

مدل‌سازی و تحلیل استراتژی‌های قیمت‌گذاری و نوآوری در توسعه محصول با مشتریان ناهمگن و سیاست‌های دوگانه

شایان ستونه^۱، محسن شیخ سجادیه^{۲*}، متینه زیاری^۳

۱. کارشناسی ارشد تولید، گروه مهندسی سیستم، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی سیستم، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

۳. استادیار گروه لجستیک و زنجیره تأمین، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران، ایران

خلاصه

مدیریت زنجیره تأمین شامل تصمیمات استراتژیک، تاکتیکی و عملیاتی است که قیمت‌گذاری در آن نقش کلیدی دارد. با پیشرفت فناوری، شرکت‌ها محصولات جدید را سریع‌تر عرضه و مصرف‌کنندگان با استفاده از فناوری اطلاعات، قیمت‌ها و عملکرد محصولات را پیش‌بینی می‌کنند. این مقاله یک مدل ریاضی تصمیم‌گیری بهینه در زمینه قیمت‌گذاری و نوآوری محصول در دو دوره، در حضور مشتریان ناهمگن، ارائه می‌دهد. تعیین میزان نوآوری محصول جدید براساس هزینه تحقیق و توسعه، ارائه تابع مطلوبیت برای مشتریان و حضور همزمان مشتریان نزدیک‌بین و استراتژیک، نوآوری‌های این پژوهش است. مسأله برای تعیین قیمت‌های محصول دوره اول و دوم، تخفیف مبادله کالا، قیمت کاهش‌یافته محصول قدیمی و افزایش نوآوری محصول دوره جدید در چارچوب یک بازی پویا مدل‌سازی شده و برای یافتن مقادیر بهینه دو سیاست قیمت‌گذاری و حل مدل غیرخطی، الگوریتم مبتنی بر شاخه‌وکران فضایی توسعه داده شده است. نتایج عددی مبتنی بر تحلیل حساسیت پارامترهای کلیدی نشان می‌دهند که پارامترهایی چون میزان نوآوری، رفتار استراتژیک مشتریان و سیاست قیمت‌گذاری، نقش مهمی در سودآوری شرکت دارند. یافته‌ها نشان می‌دهد که: (۱) قیمت‌گذاری از پیش تعیین‌شده در ۷۰٪ موارد سود بیشتری دارد، (۲) در شرایط خاص مانند هزینه بالای توسعه محصول یا درصد زیاد مشتریان استراتژیک، قیمت‌گذاری پویا برتری دارد، و (۳) برنامه مبادله زمانی مؤثرتر است که ارزش بازیافت محصول افزایش یابد. همچنین، تأثیر مشتریان استراتژیک و نزدیک‌بین و برنامه مبادله کالا تحلیل شده است. این یافته‌ها می‌تواند به مدیران در انتخاب استراتژی قیمت‌گذاری مناسب براساس ترکیب مشتریان و شرایط بازار کمک کند.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۱۴۰۴/۰۲/۲۴

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۵/۱۴

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۱۸

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

استراتژی قیمت‌گذاری

مشتریان ناهمگن

نوآوری افزایشی

برنامه مبادله

۱. مقدمه

تصمیم تاکتیکی یا استراتژیک برای یک شرکت در نظر گرفته شود، به تبعیت از زمینه و سطح تصمیم‌گیری. اگر تمرکز تصمیم‌گیری بر دوره کوتاه‌مدت و یا انعطاف‌پذیری نسبت به بازار باشد، یک تصمیم تاکتیکی است و اگر دوره تصمیم‌گیری بلند مدت باشد و یا موقعیت

مدیریت زنجیره تأمین با تصمیمات مختلف استراتژیک، تاکتیکی و عملیاتی سروکار دارد که در آن‌ها قیمت‌گذاری برای تصمیم‌گیرندگان از اهمیت بالایی برخوردار است [۱]. قیمت‌گذاری می‌تواند به عنوان یک

* نویسنده مسئول: محسن شیخ سجادیه

تلفن: ۰۲۱-۶۴۵۴۵۳۱۲؛ پست الکترونیکی: sajadieh@aut.ac.ir

کنند [۶]. بررسی داده های بازار بین المللی نشان می دهد که برنامه های مبادله محصولات قدیم با جدید، در صنایع الکترونیک تا ۲۸٪ افزایش فروش محصولات جدید را به همراه داشته است. این آمار اهمیت در نظر گرفتن چنین برنامه هایی در مدل های قیمت گذاری را نشان می دهد [۷].

مسئله اصلی این پژوهش، تعیین استراتژی بهینه قیمت گذاری برای محصولات جدید و قدیم در یک زنجیره تأمین دو دوره ای است که با چالش های زیر مواجه می باشد وجود مشتریان ناهمگن (استراتژیک و نزدیک بین) با رفتارهای خرید متفاوت، نیاز به تعیین سطح بهینه سرمایه گذاری در نوآوری محصول و مدیریت برنامه مبادله محصولات قدیم با جدید [۸].

هدف اصلی پژوهش حاضر، ارائه یک مدل ریاضی جهت بهینه سازی همزمان تصمیمات قیمت گذاری و نوآوری محصول در دو دوره و طراحی الگوریتم شاخه و کران برای حل مدل است. سپس تحلیل حساسیت برای بررسی تأثیر تغییرات در پارامترهای کلیدی سیستم بر خروجی مدل صورت گرفته است. ساختار مقاله به این ترتیب است: در بخش دوم مدل ریاضی مسئله معرفی می شود؛ در بخش سوم الگوریتم حل ارائه می شود؛ در بخش چهارم تحلیل حساسیت انجام شده و در نهایت بخش پنجم به جمع بندی اختصاص دارد. لازم به ذکر است که مدل ریاضی تدوین شده در این مقاله برای نخستین بار با ترکیب سه عامل: سیاست قیمت گذاری پویا، رفتار مشتریان ناهمگن، و برنامه مبادله در یک چارچوب دو دوره ای توسعه داده شده و از نوآوری های اصلی پژوهش حاضر به شمار می رود.

در این مسئله میزان نوآوری محصول دوره جدید برونزا نیست و توسط خود شرکت تعیین می شود. شرکت یکی از دو سیاست قیمت گذاری پویا و یا از قبل تعیین شده را می تواند اتخاذ کند و تحت هر کدام از این سیاست های قیمت گذاری هر کدام از تصمیمات شرکت در زمانی خاص انجام می شود. پس تحت شرایط خاص مسئله مانند نسبت میزان مشتریان استراتژیک به نزدیک بین، هزینه های نوآوری محصول، هزینه نگهداری محصول قدیمی، روند پیشرفت تکنولوژی و نوآوری در بازار و ارزش اسقاطی محصول، تصمیمات بهینه شرکت در جهت حداکثر کردن سود کل شرکت که شامل تعیین قیمت های محصولات در دو دوره و همچنین افزایش نوآوری دور محصول جدید تحت هر کدام از استراتژی های قیمت گذاری مشخص می شود و این دو سیاست قیمت گذاری با یکدیگر مقایسه می شوند.

هدف اصلی که این پژوهش دنبال می کند یافتن جواب سؤالات زیر است:

- تحت هر کدام از استراتژی های قیمت گذاری مختلف شرکت چه تصمیماتی را باید برای قیمت گذاری خود اتخاذ کند؟
- تحت هر کدام از سیاست های قیمت گذاری و با توجه به روند بازار در شرایط مختلف، چه میزان نوآوری در محصول نیاز است؟
- سرعت پیشرفت تکنولوژی و نسبت میزان تقسیم شده انواع مشتریان، چه تأثیری بر تصمیمات شرکت دارد؟

شرکت در بازار و سودآوری و پایداری بلن دمدت شرکت و عواملی مانند تقاضا در بازار و رقابت را در نظر بگیرد، یک تصمیم استراتژیک است [۲]. در همین حال، به دلیل توسعه سریع تکنولوژیکی و اقتصادی، شرکت های تولیدکننده محصولات با دوام محصولات جدید را با هدف رقابت بیشتر با سرعت بالاتری در بازار، به ویژه در صنعت محصولات با فناوری پیشرفته (مانند تلفن های هوشمند، لپ تاپ ها، دستگاه های پوشیدنی و...) عرضه می کنند [۳].

از سوی دیگر، به دلیل پیشرفت در فناوری اطلاعات، مصرف کنندگان این کالاها راه های مختلفی را برای پیش بینی قیمت ها و به دست آوردن اطلاعات عملکردی نسل های جدید محصولات دارند. بنابراین آن ها به دلیل انتظارات دقیق برای جایگزین های آینده، به جای خرید نسل فعلی در زمان حال، مستعد انتظار استراتژیک هستند. علاوه بر این، مشتریانی که محصولات نسل قدیم را دارند، گاهی اوقات از تغییر به آخرین نسل منصرف می شوند. بسیاری از شرکت های نوآور از برنامه های مبادله برای تشویق مشتریان به خرید مجدد استفاده می کنند و همچنین وجود مشتریان استراتژیک در جمعیت مصرف کنندگان که می توانند برای عرضه محصول جدید و یا کاهش قیمت محصول در دوره بعدی خرید خود را عقب بیندازند، باعث به وجود آمدن مشکلاتی در سودآوری شرکت ها شده است [۴].

مدیریت زنجیره تأمین با تصمیمات مختلف استراتژیک، تاکتیکی و عملیاتی سروکار دارد که در آن ها قیمت گذاری برای تصمیم گیرندگان از اهمیت بالایی برخوردار است. براساس گزارش انجمن صنایع الکترونیک ایران، بیش از ۶۳٪ از شرکت های تولیدکننده محصولات با فناوری پیشرفته، چالش اصلی خود را در قیمت گذاری محصولات جدید در کنار نسخه های قدیمی تر عنوان کرده اند. همچنین، پژوهش بازار مصرف کنندگان نشان می دهد که حدود ۴۲٪ از خریداران محصولات الکترونیکی در ایران رفتار استراتژیک داشته و خرید خود را به دلیل انتظار برای کاهش قیمت یا عرضه محصولات جدید به تأخیر می اندازند. این شرایط لزوم بررسی علمی استراتژی های قیمت گذاری در مواجهه با مشتریان ناهمگن را بیش از پیش آشکار می سازد [۵].

در این پژوهش مسئله قیمت گذاری و تعیین میزان نوآوری محصول یک شرکت در دو دوره بیان شده است. مسئله مورد بررسی یک مدل دو دوره ای سود با نوآوری در محصول دوره جدید با در نظر گرفتن استراتژی جابجایی محصول دوگانه در حضور برنامه مبادله است. یک تولیدکننده سعی می کند که محصولات خود را در دو دوره در حضور مشتریان استراتژیک و نزدیک بین به فروش برساند و سود کل خود را حداکثر کند. جمعیت مشتریان به دو دسته تقسیم شده است که مشتریان نزدیک بین خرید خود را فقط براساس عایدی همان دوره انجام می دهند، اما مشتریان استراتژیک با در نظر گرفتن کاهش قیمت ها در دوره جدید و یا قیمت و نوآوری محصول جدید در فکر حداکثر کردن عایدی دو دوره خود هستند و بر همین اساس می توانند خرید خود را به تعویق بیندازند. پس مشتریان استراتژیک نیز می توانند با پس دادن محصول دوره اول، محصول دوره دوم را با مقداری تخفیف خریداری

مشتریان قدیمی خود را حفظ کنند. هدف اصلی این استراتژی ترغیب مصرف‌کنندگان به تعویض محصول قدیمی و استفاده از محصول جدید با توجه به بهبودهایی در طراحی، عملکرد و کیفیت محصول جدید است.

در ابتدای پژوهش‌های مربوط به استراتژی‌های جابجایی، لیم و تنگ [۹] با توجه به کوتاه‌شده چرخه عمر محصولات و بررسی شرکت‌هایی که مرتباً محصولات جدیدی را معرفی کرده و محصولات قدیمی خود را از بازار حذف می‌کنند، یک مدل تحلیلی برای تجزیه و تحلیل سود مرتبط با دو استراتژی جابجایی تک‌گانه و دوگانه ارائه کردند. در ادامه کوکا و همکاران [۱۰] تصمیمات مربوط به استراتژی‌های جابجایی را بررسی کردند. آن‌ها با این بینش که برای حذف موجودی اضافی نسل قبل نیاز به کاهش شدید قیمت است و همچنین وجود محصول قدیمی زمان انتشار محصول جدید و فروش محصول جدید را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد، مدلی را ارائه کردند که چندین پارامتر تصمیم، به‌طور مشترک برای درک کلی و تحلیل حساسیت ترکیب شده بودند. در ارائه قیمت مناسب برای محصول جدید می‌توان به ناصری و یزدیان [۱۱] اشاره کرد. این پژوهش یک مدل ریاضی برای برنامه‌ریزی همزمان تولید و بازتولید چند دوره‌ای محصولات با در نظر گرفتن قیمت‌گذاری، واریاتی و رقابت بازار ارائه می‌دهد. مدل پیشنهادی با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری حل شده و نتایج، کارایی آن را تأیید می‌کند.

لیانگ و همکاران [۱۲] تعامل بین استراتژی‌های جابجایی محصول و رفتار خرید استراتژیک مشتری را مطالعه کردند و متوجه شدند که جابجایی تک‌گانه زمانی ارزشمندتر است که نوآوری محصول جدید کم باشد و تعداد مشتریان استراتژیک زیاد باشد. آن‌ها استراتژی‌های جابجایی تک‌گانه و دوگانه محصول یک شرکت را تحت سطوح مختلف نوآوری در حضور مشتریان استراتژیک تحلیل کردند و یک مدل دودوره‌ای را ارائه دادند که در آن استراتژی جابجایی محصول در همان دوره نخست و قیمت محصولات و مقادیر سفارش در هر دوره مشخص می‌شود. ژیاو [۱۳] تصمیمات بهینه قیمت‌گذاری و ساخت مجدد را برای شرکت‌هایی که برنامه تبادل محصول قدیمی با جدید طراحی کرده بودند، مورد مطالعه قرار داد. او با در نظر گرفتن یک زنجیره تأمین متشکل از یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش دو مدل کسب‌وکار را برای مشخص کردن تصمیمات تخفیف بهینه مبادله و مقدار تولید مجدد بررسی کرد. لیانگ و همکاران [۱۴] یک شرکت انحصاری را مورد بررسی قرار داد که دو محصول را به ترتیب در دو دوره معرفی می‌کند. در چهار حالت تصمیمات شرکت در مورد سطح نوآوری نسخه جدید، مقدار تولید، قیمت هر دو نسخه و سود مرتبط بررسی شد. زمانی که مشتریان دوره اول نزدیک‌بین یا استراتژیک هستند و انتخاب بین اتخاذ تصمیم استراتژی جابجایی یگانه یا دوگانه.

کوکا و همکاران [۱۵] با توجه به این مهم که هنگام انتشار نسخه جدیدی از یک محصول با دوام، هدف یک شرکت جذب مشتریان جدید و همچنین متقاعد کردن مشتریان فعلی خود برای ارتقاء است که این

- در شرایط مختلف ذکرشده، کدام سیاست قیمت‌گذاری بهینه است؟
- اگر سیاست قیمت‌گذاری انتخاب شد، با توجه به تغییر پارامترها، تصمیمات بهینه چیست؟

مفاهیم کلیدی این پژوهش به شرح زیر تعریف می‌شوند: مشتریان استراتژیک: مصرف‌کنندگانی که خرید خود را با توجه به پیش‌بینی‌های آینده (کاهش قیمت یا عرضه محصولات جدید) به تعویق می‌اندازند.

مشتریان نزدیک‌بین: مصرف‌کنندگانی که تنها براساس شرایط فعلی بازار تصمیم به خرید می‌گیرند.

برنامه مبادله: سیاستی که به مشتریان اجازه می‌دهد محصول قدیمی خود را با پرداخت مابه‌التفاوت، به محصول جدید ارتقا دهند.

قیمت‌گذاری پویا: استراتژی که در آن قیمت‌ها براساس شرایط بازار در هر دوره تعیین می‌شوند.

قیمت‌گذاری از پیش تعیین‌شده: استراتژی که در آن تمام قیمت‌ها در ابتدای دوره اول تعیین می‌شوند.

در ادامه این پژوهش در بخش دوم به بررسی و مرور ادبیات سیاست‌های قیمت‌گذاری، جابجایی محصول و سایر پژوهش‌های مرتبط انجام شده پرداخته شده است. در بخش سوم این پژوهش مدل‌سازی مسأله دو دوره‌ای مطرح شده تحت هر کدام از سیاست‌های قیمت‌گذاری انجام شده است. در بخش چهارم مدل حل شده و تصمیمات بهینه مشخص می‌شود و در بخش پنجم نتایج مختلف به‌دست‌آمده تحت هر کدام از سیاست‌های قیمت‌گذاری باهم مقایسه می‌شوند و در نهایت بخش آخر به نتیجه‌گیری مقاله می‌پردازد.

