

زمان‌بندی دوهدفه پروژه‌ها با گروه‌های کاری چندمهارته، اثر یادگیری و زمان‌های راه‌اندازی و پردازش وابسته به گروه کاری

سارا باقرزاده رحمانی^۱، جواد رضائیان^{۲*}، احمد ابراهیمی^۳

۱. دانشجوی دکتری مدیریت صنعتی، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران

۳. دانشیار گروه مدیریت صنعتی و تکنولوژی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

خلاصه

امروزه در سازمان‌های پروژه محور، پروژه‌ها به صورت موازی و در قالب کار تیمی انجام می‌شوند. بنابراین مدیریت منابع انسانی در سازمان‌های پروژه محور نقش کلیدی در به ثمر رساندن پروژه‌ها ایفا می‌کند. در واقع تخصیص مناسب کارکنان با مهارت‌های متفاوت به تیم‌های کاری برای انجام پروژه‌ها علاوه بر حفظ منابع مالی سازمان، زمان انجام پروژه‌ها را نیز کاهش می‌دهد. از این رو در این پژوهش یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح مختلط غیرخطی (MINLP) چندهدفه ارائه می‌شود. مدل ریاضی این پژوهش شامل اهداف چندگانه کمینه‌سازی همزمان مجموع هزینه‌های راه‌اندازی تیم‌های کاری و به کارگیری نیروی انسانی و مجموع زمان در جریان بودن پروژه‌ها می‌باشد. سپس برای اعتبارسنجی مدل ریاضی پیشنهادی چندین مسأله نمونه طراحی شده و با استفاده از نرم‌افزار لینگو و روش تبدیل تابع هدف به محدودیت حل شده است. در ادامه برای حل مسائل در ابعاد بزرگ از الگوریتم ژنتیک چندهدفه بر مبنای مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) بهره‌گیری شده و کارایی الگوریتم پیشنهادی از طریق مقایسه با روش مجموع وزن‌دهی سنجیده شده است.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۱۴۰۳/۰۴/۱۲

بازنگری: ۱۴۰۳/۰۸/۰۴

پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۱۸

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

زمان‌بندی پروژه

گروه‌های کاری چندمهارته

اثر یادگیری

زمان راه‌اندازی وابسته به گروه

زمان انجام پروژه وابسته به

گروه

الگوریتم ژنتیک چندهدفه

بر مبنای مرتب‌سازی نامغلوب

(NSGA-II)

۱. مقدمه

امروزه مدیریت مؤثر برای سازمان‌های مهندسی، تولیدی و خدماتی مدرن نیازمند الگویی جامع جهت سازماندهی و تخصیص مجدد منابع در مواجهه با نیازمندی‌های بحرانی سازمان می‌باشد [۱]. به منظور دستیابی به چنین شرایطی ارائه راهکارهای مناسب جهت استفاده مؤثر از منابع، کاهش هزینه‌ها و افزایش بهره‌وری امری حیاتی به شمار

می‌آید. در این راستا موضوع زمان‌بندی بیشتر از گذشته مورد توجه قرار گرفته است تا با صرفه‌جویی در منابع و زمان در دسترس، سازمان‌ها را به سوی تحقق اهدافشان سوق دهد. زمان‌بندی، فرآیند تخصیص منابع به فعالیت‌ها با در نظر گرفتن دوره‌های زمانی مربوط به آن‌ها به منظور بهینه‌سازی یک یا چند هدف می‌باشد [۲]. زمان‌بندی پروژه در دهه‌ی اخیر به یکی از زمینه‌های مورد علاقه تحقیق در میان

* نویسنده مسئول: جواد رضائیان

تلفن: 011-32191209؛ پست الکترونیکی: j.rezaeian@ustmb.ac.ir

پژوهش‌گران تبدیل شده است چراکه یک نقش اساسی را در بهبود عملکرد بسیاری از سازمان‌ها مانند مهندسی ساختمان، توسعه نرم‌افزار و تأمین‌کنندگان بزرگ تجهیزات دارد [۳].

منابع انسانی یکی از اساسی‌ترین منابع موردنیاز سازمان است که نقش عمده‌ای در تحقق اهداف و افزایش بهره‌وری ایفا می‌کند [۴]. منظور از منابع انسانی افرادی هستند که با تخصص‌های مختلف در بخش‌های گوناگون سازمان برای پیشبرد اهداف سازمانی و پروژه‌های مشغول به کار هستند. بنابراین، بهینه‌سازی تخصیص منابع انسانی از یک سو موجب افزایش بهره‌وری و از سوی دیگر باعث کاهش چشم‌گیر هزینه‌ها خواهد شد. در سال‌های اخیر مطالعات فراوانی در حوزه برنامه‌ریزی پروژه با درنظر گرفتن منابع انسانی با مهارت‌های چندگانه صورت گرفته است [۳، ۸]. اما بسیاری از فعالیت‌ها و پروژه‌ها به دلیل پیچیدگی فرآیندهای مرتبط با آن‌ها، به بیش از یک نیروی متخصص نیاز دارند. این فعالیت‌ها به چندین پرسنل نیازمند هستند تا به عنوان یک گروه کاری با مهارت‌های مکمل با یکدیگر همکاری کنند. هر گروه کاری توانایی انجام یک یا چند نوع کار را به طور مستقل دارد. از این رو، تخصیص فعالیت‌ها اغلب برای مدیران نه تنها برای انتخاب گروه کاری، بلکه برای تخصیص کارگران تحت منابع محدود به چالشی بزرگ تبدیل می‌شود [۱]. در نتیجه، مطالعه بر روی گروه‌های کاری چندمهارته در برنامه‌ریزی پروژه‌ها امری اساسی است که در تحقیقات گذشته به آن به اندازه کافی پرداخته نشده است. تنها در تحقیق سو و همکاران [۱] به موضوع گروه‌های کاری در حوزه زمان‌بندی پرداخته شده است، که فرض شده تعداد گروه‌های کاری و افراد هر گروه از قبل مشخص می‌باشند. اما در واقعیت، جهت تشکیل هر گروه کاری، باتوجه به تجهیزات و الزامات موردنیاز و همچنین به کارگیری افراد در گروه‌های کاری، سازمان‌ها هزینه‌هایی را متحمل می‌شوند. در واقع این فرض هزینه‌های ثابتی را به سازمان تحمیل می‌کند که باید در تمامی شرایط، چه در زمان رکود و چه در زمان اوج کار، برپا دارد. بنابراین، برای کاهش هزینه‌های سازمان، پویا کردن سیستم و به کارگیری حداکثری نیروی انسانی در هر گروه کاری، نیاز به ارائه مدلی است که تعداد گروه‌ها و همچنین افراد موردنیاز هر گروه در هر دوره زمانی را براساس حجم پروژه‌های سازمان تعیین کند. این پژوهش به طور همزمان، دو مسأله تشکیل گروه‌های کاری با تخصیص نیروی انسانی موردنیاز و همچنین تخصیص پروژه‌ها به گروه‌های کاری با درنظر گرفتن مهارت‌های موردنیاز و محدودیت منابع انسانی را درنظر می‌گیرد. مسأله شامل مجموعه‌ای از پروژه‌های متمایز است. به عنوان نمونه، پروژه‌هایی مانند ساخت، تعمیر یا انجام فعالیت‌های سرویس و نگهداری یک تجهیز خاص برای مشتریان درون سازمانی یا برون‌سازمانی، همچنین پروژه‌های تولید محتوا و توسعه نرم‌افزار قابل ذکر هستند که قالب منابع کاربردی در آن‌ها از نوع منابع انسانی می‌باشد. پروژه‌ها باید در مجموعه‌ای از گروه‌های کاری بالقوه (از منابع انسانی) که به صورت موازی فعالیت می‌کنند، انجام شوند. به هر گروه کاری فعال، تعدادی نیروی انسانی با

مهارت‌های موردنیاز تخصیص داده می‌شود تا بتوانند پروژه‌های محوله را به بهترین نحو به پایان برسانند. هر پروژه تنها در یک گروه کاری انجام می‌شود و هر گروه کاری، در صورت کافی بودن منابع انسانی، قادر است به صورت همزمان چندین پروژه را به انجام برساند. نیروهای انسانی متخصص دارای سطح مهارتی متفاوتی هستند. بازه زمانی انجام یک پروژه، زمان انجام آن پروژه تعریف می‌گردد و قبل از شروع انجام هر پروژه در هر گروه کاری، زمانی برای راه‌اندازی پروژه صرف می‌شود. زمان انجام و زمان راه‌اندازی هر پروژه، به سطح مهارتی گروه کاری که پروژه در آن انجام می‌شود، بستگی دارند. علاوه بر این، اثر کار گروهی یا به نوبه دیگر اثر یادگیری نیز بر زمان انجام پروژه‌ها درنظر گرفته می‌شود. به این صورت که اگر پروژه‌هایی با درجه شباهت بالا به یک گروه کاری تخصیص داده شود، این گروه کاری زمان کمتری را برای انجام کار مشابه صرف خواهد کرد. اثر یادگیری در فعالیت‌های پروژه جایی که جمع تجربیات نیروی انسانی منجر به بهبود مهارت عملکردی تک تک پرسنل می‌شود می‌تواند بهره‌وری را به طور قابل توجهی افزایش دهد [۵]. این موضوع به ویژه در محیط‌های چندمهارته می‌تواند تأثیر بیشتری داشته باشد [۶]. در پژوهش‌های اخیر در حوزه زمان‌بندی پروژه [۳، ۶، ۷] اثر یادگیری را تنها تابعی از مجموع زمان یا تعداد فعالیت یک فرد در یک مهارت درنظر گرفتند. این درحالی است که علاوه بر مدت زمان یا تعداد، ماهیت فعالیت‌ها نیز در اثر یادگیری تأثیرگذار است. این پژوهش نوعی از اثر یادگیری را مورد بررسی قرار می‌دهد که تمرکز بر روی ماهیت فعالیت‌ها است. به این صورت که اگر پروژه‌ها با درصد تشابه بالا به یک گروه کاری تخصیص داده شوند، مدت زمان انجام پروژه‌ها با توجه به توالی‌شان در گروه کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، ترکیب این ویژگی با سایر محدودیت‌ها و پیاده‌سازی آن‌ها به صورت یک مدل ریاضی، به پیچیدگی‌های بالایی منجر می‌شود.

در زمینه زمان‌بندی پروژه، فرض بر این است که مدت زمان یک فعالیت هم‌زمان به طور کامل منعکس‌کننده زمان راه‌اندازی و زمان انجام فعالیت است. این فرض تا زمانی که زمان راه‌اندازی نسبت به زمان انجام فعالیت کوچک باشد، قابل توجیه است. اما در مواردی که برخی از فعالیت‌ها نیاز به تنظیمات قابل توجه دارند، این فرض ممکن است به پاسخ‌های مناسبی منجر نشود [۹]. مثال‌های متعددی در مسائل زمان‌بندی پروژه با زمان‌های راه‌اندازی وجود دارد که به منظور انجام برخی فعالیت‌ها نیاز به تنظیم واحدی از منبع می‌باشد. این تنظیمات می‌تواند شامل تجهیز، تنظیم مجدد، تغییر موقعیت، تمیز کردن، گرم کردن و موارد دیگر باشد. به عنوان مثال، در پروژه‌های ساختمانی، زمان‌های راه‌اندازی ممکن است شامل زمان موردنیاز برای تجهیز بیل‌های مکانیکی به انواع مختلف پاکت‌ها جهت انجام فعالیت‌های مختلف یا زمان مورد نیاز برای جابجایی تجهیزات سنگین، مانند کامیون‌ها و جرثقیل‌ها، از یک سایت کاری به سایت دیگر باشد [۱۰]. همچنین، لی و همکاران [۱۱] در تحقیقی به بررسی مدلی از زمان‌بندی پروژه با درنظر گرفتن زمان راه‌اندازی در پروژه‌های

حسینیان و برادران مسأله زمان‌بندی پروژه با منابع انسانی چندمهارته و اثر زوال‌پذیری کارها بر زمان پردازش را با در نظر گرفتن همزمان دو هدف کاهش زمان تکمیل پروژه و کاهش هزینه‌ها مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها ضمن ارائه یک مدل ریاضی برای حل مسأله تحت بررسی از الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه شامل الگوریتم گرگ خاکستری و الگوریتم مبتنی بر فیبوناچی بهره بردند [۱۵].

