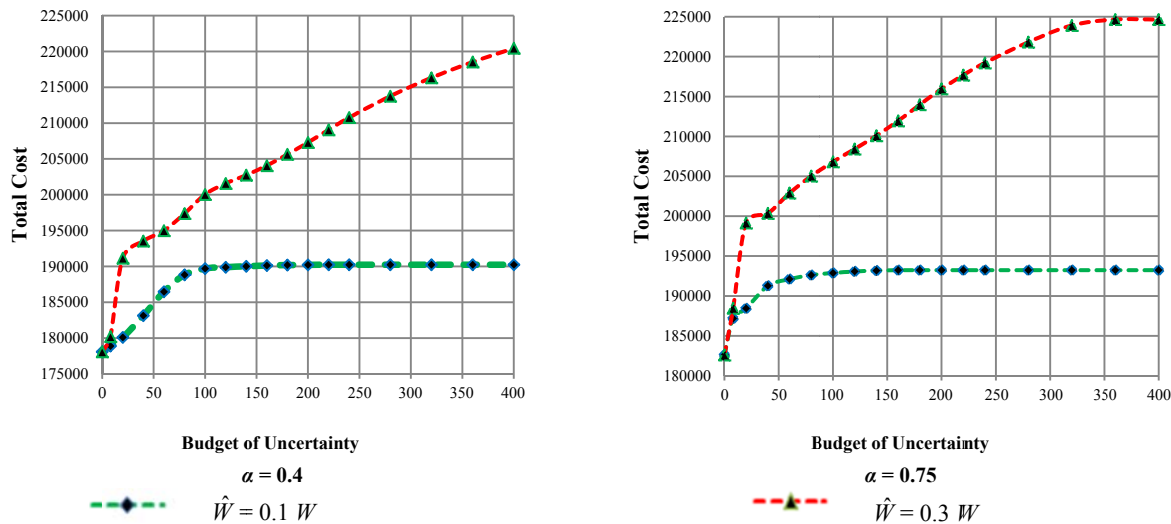
جهت بررسی تاثیر تغییرات در میزان بودجه عدم قطعیت روی مجموع هزینه‌های سیستم، با اختیار کردن مقادیر بینابین برای بودجه عدم قطعیت ($0 < \Gamma < |M|^2$)، می‌توان یک موازنه بین مقدار بودجه عدم قطعیت و کل هزینه‌های سیستم و یا احتمال تخطی

جدول (۵): نتایج حل مسائل نمونه برای $\hat{W} = 0.1$

Γ	$\alpha = 0.4$			$\alpha = 0.75$		
	مقدار تابع هدف	زمان حل (s)	هاب های باز شده	مقدار تابع هدف	زمان حل (s)	هاب های باز شده
0	178101.0	206.92	5,8,10,19	182598.4	114.08	5,10,12
4	178887.4	3876.23	5,8,10,19	187170.7	5337.45	5,8,10,19
20	180097.0	2612.27	5,8,10,19	188444.5	2543.39	5,8,10,19
40	183142.8	3138.98	5,8,10,19	191262.0	3231.44	1,5,10,12
60	186475.1	5493.50	5,8,10,19	192105.1	2861.73	1,5,10,12
80	188824.5	6232.36	5,8,10,19	192621.6	3787.95	1,5,10,12
100	189705.1	9335.91	5,8,10,12	192882.2	3266.41	1,5,10,12
120	189892.9	7150.30	5,10,12,19	193070.9	3123.69	1,5,10,12
140	190022.8	7300.08	5,10,12,19	193181.1	4516.34	1,5,10,12
160	190125.3	6059.44	5,10,12,19	193227.0	3324.08	1,5,10,12
180	190192.1	5741.81	5,10,12,19	193227.5	3020.80	1,5,10,12
200	190223.8	6546.86	5,10,12,19	193227.5	2797.20	1,5,10,12
220	190245.6	6338.69	1,5,10,12	193227.5	2951.63	1,5,10,12
240	190245.6	6629.95	1,5,10,12	193227.5	3316.88	1,5,10,12
280	190245.6	5062.09	1,5,10,12	193227.5	2575.72	1,5,10,12
320	190245.6	5516.38	1,5,10,12	193227.5	4060.86	1,5,10,12
360	190245.6	6766.53	1,5,10,12	193227.5	4397.80	1,5,10,12
400	190245.6	13190.30	1,5,10,12	193227.5	4908.19	1,5,10,12