۲. مرور ادبیات

در این بخش، به بررسی ادبیات مربوط به هر کدام از این مفاهیم پرداخته می‌شود. البته این نکته باید ذکر شود که در پژوهش‌های پیشین بعضی از این مفاهیم توأم در ادبیات استفاده شده‌اند اما سعی شده یک دسته‌بندی کلی پژوهش‌های انجام شده از مفاهیم ارائه شود تا کاربرد مفاهیم به‌خوبی توضیح داده شود و جایگاه این پژوهش در بین ادبیات موجود مشخص شود. برای جلوگیری از دست‌رفتن توضیحات و مفاهیم موجود در پژوهش‌ها، در توضیح پژوهش‌ها، تمام اهداف و نکات پژوهش بیان می‌شود و همچنین دسته‌بندی جدیدی برای پژوهش‌هایی که مرتبط با پژوهش حاضر هستند نیز آورده می‌شود.

۲-۱. مدل‌ها با در نظر گرفتن استراتژی جابجایی محصول

به‌طور خلاصه، به روش‌ها و تکنیک‌هایی که شرکت‌ها برای افزایش طول عمر یک محصول، به‌روزرسانی آن و یا معرفی نسخه‌های جدیدتر از آن محصول به‌کار می‌گیرند، استراتژی‌ها جابجایی یا تعویض محصول یا استراتژی‌های تجدید حیات محصول می‌گویند. این روش جایگزینی محصول به‌کمک نوآوری و به‌روزرسانی مداوم به شرکت‌ها این کمک را می‌کند که در بازار رقابتی، توجه مشتریان جدید را جلب کنند و بتوانند

استراتژیکی که با در نظر گرفتن تخفیفات احتمالی خرید خود را عقب می اندازند و باعث کاشه سودآوری شرکت می شوند، یک کلاس از سیاست های قیمت گذاری از پیش اعلام شده را پیشنهاد کردند که در آن قیمت با منوی قیمت مشروط به موجودی موجود مطابقت دارد. افلاکی و همکاران [۲۳] این نکته که آیا مصرف کنندگان واقعاً از این رفتار استراتژیک سود می برند و داوطلبانه استراتژیک بودن را انتخاب می کنند را در پژوهش خود مطرح کردند.

دانگ و دش [۲۴] رفتار استراتژیک مشتری را در قیمت گذاری دودوره ای و تصمیمات موجودی در یک سیستم پاسخ سریع بررسی کردند. مدلی با دوره ارزش متمایز برای محصول، زمانی ایجاد می شود که مشتریان استراتژیک و ناهمگن باشند. آن ها یافتند که اگر و تنها در صورتی که درجه رفتار استراتژیک مشتری به اندازه کافی بالا باشد، تعادل منحصر به فردی وجود دارد.

هو و همکاران [۲۵] با در نظر گرفتن رفتار خرید مصرف کنندگان نزدیک بین و مصرف کنندگان استراتژیک، یک مدل تحلیلی نظریه بازی برای تعیین قیمت بهینه محصولات نسل بعدی و تخفیف بهینه معامله پیشنهاد کردند. آن ها متوجه شدند که قیمت بهینه شرکت برای محصولات نسل بعدی با ارزش افزایشی، افزایش می یابد. یه و یانگ [۲۶] شرکتی را در نظر گرفتند که محصولی را در دو دوره به مصرف کنندگان استراتژیک حساس به قیمت و کیفیت می فروشد. این شرکت می تواند کیفیت محصول خود را تغییر دهد و باید قیمت های خود را در هر دو دوره و همچنین اینکه آیا و چگونه کیفیت محصول را در دوره دوم تغییر دهد، تعیین کند.

کورا و همکاران [۲۷] یک مسأله قیمت گذاری خاص را در نظر گرفت که در آن یک شرکت می خواهد یک کالا را به یک خریدار بفروشد تا درآمد مورد انتظار را به حداکثر برساند. گل رضایی و همکاران [۲۸] مشکل حضور مشتریان استراتژیک در برنامه های مدیریت درآمد با این فرض بررسی کردند که مشتریان با توجه به ارزش گذاری اولیه شان برای کالاها و حساسیت های زمانی شان ناهمگن هستند، یعنی مشتریان هم در ارزش گذاری اولیه شان و هم در نرخ هایی که ارزش گذاری اولیه شان با تأخیر در خرید کاهش می یابد، متفاوت هستند. در ادامه ژانگ و همکاران [۲۹] با این نظر که کیفیت محصولات در ابتدا برای مصرف کنندگان شناخته شده نیست و به لطف اینترنت می توانند تصمیم خرید بهتری بگیرند و با توجه به روانشناسی انطباق، مصرف کنندگان تمایل دارند با خرید محصول از خریداران اولیه تقلید کنند، یک زنجیره تأمین یکپارچه را در نظر گرفتند که در آن یک شرکت محصول تجربه ای را در دودوره تولید و به فروش می رساند که کیفیت محصول اطلاعات خصوصی شرکت است.

جی یو [۳۰] با فرض اینکه یک مشکل کلیدی در فرآیند مبادله، استراتژی قیمت گذاری پویا تحت استراتژی های مختلف یارانه ای است تعادل بازی پویا بین شرکت ها و مصرف کنندگان را تحت قیمت گذاری پویا تحلیل کرد. عابدینی ندوشن و همکاران [۳۱] به بررسی قیمت گذاری در زنجیره تأمین با حضور تولیدکننده، خرده فروش و

معمولاً از طریق یک استراتژی جابجایی به دست می آید، که شامل قیمت محصول جدید و همچنین تصمیم برای توقف فروش محصول موجود (مبادله تک گانه) یا فروش محصول موجود باقیمت تخفیف خورده (دوگانه) است، استدلال کردند که یک اهرم سوم در طراحی یک استراتژی جابجایی موفق وجود دارد. این اهرم سوم زمان عرضه محصول جدید بود.

در ادامه شوارتز و تان [۱۶] در شرایطی که شرکت برای تولید محصولات دارای مشکلات ظرفیتی بود، یک شرکت انحصارگر را با ظرفیت محدود تحلیل کردند که قصد دارد یک محصول جدید را در بازاری که قبلاً محصول قدیمی را ارائه کرده، معرفی کند. به این صورت که شرکت استراتژی های فروش و تولید را انتخاب کرده و میزان تولید و فروش محصولات قدیمی و جدید و همچنین قیمت های مربوطه را برای به حداکثر رساندن سود تعیین می کند. نظمی و همکاران [۱۷] پژوهشی در مورد کاربرد استراتژی های جابجایی محصول در یک زنجیره تأمین که متشکل از تولیدکنندگان و توزیع کنندگان انجام دادند. آن ها یک مدل MILP چندطبقه ای برای یک زنجیره تأمین چند مرحله ای چند محصولی با هدف به حداکثر رساندن سود در دوره ای که تقاضای محصول جدید جایگزین تقاضای محصول قدیمی از طریق بهینه سازی میزان فروش، تولید، موجودی و زمان گذار از محصول قدیمی به محصول جدید می شود، توسعه داده شده است.

برای جواب به سؤال هایی مانند مقدار تولید بهینه هر محصول در بازار رقابتی، انتخاب استراتژی قیمت گذاری بهینه، تأثیر سطح ترجیح مشتری بر میزان تولید و تأثیر رقابت بازار بر تصمیمات بهینه شرکت، هان و همکاران [۱۸] یک مدل بهینه سازی برای یافتن تصمیمات بهینه تولید شرکت با توجه به اولویت مصرف کننده برای عملکرد محصول ارائه کردند. این مدل توسط الگوریتم اوپلری حل شد و در نهایت با یک مطالعه موردی در مورد بازار تلفن های هوشمند با شبکه نسل پنج بینش های مدیریتی جالبی را ارائه کرد.

در نهایت یانگ و همکاران [۱۹] طبق بررسی های خود یافتند زمانی که دوام محصول نسل قدیم به اندازه کافی بالا باشد، بهبود سطح نوآوری برای محصول نسل جدید تحت برنامه مبادله همیشه برای شرکت سودمند نیست.

۲-۲. مدل ها با در نظر گرفتن استراتژی قیمت گذاری

در ابتدا اویو و پاژگال [۲۰] قیمت گذاری بهینه مقدار محدودی از کالاهای مد فصلی را در حضور مشتریان آینده نگر (استراتژیک) مطالعه کردند. آن ها دو سیاست قیمت گذاری را در چارچوب تحلیل خود لحاظ کردند، سیاست تخفیف احتمالی و تخفیف اعلام شده. ساختار مدل آن ها در هر دو مورد به صورت یک بازی استکلبرگ بود. مرساو و ژانگ [۲۱] فرض کردند که بخشی از مشتریان در دوره اول در صورتی که قیمت کمتر از میزان تمایل آن ها برای پرداخت باشد، به طور ناگهانی خرید می کنند، در حالی که سایر مشتریان به طور استراتژیک منتظر قیمت های پایین تر در دوره دوم هستند.

کوربا و همکاران [۲۲] با در نظر گرفتن این موضوع که مشتریان

به‌عنوان جامعه هدف، تعیین میزان پیشرفت نوآوری جهت تکمیل کار لیو و همکاران [۳۳] و در نظر گرفتن مفروضاتی برای تعیین این متغیر جهت منطقی شدن مدل و منطبق شدن هرچه بیشتر براساس واقعیت تفاوت‌های اصلی این پژوهش با ادبیات است که این تفاوت‌ها منجر به ایجاد یک مدل‌سازی کامل‌تر از ادبیات شده است.

با بررسی جامع ادبیات موضوع، مهم‌ترین شکاف‌های تحقیقاتی عبارتند از:

محدودیت در مدل‌سازی رفتار مشتریان چراکه اکثر مطالعات پیشین تنها مشتریان استراتژیک را در نظر گرفته‌اند یا صرفاً به مشتریان نزدیک‌بین پرداخته‌اند. این درحالی است که در بازار واقعی، ترکیبی از این دو نوع مشتری وجود دارد.

برون‌زا بودن نوآوری محصول که در اکثر پژوهش‌های گذشته، سطح نوآوری محصول به‌عنوان یک پارامتر برون‌زا و ثابت در نظر گرفته شده است، در حالی که در عمل این متغیر تابعی از تصمیمات و سرمایه‌گذاری‌های شرکت است.

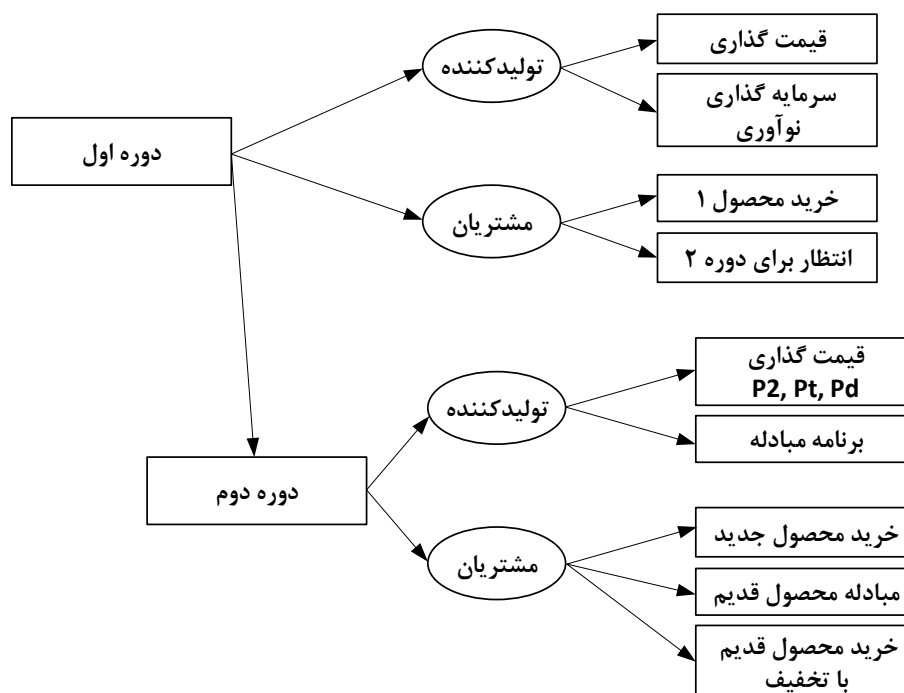
عدم توجه همزمان به برنامه مبادله و استراتژی‌های قیمت‌گذاری که مطالعات معدودی به‌بررسی همزمان اثر برنامه‌های مبادله و استراتژی‌های مختلف قیمت‌گذاری پرداخته‌اند.

ارائه‌دهنده خدمات لجستیک می‌پردازد. در مدل ارائه‌شده، اثر سطح و قیمت خدمات لجستیک در کانال مستقیم توزیع لحاظ شده و چهار سناریوی مختلف ادغام اعضا تحلیل شده است. نتایج نشان می‌دهد که ادغام‌ها تأثیر متفاوتی بر سود اعضا و سطح خدمات دارند و در برخی موارد سود یک عضو به‌قیمت کاهش سود دیگران افزایش می‌یابد. درنهایت، شنگ و همکاران [۳۲] یک مدل تئوری بازی دو دوره‌ای را برای بررسی انتخاب استراتژی قیمت‌گذاری خرده‌فروش در مواجهه با مصرف‌کنندگان آگاه و ناآگاه در یک زنجیره تأمین متمرکز یا غیرمتمرکز توسعه دادند.

براساس جدول (۱) عمده پژوهش‌ها در زمینه بررسی سیاست‌های قیمت‌گذاری مشتریان را از یک جنس در نظر گرفته‌اند و پژوهش‌های کمی هستند که جامعه مشتریان را به‌صورت مخلوطی از مشتریان مدل‌سازی کرده باشند [۱۲]. از طرفی دیگر همه ادبیات میزان افزایش نوآوری را یک پارامتر برون‌زا در نظر گرفته‌اند مانند پژوهش لیو و همکاران [۳۳] که در پژوهش حاضر سعی بر مشخص کردن این پارامتر به‌صورت درون‌زا و بررسی رفتار مدل‌های مختلف قیمت‌گذاری برای مشخص کردن این متغیر شده است. درنهایت با توجه به پیشنهادی آتی پژوهش‌زیاری و همکاران [۳۴] مبنی بر تعریف توابع مطلوبیت کاملتری از مشتریان، در نظر گرفتن مخلوطی از مشتریان ناهمگن

جدول (۱). مروری بر ادبیات پژوهش

نویسنده (سال)	سیاست قیمت‌گذاری		برنامه مبادله	نوع مشتریان		تعداد دوره		نوع جابجایی		نوآوری	
	پویا	از قبل تعیین شده		استراتژیک	نزدیک‌بین	تک	دو	تک‌گانه	دوگانه	درون‌زا	برون‌زا
اویو و همکاران [۲۰]	✓	✓		✓	✓		✓				
لیانگ و همکاران [۱۲]	✓		✓	✓			✓	✓		✓	
لیم و تنگ [۹]		✓	✓	✓			✓	✓		✓	
کورا و همکاران [۲۷]		✓		✓			✓				
لیانگ و همکاران [۱۴]	✓			✓			✓	✓	✓	✓	
کرمر و همکاران [۳۵]	✓			✓	✓		✓				
لیو و همکاران [۳۳]	✓	✓	✓	✓			✓		✓	✓	
یانگ و همکاران [۱۹]	✓	✓		✓			✓				
دانگ و دش [۲۴]	✓	✓		✓			✓				
لیو و همکاران [۳۶]	✓			✓	✓		✓				
هو و همکاران [۲۵]	✓		✓	✓			✓	✓		✓	
یه و یانگ [۲۶]	✓			✓			✓	✓		✓	
ونگ و همکاران [۳۷]	✓	✓		✓			✓				
گل‌رضایی و همکاران [۲۸]	✓			✓			✓				
ژانگ و همکاران [۲۹]	✓	✓		✓			✓	✓		✓	
هان و همکاران [۱۸]	✓			✓			✓			✓	
وفایی نژاد و سجادی [۳۸]		✓	✓	✓			✓	✓		✓	
ژائو و همکاران [۳۹]	✓			✓			✓				
جی‌یو [۳۰]	✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓	
یوان و همکاران [۴۰]	✓			✓			✓	✓	✓	✓	
شنگ و همکاران [۳۲]	✓	✓		✓			✓				
هو و همکاران [۴۱]			✓	✓			✓	✓		✓	
پژوهش حاضر	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	



شکل (۱). چارچوب مسأله، متغیرهای تصمیم و روابط بین اجزا

نخریدن در هر دوره تصمیم گیری می کنند و مشتریان استراتژیک با نگاه به مفهومی از سود و مطلوبیت آینده، می توانند با صبر کردن محصول را در دوره بعد با تخفیف نیز خریداری کرده و یا محصول قدیم را با محصول جدید درازای دریافت تخفیف جایگزین کنند. در این مسأله سیستم جابجایی و عرضه ی محصول جدیدی که شرکت در نظر گرفته، سیستم جابجایی دوگانه است. به این معنی که در دوره معرفی و انتشار محصول جدید، محصول دوره قبل نیز قابل دسترس و فروش است. همچنین شرکت برنامه مبادله را نیز اجرا کرده و مشتریان با تحویل محصول دوره اول در دوره دوم به شرکت، برای خرید محصول دوم، تخفیفی از شرکت دریافت می کنند. میزان افزایش نوآوری محصول دوره دوم نسبت به محصول قدیمی را شرکت با توجه به میزان سرمایه گذاری خود برای نوآوری تعیین می کند. در این مسأله که به صورت یک مسأله بهینه سازی قیمت گذاری محصولات شرکت و میزان سرمایه گذاری جهت نوآوری دو دوره ای تحلیل می شود، شرکت تصمیمات بهینه خود را براساس دو سیاست قیمت گذاری پویا و از قبل تعیین شده می گیرد و حداکثر کردن سود خود در دو دوره، هدف اصلی شرکت است. در سیاست قیمت گذاری پویا، تمام تصمیمات شرکت برای متغیرهای خود در هر دوره، در شروع همان دوره گرفته می شود و در سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده، شرکت تمام تصمیمات خود را در ابتدای دوره اول می گیرد. در همین حال مشتریان تصمیمات خود را در هر دوره می گیرند با این علم که مشتریان استراتژیک می توانند تصمیم خود در دوره یک را عقب ببانندازند. برای درک بهتر مدل پیشنهادی، مفروضات اصلی پژوهش به شرح زیر است:

- شرکت تولیدکننده در یک بازار انحصاری فعالیت می کند.
- مشتریان براساس ارزش دریافتی از محصول تصمیم به خرید

این پژوهش با هدف پر کردن شکاف های فوق، نوآوری های زیر را ارائه می دهد:

- ارائه یک مدل یکپارچه که همزمان رفتار مشتریان استراتژیک و نزدیک بین را در یک چارچوب تحلیل می کند.
- درونزا کردن متغیر نوآوری محصول و ارتباط آن با میزان سرمایه گذاری در تحقیق و توسعه.
- توسعه یک چارچوب تحلیلی برای بررسی همزمان اثر برنامه های مبادله و استراتژی های قیمت گذاری پویا و از پیش تعیین شده.
- ارائه یک الگوریتم حل مبتنی بر شاخه و کران برای مسأله غیرخطی پیشنهادی.