چن و همکاران [۳] مسأله زمان‌بندی چندپروژه‌ای با در نظر گرفتن منابع انسانی داخلی و خارجی با مهارت‌های چندگانه و همچنین اثر یادگیری برای هر کارگر داخلی بر اثر افزایش ساعت کاری را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها زمان پردازش و زودترین زمان شروع کارها را به صورت احتمالی با پیروی از تابع نرمال در نظر گرفتند. ضمن ارائه یک مدل ریاضی برای حل مسأله تحت بررسی از یک الگوریتم فراابتکاری ژنتیک ترکیبی نیز برای حل مدل در ابعاد کاربردی بهره بردند. هدف کاهش هزینه‌های به کارگیری نیروی کار خارجی و جریمه دیر کردها می‌باشد. در این پژوهش گروه کاری و اثر یادگیری در گروه کاری در نظر گرفته نشده است.

برقی و شادرخ [۱۶] مسأله زمان‌بندی پروژه چندحالتی با منابع انسانی چندمهارته و زمان راه‌اندازی را با در نظر گرفتن هدف کاهش زمان تکمیل پروژه مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها ضمن ارائه یک مدل ریاضی برای حل مسأله تحت بررسی از الگوریتم‌های فراابتکاری شامل الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید بهره بردند.

لی و همکاران [۱۷] یک مدل بهینه‌سازی خطی و یک الگوریتم جستجوی ممنوع کارآمد را برای مسأله زمان‌بندی پروژه با پرسنل چندمهارته و در نظر گرفتن اثر یادگیری در مدیریت پروژه ساخت‌وساز توسعه دادند.

جدول (۱). ارزیابی ادبیات پژوهشی

منبع	گروه کاری	اثر یادگیری	آزمایش متفاوت کارها	زمان آماده‌سازی	منابع انسانی با گروه کاری چندمهارته	تعداد اهداف	الگوریتم
[۱۲]	*	*		چند	چند	تک	
[۱۳]	*	*		چند	چند	تک	*
[۱۴]	*	*	*	چند	چند	چند	*
[۱۵]	*	*	*	چند	چند	چند	*
[۳]	*	*	*	چند	چند	چند	*
[۱۶]	*	*	*	چند	چند	تک	*
[۱۷]	*	*	*	چند	چند	تک	*
[۱]	*	*	*	تک	تک	تک	*
[۱۸]	*	*	*	چند	چند	چند	*
[۱۹]	*	*	*	چند	چند	تک	*
پژوهش	*	*	*	*	*	چند	*

کشتی‌سازی و مونتاژ هواپیما پرداخته‌اند. به طور کلی، در زمان‌بندی پروژه، راه‌اندازی به عنوان آماده‌سازی تمام منابع موردنیاز برای انجام یک فعالیت تعریف می‌شود [۹]. این پژوهش که به زمان‌بندی پروژه با گروه‌های کاری می‌پردازد، نیز زمانی را تحت عنوان زمان راه‌اندازی گروه‌ها در نظر می‌گیرد. این زمان، که وابسته به نوع پروژه است، شامل زمان موردنیاز برای تجهیز گروه و هماهنگی و ایجاد طرح‌های اولیه می‌باشد.

امروزه باتوجه به محیط رقابتی موجود در بازار، سازمان‌ها غالباً با بیش از یک هدف مواجه هستند. یکی از مهم‌ترین اهدافی که سازمان‌ها همواره در تلاش برای کمیینه‌سازی آن هستند، هزینه‌های ناشی از به کارگیری نیروی انسانی است و از سوی دیگر، کمیینه‌سازی هزینه‌های ناشی از در جریان بودن پروژه‌ها نیز همواره مورد توجه قرار دارد. به منظور دستیابی به هر دو هدف مذکور، در این پژوهش بهینه‌سازی همزمان دو تابع هدف شامل کمیینه‌سازی مجموع هزینه‌های نیروی انسانی و تشکیل گروه کاری و کمیینه‌سازی مجموع زمان در جریان بودن پروژه‌ها در نظر گرفته می‌شود و در جهت حل آن از الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) استفاده می‌شود.

در این بخش از پژوهش مقدمه‌ای از مسأله تحت مطالعه و جنبه‌های نوآوری آن نسبت به ادبیات موضوع ارائه گردید. در بخش دوم پیشینه تحقیق ارائه می‌شود و جدولی از خلاصه مرور ادبیات نیز ارائه می‌گردد. بخش سوم به تعریف مسأله، ارائه مدل ریاضی، بررسی صحت عملکرد مدل و تحلیل حساسیت آن نسبت به تغییر در مقادیر پارامترهای ورودی پرداخته می‌شود. در بخش چهارم جزئیات الگوریتم حل پیشنهادی ارائه می‌شود و در بخش پنجم، عملکرد الگوریتم پیشنهادی ارزیابی شده و نتایج محاسباتی آن بررسی می‌شود. نهایتاً، در بخش ششم نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی پژوهش مطرح می‌گردند.

۲. پیشینه تحقیق

هایمرل و کولیش مسأله تخصیص پروژه‌ها به مجموعه‌ای از نیروی انسانی داخلی و خارجی با مهارت‌های چندگانه را با در نظر گرفتن اثر یادگیری و همچنین کاهش دانش مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها برای مسأله تحت مطالعه یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط باهدف کاهش هزینه‌ها ارائه کردند [۱۲]. آتیا و همکاران مسأله تخصیص فعالیت‌های یک پروژه به مجموعه‌ای از نیروی انسانی با مهارت‌های چندگانه با در نظر گرفتن همزمان اثرات یادگیری و فراموشکاری را بررسی کردند. آن‌ها ضمن ارائه یک مدل ریاضی برای حل مسأله تحت بررسی از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک نیز برای حل مدل در ابعاد کاربردی بهره بردند [۱۳]. کیا و همکاران یک مدل ریاضی سه‌هدفه برای مسأله تخصیص فعالیت‌های یک پروژه به مجموعه‌ای از نیروی انسانی با مهارت‌های چندگانه ارائه کردند. آن‌ها برای حل مدل پیشنهادیشان از الگوریتم اپسیلون محدودیت بهره بردند [۱۴].

سطح مهارتی گروه در نظر گرفته شود (حالت ایده‌آل زمانی است که میانگین سطح مهارتی گروه برابر با یک باشد) و MS_g به عنوان میانگین سطح مهارتی گروهی که پروژه p به آن تخصیص داده شده است، تعریف گردد، آنگاه زمان انجام پروژه p در گروه کاری g یعنی PR_{pg} به صورت تابع نمایی می‌باشد که در رابطه (۱) نمایش داده شده است. برای دستیابی به مدل پیشنهادی از الگوی شناخته شده بیسکاپ [۲۰] و صالحی و رضاییان [۲۱] الهام گرفته شده است. این خاصیت نمایی به این معناست که هرچه میانگین سطح مهارتی گروه کمتر باشد، زمان انجام پروژه در آن گروه به صورت نمایی افزایش می‌یابد. باتوجه به اینکه در این پژوهش منابع یا همان نیروی انسانی در واحد زمان به پروژه‌ها تخصیص داده می‌شوند، باید زمان انجام پروژه‌ها اعداد صحیح مثبت باشند. بنابراین، مقدار حاصل را به پایین گرد کرده و یک واحد به آن اضافه می‌شود.

$$PR_{pg} = \lceil IPR_p \cdot e^{(1-MS_g)} \rceil + 1 \quad (۱)$$

قبل از شروع هر پروژه در هر گروه کاری، زمانی برای راه‌اندازی آن پروژه، صرف می‌گردد. این زمان وابسته است به سطح مهارتی گروه کاری که پروژه در آن انجام می‌گیرد. به این ترتیب، اگر IS_{ETp} زمان راه‌اندازی پروژه p در حالت ایده‌آل میانگین سطح مهارتی گروه در نظر گرفته شود آنگاه زمان راه‌اندازی پروژه p در گروه کاری g یعنی SET_{pg} به صورت تابع نمایی می‌باشد که در رابطه (۲) نمایش داده شده است. در نتیجه هرچه میانگین سطح مهارتی گروه کمتر باشد، زمان راه‌اندازی پروژه در آن گروه به صورت نمایی افزایش می‌یابد.

$$SET_{pg} = \lceil IS_{ETp} \cdot e^{(1-MS_g)} \rceil + 1 \quad (۲)$$

همچنین، تمامی پروژه‌ها از ابتدای افق زمانی برنامه‌ریزی در دسترس نیستند و هریک دارای زمان متفاوتی برای شروع هستند. به عبارت دیگر، پروژه‌ها دارای زمان‌های آزادسازی یا زودترین زمان شروع متفاوتی هستند.

علاوه بر این اثر کار گروهی یا به عبارتی دیگر اثر یادگیری بر زمان انجام پروژه‌ها نیز مدنظر قرار گرفته است. به این صورت که اگر پروژه‌هایی با درجه شباهت بالا به یک گروه کاری تخصیص داده شوند، این گروه کاری می‌تواند زمان انجام کمتری را برای پروژه‌های مشابه صرف کند. بنابراین، لازم است تا مدلی جامع برای محاسبه زمان انجام واقعی با در نظر گرفتن میزان تشابه پروژه‌ها پیشنهاد گردد. برای این منظور، از الگوی شناخته شده یانگ و همکاران [۲۲] که در عبارت (۳) بیان شده الهام گرفته شده است. در این مدل $b > 0$ نرخ یادگیری، r موقعیت زمان‌بندی کار i ام در توالی و P_i نیز زمان پردازش اولیه کار i ام می‌باشد.

$$P_{i[r]} = P_i r^{-b} \quad (۳)$$

در مدل توسعه یافته در این پژوهش، به جای استفاده از متغیر موقعیت (r)، از متغیر جدیدی به نام مجموع درجه شباهت (u) بهره گرفته شده است. در واقع u برابر است با مجموع درجه شباهت کار i با تمامی کارهایی که در آن گروه قبل از شروع کار i ام پایان یافته‌اند.

همتیان و همکاران [۱۸] یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط چندهدفه برای مسأله زمان‌بندی پروژه و تخصیص نیروی کار چند مهارتی با اهداف به حداقل رساندن زمان تکمیل و هزینه کل پروژه‌ها و همچنین به حداکثر رساندن کیفیت پروژه را مطرح کردند. محققان اثر یادگیری و فراموشی برای نیروی انسانی را نیز در نظر گرفتند. برای حل مدل از روش اپسیلون محدودیت استفاده کردند. هارون و همکاران مسأله زمان‌بندی چند پروژه با نیروی انسانی چندمهارته با در نظر گرفتن شکست فعالیت‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها ضمن ارائه یک مدل ریاضی برای حل مسأله تحت بررسی از یک الگوریتم ابتکاری نیز برای حل مدل در ابعاد کاربردی بهره بردند [۱۹].

با توجه به مرور ادبیات صورت گرفته، اکثر پژوهش‌ها به بحث گروه‌های کاری نپرداخته‌اند. درحالی که بسیاری از فعالیت‌ها به دلیل پیچیدگی فرآیندهای مرتبط با آن‌ها، به بیش از یک نیروی متخصص نیاز دارند. این فعالیت‌ها نیازمند چندین پرسنل هستند تا به عنوان یک گروه کاری، گروهی از پرسنل با مهارت‌های کاری مکمل به صورت هماهنگ فعالیت کنند. همان‌طور که در ادبیات پژوهشی مشاهده می‌شود، اثر یادگیری بیشتر بر افراد متمرکز بوده است و طبق مطالعات صورت گرفته پژوهشی که اثر یادگیری در گروه‌های کاری چندمهارته را در نظر گرفته باشد، یافت نشده است. این درحالی است که در اکثر پروژه‌ها، به‌ویژه در پروژه‌های ساخت و تعمیرات، کار به صورت گروهی انجام می‌شود. از طرفی در بیشتر پژوهش‌ها زمان انجام فعالیت‌ها از قبل مشخص بوده و زمان راه‌اندازی نیز از قبل تعیین شده یا نادیده گرفته شده است. در این پژوهش زمان راه‌اندازی و زمان انجام فعالیت‌ها براساس سطوح مهارتی افراد گروه تعیین می‌شود. ضمناً تمام پروژه‌ها در ابتدای افق زمان‌بندی در دسترس نیستند و زمان دسترسی به پروژه‌ها متفاوت می‌باشد. به عبارتی، پروژه‌ها دارای زمان‌های آزادسازی یا زودترین زمان شروع متفاوتی می‌باشند. به منظور مقایسه بهتر مسأله مورد پژوهش با ادبیات موضوع، در جدول (۱) خلاصه‌ای از مرور ادبیات مربوط گردآوری شده است.