جدول (۶): نتایج حل مسائل نمونه برای $\hat{W} = 0.3$

Γ	$\alpha = 0.4$			$\alpha = 0.75$		
	مقدار تابع هدف	زمان حل (s)	هاب های باز شده	مقدار تابع هدف	زمان حل (s)	هاب های باز شده
0	178101.0	366.72	5,8,10,19	182598.4	115.02	5,10,12
4	180221.9	4843.64	5,8,10,19	188454.5	2710.64	5,8,10,19
20	191152.1	8804.39	5,10,12,19	199153.4	8175.53	5,6,10,12
40	193551.4	5601.72	5,10,12,19	200347.5	4087.16	5,10,12,19
60	194995.7	3530.08	5,6,10,12	202894.9	2751.66	5,6,10,12
80	197378.6	2313.13	5,6,10,12	205031.9	3785.16	5,9,10,12
100	200045.8	6345.38	5,6,10,12	206818.6	4069.52	5,9,10,12
120	201572.3	5094.88	5,9,10,12	208431.8	9562.66	5,9,10,12
140	202744.8	6433.05	5,9,10,12	210090.5	10878.22	5,9,10,12
160	204070.8	9199.70	5,9,10,12	211955.8	12211.84	5,9,10,12
180	205639.0	10897.5	5,9,10,12	213984.7	13054.34	5,9,10,12
200	207298.3	12338.31	5,9,10,12	215956.1	10318.34	5,9,10,12
220	209057.7	13414.84	5,9,10,12	217691.5	11181.53	5,9,10,12
240	210772.2	12392.66	5,9,10,12	219226.2	15972.00	5,9,10,12
280	213759.0	15892.27	5,9,10,12	221823.0	34534.84	5,9,10,12
320	216326.6	31265.19	5,9,10,12	223918.9	32357.61	5,9,10,12
360	218520.1	29211.94	5,9,10,12	224655.9	33517.38	5,8,9,10,12
400	220439.5	39088.38	5,9,10,12	224655.9	34720.28	5,8,9,10,12



شکل (۶): موازنه بین بودجه عدم قطعیت و کل هزینه‌های سیستم

ملاحظه می‌گردد با افزایش مقدار α ، جهش در تابع هدف به ازای افزایش Γ چشمگیرتر است. نتایج گزارش شده در جداول (۷) نشان دهنده این واقعیت است که به ازای افزایش کوچکی در مقدار بودجه عدم قطعیت، ایمن‌سازی قابل توجهی برای سیستم در مقابل تخطی از محدودیت‌ها حاصل می‌گردد. همچنین ملاحظه می‌گردد جهت ایجاد سطح ایمن‌سازی متوسطی در سیستم، افزایش هزینه نسبت به حالت قطعی مقدار کوچکی می‌باشد.

به‌عنوان آخرین بخش از نتایج عددی، کران‌های احتمالی مربوط به تخطی از محدودیت‌های ظرفیت، $B(|N|^2, \Gamma)$ ، با استفاده از فرمول ارائه شده در بخش محاسبه شده‌اند. این نتایج به‌همراه درصد هزینه‌های اضافی (نسبت به هزینه سیستم در حالت قطعی) که در نتیجه ایمن‌سازی بیشتر بر سیستم وارد می‌گردد در جدول (۷) نشان داده شده‌اند. مشاهده می‌شود به ازای هر مقدار از ضریب تخفیف (α) و شعاع بازه عدم قطعیت (\hat{W})، با افزایش بودجه عدم قطعیت (Γ) هزینه سیستم افزایش می‌یابد. همچنین به ازای مقدار مشخصی از Γ ، با افزایش شعاع بازه عدم قطعیت، تابع هدف افزایش می‌یابد. همچنین