جدول (۱) به صورت مقایسه ای به نمایش شکاف های تحقیقاتی و نوآوری های این پژوهش نسبت به مطالعات کلیدی پیشین پرداخته است.

۳. تعریف مسأله پیشنهادی

در این بخش، مدلی جدید و اختصاصی برای تصمیم گیری بهینه در زمینه نوآوری محصول و قیمت گذاری ارائه می شود. این مدل به طور کامل توسط نویسندگان طراحی شده و برخلاف مدل های پیشین، به طور همزمان سیاست های پویا و ایستا، و واکنش دو گروه مختلف از مشتریان را در چارچوب دودوره ای پوشش می دهد. بدین منظور، یک شرکت فرضی را در نظر بگیرید که قصد دارد محصولی را در طی دو دوره به جامعه ای از مشتریان بفروشد. این محصول در دوره دوم (V2) دارای افزایش نوآوری (برای مثال بهبود در عملکرد یا کیفیت یا ویژگی های جدید) نسبت به محصول دوره اول (V1) است.

در این مسأله شرکت با دو دسته از مشتریان نزدیک بین و استراتژیک روبرو است که مشتریان نزدیک بین، بین خرید آنی و

می‌گیرند.

پارامترها

- S ارزش اسقاطی محصول ۱ (ریال/واحد)
- ϕ کسری از مشتریان بالقوه که استراتژیک هستند.
- δ میزان استراتژیک بودن مشتریان استراتژیک
- v_1 ارزش محصول ۱ برای مشتریان (ریال)
- θ' پارامتر نشان‌دهنده پیشرفت نزدیک ترین رقیب یا بازار
- k پارامتر حساسیت افزایش نوآوری به سرمایه‌گذاری (ریال^{-۱})

در مسئله مورد بررسی در این پژوهش، یک سری مفروضات دیگر هم برای ساده‌سازی مسئله و تمرکز و بر تفاوت دو سیاست قیمت‌گذاری در نظر گرفته شده‌اند.

- هزینه تولید محصولات در هر دو دوره برای شرکت با هم برابر است و برای تمرکز کردن پژوهش بر سیاست‌های قیمت‌گذاری و شرایط بازار، صفر در نظر گرفته شده است و برای ساده‌سازی، ظرفیت تولید شرکت بی‌نهایت در نظر گرفته شده است.
- شرکت و مشتریان استراتژیک برای تصمیمات خود ریسک خنثی هستند، و هدف آن‌ها به حداکثر رساندن سود خود در دو دوره است.

- مشتریان در ارزش‌گذاری محصول یک ناهمگن هستند که v_1 دارای توزیع یکنواخت، بین صفر و یک است. ارزش‌گذاری مشتریان برای محصول دوم، نه تنها به محصول دوره اول و افزایش نوآوری نسبت به محصول دوره اول، بلکه به نسبت پیشرفت تکنولوژی محصول شرکت در قیاس با میانگین بازار یا نزدیک‌ترین رقیب هم بستگی دارد که از آن به‌عنوان توسعه مقایسه‌ای یاد می‌شود. ارزش درک‌شده محصول دوره دوم برای مشتریان برابر است با:

$$\frac{1+\theta}{1+\theta'}(1+\theta)(v_1) \quad (1)$$

- به‌دلیل افزایش سطوح رقابت و کاهش چرخه عمر محصول، توانایی یک شرکت برای ایجاد یک جریان مداوم از نوآوری‌ها ممکن است بیش‌از هر زمان دیگری برای اجازه دادن به شرکت برای بهبود سودآوری و حفظ مزیت رقابتی مهم باشد.
- در پژوهش حاضر و براساس ادبیات موجود در این زمینه، سطح نوآوری اولیه محصول اول برابر ۱ و سطح نوآوری محصول دوم، $1+\theta$ می‌باشد. برای تخمین میزان نوآوری در محصول نسبت به هزینه صرف‌شده هم براساس ادبیات موجود و هم براساس داده‌های شرکت‌های پیشرفته، می‌توان رابطه‌ای برای نشان دادن میزان افزایش نوآوری افزایشی ایجاد کرد:

$$\theta = \ln(A+1)/k \quad (2)$$

پس در این حالت می‌توان به جای A از رابطه زیر استفاده کرد:

$$A = e^{k\theta} - 1 \quad (3)$$

- شرکت با جامعه بزرگ از مشتریان هدف روبه‌رو است که اندازه این جامعه مشتریان بالقوه N است که به ۱ نرمال‌سازی شده است. در هر دوره مشتریان، چه استراتژیک و چه نزدیک‌بین،

- سطح نوآوری محصول جدید تابعی از سرمایه‌گذاری در تحقیق و توسعه است.
- هزینه‌های تولید در هر دو دوره ثابت در نظر گرفته می‌شوند. به‌منظور درک بهتر ساختار مسئله، شکل (۱) مدل مفهومی پژوهش را نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تولیدکننده در دوره اول قیمت محصول (p_1) و سطح نوآوری (θ) را تعیین می‌کند. مشتریان براساس نوع رفتار (استراتژیک/نزدیک‌بین) تصمیم به خرید یا انتظار می‌گیرند و در دوره دوم، تولیدکننده با توجه به سیاست قیمت‌گذاری (پویا/ازپیش‌تعیین‌شده)، قیمت‌های جدید (p_2 ، pd و pt) را اعلام می‌کند. در ادامه، مشتریان موجود در دوره دوم با توجه به گزینه‌های موجود (خرید جدید، مبادله، خرید قدیم) تصمیم‌گیری می‌کنند.

۱-۳. متغیرها و پارامترها

در این قسمت از فصل سه، متغیرها تصمیمی و پارامترهایی که در مسئله وجود دارد، معرفی شده و علائم مورد استفاده برای آن‌ها در جدول زیر آورده شده است. محصول دوره اول به V_1 و محصول دوره دوم به V_2 شناخته می‌شوند.

متغیرها

p_1	قیمت فروش محصول ۱ در دوره ۱ (ریال/واحد)
p_2	قیمت فروش محصول ۲ در دوره ۲ (ریال/واحد)
p_t	میزان تخفیف محصول ۲ برای دارندگان محصول ۱ در دوره دوم (ریال/واحد)
p_d	قیمت کاهش‌یافته محصول ۱ در دوره ۲ (ریال/واحد)
A	میزان سرمایه‌گذاری برای افزایش نوآوری
θ	میزان افزایش نوآوری محصول ۲ درمقایسه با محصول ۱ (ریال/واحد)
q_{m1}	میزان تقاضای مشتریان نزدیک‌بین برای محصول ۱ در دوره ۱
q_{s1}	میزان تقاضای مشتریان استراتژیک برای محصول ۱ در دوره ۱
q_{st}	میزان تقاضای مشتریان استراتژیک دارنده محصول ۱ در دوره ۲ برای محصول ۲
q_{mt}	میزان تقاضای مشتریان نزدیک‌بین دارنده محصول ۱ در دوره ۲ برای محصول ۲
q_{m2}	میزان تقاضای مشتریان نزدیک‌بین برای محصول ۲ در دوره ۲
q_{s2}	میزان تقاضای مشتریان استراتژیک برای محصول ۲ در دوره ۲
q_{md}	میزان تقاضای مشتریان نزدیک‌بین برای محصول ۱ در دوره ۲
q_{sd}	میزان تقاضای مشتریان استراتژیک برای محصول ۱ در دوره ۲

منفی باشد. این محدودیت ها از یک سو انگیزه مشارکت در برنامه مبادله را حفظ می کند و از سوی دیگر از ضرر مالی شرکت جلوگیری می نماید.

۳-۲. مدل سازی تحت سیاست قیمت گذاری پویا

در سیاست قیمت گذاری پویا، در ابتدای دوره اول، شرکت مقدار θ ، A و p_1 و نوع سیاست قیمت گذاری را تعیین کرده و به مشتریان اعلام می کند. سپس در ابتدای دوره دوم p_2, p_d, p_t را مشخص می کند. همچنین مشتریان نزدیک بین در دوره اول تصمیم خریدن یا نخریدن را می گیرند و به برخی از آن ها که نخریدند، طبق فرضیات قبلی گفته شده، به دوره دوم می رسند و در دوره دوم تصمیم به خرید محصول ۱ یا محصول ۲ یا نخریدن می گیرند. مشتریان استراتژیک نیز در دوره اول تصمیم به خرید یا نخریدن محصول می گیرند و باقی تصمیمات را با شروع دوره دوم و مشخص شدن بقیه قیمت ها می گیرند. برای سادگی در درک ترتیب وقایع و تصمیمات تحت استراتژی قیمت گذاری پویا، شکل (۲) ایجاد شده است.

پارامتر ϕ تعداد مشتریان استراتژیک موجود را نشان می دهد. در دوره ۱ مشتریان استراتژیک با تصمیم خرید کردن و یا خرید نکردن روبرو هستند. به این معنی که اگر ارزشی که محصول دوره یک برای آن ها دارد از آستانه τ_1^d بیشتر باشد، اقدام به خرید می کنند در غیر این صورت خرید نمی کنند و برای دوره دوم صبر می کنند. در دوره دوم مشتریان استراتژیک به دو گروه دارندگان محصول ۱ و غیردارندگان محصول ۱ تقسیم می شوند. که هر کدام با تصمیمات زیر روبرو می شوند.

فقط می توانند یکی از محصولات ۱ و ۲ را داشته باشند. همچنین برای نشان دادن میزان استراتژیک بودن مشتریان استراتژیک در تصمیمات خود، پارامتر δ که این پارامتر بین ۰ و ۱ قرار دارد. وقتی ۰ در نظر گرفته شد، یعنی کاملاً نزدیک بین هستند و عدد ۱ این را نشان می دهد که سود در دوره های آینده نسبت به دوره حاضر، از اهمیت یکسانی برخوردار است.

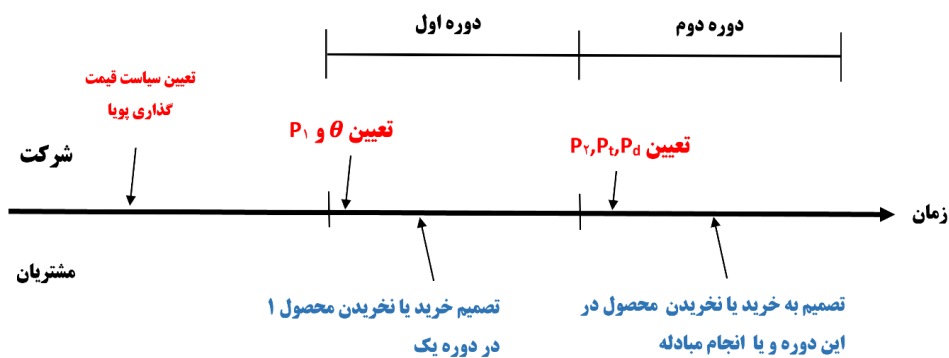
- ارزش اولیه و افزایشی محصولات و اندازه بازار و میزان تولید برای هردو طرف مشتریان و شرکت مشخص است اما شرکت میزان ارزش گذاری مشتریان نسبت به محصول خود را نمی داند و فقط از توزیع آن باخبر است.
- قیمت محصول در دوره اول از قیمت کاهش یافته آن در دوره دوم بیشتر و قیمت محصول جدید در دوره دوم از میزان تخفیفی که شرکت برای مشتریانی که از طریق برنامه مبادله اقدام به خرید می کنند، بیشتر است. به این صورت که:

$$p_1 \geq p_d \geq 0 \quad (۴)$$

رابطه (۴) محدودیت منطقی بین قیمت محصول در دوره اول (p_1) و قیمت کاهش یافته آن در دوره دوم (p_d) را بیان می کند. این معادله تضمین می کند که قیمت دوره دوم نمی تواند از قیمت اولیه بیشتر باشد ($p_d \leq p_1$) و قیمت کاهش یافته نمی تواند منفی باشد ($p_d \geq 0$). این محدودیت از رفتار منطقی بازار و جلوگیری از آربیتراژ توسط مشتریان ناشی می شود.

$$p_2 \geq p_t \geq 0 \quad (۵)$$

رابطه (۵) شرایط مشابهی را برای محصول جدید در دوره دوم تعیین می کند که قیمت اصلی محصول جدید (p_2) باید از قیمت تخفیف دار آن (p_t) بیشتر باشد و قیمت تخفیف خورده نمی تواند



شکل (۲). توالی تصمیمات مشتریان و شرکت در سیاست قیمت گذاری پویا

جدول (۲). مطلوبیت مشتریان استراتژیک تحت سیاست قیمت گذاری پویا

مشتریان استراتژیک	تصمیم	مطلوبیت به دست آمده دوره دوم
دارندگان محصول دوره اول	خرید محصول دوره دوم با قیمت تخفیفی	$\left(\frac{1+\theta}{1+\theta'}\right)(1+\theta)v_1 - p_2 + p_t$
	نگه داشتن محصول دوره اول	$\left(\frac{v_1}{1+\theta'}\right)$
غیر دارندگان محصول دوره اول	خرید محصول دوره دوم به قیمت اصلی	$\left(\frac{1+\theta}{1+\theta'}\right)(1+\theta)v_1 - p_2$
	خرید محصول دوره اول با قیمت تخفیفی	$\left(\frac{v_1}{1+\theta'}\right) - p_d$
	نخریدن هیچ کدام	۰

جدول (۳). مطلوبیت مشتریان نزدیک‌بین تحت سیاست قیمت‌گذاری پویا

مشتریان نزدیک‌بین	تصمیم	مطلوبیت به‌دست آمده دوره دوم
دارندگان محصول دوره اول	خرید محصول دوره دوم با قیمت تخفیفی	$\left(\frac{1+\theta}{1+\theta'}\right)(1+\theta)v_1 - p_2 + p_t$
	نگه‌داشتن محصول دوره اول	$\left(\frac{v_1}{1+\theta'}\right)$
غیردارندگان محصول دوره اول	خرید محصول دوره دوم به قیمت اصلی	$\left(\frac{1+\theta}{1+\theta'}\right)(1+\theta)v_1 - p_2$
	خرید محصول دوره اول با قیمت تخفیفی	$\left(\frac{v_1}{1+\theta'}\right) - p_d$
	نخریدن هیچ‌کدام	*

رابطه (۶) ارزش درک شده محصول دوره دوم را برای مشتریان مدل می‌کند. این رابطه نشان می‌دهد که ارزش محصول جدید تابعی از نوآوری (θ) و پیشرفت نسبی تکنولوژی (θ') است. پارامتر v_1 ارزش پایه محصول اولیه را نشان می‌دهد جمله $(1+\theta)/(1+\theta')$ اثر افزایش نوآوری نسبت به متوسط بازار را کمی می‌کند. این فرمول‌بندی امکان مقایسه سیستماتیک بین محصول جدید و قدیم را فراهم می‌آورد. محدودیت‌های (۷) تا (۱۲) تضمین می‌کند که تقاضاهای محصولات دوره اول و دوره دوم برای غیردارندگان مثبت باشد و همچنین فقط غیردارندگان محصول دوره اول، محصول دوره دوم را باقیمت اصلی و محصول دوره اول را با قیمت تخفیف خورده در دوره دوم بخرند. محدودیت (۱۴) و (۱۵) تضمین می‌کنند که فقط دارندگان محصول دوره اول بتوانند از برنامه جایگزینی در دوره دوم استفاده کنند و محدودیت‌های (۱۵) و (۱۶) برای منطقی بودن مدل است. همچنین مدل‌سازی میزان سود شرکت در کل دو دوره به‌صورت زیر است:

محدودیت (۲۲) به این معنی است که میزان هزینه برای توسعه از درآمد دوره اول تجاوز نکند.