۳. تعریف مسأله و مدل‌سازی ریاضی

این مسأله شامل مجموعه‌ای از پروژه‌های متمایز شامل $p = \{1, 2, \dots, NP\}$ می‌باشد که توسط گروه‌های کاری بالقوه شامل $g = \{1, 2, \dots, NG\}$ به طور موازی انجام می‌شوند. همچنین مجموعه‌ای از نیروی انسانی $h = \{1, 2, \dots, NH\}$ با مهارت‌های مورد نیاز $s = \{1, 2, \dots, NS\}$ به هر گروه کاری فعال تخصیص داده می‌شوند. هر پروژه تنها به یک گروه کاری واجد شرایط تخصیص داده می‌شود. گروه‌های کاری می‌توانند، در صورت وجود منابع انسانی کافی، همزمان چندین پروژه را انجام دهند.

زمان انجام پروژه‌ها در گروه‌های کاری مختلف یکسان نیست و به میانگین سطح مهارتی گروه کاری بستگی دارد. به این صورت که اگر IPR_p به عنوان زمان انجام پروژه p در حالت ایده‌آل میانگین

این تابع به صورت فرمول بندی زیر تعریف می‌شود:

$$P_{i[r]} = P_i(u + 1)^{-b} \quad (۴)$$

با توجه به اینکه در این پژوهش، منابع یا همان نیروی انسانی به پروژه‌ها در واحد زمان تخصیص داده می‌شوند، لازم است زمان انجام پروژه‌ها به صورت اعداد صحیح مثبت باشد. برای دستیابی به این هدف، کافی است رابطه (۴) به نزدیک‌ترین عدد صحیح به سمت پایین گرد شود. در نهایت، برای محاسبه زمان انجام واقعی، رابطه (۵) تعریف می‌شود.

$$P_{i[r]} = [P_i(u + 1)^{-b}] \quad (۵)$$

در این بخش، مدل ریاضی پیشنهادی با رویکرد برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای مسأله مورد بررسی ارائه می‌شود. ابتدا مفروضات لازم برای مدل‌سازی، اندیس‌ها، پارامترهای ورودی و متغیرهای تصمیم‌گیری به صورت جداگانه معرفی می‌شوند. سپس توابع هدف و محدودیت‌های مدل ریاضی پیشنهادی برای مسأله مذکور ارائه و تشریح می‌گردند.

با توجه به اینکه بلازویچ و همکاران [۲۳] اثبات کردند که مسأله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود با هدف کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین فعالیت در گروه مسائل NP-hard قرار می‌گیرد لذا مسأله این پژوهش که توسعه‌ای از مسأله پایه است نیز جزو آن گروه می‌باشد. بنابراین نرم‌افزارهای حل دقیق مانند لینگو تنها قادر به حل مسأله در ابعاد کوچک بوده و برای حل مسأله در ابعاد بزرگ نیاز به پیاده‌سازی مسأله در الگوریتم‌های فراابتکاری می‌باشد.

۳-۱. مفروضات مسأله

در بخش تعریف مسأله، برخی از مفروضات و جزئیات مدل مطرح شده است. باین حال، برای مدل‌سازی دقیق‌تر مسأله، نیاز به بیان برخی مفروضات دیگر وجود دارد که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

- پروژه‌ها مستقل از یکدیگر هستند اما برخی از آن‌ها دارای درصدی شباهت با پروژه‌های دیگر هستند. این درصد شباهت در بازه‌ای بین صفر تا یک متغیر است، به طوری که عدد یک نشان‌دهنده شباهت کامل و عدد صفر نشان‌دهنده عدم شباهت می‌باشد.
- تعداد گروه‌های کاری بالقوه محدود است و برای تشکیل هر گروه هزینه ثابتی بابت تجهیز و آموزش در نظر گرفته می‌شود.
- حداکثر تعداد گروه‌های کاری که می‌تواند تشکیل شود برابر با رند به سمت پایین نصف نیروی انسانی موجود است، زیرا برای تشکیل یک گروه کاری حداقل به دو نفر نیاز است.
- افراد و تعداد آن‌ها در هر گروه از قبل مشخص نیست، اما حداکثر تعداد افرادی که می‌توانند در قالب یک گروه کاری باهم فعالیت کنند، محدود است.
- هر نیروی انسانی دارای یک مهارت یا تخصص است که گروه‌های کاری چندمهارته را تشکیل می‌دهند.
- نیروی‌های انسانی متخصص دارای سطوح مهارتی متفاوتی هستند. در این پژوهش پنج سطح مهارتی کم، متوسط، خوب،

زیاد و خیلی زیاد در نظر گرفته شده است که به ترتیب به آن‌ها مقدار کمی ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۱ تخصیص داده می‌شود.

- زمان انجام و همچنین زمان راه‌اندازی پروژه‌ها ثابت نیست و به میانگین سطح مهارتی گروه تخصیص داده شده بستگی دارند.
- تمامی گروه‌های کاری تشکیل شده در لحظه صفر آماده به کار هستند.
- در هر لحظه، هر گروه کاری در صورت موجود بودن منابع انسانی متخصص، قادر به انجام چندین پروژه است.
- تمامی پروژه‌ها در لحظه زمانی صفر آماده انجام نیستند و زمان‌های آزادسازی یا زودترین زمان شروع متفاوتی دارند.
- هر پروژه در یک گروه کاری به صورت مستمر انجام می‌شود.
- هر پروژه در طول زمان راه‌اندازی و زمان انجام خود نیازمند تعدادی نیروی متخصص است که به آن گروه کاری تخصیص داده شده‌اند.
- اثر کار گروهی در زمان انجام پروژه‌ها باتوجه به درجه شباهت پروژه‌هایی که به یک گروه کاری تخصیص داده شده‌اند، در نظر گرفته شده است.

۳-۲. اندیس‌ها و مجموعه‌ها

- $h = 1, 2, \dots, NH$: مجموعه نیروی انسانی
- $g = 1, 2, \dots, NG$: مجموعه گروه‌های کاری
- $p, \dot{p} = 1, 2, \dots, NP$: مجموعه پروژه‌ها
- $s = 1, 2, \dots, NS$: مجموعه تخصص‌ها
- $t = 1, 2, \dots, TP$: مجموعه پریود زمانی

۳-۳. پارامترها

- NH : تعداد کل نیروی انسانی متخصص موجود.
- NG : حداکثر تعداد گروه‌های کاری که تشکیل می‌گردد.
- NP : تعداد کل پروژه‌ها.
- NS : تعداد تخصص‌های موجود.
- افق زمانی برای به اتمام رساندن کل پروژه‌ها
- TP : $TP = \max_{p=1 \dots NP} (ES_p) + \sum_{p=1}^{NP} IPR_p$
- LH : حداکثر تعداد نیروی انسانی متخصصی که به گروه کاری اختصاص داده می‌شود.
- CS : هزینه راه‌اندازی و گروه کاری که تشکیل می‌شود.
- CP_h : هزینه به کارگیری نیروی متخصص h .
- SL_h : سطح مهارتی نیروی متخصص h .
- IPR_p : زمان انجام پروژه p در حالت ایده‌آل مهارت، گروه کاری می‌باشد.
- $ISET_t$: زمان راه‌اندازی پروژه p در حالت ایده‌آل مهارت، گروه کاری می‌باشد.
- RE_{ps} : تعداد نیروی انسانی مورد نیاز با تخصص s برای پردازش پروژه p .
- ES_p : زودترین زمان شروع پردازش پروژه p .

$$MS_g = \frac{\sum_{h=1}^{NH} W_{hg} \cdot SL_h}{\sum_{h=1}^{NH} W_{hg}} + LN \cdot (1 - Y_g) \quad \forall g \quad (12)$$

$$PR_{pg} = IPR_p \cdot e^{(1-MS_g)} \quad \forall g, p \quad (13)$$

$$SET_{pg} = ISET_p \cdot e^{(1-MS_g)} \quad \forall g, p \quad (14)$$

$$\sum_{p=1}^{NP} \sum_{q=t-FPR_{pg}-SET_{pg}+1}^t RE_{ps} \cdot X_{gpq} \leq BR_{gs} \quad \forall g, s, t \quad (15)$$

$$ST_p \geq ES_p + \sum_{t=1}^{TP} \sum_{g=1}^{NG} SET_{pg} \cdot X_{gpt} \quad \forall p \quad (16)$$

$$ST_p = \sum_{t=1}^{TP} \sum_{g=1}^{NG} (t-1 + SET_{pg}) \cdot X_{gpt} \quad \forall p \quad (17)$$

$$FT_p \geq ST_p + \sum_{t=1}^{TP} \sum_{g=1}^{NG} FPR_{pg} \cdot X_{gpt} \quad \forall p \quad (18)$$

$$(ST_{\dot{p}} - FT_p) - LN \cdot (O_{p\dot{p}} - 1) \geq 0 \quad \forall p, \dot{p}; p \neq \dot{p} \quad (19)$$

$$(ST_{\dot{p}} - FT_p) - LN \cdot O_{p\dot{p}} \leq 0 \quad \forall p, \dot{p}; p \neq \dot{p} \quad (20)$$

$$Z_{p\dot{p}g} = O_{p\dot{p}} \cdot \left(\sum_{t=1}^{TP} X_{gpt} \right) \cdot \left(\sum_{t=1}^{TP} X_{g\dot{p}t} \right) \quad \forall g, p, \dot{p}; p \neq \dot{p} \quad (21)$$

$$FPR_{\dot{p}g} = \left[PR_{\dot{p}g} \cdot \left(\sum_{p=1, p \neq \dot{p}}^{NP} V_{p\dot{p}} \cdot Z_{p\dot{p}g} + 1 \right)^{-b} \right] \quad \forall \dot{p}, g \quad (22)$$

$$Y_g \in \{0,1\} \quad \forall g \quad (23)$$

$$W_{hg} \in \{0,1\} \quad \forall g, h \quad (24)$$

$$X_{gpt} \in \{0,1\} \quad \forall g, p, t \quad (25)$$

$$O_{p\dot{p}} \in \{0,1\} \quad \forall p, \dot{p} \quad (26)$$

$$Z_{p\dot{p}g} \in \{0,1\} \quad \forall g, p, \dot{p} \quad (27)$$

$$ST_p \geq 0 \quad \forall p \quad (28)$$

$$FT_p \geq 0 \quad \forall p \quad (29)$$

$$FPR_{pg} \geq 0 \quad \forall g, p \quad (30)$$

$$SET_{pg} \geq 0 \quad \forall g, p \quad (31)$$

$$BR_{gs} \geq 0 \quad \forall g, s \quad (32)$$

$$0 \leq MS_g \leq 1 \quad \forall g \quad (33)$$

در مدل پیشنهادی عبارت (۶) بیان‌کننده تابع هدف اول مسأله می‌باشد، که مجموع هزینه‌های تشکیل گروه‌های کاری و هزینه‌های به‌کارگیری نیروی انسانی متخصص را به‌حداقل می‌رساند. عبارت (۷) بیان‌کننده تابع هدف دوم مسأله می‌باشد، که مجموع زمان‌های در جریان بودن پروژه‌ها را به‌حداقل می‌رساند و در واقع به‌دنبال کمینه‌سازی هزینه‌های نگهداری کارهای درحال انجام و کاهش اختلالات ناشی از کارهای نیمه‌تمام می‌باشد. محدودیت (۸) بیان می‌کند که هر نیروی انسانی متخصص می‌تواند حداکثر به یکی از گروه‌های کاری بالقوه که تشکیل شده تخصیص یابد. محدودیت (۹)

ماتریسی صفر و یک که مقدار یک نشان‌دهنده این است که نیروی انسانی h دارای تخصص s می‌باشد.

TH_{hs} درصد شباهت پروژه p به پروژه $\dot{p}$.

$V_{p\dot{p}}$ یک عدد حقیقی مثبت بزرگ.

LN نرخ یادگیری

b متغیرهای تصمیم‌گیری

۳-۴. اگر گروه کاری g تشکیل گردد ۱ و در غیر این صورت ۰.