جدول (۷): درصد افزایش هزینه کل سیستم با افزایش بودجه عدم قطعیت

Γ	$B(400, \Gamma)$	درصد هزینه اضافی نسبت به مقدار هزینه اسمی			
		$\alpha = 0.4$		$\alpha = 0.75$	
		$\hat{W} = 0.1W$	$\hat{W} = 0.3W$	$\hat{W} = 0.1W$	$\hat{W} = 0.3W$
0	0.560	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.400	1.13	4.24	1.05	4.23
20	0.195	3.66	9.88	3.80	10.70
40	0.031	6.01	16.19	5.93	16.68
80	0.000	6.36	23.95	7.49	23.88
120	0.000	6.36	26.93	7.49	28.23
160	0.000	6.36	27.47	7.49	28.23
200	0.000	6.36	28.50	7.49	28.23
240	0.000	6.36	28.57	7.49	28.23
280	0.000	6.36	28.57	7.49	28.23
320	0.000	6.36	28.57	7.49	28.23
360	0.000	6.36	28.57	7.49	28.23
400	0.000	6.36	28.57	7.49	28.23
Average		5.23	21.54	6.02	21.64

مقابل تخطی از محدودیت‌ها ایمن می‌گردد.

نکته مهمی که از این جدول قابل برداشت می‌باشد اینست که جهت ایمن‌سازی کامل سیستم در مقابل تخطی از محدودیت‌ها، لازم نیست مقدار بودجه عدم قطعیت را در بیشترین مقدار خود تنظیم نماییم. بعنوان مثال مشخص است که تنظیم مقدار بودجه عدم قطعیت در حوالی عدد ۵۰ (جای عدد ۴۰۰)، تقریباً سیستم بطور کامل در

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله مزایای به‌کارگیری رویکرد بهینه‌سازی استوار در مسأله

- [12] Bertsimas, D., Sim, M. (2004) The price of robustness. *Oper. Res.* 52, 35-53.
- [13] Nikoofal, M. E., Sadjadi, S. J. (2010) A robust optimization model for p-median problem with uncertain edge lengths. *Int. J. Adv. Manuf. Tech.* 50, 391-397.

[۱۴] ربانی، مسعود؛ حسینی، نیلوفر سادات؛ معنوی زاده، ندا. (۱۳۹۲). رویکرد بهینه‌سازی استوار در مسئله برنامه‌ریزی تولید با در نظر گرفتن دوباره‌کاری، کمبود و خرابی ناگهانی ماشین‌ها با شرایط نبود قطعیت: استفاده از یک روش تکاملی. نشریه تخصصی مهندسی صنایع، شماره ۴۷، جلد ۱، صص ۳۷-

طراحی شبکه لجستیک هاب برای شرکت‌های ارائه‌دهنده خدمات لجستیکی مورد مطالعه قرار گرفته است. در این راستا، مسأله طراحی شبکه لجستیک هاب در حالت تخصیص چندگانه و با فرض تقاضاهای تصادفی در نظر قرار گرفته شده است. تقاضاهای موجود بین گره‌های شبکه از نوع متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع متقارن و بازه وقوع محدود در نظر گرفته شده‌اند. ابتدا مدل قطعی مسأله توسعه داده شده سپس با معرفی عدم قطعیت مربوطه، مدل استوار معادل با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار برتسیماس و سیم [۱۲] استخراج شده است. مدل استوار با استفاده از یک نرم‌افزار استاندارد بهینه‌سازی حل و نتایج آن ارائه شدند. نتایج عددی نشان می‌دهند که مدل استوار ارائه شده قابلیت ارائه جواب‌هایی با سطوح مختلف ایمن‌سازی در مقابل عدم قطعیت با تغییر مقدار پارامتر بودجه عدم قطعیت را دارا می‌باشد. با توجه به اینکه مسأله طراحی شبکه دارای پیچیدگی محاسباتی بالایی می‌باشد، می‌توان به‌عنوان زمینه تحقیقاتی آتی به توسعه الگوریتم‌های هیوریستیک و متاهیوریستیک جهت حل مسأله در اندازه‌های بزرگ اشاره نمود. همچنین می‌توان برای مدل‌سازی مسأله از سایر رویکردهای بهینه‌سازی استوار استفاده نمود و نتایج حاصل را با نتایج موجود در این مقاله مقایسه نمود.