۳-۳. مدل‌سازی تحت سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده

در این نوع سیاست قیمت‌گذاری، درابتدای دوره اول، شرکت سیاست قیمت‌گذاری خود و تمام مقادیر A, p_1, p_2, p_d, p_t و θ را تعیین می‌کند و سپس مصرف‌کننده استراتژیک برای دو دوره خود تصمیم می‌گیرد. ترتیب وقایع دو دوره طی این سیاست در شکل (۳) مشخص شده است.

مشتریان استراتژیک تحت این سیاست قیمت‌گذاری، تصمیمی در دوره یک برای بیشینه‌کردن سود کل دو دوره خود می‌گیرد. آن‌ها پنج تصمیم می‌توانند اتخاذ کنند که مطلوبیت به‌دست آمده‌ی نتیجه هر تصمیم در جدول (۶) آمده است.

از آنجایی که مشتریان نزدیک‌بین در پی بیشینه کردن مطلوبیت خود در همان دوره هستند، پس تصمیمات آن‌ها تحت این استراتژی قیمت‌گذاری مانند قیمت‌گذاری پویا است که در جدول (۷) آورده شده است.

در ادامه برای به‌دست آمدن نقاط بی‌تفاوتی مشتریان استراتژیک از همان روش سیاست قیمت‌گذاری پویا استفاده می‌شود که نتایج

غیردارندگان: خرید محصول دوره اول با قیمت کمتر یا خرید محصول دوره دوم با قیمت اصلی و یا نخریدن هیچ‌کدام وقتی که مشتریان به دوره دوم برسند، در محاسبه مطلوبیت دوره دوم آن‌ها، نتیجه به‌دست آمده از تصمیم دوره اول آن‌ها تأثیری ندارد و مطلوبیت کسب‌شده آن‌ها در جدول (۲) آمده است.

مقدار $1 - \phi$ درصد از کل مشتریان، مشتریان نزدیک‌بین هستند و به دوره دوم رسیده‌اند. کسانی که ارزشی که برای محصول قائل هستند از τ_1^d بیشتر باشد محصول را دوره ۱ می‌خرند. به‌مانند مشتریان استراتژیک چندفرض در اینجا مطرح می‌شود:

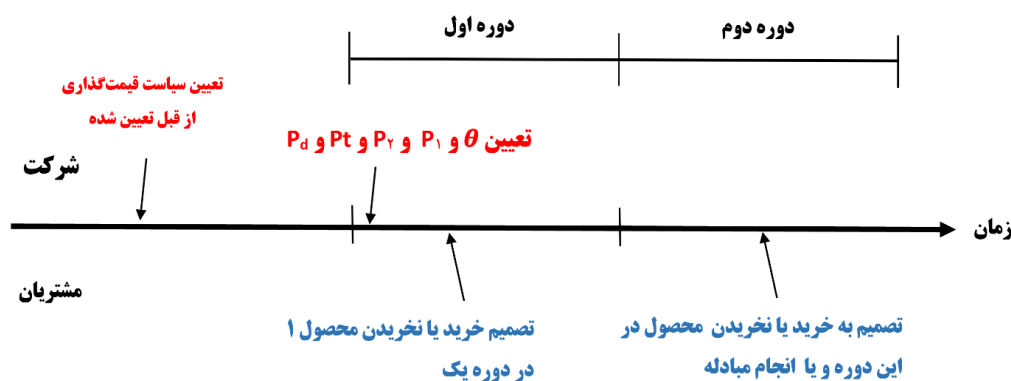
اول اینکه در دوره یک فرض شده است که مشتریان نزدیک‌بین به‌مانند استراتژیک ابتدا فقط به‌قیمت محصول شرکت توجه می‌کنند و با تصمیمات زیر در دوره دوم روبه‌رو هستند: (۱) خرید محصول دوم با قیمت اصلی، (۲) خرید محصول دوره یک باقیمت کاهش‌یافته و (۳) نخریدن. مطلوبیت‌های به‌دست آمده تحت هر کدام از تصمیم‌ها در جدول (۳) آورده شده است.

مشتریان استراتژیکی که ارزش‌گذاری آن‌ها از محصول دوره اول بیشتر از τ_1^d باشد محصول را می‌خرند و آن‌ها که کمتر هستند صبر می‌کنند. مشتریان نزدیک‌بین که ارزش‌گذاری آن‌ها برای محصول دوره اول بیشتر از p_1 باشد محصول را در دوره اول می‌خرند و اگر کمتر باشد نمی‌خرند.

با فرض اینکه مشتریان محصول جدید را معمولاً به محصول قدیمی ترجیح می‌دهند، در دوره دوم مشتریان استراتژیکی محصول دوره اول را خریده‌اند و ارزش‌گذاری آن‌ها از τ_{s2}^d بیشتر است، محصول جدید را جایگزین می‌کنند و مشتریانی که در دوره اول محصول را نخریده‌اند و ارزش‌گذاری آن‌ها بیشتر از τ_{s3}^d باشد محصول دوره دوم را می‌خرند و مشتریانی که ارزش‌گذاری آن‌ها بین τ_{s3}^d و τ_{s4}^d باشد محصول دوره اول را می‌خرند و مشتریانی که ارزش‌گذاری آن‌ها کمتر از τ_{s4}^d باشد هیچ محصولی را در دوره دوم نمی‌خرند و برای مشتریان نزدیک‌بین هم به همین صورت است. جدول (۴) نقاط بی‌تفاوتی مشتریان استراتژیک و جدول (۵) نقاط بی‌تفاوتی مشتریان نزدیک‌بین نسبت به انتخاب‌های خود نشان می‌دهند.

در دوره دوم میزان سود شرکت از طریق حل مدل برنامه‌ریزی ریاضی زیر به‌دست می‌آید.

$q_{m2} + q_{md} \leq 1 - q_{m1}$	(۱۲)	آن در جدول (۸) آمده است.
$0 \leq q_{st} \leq q_{s1}$	(۱۳)	نقاط بی تفاوتی مشتریان نزدیک بین تحت سیاست قیمت گذاری
$0 \leq q_{mt} \leq q_{m1}$	(۱۴)	از قبل تعیین شده مانند سیاست قیمت گذاری پویا است که در جدول
$0 \leq p_t \leq p_2$	(۱۵)	(۹) آمده است.
$0 \leq p_d \leq p_1$	(۱۶)	$\max_{p_2, p_d, p_t} \pi_2 =$
$\max_{p_1, \theta} \pi = \phi p_1 q_{s1} + (1 - \phi) p_1 q_{m1} - A + \pi_2$	(۱۷)	$\phi p_2 q_{s2} + (1 - \phi) p_2 q_{m2}$
s. t.	(۱۸)	$+ \phi(p_2 - p_t + s) q_{st}$
$0 \leq q_{s1} \leq 1$	(۱۹)	$+ (1 - \phi)(p_2 - p_t + s) q_{mt}$
$0 \leq q_{m1} \leq 1$	(۲۰)	$+ \phi p_d q_{sd} + (1 - \phi) p_d q_{md}$
$0 \leq p_1 \leq 1$	(۲۱)	s. t.
$\phi p_1 q_{s1} + (1 - \phi) p_1 q_{m1} \geq A$	(۲۲)	$0 \leq q_{s2} \leq 1 - q_{s1}$
$A = (e^{k\theta} - 1)$	(۲۳)	$0 \leq q_{sd} \leq 1 - q_{s1}$
		$0 \leq q_{m2} \leq 1 - q_{m1}$
		$0 \leq q_{md} \leq 1 - q_{m1}$
		$q_{s2} + q_{sd} \leq 1 - q_{s1}$



شکل (۳). توالی تصمیمات مشتریان و شرکت در سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده

جدول (۶). مطلوبیت مشتریان استراتژیک تحت سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده

مطلوبیت کسب شده	تصمیم مشتریان استراتژیک
.	نخریدن در هر دو دوره
$0 + \delta \left(\frac{v_1}{1 + \theta'} \right) - p_d$	نخریدن در دوره اول و خرید محصول ۱ در دوره دوم
$0 + \delta \left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta'} \right) (1 + \theta) v_1 - p_2$	نخریدن در دوره اول و خرید محصول ۲ در دوره دوم
$v_1 - p_1 + \delta \left(\frac{v_1}{1 + \theta'} \right)$	خریدن محصول ۱ در دوره اول و نخریدن در دوره دوم
$v_1 - p_1 + \delta \left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta'} \right) (1 + \theta) v_1 - p_2 + p_t$	خریدن محصول ۱ در دوره اول و محصول ۲ در دوره دوم

جدول (۷). مطلوبیت مشتریان نزدیک بین تحت سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده

مطلوبیت به دست آمده در هر دوره	تصمیم
$v_1 - p_1$	خرید در دوره اول
.	نخریدن در دوره اول
$\left(\frac{v_1}{1 + \theta'} \right) - p_d$	خرید محصول ۱ برای غیردارندگان محصول ۱
$\left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta'} \right) (1 + \theta) v_1 - p_2$	خرید محصول ۲ برای غیردارندگان محصول ۱
.	نخریدن هیچ محصولی برای غیردارندگان محصول ۱
$\left(\frac{1 + \theta}{1 + \theta'} \right) (1 + \theta) v_1 - p_2 + p_t$	خرید محصول ۲ برای دارندگان محصول ۱
$\left(\frac{v_1}{1 + \theta'} \right)$	نخریدن محصول ۲ دو برای دارندگان محصول ۱

جدول (۸). نقاط آستانه تصمیم مشتریان استراتژیک تحت سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده

مشتریان استراتژیک	نقطه بی‌تفاوتی	ارزش
τ_{s1}^p	خریدن محصول ۱ یا نخریدن برای غیردارندگان	$p_d(1 + \theta')$
τ_{s2}^p	خرید محصول دوم و یا محصول اول برای غیردارندگان	$\frac{(p_2 - p_d)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2}$
τ_{s3}^p	خرید محصول ۱ در دوره ۱ یا صبر برای محصول ۲ در دوره ۲	$\frac{(p_1 - \delta p_2)(1 + \theta')}{1 + \theta' + \delta - \delta(1 + \theta)^2}$
τ_{s4}^p	استفاده از برنامه مبادله برای خرید محصول ۲ یا استفاده از محصول ۱	$\frac{(p_2 - p_t)\theta' + 1}{2\theta + \theta^2}$

جدول (۹). نقاط آستانه تصمیم مشتریان نزدیک‌بین تحت سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده

مشتریان نزدیک‌بین	نقطه بی‌تفاوتی بین	ارزش
τ_{m1}^p	خریدن محصول ۱ یا نخریدن برای غیردارندگان	$p_d(1 + \theta')$
τ_{m2}^p	خرید محصول دوم و یا محصول اول برای غیردارندگان	$\frac{(p_2 - p_d)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2}$
τ_{m3}^p	خرید محصول ۱ در دوره ۱ یا نخریدن در دوره اول	p_1
τ_{m4}^p	استفاده از برنامه مبادله برای خرید محصول ۲ یا استفاده از محصول ۱	$\frac{(p_2 - p_t)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2}$

پیچیدگی‌های ترکیبی، با استفاده از روش‌های عمومی دشوار و زمان‌بر است. لذا الگوریتم شاخه‌وکران برای حل دقیق و مؤثر مدل توسعه داده شده است و به‌عنوان راهکار اصلی حل مدل در این مقاله مطرح می‌شود. با توجه به ساختار پیچیده مدل و ویژگی‌های غیربدیهی آن، استفاده از حل‌کننده‌های تجاری برای حل مدل به‌ویژه در تحلیل سناریوهای حساسیت، زمان‌بر و گاهی غیردقیق بود. از این‌رو، برای حل مدل ریاضی در کلیه سناریوهای تحلیل حساسیت، الگوریتم شاخه‌وکران توسعه‌یافته در این پژوهش به‌عنوان ابزار اصلی حل استفاده شده است.

برای حل مدل سیاست قیمت‌گذاری پویا، ابتدا تقاضاها محاسبه شده و جواب‌ها بهینه دوره دوم به‌دست می‌آید سپس به مدل دوره اول اضافه شده و شرایط مسأله را برای وارد کردن به الگوریتم بررسی می‌شود. برای حل مسأله قیمت‌گذاری پویا، باید ابتدا تقاضاها مشخص شوند. با توجه به نقاط آستانه تصمیم به‌دست آمده در فصل قبل، میزان تقاضاها به‌دست می‌آیند که در مدل قیمت‌گذاری پویا تقاضاهای دوره دوم به‌شکل زیر محاسبه می‌شوند:

جدول (۱۰). مقدار تقاضا در سیاست قیمت‌گذاری پویا

متغیر	نحوه محاسبه	مقدار
q_{s1}	$1 - \tau_{s1}^d$	$1 - \tau_{s1}^d$
q_{m1}	$1 - p_1$	$1 - p_1$
q_{st}	$1 - \tau_{s2}^d$	$1 - \frac{(p_2 - p_t)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2}$
q_{mt}	$1 - \tau_{m2}^d$	$1 - \frac{(p_2 - p_t)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2}$
q_{s2}	$\tau_{s1}^d - \tau_{s3}^d$	$\tau_{s1}^d - \frac{(p_2 - p_d)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2}$
q_{m2}	$p_1 - \tau_{m3}^d$	$p_1 - \frac{(p_2 - p_d)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2}$
q_{md}	$\tau_{s3}^d - \tau_{s4}^d$	$\frac{(p_2 - p_d)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2} - p_d(1 + \theta')$
q_{sd}	$\tau_{m3}^d - \tau_{m4}^d$	$\frac{(p_2 - p_d)(\theta' + 1)}{2\theta + \theta^2} - p_d(1 + \theta')$

برای مدل‌سازی سود شرکت تحت سیاست قیمت‌گذاری از قبل، که در آن شرکت باید در اول دوره اول تمام تصمیمات را برای دو دوره بگیرد، از یک تابع سود و محدودیت‌های شرکت برای رسیدن به بیشینه سود در دو دوره استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \max_{p_1, p_2, p_d, p_t, \theta} \pi = & \phi p_1 q_{s1} + (1 - \phi) p_1 q_{m1} + \phi p_2 q_{s2} \\ & + (1 - \phi) p_2 q_{m2} \\ & + \phi (p_2 - p_t + s) q_{st} \\ & + (1 - \phi) (p_2 - p_t + s) q_{mt} \\ & + \phi p_d q_{sd} \\ & + (-\phi) p_d q_{md} - (e^{k\theta} - 1) \end{aligned} \quad (24)$$

s. t.

$$0 \leq q_{s2} \leq 1 - q_{s1} \quad (25)$$

$$0 \leq q_{sd} \leq 1 - q_{s1} \quad (26)$$

$$0 \leq q_{m2} \leq 1 - q_{m1} \quad (27)$$

$$0 \leq q_{md} \leq 1 - q_{m1} \quad (28)$$

$$q_{s2} + q_{sd} \leq 1 - q_{s1} \quad (29)$$

$$q_{m2} + q_{md} \leq 1 - q_{m1} \quad (30)$$

$$0 \leq q_{st} \leq q_{s1} \quad (31)$$

$$0 \leq q_{mt} \leq q_{m1} \quad (32)$$

$$0 \leq p_t \leq p_2 \quad (33)$$

$$0 \leq p_d \leq p_1 \quad (34)$$

$$0 \leq q_{s1} \leq 1 \quad (35)$$

$$0 \leq q_{m1} \leq 1 \quad (36)$$

$$0 \leq p_1 \leq 1 \quad (37)$$

$$\delta p_2 \leq p_1 \quad (38)$$

$$\phi p_1 q_{s1} + (1 - \phi) p_1 q_{m1} \geq A \quad (39)$$

۴. روش حل پیشنهادی

حل مدل ریاضی مطرح‌شده، به‌دلیل وجود ویژگی‌های غیرخطی و

$$\begin{bmatrix} -\frac{4}{x} & \frac{2}{x} & \frac{2}{x} \\ \frac{2}{x} & -2 & 0 \\ \frac{2}{x} & 0 & \frac{-2}{x} - 2(1 + \theta') \end{bmatrix} \quad (43)$$