Y_g اگر نیروی انسانی متخصص h به گروه کاری g تخصیص یابد ۱ و در غیر این صورت ۰.

W_{hg} اگر فرآیند انجام پروژه p در گروه کاری g در زمان t شروع گردد ۱ و در غیر این صورت ۰.

X_{gpt} تعداد نیروی انسانی با تخصص s در گروه کاری g .

BR_{gs} زمان انجام پروژه p در گروه کاری g .

PR_{pg} زمان راه‌اندازی موردنیاز برای پروژه p در گروه کاری g .

SET_{pg} میانگین سطح مهارتی گروه g .

MS_g مدت‌زمان انجام نهایی پروژه p در گروه g .

FPR_{pg} زمان شروع پروژه p .

ST_p زمان پایان پروژه p .

FT_p اگر زمان شروع پروژه $\dot{p}$ از زمان پایان پروژه p بزرگتر باشد ۱ و در غیر این صورت ۰.

$O_{p\dot{p}}$ $FT_p \leq ST_{\dot{p}}$

اگر پروژه $\dot{p}$ بعد از پروژه p در گروه کاری g انجام گردد

۱ و در غیر این صورت ۰.

$Z_{p\dot{p}g}$

$FT_p \leq ST_{\dot{p}}$

۳-۵. مدل ریاضی مسأله

Min Z1 = $\sum_{g=1}^{NG} CS \cdot Y_g + \sum_{g=1}^{NG} \sum_{h=1}^{NH} CP_h \cdot W_{hg}$ (۶)

Min Z2 = $\sum_{p=1}^{NP} (FT_p - ES_p)$ (۷)

s.t.

$\sum_{g=1}^{NG} W_{hg} \cdot Y_g \leq 1 \quad \forall h$ (۸)

$\sum_{h=1}^{NH} W_{hg} \cdot Y_g \leq LH \quad \forall g$ (۹)

$BR_{gs} = \sum_{h=1}^{NH} W_{hg} \cdot TH_{hs} \quad \forall g, s$ (۱۰)

$\sum_{g=1}^{NG} \sum_{t=1}^{TP} X_{gpt} \cdot Y_g = 1 \quad \forall p$ (۱۱)

جدول (۳). داده‌های مسأله

Human	CP	SL
۱	۱۵	۰/۶
۲	۱۵	۰/۶
۳	۱۸	۱
۴	۱۲	۰/۴
۵	۱۸	۰/۸
۶	۲۰	۱
۷	۱۲	۰/۴

TH	Skill
۱	۱
۲	۰
۳	۰
۴	۰
۵	۰
۶	۰
۷	۰

برای حل مدل ریاضی با استفاده از نرم‌افزارهای بهینه‌سازی نیاز است تا مدل به یک مسأله تک‌هدفه تبدیل شود. برای انجام این کار، از روش تبدیل تابع هدف به محدودیت استفاده شده است تا اعتبارسنجی مدل در نرم‌افزار لینگو صورت گیرد. به این صورت که ابتدا مدل تنها با در نظر گرفتن تابع هدف اول حل می‌شود. در گام بعدی، مقدار به دست آمده از تابع هدف اول به عنوان یک محدودیت در مدل قرار می‌گیرد و سپس مدل با در نظر گرفتن تابع هدف دوم حل می‌شود. مسأله مورد نظر با استفاده از نرم‌افزار لینگو ۹ حل شده است و نتایج به دست آمده در جدول‌های (۴) و (۵) نمایش داده می‌شود. در جدول (۴)، به دلیل حجم بالای متغیرها، تنها مقادیری که برابر یک هستند گزارش می‌شود.

در گام اول پس از حل مدل با تابع هدف اول، مقدار بهینه ۲۵۰ به دست می‌آید. به طوری که از سه گروه ممکن دو گروه شامل گروه‌های دو و سه تشکیل می‌شود، که گروه دو شامل نیروهای کار اول، دوم و پنجم با مهارت‌های مربوطه و گروه سه شامل نیروهای کار سوم، چهارم، ششم و هفتم با مهارت‌های مربوطه می‌باشد. با در نظر گرفتن این ورودی‌ها و اعمال تابع هدف اول به عنوان یک محدودیت با مقدار کمتر مساوی ۲۵۰، مسأله با تمرکز بر زمان‌بندی دقیق پروژه‌ها با تابع هدف دوم حل می‌شود. مطابق با نتایج به دست آمده پروژه‌های یک و سه با همین ترتیب در گروه دوم و پروژه‌های دو و چهار با همین ترتیب در گروه سوم پردازش می‌شوند که به این ترتیب مقدار ۵۹۵ برای تابع هدف دوم به دست آمده است.

باتوجه به نتایج ارائه شده در جدول (۵)، اثر کار گروهی و اثر یادگیری در زمان پردازش پروژه سوم مشهود است. با در نظر گرفتن اینکه پروژه اول و سوم در یک گروه پردازش شده و این دو پروژه مشابه هستند و نیز با توجه به اینکه پروژه سوم پس از پروژه اول پردازش می‌شود، زمان پردازش پروژه سوم از ۸۴ واحد زمانی به ۷۳

نشان‌دهنده حداکثر تعداد نیروی انسانی متخصصی است که می‌توانند در یک گروه کاری باهم فعالیت کنند. محدودیت (۱۰) نشان می‌دهد که گروه‌های کاری تشکیل شده شامل چه تعداد نیروی انسانی با چه تخصص‌هایی هستند. محدودیت (۱۱) تضمین می‌کند که هر پروژه در یک گروه کاری و در یک زمان مشخص فرآیند انجامش شروع می‌شود. محدودیت‌های (۱۲) برای محاسبه میانگین سطح مهارتی گروه‌ها است. محدودیت‌های (۱۳) و (۱۴) به ترتیب برای محاسبه زمان انجام و زمان راه‌اندازی پروژه p در گروه کاری g استفاده می‌شوند. محدودیت (۱۵) اطمینان می‌دهد که در طول فرآیند زمان انجام و زمان راه‌اندازی پروژه، منابع انسانی مورد نیاز با تخصص‌های مختلف در هر گروه کاری در دسترس باشند. محدودیت‌های (۱۶) و (۱۷) برای تعیین زمان شروع انجام پروژه‌ها و محدودیت (۱۸) برای محاسبه زمان پایان انجام آن‌ها است. محدودیت‌های (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) توالی انجام پروژه‌ها در هر گروه کاری را مشخص می‌کنند. محدودیت (۲۲) برای محاسبه زمان انجام واقعی پروژه‌ها با در نظر گرفتن نرخ یادگیری گروه و میزان شباهت پروژه‌ها استفاده می‌شود. محدودیت‌های (۲۳) الی (۳۳) محدوده و نوع متغیرهای تصمیم‌گیری را مشخص می‌کنند.

۳-۶. تحلیل عملکرد مدل پیشنهادی

در این بخش به بررسی صحت عملکرد مدل ارائه شده و تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقادیر پارامترهای ورودی پرداخته می‌شود. از آنجایی که هیچ‌گونه مثال استاندارد در ادبیات موضوع وجود ندارد که تمام محدودیت‌های مذکور را به طور هم‌زمان در نظر گرفته باشد و به علت جدید بودن موضوع مورد بررسی برای ارزیابی مدل پیشنهادی از داده‌های تصادفی برای ایجاد یک مسأله نمونه استفاده می‌شود. اطلاعات مربوط به مسأله آزمایشی در جدول‌های (۲) و (۳) آمده است. این مسأله شامل ۴ پروژه است که توسط ۷ نیروی انسانی متخصص با ۵ مهارت مختلف حداکثر در ۳ گروه کاری تکمیل می‌شود و فرض می‌شود که هزینه راه‌اندازی و تشکیل گروه کاری $CS = 50$ ، حداکثر ظرفیت هر گروه $LH = 5$ و نرخ یادگیری $b = 20\%$ می‌باشد.

جدول (۲). داده‌های مسأله

Project	۱	۲	۳	۴
IPR	۵۰	۴۰	۶۰	۸۰
ISET	۲۰	۲۰	۳۰	۴۰
ES	۰	۰	۱۰	۳۰

Project	V
۱	۰
۲	۰
۳	۱
۴	۱

Skill	RE
۱	۱
۲	۰
۳	۱
۴	۰
۵	۲

واحد زمانی کاهش می‌یابد که این امر نشان‌دهنده بهره‌وری حاصل از اثر یادگیری و کار گروهی است.

جدول (۴). نتایج حاصل از حل مسئله

$Y_p=1$	$W_{hg}=1$	$X_{gpt}=1$	$O_{pp}=1$	$Z_{pp'g}=1$
Y_1	W_{11}	$X_{1,1,1}$	O_{11}	Z_{111}
Y_1	W_{12}	$X_{1,2,99}$	O_{12}	Z_{112}
	W_{13}	$X_{1,3,1}$	O_{13}	
	W_{14}	$X_{1,4,82}$	O_{14}	
	W_{15}			
	W_{16}			
	W_{17}			

جدول (۵). نتایج حاصل از حل مسئله

Project	۱	۲	۳	۴
SET _{p2}	۲۸	-	۴۲	-
SET _{p3}	-	۲۷	-	۵۶
PR _{p2}	۷۰	-	۸۴	-
PR _{p3}	-	۵۴	-	۱۰۸
ST _p	۲۸	۲۷	۱۴۰	۱۳۵
FPR _p	۷۰	۵۴	۷۳	۱۰۸
FT _p	۹۸	۸۱	۲۱۳	۲۴۳

در ادامه به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقادیر پارامترهای ورودی پرداخته می‌شود. در گام اول فرض می‌شود، که نرخ یادگیری از $b = 20/0$ به $b = 10/0$ کاهش می‌یابد. این کاهش نرخ یادگیری به معنای آن است که اثر کاهشی آن بر زمان انجام پروژه‌ها کمتر خواهد شد و انتظار می‌رود که با کاهش نرخ یادگیری، زمان انجام واقعی پروژه‌ها افزایش یابد و در نتیجه مقدار تابع هدف دوم نیز بدتر شود. پس از اعمال این تغییر و حل مجدد مسئله، نتایج نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف دوم از ۵۹۵ به ۶۰۰ واحد افزایش می‌یابد. این افزایش ناشی از افزایش زمان انجام واقعی پروژه سوم از ۷۳ واحد به ۷۸ واحد زمانی است. این تغییر به وضوح نشان‌دهنده تأثیر نرخ یادگیری بر زمان پروژه است. حال به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در درصد شباهت پروژه‌ها پرداخته می‌شود. با فرض اینکه درصد شباهت پروژه اول به پروژه سوم از مقدار $V_{13} = 1$ به $V_{13} = 50/0$ کاهش یابد (با کاهش درصد شباهت، اثر کاهشی آن روی زمان انجام کمتر می‌شود)، انتظار می‌رود که مقدار تابع هدف دوم به طور قطع بهبود نیابد و احتمالاً افزایش یابد. مسئله موردنظر را مجدداً با اعمال این تغییر حل می‌شود. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف دوم از ۵۹۵ به ۵۹۹ واحد زمانی افزایش یافته است. این افزایش به دلیل افزایش زمان انجام واقعی پروژه سوم از ۷۳ واحد به ۷۷ واحد زمانی است، که ناشی از کاهش درصد شباهت پروژه‌ها است. باتوجه به بررسی صورت گرفته این نتیجه حاصل می‌شود که مدل از نظر محاسبه دقیق زمان پردازش واقعی، با در نظر گرفتن اثرات همزمان نرخ یادگیری و درصد شباهت پروژه‌ها، عملکرد مناسبی دارد.

در ادامه به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقدار پارامتر زمان راه‌اندازی پروژه در حالت ایده‌آل پرداخته می‌شود. فرض می‌شود که مقدار پارامتر زمان راه‌اندازی پروژه دوم از $IS_{ET2} = 20$ به $IS_{ET2} = 10$ کاهش یابد با توجه به این کاهش، انتظار می‌رود که مقدار تابع هدف دوم بهبود یابد و احتمالاً کاهش پیدا کند. با اعمال این تغییر و حل مجدد مسئله، نتایج نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف دوم از ۵۹۵ به ۵۶۹ واحد زمانی کاهش یافته است.