مراجع

- [1] Ballou, R.H. (1999) *Business logistics management* (4th edition). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- [2] Pirkul, H., Schilling, D. A. (1998) An efficient procedure for designing single allocation hub and spoke systems. *Management Science*, 44 (12), 235-242.
- [3] Ernst, A. T., Krishnamoorthy, M. (1998) Exact and heuristic algorithms for the uncapacitated multiple allocation p-hub median problem. *Euro. J. of Oper. Res.* 104, 100-112.
- [4] Boland, N., Krishnamoorthy, M., Ernst, A. T., Ebery, J. (2004) Preprocessing and cutting for multiple allocation hub location problems. *Euro. J. of Oper. Res.* 155(3), 638-653.
- [5] Birge, J.R., Louveaux, F.V. (1997) *Introduction to stochastic programming*. Springer-Verlag, New York.
- [6] Yang, T.-H. (2009) Stochastic air freight hub location and flights routes planning. *Applied Mathematical Modelling*. 33, 4424-4430.
- [7] Contreras, I., Cordeau, J.-F., Laporte, G. (2011) Stochastic uncapacitated hub location problem. *Euro. J. of Oper. Res.* 212, 518-528.
- [8] Alumur, S. A., Nickel, S., Saldanha-da-Gama, F. (2012) Hub location under uncertainty. *Trans. Res. Part B.* 46, 529-543.
- [9] Taghipourian, F., Mahdavi, I., Mahdavi-Amiri, N., Makui, A. (2012) A fuzzy programming approach for dynamic virtual hub location problem. *Applied Mathematical Modelling*. 36, 3257-3270.
- [10] Ghaffari-Nasab, N., Ghazanfari, M., Saboury, A., Fathollah, M. (2014) The single allocation hub location problem: a robust optimisation approach. *Euro. J. of Ind. Eng.* (Accepted Manuscript- In Press).
- [11] Campbell, J. F. (1994) Integer programming formulations of discrete hub location problems. *Euro. J. of Oper. Res.* 72, 387-405.



Design of Robust Hub-and-Spoke Logistics Network with Stochastic Demands for Logistics Service Providers

N. Ghafari Nasab, M. Ghazanfari* and E. teimoury

Department of Industrial Engineering, Iran University of Science & Technology, Tehran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 5 November 2013

Accepted 10 February 2014

Keywords:

Logistics network design,
Hub location,
Robust optimization,
Logistics service providers

ABSTRACT

Logistics service providers (LSPs) are playing an increasing role in the management of supply chains. LSPs offer a wide range of logistics services, e.g., warehousing and transportation services and hence play an important role in supporting production and service systems. We consider an LSP who is responsible for managing the distribution of goods from multiple origins to multiple destinations for its clients. It is assumed that the commodity flow between each origin and destination is of stochastic nature with a symmetric and bounded probability distribution. The objective is to determine the number, location, and capacity of the hubs and also to allocate the customers to these hubs in such a way that transferring all the commodities in the network is ensured without capacity constraints associated with the hubs are not violated. At the same time, total expected system-wide costs will be minimized. The problem is modeled using one of the most recent robust optimization approaches and a standard optimization package being used to solve it. Results obtained via numerical experiments show the capability of the presented robust model to immunize the system against violation of capacity constraints with a relatively small cost increase, known as the robustness cost.

* Corresponding author. Mehdi Ghazanfari

Tel.: +98 21 73225060; E-mail addresses: Mehdi@iust.ac.ir