اگر تابع هسین تابع سود که ماکسیم سازی است، نیمه معین منفی و یا معین منفی باشد، تابع سود یک تابع مقعر است و بهینه سراسری دارد. برای بررسی معین منفی بودن ماتریس هسین 3×3 ، باید مینور اول آن نامثبت و مینور دوم نامنفی و مینور سوم نیز نامثبت باشد. مینور اول:

$$D_1(H) = \det(f_{p_2 p_2}) = \frac{-4}{x} \quad (44)$$

که با فرض $x > 0$ یک عبارت منفی است. مینور دوم:

$$D_2(H) = \det \begin{bmatrix} f_{p_2 p_2} & f_{p_2 p_t} \\ f_{p_t p_2} & f_{p_t p_t} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{4}{x} & \frac{2}{x} \\ \frac{2}{x} & -2 \end{vmatrix} = \frac{4}{x} \quad (45)$$

که مینور دوم هم با همان فرض قبلی مثبت است. مینور سوم:
برای راحتی محاسبات مینور سوم، ابتدا عبارت $\frac{-2}{x} - 2(1 + \theta')$ در نظر گرفته می شود. سپس مینور سوم به شکل زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} D_3(H) &= \det \begin{bmatrix} f_{p_2 p_2} & f_{p_2 p_t} & f_{p_2 p_d} \\ f_{p_t p_2} & f_{p_t p_t} & f_{p_t p_d} \\ f_{p_d p_2} & f_{p_d p_t} & f_{p_d p_d} \end{bmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -\frac{4}{x} & \frac{2}{x} & \frac{2}{x} \\ \frac{2}{x} & -2 & 0 \\ \frac{2}{x} & 0 & m \end{vmatrix} = \quad (46) \\ &= \frac{-4}{x} \left(\frac{-2 * m}{x} \right) - \frac{2}{x} \left(\frac{2 * m}{x} \right) + \frac{2}{x} \left(-\frac{4}{x^2} \right) \\ &= \frac{8m}{x^2} - \frac{4m}{x^2} + \frac{8}{x^3} \end{aligned}$$

اگر عبارت به دست آمده مینور سوم، نامثبت باشد؛ در نتیجه، تابع مقعر است. پس فرض می شود که:

$$\frac{8m}{x^2} - \frac{4m}{x^2} + \frac{8}{x^3} < 0 \Rightarrow \frac{4m}{x^2} + \frac{8}{x^3} < 0 \quad (47)$$

از آنجایی که x به عبارت مثبت است پس:

$$\begin{aligned} \frac{4mx}{x^3} + \frac{8}{x^3} < 0 &\Rightarrow 4xm + 8 < 0 \\ &\Rightarrow xm + 2 < 0 \\ &\Rightarrow x \left(\frac{-2}{x} - 2(1 + \theta') \right) + 2 < 0 \quad (48) \\ &\Rightarrow -2 - 2(2\theta + \theta^2) + 2 < 0 \\ &\Rightarrow -2(2\theta + \theta^2) < 0 \Rightarrow 2\theta + \theta^2 > 0 \end{aligned}$$

همان طور که ذکر شد، نمی توان مقعر بودن توابع هدف مدل سازی را ثابت کرد و به روش های کلاسیک بهینه سازی جواب ها را به دست آورد؛ از این رو براساس الگوریتم شاخه و کران فضایی یک الگوریتم توسعه داده شده است. برای شروع گام های الگوریتم، ابتدا متغیر θ پارامتر در نظر گرفته می شود. با پارامتر در نظر گرفتن این

برای حل مسأله دوره دوم شرکت تحت سیاست قیمت گذاری پویا، از آنجایی که یک مسأله غیر خطی است، ابتدا محدب بودن تابع هدف به جهت بررسی برای در دسترس بودن بهینه سراسری بررسی می شود. برای مسأله این پژوهش که بیشینه سازی سود شرکت است، ابتدا ماتریس هسین براساس سه متغیر p_2 ، p_t و p_d تشکیل می شود. مشتقات جزئی تابع براساس متغیرها محاسبه می شود. برای ساده سازی محاسبات و راحتی نشان دادن روند، عبارت $\frac{2\theta + \theta^2}{\theta + 1}$ که در دوره دوم یک عدد اسکالر است، x در نظر گرفته می شود.

$$\begin{aligned} f_{p_2} &= \frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = \phi \left(\tau_1^d - \left(\frac{2p_2 - p_d}{x} \right) \right) + (1 - \phi) \left(p_1 - \left(\frac{2p_2 - p_d}{x} \right) \right) \\ &+ 1 - \left(\frac{2p_t - p_d}{x} \right) + \frac{p_t}{x} + \frac{p_d}{x} + \frac{s}{x} \quad (40) \\ \Rightarrow f_{p_2} &= \frac{\partial \Pi_2}{\partial p_2} = \phi \tau_1^d + (1 - \phi) p_1 - \frac{4p_2}{x} \\ &+ \frac{2p_d}{x} + \frac{2p_t}{x} + 1 - \frac{s}{x} \\ f_{p_t} &= \frac{\partial \Pi_2}{\partial p_t} = \frac{2p_2}{x} - \frac{2p_t}{x} - 1 + \frac{s}{x} \\ f_{p_d} &= \frac{\partial \Pi_2}{\partial p_d} = \frac{p_2}{x} + \frac{p_2 - 2p_d}{x} - 2p_d(1 + \theta') \end{aligned}$$

ماتریس هسین تابع سود مسأله باید به شکل زیر تشکیل شود:

$$\begin{aligned} H(p_2, p_t, p_d) &= D^2 \pi(p_2, p_t, p_d) \\ &= \begin{bmatrix} f_{p_2 p_2} & f_{p_2 p_t} & f_{p_2 p_d} \\ f_{p_t p_2} & f_{p_t p_t} & f_{p_t p_d} \\ f_{p_d p_2} & f_{p_d p_t} & f_{p_d p_d} \end{bmatrix} \quad (41) \end{aligned}$$

پس مشتقات جزئی مورد نیاز برای ماتریس هسین به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\begin{aligned} f_{p_2 p_2} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_2^2} = \frac{-2\phi}{x} + \frac{(1 - \phi)(-2)}{x} - \frac{2}{x} \\ &= \frac{-4}{x} \\ f_{p_2 p_t} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_2 \partial p_t} = \frac{2}{x} \\ f_{p_2 p_d} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_2 \partial p_d} = \frac{2}{x} \\ f_{p_t p_t} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_t^2} = \frac{-2}{x} \\ f_{p_t p_2} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_2 \partial p_t} = \frac{2}{x} \\ f_{p_t p_d} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_d \partial p_t} = 0 \\ f_{p_d p_d} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_d^2} = \frac{-2}{x} - 2(1 + \theta') \\ f_{p_d p_2} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_2 \partial p_d} = \frac{2}{x} \\ f_{p_d p_t} &= \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_t \partial p_d} = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

پس در نتیجه ماتریس هسین به شکل زیر می باشد:

سناریوهای واقعی، الگوریتم‌های دقیق مانند برنامه‌ریزی پویا کارایی ندارند.

لذا از الگوریتم شاخه‌وکران استفاده شده است که قابلیت رسیدن به جواب‌های بهینه را دارد و باعث کاهش پیچیدگی محاسباتی از $O(n^2)$ به $O(n \log n)$ شده و امکان موازی‌سازی مراحل محاسباتی را فراهم می‌کند. تابع هدف مسئله تحت سیاست قیمت‌گذاری پویا یک متغیره است و اگر بتوان ثابت کرد که مشتق دوم تابع نسبت به این متغیر منفی است، می‌توان ثابت کرد که جواب به‌دست آمده از حل‌کننده‌های تجاری یک جواب بهینه سراسری است. مشتق دوم تابع هدف برابر است با:

$$f_{p_1 p_1} = -2\phi \left(\frac{2(1+\theta') - \delta(1-\phi)(1+\theta)^2}{2(1+\theta'+\delta) - \delta(2-\phi)(1+\theta)^2} \right) + \frac{2\phi^2 \left(\frac{2(1+\theta') - \delta(1-\phi)(1+\theta)^2}{2(1+\theta'+\delta) - \delta(2-\phi)(1+\theta)^2} \right)^2 (1+\theta)^2}{4(1+\theta')} + \frac{4\phi(1-\phi)(1+\theta)^2}{4(1+\theta')} + \frac{2(1-\phi)^2(1+\theta)^2}{4(1+\theta')} - 2(1-\phi) \quad (49)$$

شروع الگوریتم ساخته می‌شود. تابع سود شرکت ۰ قرار داده می‌شود.

(۲) از ناحیه $\theta = 0$ شروع به انتخاب ناحیه‌ها می‌شود و ناحیه قبلی از لیست خارج می‌شود.

(۳) مسئله موردنظر با آزاد کردن پارامتر نوآوری دارای جواب بهینه سراسری است و توسط یکی از حل‌کننده‌های مسائل محدب حل شده و اگر پارامتر θ در محدودیت‌ها صدق کند، سود کل به‌دست آمده شرکت در این ناحیه با سود شرکت در ناحیه قبل مقایسه می‌شود و اگر سود به‌دست‌آمده بیشتر از سود قبلی شرکت بود، مقادیر سود شرکت و متغیرهای تصمیم آپدیت می‌شوند.

(۴) اگر لیست خالی نبود الگوریتم به مرحله ۲ برمی‌گردد ولی اگر لیست خالی باشد، جواب‌ها به‌عنوان جواب بهینه چاپ می‌شوند. در شکل (۳) نحوه تقسیم فضای این الگوریتم آمده است.

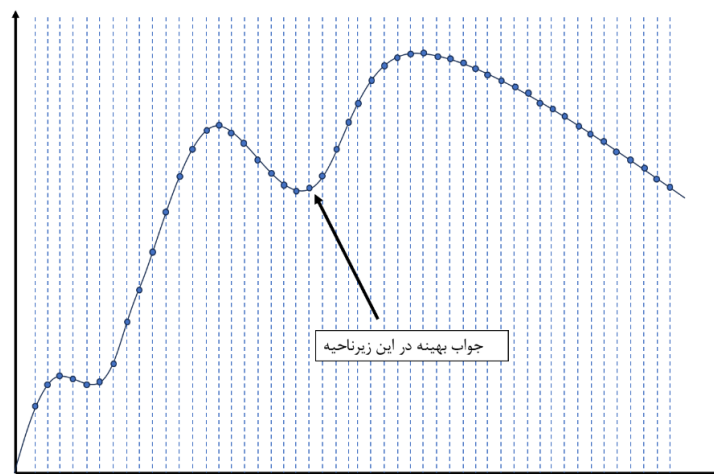
متغیر می‌توان ثابت کرد که توابع هدف هردو سیاست قیمت‌گذاری نسبت به متغیرهای خود، مقعر هستند. انتخاب الگوریتم شاخه‌وکران فضایی به‌عنوان روش حل این مسئله مبتنی بر ملاحظات زیر است:

- (۱) ماهیت غیرخطی بودن مدل: تابع هدف و محدودیت‌های مسئله دارای ویژگی‌های غیرخطی هستند که روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی را با چالش مواجه می‌سازد.
- (۲) وجود متغیرهای پیوسته و گسسته: ترکیب متغیرهای تصمیم پیوسته (قیمت‌ها) و گسسته (انتخاب استراتژی) نیازمند روش‌های ترکیبی مانند شاخه‌وکران است.
- (۳) محدودیت‌های محاسباتی: با توجه به ابعاد بزرگ مسئله در

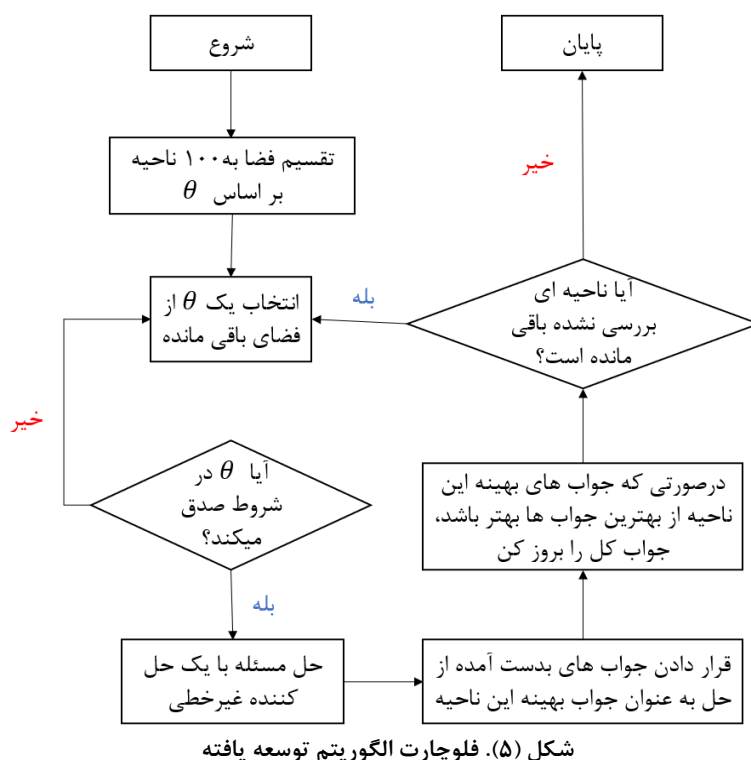
اثبات جبری این موضوع که عبارت (۴۹) همیشه یک عبارت منفی است، سخت است و برای اثبات منفی بودن این عبارت از آنجایی که تمام پارامترها دارای حدودی بین صفر و یک است، از روش‌های عددی استفاده می‌شود. به این صورت که هر پارامتر به گام 0.01 به 1.00 عدد تقسیم می‌شوند و حاصل این عبارت به‌ازای صد میلیون حالت و تکرار مختلف محاسبه شده و خروجی‌های به‌دست آمده بر همواره منفی بودن این عبارت دلالت دارد. تابع هدف مسئله تحت سیاست قیمت‌گذاری از قبل نیز تنها تفاوتی که با تابع هدف دوره دوم مسئله تحت سیاست قیمت‌گذاری پویا دارد، اضافه شدن عباراتی شامل متغیر p_1 است که مشخص است که این عبارت یک عبارت مقعر است.

پس مراحل کلی الگوریتم به‌ترتیب زیر است:

- (۱) از آنجایی که θ محدود است و بین ۰ و ۱ قرار دارد، ۱۰۰ شاخه بر روی آن زده می‌شود که براساس حدود پارامترها نزدیکی مناسبی به فضای کلی مسئله دارد و در نتیجه ۱۰۰ ناحیه برای



شکل (۴). نمودار فضای مسئله در الگوریتم توسعه یافته



مسأله، حل کننده های تجاری مانند Gurobi در زمان حل و GAP نهایی بامشکل مواجه می شوند یا قادر به تولید پاسخ کامل نیستند. این درحالی است که الگوریتم شاخه و کران طراحی شده در این پژوهش، با استفاده از ویژگی های خاص ساختار مدل، توانسته پاسخ های دقیق را در زمان منطقی ارائه دهد. جدول (۱۱) نشان دهنده این تفاوت عملکرد است.

جدول (۱۱). مقایسه عملکرد الگوریتم شاخه و کران			
سایز مسأله	الگوریتم شاخه و کران - زمان حل (ثانیه)	زمان حل - وضعیت حل - Gurobi	وضعیت حل - Gurobi
n = 50	۳۸	۶۰۰ <	ناقص
n = 100	۹۵	—	شکست در حل

ابتدا جواب های به دست آمده از الگوریتم و حل کننده های سراسری تجاری که بهینگی سراسری را مشخص می کنند، در هفت نقطه تصادفی باهم مقایسه می شوند. در ادامه برای بررسی و مقایسه سیاست های قیمت گذاری مختلف، حداقل میزان افزایش نوآوری شرکت در هر کدام از سیاست های انتخاب شده ۰/۲ در نظر گرفته شد. این محدودیت به علت جلوگیری از میل سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده به نوآوری صفر است که خود این موضوع در معرفی محصول نسل جدید در دنیای واقعی امری غیر قابل قبول است.

در این قسمت هفت سناریو مختلف از نظر پارامتر انتخاب شد و با استفاده از حل کننده غیرخطی بارون که بهینگی سراسری جواب به دست آورده را مشخص می کند و الگوریتم مورد استفاده در این پژوهش بایکدیگر در جدول (۱۲) مقایسه شده اند.