حال به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در پارامتر تعداد نیروی انسانی موردنیاز با تخصص S برای پردازش پروژه p یا همان پارامتر RE_{ps} پرداخته می‌شود. فرض می‌شود، در پروژه چهارم، که به یک نیروی انسانی با تخصص سوم و دو نیروی انسانی با تخصص پنجم نیاز دارد، با تغییر در تکنولوژی، دیگر نیازی به نیروی انسانی با تخصص سوم وجود نداشته باشد. این تغییر محدودیت منابع انسانی را کاهش می‌دهد و انتظار می‌رود که پروژه‌ها با هزینه کمتر و در زمان کوتاه‌تری به پایان برسند، در نتیجه مقدار تابع هدف اول و دوم بهبود می‌یابد. با اعمال این تغییر و در نظر گرفتن تابع هدف اول، مسئله مجدداً حل می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف اول از ۲۵۰ به ۲۳۲ واحد کاهش یافته است. براساس این نتایج، از سه گروه ممکن، دو گروه شامل گروه‌های اول و دوم باید تشکیل شوند. گروه اول شامل نیروهای کار ششم و هفتم با مهارت‌های مربوطه و گروه دوم شامل نیروهای کار اول، دوم، چهارم و پنجم با مهارت‌های مربوطه است و نیروی کار سوم در هیچ گروهی به کار گرفته نشده است. باتوجه به این ورودی‌ها و قرار دادن تابع هدف اول در محدودیت با مقدار کمتر مساوی ۲۳۲، مسئله برای زمان‌بندی دقیق پروژه‌ها با تابع هدف دوم حل می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف دوم از ۵۹۵ به ۵۶۹ واحد کاهش یافته است. بنابراین حذف نیروی انسانی با تخصص سوم به طور مستقیم بر روی هزینه‌ها و زمان پروژه تأثیر مثبت می‌گذارد. با این تغییر، تعداد نیروی انسانی موردنیاز کاهش یافته و در نتیجه محدودیت‌های منابع انسانی برای فعالیت‌ها کاهش می‌یابد. که این امر منجر به افزایش بهره‌وری و کاهش هزینه‌های کلی پروژه می‌شود. نتایج به دست آمده در جدول‌های (۶) و (۷) نمایش داده شده می‌شود.

باتوجه به نتایج ارائه شده در جدول (۷)، اثر کار گروهی و اثر یادگیری در زمان انجام پروژه سوم قابل مشاهده است. از آنجایی که پروژه اول و سوم در یک گروه انجام شده‌اند و میزان شباهت این دو پروژه برابر با یک است، زمان پردازش پروژه سوم از ۹۰ واحد زمانی به ۷۲ واحد زمانی کاهش یافته است.

جدول (۶). نتایج حاصل از حل مسئله

$Y_p=1$	$W_{hg}=1$	$X_{gpt}=1$	$O_{pp}=1$	$Z_{pp'g}=1$
Y_1	W_{61}	$X_{1,1,1}$	O_{11}	Z_{111}
Y_1	W_{71}	$X_{1,2,1}$	O_{12}	Z_{112}
	W_{12}	$X_{1,2,106}$		
	W_{22}	$X_{1,4,21}$		
	W_{42}			
	W_{52}			

کروموزوم‌ها، جمعیت اولیه نام دارند و می‌توانند به طرق مختلف مانند تولید تصادفی یا استفاده از روش‌های ابتکاری ایجاد شوند. پس از ایجاد جمعیت اولیه، رتبه‌بندی کروموزوم‌ها براساس رتبه‌بندی نامغلوب و فاصله ازدحامی انجام می‌شود. سپس، عملگرهای انتخاب، تقاطع و جهش برای تولید جمعیت فرزندان به کار گرفته می‌شوند. درآمد، جمعیت والدین و فرزندان برای شکل‌گیری جمعیت جدید ترکیب می‌شوند. درنهایت، جمعیت نسل بعدی براساس رتبه‌بندی و فاصله ازدحامی ایجاد می‌شود.

۴-۱. نمایش کروموزومی مسئله

نمایش جواب به صورت کروموزوم با فرض اینکه ۴ پروژه، ۶ نیروی انسانی حداکثر به ۳ گروه کاری تخصیص داده شوند، مشابه شکل (۱) است. در این نمایش، در سطر اول هر ژن نشان‌دهنده یک فرد است و ارزش آن ژن نشان‌دهنده تخصیص آن فرد به یک گروه می‌باشد. در سطر دوم و سوم به ترتیب هر ژن نشان‌دهنده یک پروژه و تخصیص آن پروژه به یک گروه می‌باشد. براساس این کروموزوم، افراد یک، دو و شش و پروژه‌های سه و چهار به گروه اول، افراد سه، چهار، پنج و پروژه‌های یک و دو به گروه دوم تخصیص داده شده‌اند.

۲	۱	۲	۱
۱	۳	۲	۴
۱	۱	۲	۲

شکل (۱). نمایش جواب به صورت کروموزوم

۴-۲. عملگر تقاطع

این عملگر مهم‌ترین مشخصه الگوریتم است که طی آن از دو والد انتخابی، یک یا چند فرزند تولید می‌شود. در واقع، این عملگر نقش جست‌وجوی محلی را ایفا می‌کند و روی درصدی از جمعیت اجرا می‌شود. در این مسئله از روش تقاطع دونقطه‌ای استفاده می‌شود. برای این کار، دو والد از جمعیت اولیه براساس روش تورنومنت انتخاب می‌شوند و سپس عمل تقاطع اجرا می‌شود. در هر مرحله، پس از اعمال تغییرات واجد شرایط بودن و محدودیت منابع انسانی بررسی و در صورت نیاز، کروموزوم‌ها اصلاح می‌شوند. به طور خاص، ابتدا دو والد به روش تورنومنت (انتخاب رقابتی دوتایی) انتخاب می‌گردند. سپس دو عدد (نقطه) تصادفی تعیین می‌شود و ژن‌های بین این دو نقطه در سطر اول جابه‌جا می‌شوند. در گام بعد، بخش دوم کروموزوم (پروژه‌ها) پس از اصلاح، ژن‌های بین دو عدد انتخابی نیز جابه‌جا می‌شوند. درنهایت، با توجه به واجد شرایط بودن گروه کاری اصلاح و تخصیص به گروه‌های کاری صورت می‌گیرد.

لازم به ذکر است که برای نمایش بهتر عملگر تقاطع، شکل (۲) به این صورت تفسیر می‌شود: در قسمت اول شکل (۲)، هر ژن از سطر نشان‌دهنده یک فرد است و ارزش آن ژن نشان‌دهنده تخصیص آن فرد به گروه کاری است. در قسمت دوم شکل (۲)، سطر اول هر ژن نشان‌دهنده پروژه و سطر دوم هر ژن نشان‌دهنده گروه است.

جدول (۷). نتایج حاصل از حل مسئله

Project	۱	۲	۳	۴
SET _{p1}	-	-	-	۵۴
SET _{p2}	۳۰	۳۰	۴۵	-
PR _{p1}	-	-	-	۱۰۸
PR _{p2}	۷۵	۶۰	۹۰	-
ST _p	۳۰	۳۰	۱۵۰	۸۴
FPR _p	۷۵	۶۰	۷۲	۱۰۸
FT _p	۱۰۵	۹۰	۲۲۲	۱۹۲

در تحلیل حساسیت مدل، به بررسی فعال یا غیرفعال بودن برخی از محدودیت‌های اصلی مسئله با تغییر در پارامترهای ورودی مدل پرداخته شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی برای مسئله مورد بررسی با محدودیت‌های مذکور در شرایط مختلف به درستی عمل کرده و دارای کارایی و اعتبار لازم است. در واقع این تحلیل‌ها نشان می‌دهد که مدل قادر است با تغییر در پارامترهای ورودی، نتایج قابل اعتماد و منطقی ارائه دهد، که برای مدیریت مؤثر پروژه‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است.

۴. الگوریتم ژنتیک بر مبنای مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II)

در مسائل کلاس NP-Hard، پیچیدگی فضای حل باعث می‌شود که روش‌های دقیق به راحتی نتوانند به جواب واقعی دست یابند یا برای رسیدن به چنین جوابی، به زمان زیادی نیاز باشد. مسئله RCPSP یکی از این مسائل است که برای حل آن، روش‌های فراابتکاری در مقایسه با راه‌حل‌های دقیق کارایی بیشتری نشان می‌دهند. بنابراین رویکرد حل برای مسئله این تحقیق که به مراتب دارای پیچیدگی‌های بسیار بیشتری نسبت به مسئله RCPSP می‌باشد مبتنی بر استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری است.

الگوریتم NSGA-II که یکی از برجسته‌ترین و پرکاربردترین روش‌های تکاملی چندهدفه در زمینه بهینه‌سازی به شمار می‌رود اولین مرتبه توسط دب و همکاران [۲۴] معرفی گردید. دو عملگر مهم این الگوریتم که به طور گسترده‌ای توسط محققین مورد استفاده قرار گرفته است رتبه‌بندی نامغلوب سریع^۱ و فاصله ازدحامی^۲ می‌باشند. عملگر رتبه‌بندی جمعیت کروموزوم‌ها را به لبه‌های مختلفی تقسیم‌بندی می‌کند و عملگر فاصله ازدحامی میزان پراکندگی پاسخ‌ها را روی هر لبه محاسبه می‌کند و همچنین باعث حفظ گوناگونی در مسئله می‌شود.

الگوریتم NSGA-II، کار خود را با مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها که به عنوان جواب‌های اولیه شناخته می‌شوند، آغاز می‌کند. هریک از این کروموزوم‌ها دارای مقداری برای توابع هدف هستند که به آن‌ها مقدار برازندگی گفته می‌شود. هرچه مقدار برازندگی بهتر باشد، کروموزوم مربوطه شانس بیشتری برای بقا یا تولید مثل پیدا می‌کند. این

می‌شوند و هرمرتبه بعد از اعمال تغییرات واجد شرایط بودن و محدودیت منابع انسانی در کروموزوم فرزند بررسی و اصلاح می‌شود. در واقع، دو ژن از سطر اول در مجموعه گروه کاری به صورت اختیاری جهش می‌یابند. در بخش دوم کروموزوم (پروژه‌ها) پس از اصلاح دو ژن به صورت تصادفی جابجا و در سطر دوم ژن‌های جابجا شده براساس واجد شرایط بودن گروه کاری تخصیص داده می‌شوند.

لازم به ذکر است که برای نمایش بهتر عملگر جهش، شکل (۳) به این صورت تفسیر می‌شود: در قسمت اول شکل (۳)، سطر اول هر ژن نشان‌دهنده یک فرد است و ارزش آن ژن نشان‌دهنده تخصیص آن فرد به گروه کاری می‌باشد. در قسمت دوم شکل (۳)، سطر اول هر ژن نشان‌دهنده پروژه و سطر دوم هر ژن نشان‌دهنده گروه است.

والد	۱	۲	۲	۲	۲	۱
فرزند	۲	۲	۲	۲	۱	۱



والد	۲	۴	۳	۱
فرزند	۲	۱	۳	۴

شکل (۳). عملگر جهش

۴-۴. تنظیم پارامترهای الگوریتم

تنظیم پارامتر نقش مهمی در کارایی الگوریتم‌های فراابتکاری ایفا می‌کند. بنابراین، تعیین پارامترهای مناسب برای این الگوریتم‌ها یک گام مهم در تدوین آن‌ها محسوب می‌شود. به همین منظور، معمولاً مجموعه‌ای از آزمایش‌های کالیبراسیون برای یافتن ترکیب بهینه مقادیر مختلف پارامترهای کنترل‌کننده الگوریتم انجام می‌گیرد. باتوجه به اینکه با افزایش تعداد سطوح آزمایش و تعداد عامل‌ها، زمان و هزینه انجام آزمایش‌ها به صورت نمایی افزایش می‌یابد، لذا جهت کاهش تعداد آزمایش‌ها از روش تاگوچی^۱ [۲۵] استفاده می‌شود. این روش دسته‌ای از آزمایشات عاملی کسری را معرفی کرد که به طور قابل توجهی تعداد آزمایشات موردنیاز بررسی را با حفظ اطلاعات موردنیاز برای نمایش کاهش می‌دهد.

در جدول (۸) پارامترهای کنترلی الگوریتم و سطوح مربوطه نمایش داده شده است. پارامترها شامل حداکثر تعداد تکرار (MaxIt)، اندازه جمعیت اولیه (N_{pop})، نرخ تقاطع (C_r) و نرخ جهش (M_r) می‌باشد.

با توجه به شکل‌های (۴) و (۵) ترکیب بهینه پارامترهای الگوریتم NSGA-II به دست می‌آید که در آن Max_{It} در سطح اول با مقدار

والد ۱	۱	۲	۲	۲	۲	۱
والد ۲	۲	۱	۱	۱	۲	۲
فرزند ۱	۱	۲	۱	۱	۲	۱
فرزند ۲	۲	۱	۲	۲	۲	۲
فرزند اصلاحی ۱	۱	۲	۱	۱	۲	۱
فرزند اصلاحی ۲	۲	۱	۲	۲	۲	۱



والد ۱	۲	۴	۳	۱
والد ۲	۴	۱	۳	۲
فرزند ۱	۲	۱	۳	۱
فرزند ۲	۴	۴	۳	۲
فرزند اصلاحی ۱	۲	۱	۳	۱
فرزند اصلاحی ۲	۱	۴	۳	۲

شکل (۲). تقاطع دونقطه‌ای

۴-۳. عملگر جهش

این عملگر یک ورودی دریافت می‌کند و یک فرزند جهش‌یافته ایجاد می‌کند تا از همگرایی زودرس الگوریتم به جواب جلوگیری کند. وظیفه این عملگر جلوگیری از همگرایی به بهینه محلی است. در این مسأله، ابتدا دو ژن به صورت تصادفی از یک کروموزوم انتخاب و سپس جابجا

براساس این معیار، هرچه تعداد حل‌های نامغلوب بیشتر باشد، عملکرد الگوریتم بهتر ارزیابی می‌شود.

فاصله از نقطه ایده‌آل^۲ (MID): این معیار میزان نزدیکی مجموعه پارتو به‌دست‌آمده توسط الگوریتم را به لبه‌ی پارتوی بهینه محاسبه می‌کند. از آنجایی که دستیابی به لبه‌ی پارتوی بهینه برای بسیاری از مسائل امکان‌پذیر نیست، فاصله بین نقاط پارتو و نقطه ایده‌آل (که معمولاً به‌صورت (۰،۰) در نظر گرفته می‌شود) محاسبه می‌شود. در رابطه (۳۴)، n تعداد حل‌های نامغلوب به‌دست آمده می‌باشد. هرچه این مقدار بیشتر باشد نشان‌دهنده آن است که الگوریتم مورد بررسی فاصله بیشتری از لبه‌ی پارتوی بهینه دارد. بنابراین، هرچه مقدار این معیار کمتر باشد، کارایی الگوریتم بالاتر ارزیابی می‌شود.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{f_{1i}^2 + f_{2i}^2 + \dots}}{n} \quad (34)$$

۵. نتایج محاسباتی

در این بخش، نتایج حاصل از حل عددی مدل با استفاده از روش‌های دقیق و الگوریتم NSGA-II مقایسه می‌شود. برای این منظور در این پژوهش، نه مسأله نمونه با مشخصات ارائه شده در جدول (۹)، توسط نرم‌افزار لینگو ۹ و NSGA-II حل و بررسی و تحلیل شده‌اند. لازم به ذکر هست که داده‌ها و نتایج چند مثال به‌طور کامل در پیوست ارائه می‌شود.

جدول (۹). مسائل نمونه

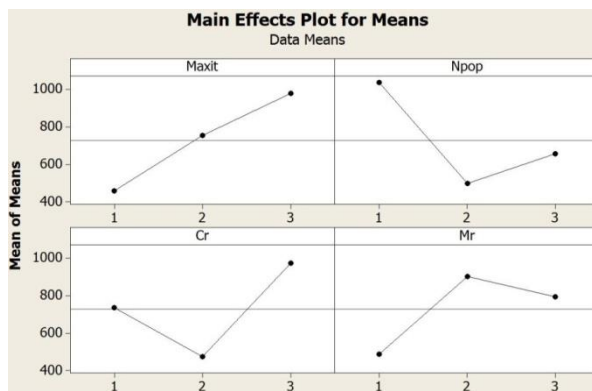
ردیف	تعداد پارامترها	تعداد متغیرها	تعداد پارامترها	تعداد متغیرها	تعداد پارامترها	تعداد متغیرها	تعداد پارامترها	تعداد متغیرها	تعداد پارامترها	تعداد متغیرها	تعداد پارامترها	تعداد متغیرها
۱	۵۵	۵	۲	۳	۵	۲	۳	۵	۲	۳	۵	۲
۲	۶۵	۵	۳	۴	۶	۴	۳	۵	۳	۴	۶	۳
۳	۵۰	۵	۳	۵	۷	۵	۴	۳	۴	۷	۵	۴
۴	۶۰	۵	۴	۴	۹	۶	۵	۴	۵	۹	۶	۵
۵	۶۰	۵	۴	۴	۱۲	۸	۶	۵	۶	۱۲	۸	۶
۶	۵۰	۵	۴	۴	۱۴	۸	۷	۵	۷	۱۴	۸	۷
۷	۵۰	۵	۴	۴	۱۶	۸	۸	۵	۸	۱۶	۸	۸
۸	۵۵	۶	۵	۵	۱۸	۹	۹	۶	۹	۱۸	۹	۹
۹	۵۵	۶	۵	۶	۲۰	۹	۱۰	۶	۱۰	۲۰	۹	۱۰

در جدول (۱۰) نتایج محاسباتی حاصل از حل مسائل نمونه توسط نرم‌افزار لینگو و الگوریتم NSGA-II گزارش می‌شود. مسائل ابتدا توسط نرم‌افزار لینگو ۹ با رویکرد مجموع وزنی و تغییر در اوزان اهداف با محدودیت زمانی اجرا در پنج ساعت حل شده است. در واقع نتایج گزارش شده بهترین پاسخ یافته شده توسط نرم‌افزار در این محدوده زمانی می‌باشد. با توجه به نتایج گزارش شده مشخص است که برای برخی مسائل با ابعاد بزرگ‌تر مدل قادر به یافتن هیچ پاسخی

۱۰۰، Npop در سطح دوم با مقدار ۱۰۰، Cr در سطح دوم با مقدار ۰/۷، Mr در سطح اول با مقدار ۰/۳ میانگین پاسخ‌ها و نسبت‌های SN را بهینه می‌کنند.

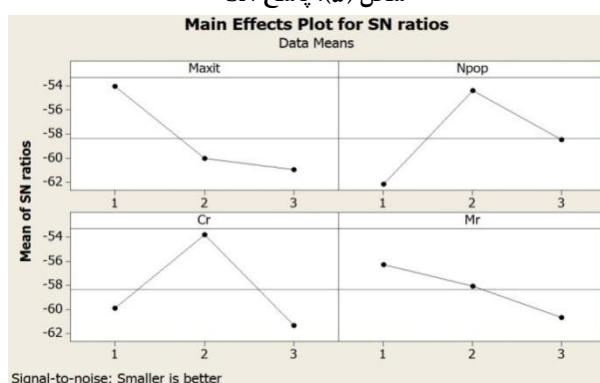
جدول (۸). پارامترهای کنترلی و سطوح آن‌ها

پارامتر	سطوح
Maxit	۱۰۰-۱۵۰-۲۰۰
Npop	۸۰-۱۰۰-۱۲۰
Cr	۰/۰-۶/۰-۷/۸
Mr	۰/۰-۴/۰-۳۵/۳



شکل (۴). پاسخ میانگین‌ها برای الگوریتم NSGA-II

شکل (۵). پاسخ SN



برای الگوریتم NSGA-II

۴-۵. ارزیابی عملکرد الگوریتم NSGA-II

برای ارزیابی کیفیت پاسخ‌های الگوریتم فراابتکاری چندهدفه، به دلیل وجود جواب‌هایی که اولویتی باهم ندارند، شاخص‌های متعددی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این شاخص‌ها به‌طور قابل توجهی با شاخص‌های مقایسه‌ای برای الگوریتم‌های تک‌هدفه متفاوت هستند که در اینجا به بررسی شاخص‌هایی که در این پژوهش استفاده شده است، پرداخته می‌شود:

تعداد پاسخ‌های پارتو^۱ (NPS): این معیار تعداد حل‌های نامغلوبی را که در هر بار اجرا، یک الگوریتم به‌دست می‌آورد، را محاسبه می‌کند.

۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

بهبود فرآیند زمان‌بندی پروژه‌ها به‌عنوان بخشی از مدیریت پروژه، می‌تواند مدت زمان انجام پروژه‌ها و همچنین هزینه‌ها و انرژی مصرفی را به‌میزان قابل توجهی کاهش دهد. علی‌رغم پیشرفت‌های قابل توجه در سال‌های اخیر، همچنان خلأهایی در حوزه‌ی مسأله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود وجود دارد که یکی از دلایل اصلی آن دشواری حل مدل‌های مربوطه است. با توجه به این موضوع که در اکثر پروژه‌ها، به‌خصوص در پروژه‌های ساخت، تعمیرات، توسعه نرم‌افزار و فعالیت‌های فناوری اطلاعات کار به‌صورت گروهی انجام می‌شود. اما کمتر پژوهشی به بحث کار گروهی و اثر آن بر یادگیری افراد، که نتیجه آن منجر به کاهش مدت‌زمان موردنیاز جهت تکمیل پروژه‌ها می‌گردد، پرداخته است. در این پژوهش، مسأله زمان‌بندی پروژه‌ها با در نظر گرفتن محدودیت‌های منابع انسانی، گروه‌های کاری چندمهارته، اثر یادگیری، زمان آزادسازی متفاوت پروژه‌ها، زمان انجام و زمان راه‌اندازی وابسته به مهارت گروه کاری با هدف کمینه‌سازی همزمان مجموع هزینه‌های راه‌اندازی گروه‌ها و به‌کارگیری نیروی انسانی و مجموع زمان در جریان بودن پروژه‌ها مورد بررسی قرار داده است. برای این منظور، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای مسأله یاد شده ارائه گردیده است. در ادامه برای بررسی صحت عملکرد مدل ارائه شده مثالی ارائه و به تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییر در مقادیر پارامترهای ورودی پرداخته شده است. نتایج به‌دست آمده بیانگر آن است که مدل پیشنهاد شده برای مسأله‌ی مورد بررسی با محدودیت‌های مذکور در شرایط مختلف به‌درستی عمل کرده و از کارایی و اعتبار لازم برخوردار است. با توجه به مشخصه NP-hard بودن و همچنین دوهدفه بودن مسأله، از الگوریتم فراابتکاری NSGA-II برای حل مسأله استفاده شده است. و به‌منظور بررسی کارایی الگوریتم ارائه شده تعدادی مسأله آزمایشی در ابعاد مختلف ارائه گردید. نتایج حاصل شده نشان‌دهنده‌ی این است که الگوریتم پیشنهادی قادر به یافتن پاسخ‌های قابل قبولی در مدت‌زمان بسیار کم می‌باشد. برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود که مسأله را با افزودن برخی فرضیات عملیاتی دیگر از جمله احتمال شکست فعالیت‌ها، در نظر گرفتن همزمان اثر یادگیری و فراموشکاری و فرآیند دوباره‌کاری توسعه داده شود. علاوه‌براین، توصیه می‌شود که سایر الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری ترکیبی کارآمد برای حل مسأله، در نظر گرفته شود.

مراجع

- [1] Su, B., Xie, N., & Yang, Y. (2021). Hybrid genetic algorithm based on bin packing strategy for the unrelated parallel workgroup scheduling problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 32(4), 957-969. <https://doi.org/10.1007/s10845-020-01597-8>
- [2] Pinedo, M., & Hadavi, K. (1992). Scheduling:

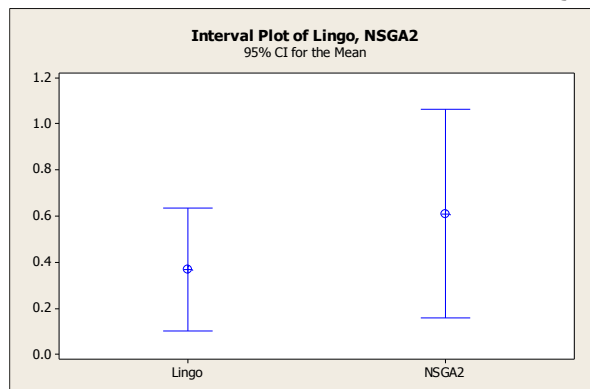
در محدوده زمانی پنج ساعت نمی‌باشد. سپس مسائل با استفاده از الگوریتم NSGA-II که در نرم‌افزار متلب نسخه R2016a برنامه‌نویسی شده است، حل شده‌اند.