برای نشان دادن روند نیز از یک فلوچارت کلی استفاده می شود که در شکل (۴) آمده است. محورهای این شکل به صورت محور x متغیر فیکس شده در مسأله (پارامتر مورد نظر θ) و محور y مقدار تابع هدف در حالت بهینگی را نشان می دهد.

۵. یافته ها و تحلیل حساسیت

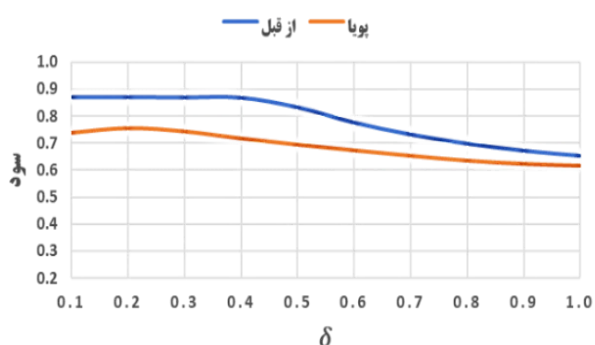
تحلیل حساسیت این پژوهش براساس خروجی های به دست آمده از حل مدل ریاضی با استفاده از الگوریتم شاخه و کران انجام شده است. هدف آن بررسی پایداری راه حل ها در برابر تغییرات در پارامترهای کلیدی نظیر نسبت مشتریان استراتژیک، هزینه نوآوری و میزان تخفیف است. لازم به ذکر است که تحلیل حساسیت در این بخش براساس خروجی های حاصل از حل مدل ریاضی توسط الگوریتم شاخه و کران ارائه شده در بخش قبل انجام شده است. دلیل این انتخاب آن است که الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با حل کننده های عمومی مانند Gurobi یا CPLEX عملکرد بهتری در زمان حل و پایداری جواب در سناریوهای مختلف از خود نشان داد.

در این بخش به بررسی و تحلیل نتایج به دست آمده از حل مسائل تحت هر کدام از سیاست های قیمت گذاری پرداخته می شود و همچنین حساسیت مسأله به هر کدام از پارامترهای مسأله بررسی می شود و سیاست های قیمت گذاری از جهات مختلف با هم مقایسه می شوند. نتایج این بخش می تواند به مدیران در انتخاب سیاست قیمت گذاری شرکت خود و مواجهه با تغییرات به وجود آمده کمک کند و بینش مدیریتی و سیاست های بهینه آن ها را مشخص کند. به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، نمونه هایی با ابعاد بزرگ تر نیز تولید شده اند. نتایج نشان می دهند که با افزایش اندازه

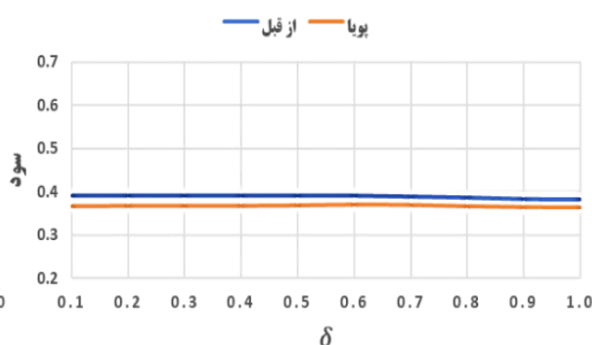
جدول (۱۲). مقایسه نتایج حل‌کننده غیرخطی سراسری و الگوریتم

سناریو	قیمت‌گذاری پویا				قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده			
	حل‌کننده تجاری		الگوریتم		حل‌کننده تجاری		الگوریتم	
	سود	θ	سود	θ	سود	θ	سود	θ
۱	۰/۵۰۸	۰/۶۴۷	۰/۵۰۷	۰/۶۴	۰/۵۷۸	۰/۸۳۷	۰/۵۷۷	۰/۸۳
۲	۰/۴۶۷	۰/۷۴۸	۰/۴۶۵	۰/۷۴	۰/۴۴۳	۰/۲۰	۰/۴۴۳	۰/۲۰
۳	۰/۵۰	۰/۵۴۷	۰/۴۹	۰/۵۴	۰/۵۹۴	۰/۷۶	۰/۵۹۴	۰/۷۶۰
۴	۰/۷۷۶	۰/۸۰۵	۰/۸۰	۰/۷۷	۰/۸۶۵	۱	۰/۸۶۵	۱
۵	۰/۶۶۳	۰/۸۰۷	۰/۶۶	۰/۸۰	۰/۶۶۹	۰/۶۲۴	۰/۶۶	۰/۶۲
۶	۰/۸۵۰	۰/۸۰	۰/۸۵	۰/۸۰	۰/۸۱۱	۰/۶۲۶	۰/۸۱	۰/۶۲
۷	۰/۶۵۵	۰/۶۳۵	۰/۶۵	۰/۶۳	۰/۷۳۷	۰/۷۶۳	۰/۷۳۷	۰/۷۶

$$\phi=0.4 - \theta'=0.3 - K=0.2 - S=0.3$$



$$\phi=0.4 - \theta'=0.3 - K=0.5 - S=0.1$$



شکل (۶). تأثیر استراتژیک بودن مشتریان بر سود شرکت تحت سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده و پویا

جدول (۱۳). پیامدهای مدیریتی دریافت شده از تحلیل پارامترهای کلیدی مدل

پارامتر	محدوده	رفتار سود	دلیل احتمالی	پیامد مدیریتی
δ	کم (۰-۰/۵)	کاهش ملایم	مشتریان کمتر خرید را به تأخیر می‌اندازند	تمرکز بر مشتریان نزدیک‌بین
δ	متوسط (۰/۵-۰/۷)	کاهش سریع	افزایش رفتار انتظاری	طراحی برنامه‌های تشویقی
δ	زیاد (بزرگتر از ۰/۷)	افزایش	اثر بخشی برنامه مبادله	استراتژی پویا بهتر است

۵-۱. تأثیر میزان استراتژیک بودن مشتریان

در ابتدا به بررسی تأثیر پارامتر δ در هر کدام از سیاست‌های قیمت‌گذاری پرداخته می‌شود. برای بررسی تأثیر این پارامتر بر سود شرکت، شش سناریو مختلف بررسی شده است.

در شکل (۶) سود شرکت تحت دو سیاست قیمت‌گذاری در شرایطی که درصد مشتریان استراتژیک حدوداً کم و پیشرفت نزدیک‌ترین رقیب نیز کم است مقایسه شده است. تحت این شرایط زمانی که هزینه‌های توسعه بالا و ارزش نجات کم باشد، هر دو شرکت با افزایش میزان استراتژیک بودن مشتریان استراتژیک رفتار مشابهی را بروز داده و تقریباً در یک حد از سود بدون تغییر جلو می‌روند. شکل نشان می‌دهد که با افزایش میزان استراتژیک بودن مشتریان در محدوده ($\delta < 0.5$)، سیاست قیمت‌گذاری از پیش تعیین‌شده (خط آبی) سود بیشتری دارد و شیب ملایم نشان‌دهنده حساسیت کم به تغییرات δ است. در محدوده ($0.5 < \delta < 0.7$) اختلاف سود بین دو سیاست کاهش می‌یابد و نقطه تقاطع در $\delta = 0.65$ رخ می‌دهد.

همچنین در محدوده ($\delta < 0.7$)، سیاست پویا (خط قرمز) برتری پیدا می‌کند و شیب تند نشان‌دهنده حساسیت بالای سود به δ است. این روند غیرخطی ناشی از تعامل دو اثر متضاد است؛ اثر منفی: تأخیر بیشتر خرید توسط مشتریان استراتژیک و اثر مثبت: حساسیت بیشتر به برنامه‌های مبادله. جدول زیر خلاصه‌ای از رفتار δ را نشان می‌دهد. در زمانی که ارزش نجات افزایش یافته و هزینه‌های توسعه نیز کاهش یابد، هر دو سیاست با افزایش مقدار δ سود خود را از دست می‌دهند با این تفاوت که سیاست پویا در ابتدا کمی افزایش سود داشته ولی در ادامه با شیب ثابتی سود خود را از دست می‌دهد و سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده تا اواسط حد δ سود خود را حفظ کرده ولی بعد از آن با شیب بیشتری شروع به از دست دادن سود خود می‌کند و در کل سود بیشتری نسبت به سیاست قیمت‌گذاری پویا دارد.

زمانی که ارزش نجات حدوداً بالا و هزینه‌های توسعه نیز بالا باشد، شکل (۷) این را نشان می‌دهد که در ابتدای افزایش δ سیاست

رقیب در سطح متوسط قرار دارد و از نظر میزان هزینه توسعه برای افزایش نوآوری متفاوت هستند. زمانی که هزینه های توسعه کم باشد، سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده سود بیشتری داشته و نسبت به تغییر همگنی جامعه بدون تغییر است در مقابل سیاست قیمت گذاری پویا با اینکه سودی افزایشی داشته اما در مقایسه با سیاست دیگر در سطح پایین تری است.

۳-۵. تأثیر پیشرفت محصولات بازار

برای بررسی تأثیر پیشرفت بازار یا نزدیک ترین رقیب، ۶ سناریو مختلف بررسی شد. که نتایج آن ها در شکل های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) آورده شده اند. با توجه به شکل (۱۰)، برای سناریوهایی که در آن ها هم درصد مشتریان استراتژیک و هم میزان استراتژیک بودن آن ها بالا و ارزش اسقاط محصول پایین است و در هزینه توسعه همیشه سود تفاوت دارند، سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده همیشه سود بیشتری نسبت به سیاست قیمت گذاری پویا دارد. هر دو سیاست با افزایش نوآوری رقیبان در بازار سود خود را از دست می دهند که این از دست دادن سود برای سیاست قیمت گذاری پویا شیب بیشتری پیدا می کند.

زمانی که ارزش اسقاطی محصول به اندازه کافی بالا باشد و همچنین میزان استراتژیک بودن مشتریان استراتژیک کم باشد، براساس شکل (۱۱)، هنگامی که نوآوری در محصولات رقیبان افزایش پیدا می کند، در ابتدا سیاست قیمت گذاری پویا سود بیشتری دارد اما از جایی به بعد سود سیاست قیمت گذاری پویا نسبت به سیاست دیگر کمتر می شود. این رفتار هم زمانی که هزینه های توسعه بالا باشد و هم زمانی که هزینه های توسعه کم باشد مشابه هم است.

در سناریوهایی که این بار درصد مشتریان استراتژیک کم اما میزان استراتژیک بودن آن ها زیاد و همچنین ارزش اسقاطی و یا نجات محصول کم باشد، زمانی که هزینه های توسعه بالا باشد، هر دو سیاست قیمت گذاری به یک شکل رفتار کرده و تقریباً سود مشابهی را به دست می آورند و زمانی که هزینه های توسعه کم باشد، سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده از نظر سود در جایگاهی بالاتر از سیاست قیمت گذاری پویا قرار می گیرد که در شکل (۱۲) قابل مشاهده است.

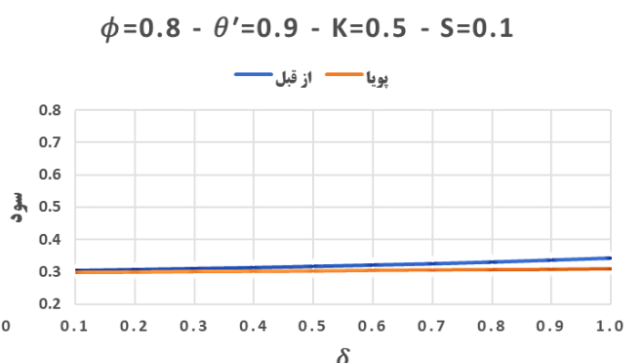
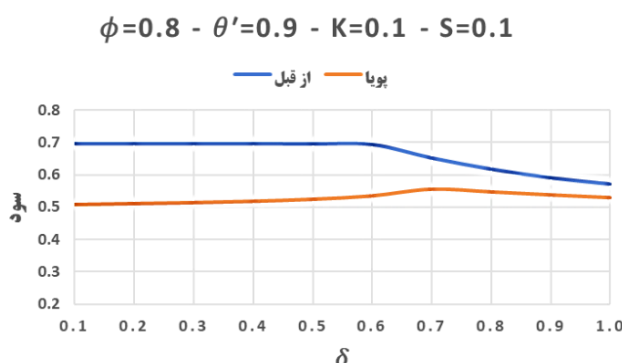
قیمت گذاری از قبل سود کمتری را به همراه دارد ولی در ادامه سود این سیاست برابر و حتی بیشتر از سیاست قیمت گذاری پویا می شود. در شکل (۷) زمانی که ارزش نجات محصول کم ولی درصد مشتریان استراتژیک و پیشرفت نوآوری نزدیک ترین رقیب بالا باشد، سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده عملکرد بهتری داشته و سود بیشتری را به دست می آورد. هنگامی که هزینه های توسعه کم باشد این دو سیاست رفتار مشابهی داشته ولی زمانی که هزینه های توسعه پایین باشد، در ابتدای نمودار مانند هم رفتار می کنند ولی از اواسط نمودار برخلاف هم عملکرد و در کل سیاست قیمت گذاری از قبل سود بیشتری را برای شرکت به همراه دارد.

در شکل های (۱۲) - (۱۰) مشاهده می شود که برای $\theta' < 0/3$ ، سیاست از پیش تعیین شده برتری دارد. شیب منفی ناشی از کاهش ارزش نسبی نوآوری محصول در محصول است. همچنین در محدوده $0/3 < \theta' < 0/4$ ، اختلاف بین دو سیاست کمینه می شود و نقطه عطف در $\theta' = 0/35$ رخ می دهد. برای محدوده $0/4 < \theta'$ ، سیاست پویا عملکرد بهتری دارد و شیب مثبت نشان دهنده سازگاری بهتر با تغییرات سریع است.

۴-۵. تأثیر نسبت مشتریان

برای بررسی تأثیر نسبت همگنی مشتریان، چهار سناریو بررسی شد که نمودار تغییر سود نسبت به همگنی مشتریان در زیر آمده است. در شکل (۸) دو سناریو با مفروضات یکسان کم بودن ارزش اسقاطی، زیاد بودن هزینه های توسعه و بالا بودن پیشرفت نوآوری نزدیک ترین رقیب و تفاوت در میزان استراتژیک بودن مشتریان استراتژیک بایکدیگر مقایسه شده اند.

زمانی که δ بالا باشد، با افزایش تعداد مشتریان استراتژیک سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده با افزایش سود همراه است اما سیاست قیمت گذاری پویا هم در این سناریو و هم در دیگری نسبت به همگنی مشتریان حساس نیست و تغییرات جزئی دارد و در کل سود جزئی کمتری نسبت به سیاست دیگر دارد. سناریوهای دیگری که باهم مقایسه شده اند در شکل (۹) آورده شده اند. در دو سناریوی بررسی شده در شکل (۹)، میزان استراتژیک بودن مشتریان کم، ارزش اسقاطی محصول بالا و میزان پیشرفت نوآوری نزدیک ترین



شکل (۷). تأثیر استراتژیک بودن مشتریان بر سود شرکت تحت سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده و پویا

۴-۵. تأثیر ارزش بازیافت

برای بررسی تأثیر افزایش ارزش بازیافت یا همان ارزش اسقاطی، چهار سناریو بررسی شده است. در سه سناریو از چهار سناریو، سناریوها در سه سطح مختلف از استراتژیک بودن مشتریان بررسی شده و در آن‌ها هزینه‌های توسعه محصول زیاد، پیشرفت در نوآوری بازار متوسط مایل به کم و درصد مشتریان استراتژیک زیاد است. در سناریو آخر نیز درصد مشتریان استراتژیک و همچنین میزان استراتژیک بودن آن‌ها کم و افزایش نوآوری در محصولات بازار زیاد در نظر گرفته شده است. با بررسی جدول (۱۲) نکاتی جالبی را می‌توان دریافت. با افزایش ارزش بازیافتی محصول دوره یک، هردو سیاست قیمت‌گذاری قیمت‌های دوره اول خود را کاهش می‌دهند. سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین شده در ابتدا میزان افزایش نوآوری شرکت و همچنین قیمت دوره دوم را افزایش می‌دهد و سپس ازجایی به بعد که ارزش بازیافتی محصول زیاد شد، سعی می‌کند نوآوری محصول دوره دوم را تا حد ممکن کاهش دهد و همچنین قیمت محصول دوره دوم را نیز کاهش داده و میزان تخفیف در نظر گرفته شده برای برنامه مبادله را افزایش می‌دهد. در مقابل نیز سیاست قیمت‌گذاری پویا نیز در ابتدا قیمت دوره دوم و قیمت کاهش‌یافته محصول اول را زیاد کرده ولی پس از یک حدی از

افزایش ارزش بازیافت شروع به کاهش آن‌ها می‌کند ولی در کل دامنه سعی در افزایش میزان نوآوری شرکت دارد.