جدول (۱۰). نتایج محاسباتی مقایسه حل دقیق و الگوریتم NSGA-II

	LINGO			NSGA-II		
	NPS	MID	Time (s)	NPS	MID	Time (s)
مثال ۱	۱۰	۰	۱۲۱۹	۱۰۰	۰	۱۵
مثال ۲	۱۰	۰/۳۹۶	۲۷۶۳	۱۰۰	۰/۵۶۸۵	۱۷
مثال ۳	۱۰	۰/۴۲۳۰	۳۶۵۲	۱۰۰	۰/۷۲۵۰	۲۰
مثال ۴	۱۰	۰/۴۸۲۵	۱۸۰۰۰	۱۰۰	۰/۸۶۹۹	۲۴
مثال ۵	۱۰	۰/۵۴۳۱	۱۸۰۰۰	۱۰۰	۰/۸۸۲۴	۲۷
مثال ۶	-	-	۱۸۰۰۰	۱۰۰	۰/۴۶۲۲	۳۳
مثال ۷	-	-	۱۸۰۰۰	۱۰۰	۰/۶۱۰۱	۴۴
مثال ۸	-	-	۱۸۰۰۰	۱۰۰	۰/۴۹۲۲	۵۱
مثال ۹	-	-	۱۸۰۰۰	۹۰	۰/۲۳۴۰	۶۳

در جدول (۱۰) نتایج نشان می‌دهد که متوسط فاصله از نقطه ایده‌آل در حل لینگو مطلوب‌تر از الگوریتم NSGA-II است، هرچند که تعداد حل‌های بیشتری توسط الگوریتم NSGA-II محاسبه شده است. با این تفاوت که حتی برای مسائل با ابعاد کوچک هم مدل زمان قابل توجهی برای حل توسط نرم‌افزار لینگو نیاز دارد این درحالی است که الگوریتم NSGA-II در زمان بسیار کمتری به راه‌حل‌های قابل قبولی دست یافته است.

به‌منظور تحلیل بهتر و مقایسه دقیق‌تر دو روش بر مبنای معیار MID، نمودار ^۱LSD در سطح اطمینان ۹۵٪ برای این معیار سنجش برای پنج مثال اول که نرم‌افزار لینگو قادر به یافتن پاسخ شده، ارائه می‌شود. در نمودار LSD هم‌پوشانی فواصل اطمینان برای دو روش بیان‌کننده این است که دو الگوریتم از نظر عملکردی اختلاف معنی‌داری ندارند. در نتیجه الگوریتم پیشنهادی برای حل مسائل با ابعاد بزرگتر نیز قابل اتکاء بوده و توانایی یافتن پاسخ‌های قابل قبولی را دارد.



شکل (۵). نمودار LSD با سطح اطمینان ۹۵٪ برای شاخص MID

- [10.1080/00207540902852785](https://doi.org/10.1080/00207540902852785)
- [13] Attia, E. A., Duquenne, P., & Le-Lann, J. M. (2014). Considering skills evolutions in multi-skilled workforce allocation with flexible working hours. *International Journal of Production Research*, vol. 52 (n 15), pp. 4548-4573. <https://doi.org/10.1080/00207543.2013.877613>
- [14] Kia, R., Shahnazari-Shahrezaei, P., & Zabihi, S. (2016, December). Solving a multi-objective mathematical model for a multi-skilled project scheduling problem by CPLEX solver. In *2016 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)* (pp. 1220-1224). IEEE. DOI:[10.1109/IEEM.2016.7798072](https://doi.org/10.1109/IEEM.2016.7798072)
- [15] Hosseinian, A. H., & Baradaran, V. (2020). P-GWO and MOFA: two new algorithms for the MSRCPS with the deterioration effect and financial constraints (case study of a gas treating company). *Applied Intelligence*, 50, 2151-2176. <https://doi.org/10.1007/s10489-020-01663-x>
- [16] Barghi, B., & Sikari, S. S., 2022. Meta-heuristic solution with considering setup time for multi-skilled project scheduling problem. Vol. 3. *Operations Research Forum*: Springer. 24(10):1-17. DOI:[10.1007/s43069-021-00117-5](https://doi.org/10.1007/s43069-021-00117-5)
- [17] Li, Q., Jiang, M., & Tao, Sh., Hao, J., & Chong, H.Y. (2023). The Integrated Problem of Construction Project Scheduling and Multiskilled Staff Assignment with Learning Effect. *Journal of Construction Engineering and Management*. 149. vol. 149, no. 8: 04023064. <https://doi.org/10.1061/jcemd4.coeng-13150>
- [18] Hematian, M., Seyyed Esfahani, M.M., Mahdavi, I., Mahdavi-Amiri, N., & Rezaeian, J. (2020). A multi-objective optimization model for multiple project scheduling and multi-skill human resource assignment problem based on learning and forgetting effect and activities' quality level. *Journal of Industrial Engineering and Management Studies*. Vol. 7, No. 2, 2020, pp. 98-118. <https://doi.org/10.22116/jiems.2020.210566.1319>
- [19] Haroune, M., Dhib, C., Neron, E., Soukhal, A., Mohamed Babou, H., & Nanne, M. F. (2023). Multi-project scheduling problem under shared multi-skill resource constraints. *Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research, Springer; Sociedad de Estadística e Investigación Operativa*, vol. 31(1), pages 194-235, April <http://dx.doi.org/10.1007/s11750-022-00633-5>
- [20] Biskup, D. (1999). Single-machine scheduling with learning considerations. *European Journal of Operational Research*, 115(1), 173-178. <https://ideas.repec.org/a/eee/ejores/v115y1999i1p173-178.html>
- [21] Salehi Mir, M.S, Rezaeian, J. (2016). A robust hybrid approach based on particle swarm optimization and genetic algorithm to minimize the total machine load on unrelated parallel machines. *Applied soft computing* 488-504.
- theory, algorithms and systems development. In *Operations Research Proceedings 1991: Papers of the 20th Annual Meeting/Vorträge der 20. Jahrestagung* (pp. 35-42). Springer Berlin Heidelberg. DOI:[10.1007/978-3-642-46773-8_5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-46773-8_5)
- [3] Chen, J. C., Chen, Y. Y., Chen, T. L., & Lin, Y. H. (2022). Multi-project scheduling with multi-skilled workforce assignment considering uncertainty and learning effect for large-scale equipment manufacturer. *Computers & Industrial Engineering*, 169, 108240. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108240>
- [4] Almeida, B. F., Correia, I., & Saldanha-da-Gama, F. (2019). Modeling frameworks for the multi-skill resource-constrained project scheduling problem: a theoretical and empirical comparison. *International Transactions in Operational Research*, 26(3), 946-967, <https://doi.org/10.1111/itor.12568>
- [5] Qin, S., Liu, S., & Kuang, H. (2016). Piecewise linear model for multiskilled workforce scheduling problems considering learning effect and project quality. *Mathematical problems in Engineering*, 2016(1), 3728934. <https://doi.org/10.1155/2016/3728934>
- [6] Qian Li, Mengqin Jiang, Sha Tao, Jin Hao and Heap-Yih Chong (2023). The Integrated Problem of Construction Project Scheduling and Multiskilled Staff Assignment with Learning Effect. *Journal of Construction Engineering and Management* 149(8) DOI:[10.1061/JCEMD4.COENG-13150](https://doi.org/10.1061/JCEMD4.COENG-13150)
- [7] Arik, O. A. (2019). Project scheduling and staff allocation problem with time-dependent learning effect: a mixed integer non-linear programming approach. *Eskişehir Technical University Journal of Science and Technology A-Applied Sciences and Engineering*, 20(3), 204-215. <https://doi.org/10.18038/estubtda.624291>
- [8] Haroune, M., Dhib, C., Neron, E., Soukhal, A., Mohamed Babou, H., & Nanne, M. F. (2022). Multi-project scheduling problem under shared multi-skill resource constraints. *TOP*, 1-42. DOI:[10.1007/s11750-022-00633-5](https://doi.org/10.1007/s11750-022-00633-5)
- [9] Mika, M., Waligóra, G., & Weglarz, J. (2006). Modelling setup times in project scheduling. *Perspectives in modern project scheduling*, 131-163. DOI:[10.1007/978-0-387-33768-5_6](https://doi.org/10.1007/978-0-387-33768-5_6)
- [10] Kolisch, R. (2013). *Project scheduling under resource constraints: efficient heuristics for several problem classes*. Springer Science & Business Media.
- [11] Li, L., Zhang, H., & Bai, S. (2024). A multi-surrogate genetic programming hyper-heuristic algorithm for the manufacturing project scheduling problem with setup times under dynamic and interference environments. *Expert Systems with Applications*, 250, 123854. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.123854>
- [12] Heimerl, C., & Kolisch, R. (2010). Work assignment to and qualification of multi-skilled human resources under knowledge depreciation and company skill level targets. *International Journal of Production Research*, 48(13), 3759-3781. DOI:

برای حل مسأله، ابتدا مدل فقط با در نظر گرفتن تابع هدف اول حل می‌گردد و در گام بعدی تابع هدف اول با توجه به مقدار به‌دست آمده در محدودیت قرار گرفته و مجدداً مدل با در نظر گرفتن تابع هدف دوم حل می‌گردد. در گام اول پس از حل مدل با تابع هدف اول مقدار بهینه ۱۳۸ به‌دست آمده است و در مرحله بعدی با قرار دادن تابع هدف اول در محدودیت با مقدار کمتر مساوی ۱۳۸، برای تابع هدف دوم مقدار ۲۰۱ به‌دست می‌آید. در ادامه جواب مسأله در جداول (۱۳) و (۱۴) ارائه می‌گردد.

جدول (۱۳). نتایج به‌دست آمده از حل مثال ۱

$Y_g = 1$	$W_{hg} = 1$	$X_{gpt} = 1$	$O_{pp} = 1$	$Z_{ppg} = 1$
Y_2	W_{12}	$X_{2,1,1}$	O_{12}	Z_{122}
	W_{22}	$X_{2,2,78}$		
	W_{32}			
	W_{42}			
	W_{52}			

با توجه به نتایج حاصل شده در جدول (۱۴) تأثیر کار گروهی و اثر یادگیری به‌خوبی در زمان انجام پروژه دوم قابل مشاهده است. باتوجه به اینکه پروژه اول و دوم در یک گروه انجام شده و میزان شباهت این دو پروژه برابر با مقدار یک است یعنی دو پروژه کاملاً شبیه به یکدیگر هستند و با در نظر گرفتن اینکه پروژه دوم بعد از پروژه اول انجام می‌شود، لذا زمان انجام پروژه دوم از ۵۱ واحد زمانی به ۴۴ واحد زمانی کاهش می‌یابد.

جدول (۱۴). نتایج به‌دست آمده از حل مثال ۱

Project	SET_{p2}	PR_{p2}	ST_p	FPR_p	FT_p
۱	۱۳	۶۴	۱۳	۶۴	۷۷
۲	۱۳	۵۱	۹۰	۴۴	۱۳۴

مثال ۲. این مسأله شامل سه پروژه می‌باشد که توسط شش نیروی انسانی متخصص با چهار مهارت مختلف حداکثر در سه گروه کاری تکمیل می‌گردد و فرض می‌شود، هزینه راه‌اندازی و تشکیل گروه کاری $CS = ۶۵$ ، حداکثر ظرفیت هر گروه $LH = ۵$ و نرخ یادگیری $b = ۲۰\%$ می‌باشد. اطلاعات مسأله در جداول (۱۵) و (۱۶) بیان می‌شود.