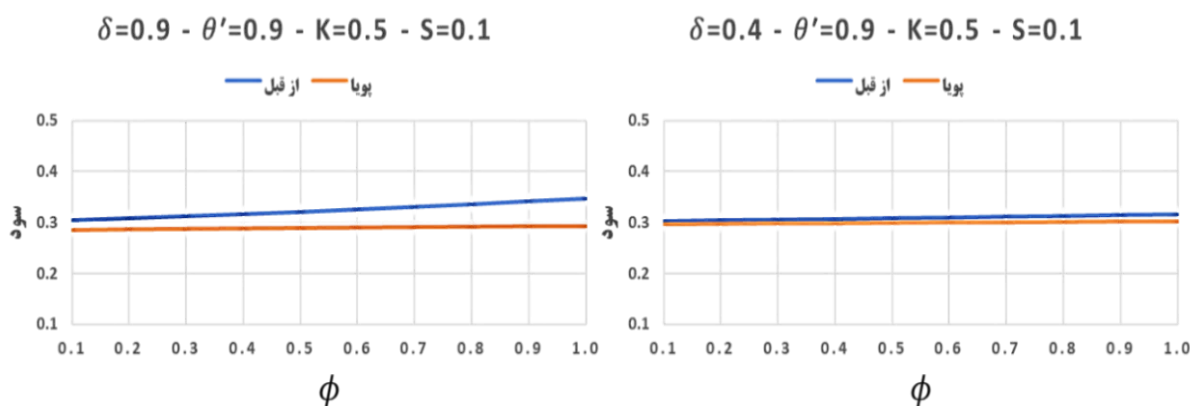
برخلاف انتظار اولیه، تحلیل‌های حساسیت نشان داد:

(۱) تأثیر معکوس ارزش اسقاطی: افزایش ارزش اسقاطی محصول قدیمی (s) در برخی سناریوها منجر به کاهش سود می‌شود (شکل ۶). این پدیده زمانی رخ می‌دهد که هزینه‌های توسعه بالا باشد ($k > 0.6$) و درصد مشتریان استراتژیک کم باشد ($\phi < 0.3$)

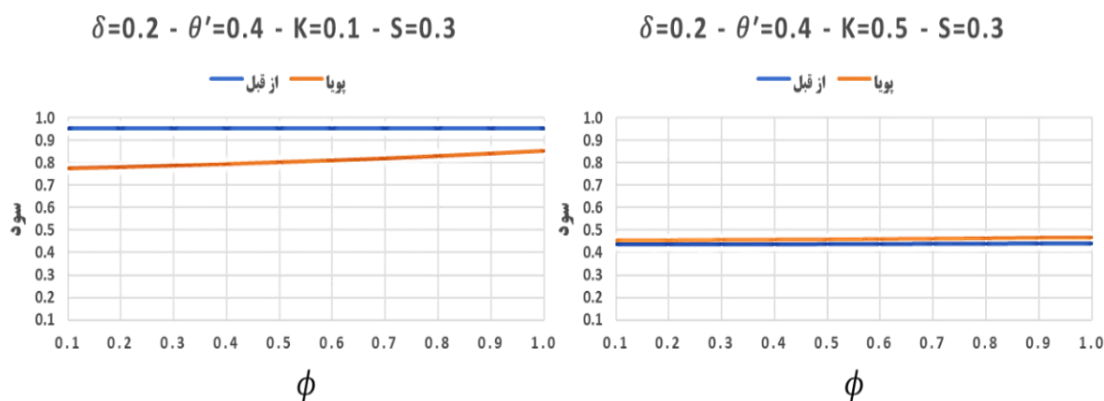
(۲) رفتار غیرخطی استراتژیک بودن مشتریان: افزایش میزان استراتژیک بودن (δ) تا آستانه 0.7 سود را افزایش می‌دهد، اما پس از آن کاهش می‌یابد (شکل ۶). این نتیجه با فرضیات رایج در ادبیات که رابطه خطی پیش‌بینی می‌کنند، در تضاد است.

(۳) برتری قیمت‌گذاری پویا در شرایط خاص: برخلاف یافته اصلی، در مواردی که پیشرفت تکنولوژی سریع باشد ($\theta' > 0.4$)، ارزش اسقاطی بسیار پایین باشد ($s < 0.1$) و قیمت‌گذاری پویا تا 15% سود بیشتری ایجاد می‌کند.

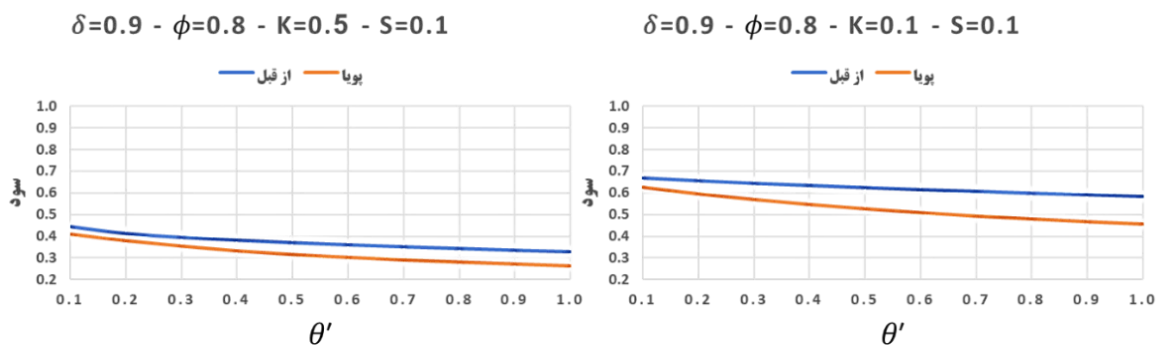
اعتبار مدل پیشنهادی با بررسی رفتار آن تحت سناریوهای مختلف پارامتری و تحلیل حساسیت گسترده مورد ارزیابی قرار گرفته است. پایداری پاسخ‌ها در برابر تغییرات مقادیر ورودی، نشانه‌ای از اعتبار ساختار مدل و انسجام رفتاری آن دارد.



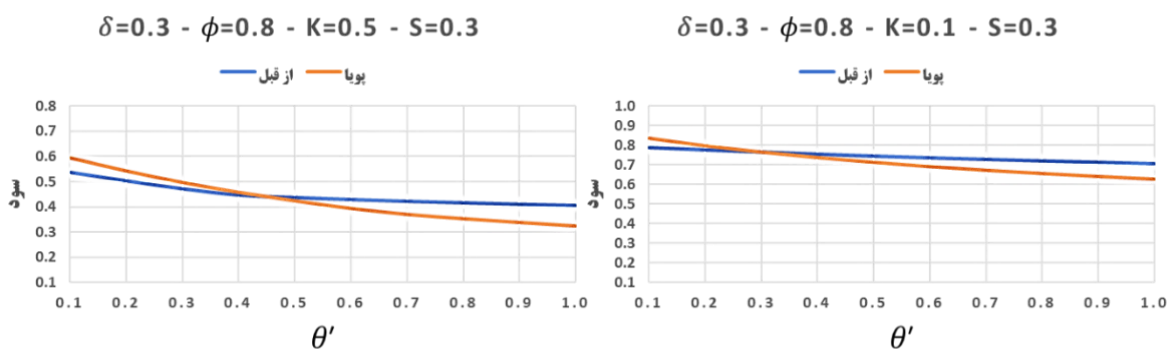
شکل (۸). تأثیر نسبت مشتریان بر سود شرکت تحت سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده و پویا



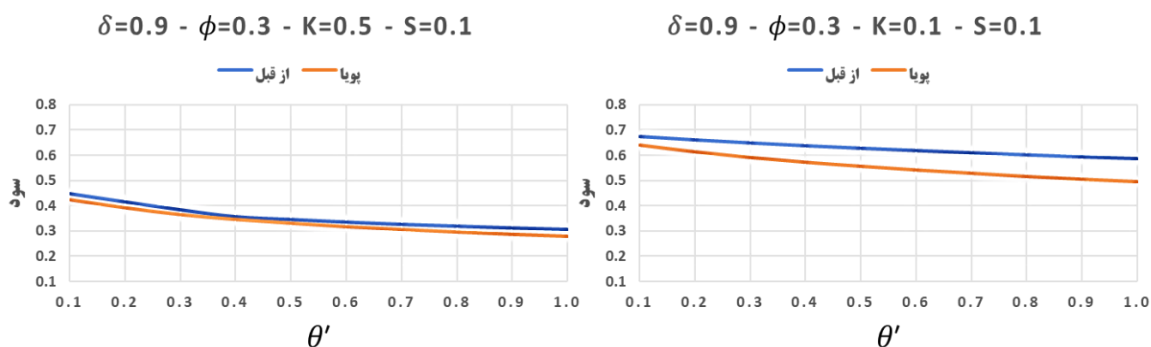
شکل (۹). تأثیر نسبت مشتریان بر سود شرکت تحت سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده و پویا



شکل (۱۰). تأثیر پیشرفت محصولات بازار بر سود شرکت تحت سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده و پویا



شکل (۱۱). تأثیر پیشرفت محصولات بازار بر سود شرکت تحت سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده و پویا



شکل (۱۲). تأثیر پیشرفت محصولات بازار بر سود شرکت تحت سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده و پویا

جدول (۱۴). تغییر متغیرهای هر سیاست قیمت گذاری نسبت به تغییر ارزش باز یافت

سیاست قیمت گذاری از قبل تعیین شده						سیاست قیمت گذاری پویا				
s	θ	p_1	p_2	p_t	p_d	θ	p_1	p_2	p_t	p_d
۰/۰۵	۰/۶۶	۰/۶۱	۰/۷۹	۰/۰۰	۰/۲۸	۰/۲۰	۰/۵۰	۰/۲۴	۰/۱۰	۰/۱
۰/۱۰	۰/۶۸	۰/۶۰	۰/۸۰	۰/۰۰	۰/۲۸۶	۰/۵۶	۰/۵۰	۰/۴۷	۰/۰۰	۰/۲
۰/۱۵	۰/۶۹	۰/۵۹	۰/۸۱	۰/۰۰	۰/۲۸	۰/۶۴	۰/۵۰	۰/۵۵	۰/۰۰	۰/۲
۰/۲۰	۰/۷۱	۰/۵۷	۰/۸۲	۰/۰۰	۰/۲۰	۰/۷۱	۰/۵۰	۰/۶۲	۰/۰۱	۰/۲
۰/۲۵	۰/۷۲	۰/۵۶	۰/۸۲	۰/۰۰	۰/۲۷	۰/۷۳	۰/۴۸	۰/۶۲	۰/۰۰	۰/۲
۰/۳۰	۰/۷۲	۰/۵۵	۰/۸۰	۰/۰۰	۰/۲۶	۰/۷۵	۰/۴۴۶	۰/۶۱	۰/۰۰	۰/۲
۰/۳۵	۰/۷۱	۰/۵۴	۰/۷۶	۰/۰۰	۰/۲۶	۰/۷۷	۰/۴۴	۰/۶۰	۰/۰۰	۰/۱
۰/۴۰	۰/۲۰	۰/۴۶	۰/۲۶	۰/۱۱	۰/۱۸	۰/۷۹	۰/۴۳	۰/۶۱	۰/۰۰	۰/۱
۰/۴۵	۰/۲۰	۰/۴۳	۰/۲۵	۰/۱۱	۰/۱۷	۰/۸۰	۰/۴۲	۰/۶۱	۰/۰۰	۰/۱
۰/۵۰	۰/۲۰	۰/۴۱	۰/۲۳	۰/۱۰	۰/۱۶	۰/۸۲	۰/۴۰	۰/۶۰	۰/۰۰	۰/۱

سناریو: $\delta=0.4$ و $\phi=0.9$ و $\theta'=0.35$ و $k=0.5$

۶. نتیجه‌گیری و سیر پژوهش‌های آتی

قیمت‌گذاری یکی از مهم‌ترین تصمیمات استراتژیک و یا تاکتیکی در هر صنعت است. افزایش روزافزون فناوری ارتباطات و تکنولوژی باعث رقابت شدید شرکت‌ها برای توسعه و معرفی محصولات جدیدتر و همچنین دسترسی مصرف‌کنندگان به اطلاعات و حق انتخاب بیشتر شده است. از این‌رو، بررسی و پژوهش در رابطه با تصمیمات قیمت‌گذاری که به‌طور مستقیم با افزایش تکنولوژی و اطلاعات مصرف‌کنندگان ارتباط دارد، یک امر مهم در هر صنعت به‌شمار می‌آید. شرکت‌ها باید با دقت بیشتری به انتخاب استراتژی قیمت‌گذاری خود بپردازند. سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده با توجه به این پژوهش به‌طور کلی می‌تواند در مواجهه با تغییرات بازار و مشتریان عملکرد بهتری داشته باشد.

این سیاست به‌شمار کمک می‌کند تا با تغییرات شرایط بازار و مشتریان بهتر مقابله کند و سود بیشتری کسب کند. سیاست قیمت‌گذاری پویا به‌شدت وابسته به نوآوری در محصولات جدید است و در برخی موارد ممکن است سود کمتری به‌همراه داشته باشد. به‌همین ترتیب، شرکت‌ها باید به اهمیت نوآوری در محصولات جدید توجه ویژه‌ای داشته باشند، به‌خصوص در بازاری که سرعت پیشرفت تکنولوژی بالاست. در این پژوهش سعی شد با بررسی ادبیات و پیدا کردن خلاءهای موجود در آن، برای یک شرکت که می‌خواهد محصول جدید خود را براساس محصول قدیمی خود وارد بازار کند، با یک مدل‌سازی کامل‌تر و منطبق‌تر بر دنیای واقعی سیاست‌های مرسوم قیمت‌گذاری بررسی و مقایسه شوند. دو سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده و پویا با رویکرد کامل‌تری مدل‌سازی شدند و نحوه رفتار سیاست‌ها در مواجهه با تغییرات پارامترهایی که در دنیای واقعی وجود دارند، نشان داده شد. برای به‌دست آوردن نتایج بهینه هر یک از این سیاست‌ها در شرایط مختلف از یک الگوریتم براساس الگوریتم شاخه‌وکران فضایی استفاده شده و برای شرایط محیطی مختلف و محدودی این دو سیاست از منظر سودی که برای شرکت به‌همراه دارند و رفتار آن‌ها و مقادیری که برای متغیرهای شرکت تعیین می‌کنند، مقایسه شدند. به‌طور کلی سیاست قیمت‌گذاری از قبل تعیین‌شده عملکرد بهتری را چه از منظر سود شرکت و چه از منظر مقابله با تغییرات شرایط شرکت داشت.

در طرف مقابل سیاست قیمت‌گذاری پویا برای به‌دست آوردن سود بسیار وابسته به افزایش نوآوری در محصول جدید بود و به علت محدودیت‌های مدل‌سازی مسئله در دوره دوم به‌طور معمول در سطح پایین‌تری از سود نسبت به سیاست دیگر قرار می‌گرفت. این پژوهش با بررسی نظام‌مند استراتژی‌های قیمت‌گذاری در شرایط وجود مشتریان ناهمگن، به نتایج قابل‌توجهی دست یافته است که می‌توان آن‌ها را در چند محور اصلی خلاصه کرد:

نخست آنکه، تحلیل‌های انجام شده نشان می‌دهد در ۷۲/۳ درصد از سناریوهای مورد بررسی، استراتژی قیمت‌گذاری از پیش تعیین‌شده منجر به کسب سود بیشتری برای شرکت می‌شود. این

برتری به‌ویژه در شرایطی که هزینه‌های توسعه محصول در محدوده متوسط ($0.4 \leq k \leq 0.6$) و درصد مشتریان استراتژیک کمتر از ۳۵ درصد باشد، بیشتر مشهود است. این یافته از آن جهت حائز اهمیت است که نشان می‌دهد در بسیاری از شرایط واقعی بازار، رویکردهای ساده‌تر قیمت‌گذاری می‌توانند کارایی بهتری داشته باشند.

در بُعد دیگر، پژوهش حاضر به شناسایی یک آستانه بحرانی در رفتار مشتریان دست یافته است. زمانی که ضریب استراتژیک بودن مشتریان (δ) از مرز ۰/۶۸ عبور می‌کند، سیستم رفتاری کاملاً متفاوتی از خود نشان می‌دهد. در $\delta < 0.68$ ، افزایش تدریجی این پارامتر تأثیر محدودی بر ترجیح استراتژی‌های قیمت‌گذاری دارد، اما پس از این نقطه بحرانی، تغییرات کوچک در δ می‌تواند منجر به جابجایی قابل‌توجه در استراتژی بهینه شود. این پدیده را می‌توان با تحلیل مکانیزم‌های روانشناختی تصمیم‌گیری مشتریان توجیه کرد. برنامه‌های مبادله که یکی از نوآوری‌های مدل حاضر محسوب می‌شوند، بیشترین اثربخشی را زمانی نشان می‌دهند که ارزش اسقاطی محصول در بازه ۰/۲۲ تا ۰/۳۱ تعیین شود. تحلیل حساسیت دقیق نشان می‌دهد که انحراف از این بازه بهینه می‌تواند تا ۱۸ درصد از سود بالقوه شرکت بکاهد. این یافته از آن جهت اهمیت دارد که راهنمای عملی دقیقی برای مدیران در تعیین میزان تخفیف‌های مبادله ارائه می‌دهد.

برای تکمیل و توسعه این پژوهش در راستای غنای علمی بیشتر و رفع محدودیت‌های موجود، چندین مسیر پژوهشی پیشنهاد می‌شود که هر کدام می‌تواند ابعاد جدیدی از مسئله قیمت‌گذاری در شرایط پیچیده بازار را روشن کند. نخست آنکه، توسعه یک چارچوب نظری مبتنی بر بازی‌های پویا با در نظر گرفتن ناهمگونی ارزش‌گذاری مشتریان می‌تواند عمق تحلیلی پژوهش را افزایش دهد. در چنین مدلی، رفتار مشتریان نه به‌صورت یکنواخت، بلکه براساس توزیع‌های ارزش‌گذاری مختلف تحلیل می‌شود که انعکاس دقیق‌تری از واقعیت بازار خواهد بود. این رویکرد مستلزم طراحی مکانیزم‌های تعادلی است که بتواند تنوع ترجیحات مصرف‌کنندگان را در طول زمان پوشش دهد. در بُعد دیگر، توسعه مدل سرمایه‌گذاری در تحقیق و توسعه می‌تواند با نگاهی جامع‌تر به مسئله تخصیص منابع بپردازد. این مدل می‌بایست روش‌های بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری را با در نظر گرفتن همزمان بهبود کیفیت محصول و توسعه ویژگی‌های جدید مورد بررسی قرار دهد. در چنین چارچوبی، می‌توان رابطه متقابل بین سطح سرمایه‌گذاری، زمان عرضه به بازار و بازدهی مالی را دقیق‌تر تحلیل کرد. این امر مستلزم ادغام دانش مهندسی صنایع با مباحث مالی و بازاریابی است تا بتوان مدلی یکپارچه ارائه داد که همزمان به ابعاد فنی و اقتصادی مسئله بپردازد.

یکی دیگر از جنبه‌های قابل توسعه، در نظر گرفتن رفتار خاص گروهی از مشتریان است که صرفاً به محصولات تخفیف‌خورده تمایل نشان می‌دهند. این گروه رفتاری که معمولاً در تحلیل‌های کلاسیک نادیده گرفته می‌شوند، می‌توانند تأثیر معناداری بر استراتژی‌های

- <https://doi.org/10.1007/s10100-025-00972-1>
- [5] Maleki MinBashRazgah, M. and M.A. Siah sarani Kojouri, (2017). *A Predictive Model of Behavior of Purchasers of Iranian Brands by Applying the Genetic Algorithm in Optimization of Decision Tree: Electric Appliance Industry*. Quarterly Journal of Brand Management, 4(1): p. 107-134.
- <https://doi.org/10.22051/bmr.2018.15279.1309>
- [6] Yu, D., M. Wan, and C. Luo, (2022). *Dynamic pricing and dual-channel choice in the presence of strategic consumers*. Managerial and Decision Economics, 43(6): p. 2392-2408.
- <https://doi.org/10.1002/mde.3533>
- [7] Wang, C., et al., (2021). *The impact of international electronic commerce on export trade: evidence from China*. Journal of Theoretical and Applied Electronic Commerce Research, 16(7): p. 2579-2593.
- <https://doi.org/10.3390/jtaer16070142>
- [8] Lange, F. and R. Schlosser, (2024). *Dynamic Pricing with Price-Anticipating Customers*. Preprint.
- <https://doi.org/10.1016/j.orp.2025.100337>
- [9] Lim, W.S. and C. S. Tang, (2006). *Optimal product rollover strategies*. European journal of operational research, 174(2): p. 905-922.
- <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.04.031>
- [10] Koca, E., G.C. Souza, and C.T. Druehl, (2010). *Managing product rollovers*. Decision Sciences, 41(2): p. 403-423.
- <https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.2010.00270.x>
- [۱۱] ناصری، آتنا، و یزدیان، (۲۰۲۴). برنامه ریزی تولید یک سیستم ترکیبی تولید/بازتولید پویا با در نظر گرفتن تصمیمات قیمت گذاری و واراتی در شرایط رقابت بین محصولات نو و بازتولیدی. نشریه پژوهش های مهندسی صنایع در سیستم های تولید. ۱۱(۲۳): ۳۷-۲۱.
- <https://doi.org/10.22084/ier.2024.5563>
- [12] Liang, C., M. Çakanyıldırım, and S.P. Sethi, (2014). *Analysis of product rollover strategies in the presence of strategic customers*. Management Science, 60(4): p. 1033-1056.
- <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.2013.1803>
- [13] Xiao, Y., (2017). *Choosing the right exchange-old-for-new programs for durable goods with a rollover*. European Journal of Operational Research, 259(2): p. 512-526.
- <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.11.002>
- [14] Liang, C., M. Çakanyıldırım, and S.P. Sethi, (2018). *Can strategic customer behavior speed up product innovation?* Production and Operations Management, 27(8): p. 1516-1533.
- <https://doi.org/10.1111/poms.12880>
- [15] Koca, E., T. Valletti, and W. Wiesemann, (2021). *Designing digital rollovers: Managing perceived obsolescence through release times*. Production

قیمت گذاری داشته باشند. مدل سازی این رفتار مستلزم جمع آوری داده های میدانی و تحلیل الگوهای خرید این دسته از مشتریان است تا بتوان پارامترهای مؤثر بر تصمیم گیری آنان را به درستی شناسایی کرد. عامل هزینه های انتقال موجودی نیز از دیگر متغیرهای مهمی است که می تواند در توسعه مدل مورد توجه قرار گیرد. این هزینه ها که شامل مواردی مانند انبارداری، جابجایی و فرسودگی محصولات می شود، معمولاً در مدل های نظری کمتر دیده می شوند. در حالی که در عمل، این عوامل می توانند تأثیر قابل توجهی بر سودآوری استراتژی های قیمت گذاری داشته باشند. مدل سازی این بخش نیازمند همکاری با فعالان صنعت برای برآورد دقیق پارامترهای مربوطه است.

در نهایت، در نظر گرفتن محدودیت های عرضه در هر دوره می تواند مدل را به واقعیت بازار نزدیک تر کند. این محدودیت ها که ممکن است ناشی از ظرفیت تولید، محدودیت های لجستیکی یا سیاست های مدیریتی باشد، تأثیر مستقیمی بر رفتار استراتژیک مشتریان و در نتیجه بر اثربخشی روش های قیمت گذاری دارد. توسعه مدل با این ویژگی مستلزم طراحی مکانیزم های کنترل موجودی پویا است که بتواند همزمان با استراتژی قیمت گذاری بهینه شود.

هر یک از این مسیرهای پژوهشی نه تنها می تواند محدودیت های پژوهش حاضر را برطرف کند، بلکه پنجره های جدیدی به سوی درک بهتر پیچیدگی های قیمت گذاری در بازارهای واقعی می گشاید. اجرای این پیشنهادها مستلزم همکاری بین رشته ای و استفاده از روش های ترکیبی تحلیلی و عددی است تا بتوان به مدل هایی دست یافت که هم از پایه نظری قوی برخوردار باشند و هم قابلیت اجرایی در محیط های واقعی را دارا باشند.

مراجع

- [۱] حسین، د، (۲۰۲۴). طراحی مدل دوهدفه شبکه زنجیره تأمین گوشت با در نظر گرفتن قابلیت ارتجاعی تحت شرایط عدم قطعیت.
- <https://doi.org/10.22084/ier.2024.29296.2166>
- [2] Hou, H., F. Wu, and X. Huang, (2024). *Dynamic pricing strategy for content products considering consumer fairness concerns and strategic behavior*. Industrial Management & Data Systems, 124(11): p. 3164-3196.
- <https://doi.org/10.1108/IMDS-09-2023-0669>
- [3] Ziari, M., (2024). *A data-driven pricing model for distribution systems considering competition*. Advances in Industrial Engineering, 58(1): p. 179-195.
- <https://doi.org/10.22059/aie.2024.370998.1885>
- [4] Parilina, E., F. Yao, and G. Zaccour, (2025). *Dynamic pricing and advertising in a supply chain with environment-and fairness-concerned consumers*. Central European Journal of Operations Research, p. 1-26.

- p. 92-107.
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2019.02.004>
- [26] Ye, T. and H. Yang, (2020). *Price and quality management with strategic consumers: Whether to introduce a high or low product variant*. Applied Mathematics and Computation, 386: p. 125541.
<https://doi.org/10.1016/j.amc.2020.125541>
- [27] Correa, J.R., D. Pizarro, and G. Vulcano. (2020). *The value of observability in dynamic pricing*. in *Proceedings of the 21st ACM Conference on Economics and Computation*.
<https://doi.org/10.1145/3391403.3399489>
- [28] Golrezaei, N., H. Nazerzadeh, and R. Randhawa, (2020). *Dynamic pricing for heterogeneous time-sensitive customers*. Manufacturing & Service Operations Management, 22(3): p. 562-581.
<https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2992112>
- [29] Zhang, Q., et al., (2020). *Strategic pricing under quality signaling and imitation behaviors in supply chains*. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 142: p. 102072.
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2020.102072>
- [30] Ju, Y., (2022). *Dynamic Pricing Strategy for Two-Generation Products under Different Trade-in Subsidy Strategies*. Mathematical Problems in Engineering, (1): p. 5677490.
<https://doi.org/10.1155/2022/5677490>
- [۳۱] شایسته، ع.ن.، ا. محمدعلی، و ر.ب. مرتضی، (۲۰۲۴). یک رویکرد نظریه بازی برای قیمت‌گذاری در زنجیره تأمین دوکاناله با درنظر گرفتن خدمات لجستیک..
<https://doi.org/10.22084/ier.2024.29059.2164>
- [32] Sheng, J. et al., (2023). *Dynamic pricing vs. pre-announced pricing in supply chain with consumer heterogeneity*. Electronic Commerce Research and Applications, 62: p. 101311.
<https://doi.org/10.1016/j.elerap.2023.101311>
- [33] Liu, J., X. Zhai, and L. Chen, (2019). *Optimal pricing strategy under trade-in program in the presence of strategic consumers*. Omega, 84: p. 1-17.
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2018.03.005>
- [34] Ziari, M., et al., (2022). *A review on competitive pricing in supply chain management problems: models, classification, and applications*. International Transactions in Operational Research, 29(4): p. 2082-2115.
<https://doi.org/10.1111/itor.13082>
- [35] Kremer, M., B. Mantin, and A. Ovchinnikov, (2017). *Dynamic pricing in the presence of myopic and strategic consumers: Theory and experiment*. Production and Operations Management, 26(1): p. 116-133.
<https://doi.org/10.1111/poms.12607>
- [36] Liu, G., Z. Guan, and H. Wang, (2019). *Dynamic pricing under cost reduction in the presence of myopic and strategic consumers*. Discrete and Operations Management, 30(10): p. 3698-3712.
<https://doi.org/10.1111/poms.13459>
- [16] Schwarz, J.A. and B. Tan, (2021). *Optimal sales and production rollover strategies under capacity constraints*. European Journal of Operational Research, 294(2): p.507-524.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.01.040>
- [17] Nazmy, J., R.B. Taha, and A.K. El-Kharbotly, (2022). *Modeling and Optimization of Supply Chain Product Rollover Strategies*. Port-Said Engineering Research Journal, 26(4): p. 56-71.
<https://doi.org/10.21608/pserj.2022.163701.1195>
- [18] Han, X., Y. Zhou, and X. Liu, (2022). *Optimal production strategies of competitive firms considering product innovation*. RAIRO-Operations Research, 56(3): p. 1335-1352.
<https://doi.org/10.1051/ro/2022057>
- [19] Yang, G., B. He, and K. Yuan, (2023). *Optimal product rollover strategies for successive-generation products: The role of the trade-in program and product characteristics*. Computers & Industrial Engineering, 179: p. 109163.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109163>
- [20] Aviv, Y. and A. Pazgal, (2008). *Optimal pricing of seasonal products in the presence of forward-looking consumers*. Manufacturing & service operations management, 10(3): p. 339-359.
<https://doi.org/10.1287/msom.1070.0183>
- [21] Mersereau, A.J. and D. Zhang, (2012). *Markdown pricing with unknown fraction of strategic customers*. Manufacturing & Service Operations Management, 14(3): p. 355-370.
<https://doi.org/10.1287/msom.1120.0376>
- [22] Correa, J., R. Montoya, and C. Thraves, (2016). *Contingent preannounced pricing policies with strategic consumers*. Operations Research, 64(1): p. 251-272.
<https://doi.org/10.1287/opre.2015.1452>
- [23] Aflaki, A., P. Feldman, and R. Swinney, (2018). *Becoming strategic: The endogenous determination of time preferences and its implications for multiperiod pricing*, Working paper, University of Pittsburgh, Pittsburgh.
<https://doi.org/10.1287/opre.2015.1452>
- [24] Dong, J. and D.D. Wu, (2019). *Two-period pricing and quick response with strategic customers*. International Journal of Production Economics, 215: p. 165-173.
<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2017.06.007>
- [25] Hu, S., Z.-J. Ma, and J.-B. Sheu, *Optimal prices and trade-in rebates for successive-generation products with strategic consumers and limited trade-in duration*. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2019. 124:

- limited initial inventory level and strategic consumer behavior.* Computers & Industrial Engineering, 169: p. 108260.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108260>
- [40] Yuan, X., Z. Ma, and X. Zhang, (2022). *Dynamic pricing for the successive-generation products in the presence of strategic customers and limited trade-in duration.* Kybernetes, 52(11): p. 5329-5352.
<https://doi.org/10.1108/K-02-2022-0237>
- [41] Hu, S. and Y. Tang, (2024). *Impact of product sharing and heterogeneous consumers on manufacturers offering trade-in programs.* Omega, 122: p. 102949.
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2023.102949>
- Dynamics in Nature and Society, (1): p. 3272875.
<https://doi.org/10.1155/2019/3272875>
- [37] Wang, X., P. Ma, and Y. Zhang, (2020). *Pricing and inventory strategies under quick response with strategic and myopic consumers.* International Transactions in Operational Research, 27(3): p. 1729-1750.
<https://doi.org/10.1111/itor.12453>
- [38] Vafaeinejad, K. and M.S. Sajadieh, (2022). *Trade-in price and base warranty length: A heuristic algorithm for concurrent optimization.* Computers & Industrial Engineering, 171: p. 108504.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108504>
- [39] Zhao, N., Q. Wang, and J. Wu, (2022). *The reference effect on a retailer's selling strategy with*



Modeling and Analysis of Pricing and Innovation Strategies in Product Development with Heterogeneous Customers and Dual Policies

Shayan Sotooneh¹ , Mohsen Sheikh Sajadieh^{2*} , Matineh Ziari³ 

¹ MSc Student, Department of Department of System Engineering, Faculty of of Industrial Engineering and Management Systems, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran

² Associate Professor, Department of System Engineering, Faculty of of Industrial Engineering and Management Systems, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran

³ Assistant Professor, Department of Industrial Engineering & Management Systems, Faculty of Industrial Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 2025/05/14

Revised: 2025/08/05

Accepted: 2025/08/09

Keywords:

Pricing Strategy
Heterogenous Customers
Incremental Innovation
Trade-in Program

ABSTRACT

Pricing is a critical element in supply chain decisions across strategic, tactical, and operational levels. Rapid technological innovation accelerates product introductions while empowering consumers to anticipate prices and performance. This paper develops a two-period mathematical model for optimizing pricing and product innovation decisions in markets with heterogeneous customers (myopic and strategic). Key contributions include: (1) determining optimal new product innovation level considering R&D costs, (2) introducing a comprehensive, behaviorally-informed customer utility function, and (3) jointly analyzing the impact of both customer types. Modeled within a dynamic game framework, the solution determines optimal first- and second-period prices, trade-in discounts, reduced prices for old products, and new product innovation levels. To solve this nonlinear problem, we develop a customized algorithm based on the spatial branch and bound method. Sensitivity analyses reveal that innovation level, strategic customer behavior, and pricing policy significantly impact profitability. Key findings indicate: (1) pre-determined pricing generates higher profits in 70% of scenarios, (2) dynamic pricing becomes superior under high product development costs or high proportions of strategic customers, and (3) trade-in program effectiveness increases with higher recycled product value. The analysis quantifies the distinct impacts of strategic customers, myopic customers, and trade-in programs. These insights provide managers with actionable guidance for selecting pricing strategies based on specific customer compositions and market conditions.

* Corresponding author. M. Sheikh Sajadieh
Tel.: 021-64545312; E-mail: sajadieh@aut.ac.ir