جدول (۱۵). داده‌های مربوط به مثال ۲

Project	۱	۲	۳
IPR	۵۰	۴۰	۶۰
$ISSET$	۱۰	۱۰	۳۰
ES	۰	۱۰	۳۰
Project	V		
۱	۰	۱	۱
۲	۱	۰	۰
۳	۱	۰	۰
Skill	RE		
۱	۱	۰	۰
۲	۰	۰	۲
۳	۰	۱	۱

<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.12.035>
rights and content

- [22] Yang, D. L. & Kuo, W. H. (2010). Some scheduling problems with deteriorating jobs and learning effects. *Computers & Industrial Engineering*, 58(1), 25-28. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.06.016>.
- [23] Blazewicz, J., Lenstra, J. K., & Kan, A. R. (1983). Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity. *Discrete applied mathematics*, 5(1), 11-24. DOI: [10.1016/0166-218X\(83\)90012-4](https://doi.org/10.1016/0166-218X(83)90012-4)
- [24] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197. <https://doi.org/10.1109/4235.996017>
- [25] Taguchi, G. (1986). Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes. Asian Productivity Organization, Tokyo.

پیوست

مثال ۱. این مسأله شامل دو پروژه می‌باشد که توسط پنج نیروی انسانی متخصص با سه مهارت مختلف حداکثر در دو گروه کاری تکمیل می‌گردد و فرض می‌شود، هزینه راه‌اندازی و تشکیل گروه کاری $CS = ۵۵$ ، حداکثر ظرفیت هر گروه $LH = ۵$ و نرخ یادگیری $b = ۲۰\%$ می‌باشد. در ادامه اطلاعات مسأله در جداول (۱۱) و (۱۲) بیان می‌شود.

جدول (۱۱). داده‌های مربوط به مثال ۱

Project	۱	۲
IPR	۵۰	۴۰
$ISSET$	۱۰	۱۰
ES	۰	۱۰
Project	V	
۱	۰	۱
۲	۱	۰
Skill	RE	
۱	۱	۲
۲	۲	۰

جدول (۱۲). داده‌های مربوط به مثال ۱

Human	۱	۲	۳	۴	۵
CP	۱۵	۱۸	۱۲	۱۸	۲۰
SL	۰/۶	۱	۰/۴	۰/۸	۱
Skill	TH				
۱	۱	۰	۰	۰	۱
۲	۰	۱	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۱	۱	۰

جدول (۱۹). داده‌های مربوط به مثال ۳

Project	۱	۲	۳	۴	۵
IPR	۵۰	۴۰	۶۰	۸۰	۳۰
ISSET	۲۰	۲۰	۳۰	۴۰	۱۰
ES	۰	۰	۱۰	۳۰	۰
Project	V				
۱	۰	۰	۱	۱	۰
۲	۰	۰	۱	۰	۰
۳	۱	۱	۰	۱	۰
۴	۱	۰	۱	۰	۱
۵	۰	۰	۰	۱	۰
Skill	RE				
۱	۱	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۱	۱	۰	۰
۳	۰	۱	۰	۱	۰
۴	۱	۰	۱	۰	۰
۵	۰	۰	۰	۱	۱
۶	۰	۰	۰	۱	۱

جدول (۲۰). داده‌های مربوط به مثال ۳

Human	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
CP	۱۵	۱۵	۱۸	۱۲	۱۸	۲۰	۱۲	۱۸	۱۵
SL	۰/۶	۰/۶	۱	۰/۴	۰/۸	۱	۰/۴	۱	۰/۶
Skill	TH								
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۴	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۵	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰
۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱

ابتدا مدل فقط با در نظر گرفتن تابع هدف اول حل می‌گردد و در گام بعدی تابع هدف اول با توجه به مقدار به دست آمده در محدودیت قرار گرفته و مجدداً مدل با در نظر گرفتن تابع هدف دوم حل می‌گردد. مسأله مورد نظر توسط نرم‌افزار لینگو ۹ حل شده است و نتایج به دست آمده در جداول (۲۱) و (۲۲) نمایش داده می‌شود. در گام اول پس از حل مدل با تابع هدف اول مقدار بهینه ۲۲۵ به دست می‌آید. برای تابع هدف دوم نیز مقدار ۶۷۵ به دست می‌آید.

جدول (۲۱). نتایج به دست آمده از حل مثال ۳

$Y_g = 1$	$W_{hg} = 1$	$X_{gpt} = 1$	$O_{pp} = 1$	$Z_{ppg} = 1$
Y_1	W_{11}	$X_{1,1,1}$	O_{13}	Z_{132}
Y_3	W_{21}	$X_{1,3,99}$	O_{14}	Z_{243}
	W_{33}	$X_{3,2,1}$	O_{23}	Z_{543}
	W_{43}	$X_{3,4,91}$	O_{24}	
	W_{51}	$X_{3,5,1}$	O_{53}	
	W_{73}		O_{54}	
	W_{93}			

جدول (۱۶). داده‌های مربوط به مثال ۲

Human	۱	۲	۳	۴	۵	۶
CP	۱۵	۱۵	۱۸	۱۲	۱۸	۲۰
SL	۰/۶	۰/۶	۱	۰/۴	۰/۸	۱
Skill	TH					
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۱	۱	۰	۰
۴	۰	۰	۰	۰	۱	۱

ابتدا مدل فقط با در نظر گرفتن تابع هدف اول حل می‌گردد و در گام بعدی تابع هدف اول با توجه به مقدار به دست آمده در محدودیت قرار گرفته و مجدداً مدل با در نظر گرفتن تابع هدف دوم حل می‌گردد. مسأله مورد نظر توسط نرم‌افزار لینگو ۹ حل شده است و نتایج به دست آمده در جداول‌های بعدی نمایش داده شده است. در گام اول پس از حل مدل با تابع هدف اول مقدار بهینه ۲۳۸ به دست آمده است. برای تابع هدف دوم نیز مقدار ۳۰۰ به دست می‌آید، در ادامه جواب مسأله در جداول (۱۷) و (۱۸) ارائه می‌گردد.

جدول (۱۷). نتایج به دست آمده از حل مثال ۲

$Y_g = 1$	$W_{hg} = 1$	$X_{gpt} = 1$	$O_{pp} = 1$	$Z_{ppg} = 1$
Y_1	W_{11}	$X_{1,1,1}$	O_{13}	Z_{131}
Y_2	W_{21}	$X_{1,3,79}$	O_{23}	
	W_{32}	$X_{2,2,11}$		
	W_{42}			
	W_{51}			
	W_{61}			

جدول (۱۸). نتایج به دست آمده از حل مثال ۲

Project	SET_{p1}	SET_{p2}	PR_{p1}	PR_{p2}	ST_p	FPR_p	FT_p
۱	۱۳	-	۶۵	-	۱۳	۶۵	۷۸
۲	-	۱۴	-	۵۴	۲۴	۵۴	۷۸
۳	۳۹	-	۷۸	-	۱۱۷	۶۷	۱۸۴

در جدول (۱۸) تأثیر کار گروهی و اثر یادگیری به خوبی در زمان انجام پروژه سوم قابل مشاهده است. با توجه به اینکه پروژه اول و سوم در یک گروه انجام شده و میزان شباهت این دو پروژه برابر با مقدار یک است یعنی دو پروژه کاملاً شبیه به یکدیگر هستند و اینکه پروژه سوم بعد از پروژه اول انجام می‌شود، لذا زمان پردازش پروژه سوم از ۷۸ واحد زمانی به ۶۷ واحد زمانی کاهش می‌یابد.

مثال ۳. این مسأله شامل پنج پروژه می‌باشد که توسط نه نیروی انسانی متخصص با شش مهارت مختلف حداکثر در چهار گروه کاری تکمیل می‌گردد و فرض می‌شود، هزینه راه‌اندازی و تشکیل گروه کاری $CS = ۶۰$ ، حداکثر ظرفیت هر گروه $LH = ۵$ و نرخ یادگیری $b = ۲۰/۰$ می‌باشد. در ادامه اطلاعات مسأله در جداول (۱۹) و (۲۰) بیان می‌شود.

Skill	RE						
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰
۳	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۴	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۱
۵	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰
۶	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰
۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱
۸	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰

جدول (۲۴). داده‌های مربوط به مثال ۴

Human	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
CP	۱۵	۱۵	۱۸	۱۲	۱۶	۲۰	۱۲	۱۸	۱۵	۱۸	۱۳	۱۸
SL	۰/۶	۰/۶	۱	۰/۴	۰/۸	۱	۰/۴	۱	۰/۶	۱	۰/۵	۱
Skill	TH											
۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۴	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰
۵	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۰
۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰
۸	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱

جدول (۲۵). نتایج به‌دست آمده از حل مثال ۴

$Y_g = ۱$	$W_{hg} = ۱$	$X_{gpt} = ۱$	$O_{pp} = ۱$	$Z_{ppg} = ۱$
Y_2	$W_{1,2}$	$X_{2,1,8}$	O_{13}	Z_{132}
Y_4	$W_{2,4}$	$X_{2,3,16}$	O_{23}	Z_{244}
	$W_{4,4}$	$X_{2,6,1}$	O_{24}	Z_{544}
	$W_{7,4}$	$X_{4,2,2}$	O_{51}	Z_{612}
	$W_{9,4}$	$X_{4,4,10}$	O_{53}	Z_{632}
	$W_{10,2}$	$X_{4,5,1}$	O_{54}	
	$W_{11,2}$		O_{61}	
	$W_{12,2}$		O_{63}	
			O_{64}	

جدول (۲۶). نتایج به‌دست آمده از حل مثال ۴

Project	SET_{p2}	SET_{p4}	PR_{p2}	PR_{p4}	ST_p	FPR_p	FT_p
۱	۱	-	۷	-	۸	۶	۱۴
۲	-	۱	-	۷	۲	۷	۹
۳	۴	-	۸	-	۱۹	۶	۲۵
۴	-	۱	-	۱۴	۱۰	۱۱	۲۱
۵	-	۱	-	۵	۱	۵	۶
۶	۱	-	۶	-	۱	۶	۷

جدول (۲۲). نتایج به‌دست آمده از حل مثال ۳

Project	SET_{p1}	SET_{p3}	PR_{p1}	PR_{p3}	ST_p	FPR_p	FT_p
۱	۲۸	-	۷۰	-	۲۸	۷۰	۹۸
۲	-	۳۰	-	۶۰	۳۰	۶۰	۹۰
۳	۴۲	-	۸۴	-	۱۴۰	۷۳	۲۱۳
۴	-	۶۰	-	۱۲۰	۱۵۰	۱۰۴	۲۵۴
۵	-	۱۵	-	۴۵	۱۵	۴۵	۶۰

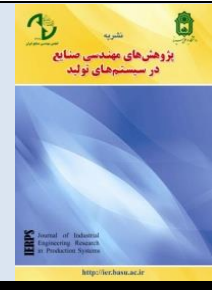
با توجه به نتایج حاصل شده در جدول (۲۲) تأثیر کار گروهی و اثر یادگیری به‌خوبی در زمان انجام پروژه سوم و چهارم قابل مشاهده است. با توجه به اینکه پروژه اول و سوم در یک گروه انجام شده و میزان شباهت این دو پروژه برابر با مقدار یک است یعنی دو پروژه کاملاً شبیه به یکدیگر هستند و اینکه پروژه سوم بعد از پروژه اول انجام می‌شود، پس زمان انجام پروژه سوم از ۸۴ واحد زمانی به ۷۳ واحد زمانی کاهش می‌یابد. باتوجه به اینکه پروژه چهارم و پنجم در یک گروه انجام شده و میزان شباهت این دو پروژه برابر با مقدار یک است، یعنی دو پروژه کاملاً شبیه به یکدیگر هستند و اینکه پروژه چهارم بعد از پروژه پنجم انجام می‌شود، لذا زمان انجام پروژه چهارم از ۱۲۰ واحد زمانی به ۱۰۴ واحد زمانی کاهش می‌یابد.

مثال ۴. این مسأله شامل شش پروژه می‌باشد که توسط دوازده نیروی انسانی متخصص با هشت مهارت مختلف حداکثر در چهار گروه کاری تکمیل می‌گردد و همچنین فرض می‌شود هزینه راه‌اندازی و تشکیل گروه کاری $CS = ۵۰$ ، حداکثر ظرفیت هرگروه $LH = ۵$ و نرخ یادگیری $b = ۲۰/۱۰$ می‌باشد. در ادامه اطلاعات مسأله در جداول (۲۳) و (۲۴) بیان شده است.

در ادامه ابتدا مدل فقط با در نظر گرفتن تابع هدف اول حل می‌گردد و در گام بعدی تابع هدف اول باتوجه به مقدار به‌دست آمده در محدودیت قرار گرفته و مجدداً مدل با در نظر گرفتن تابع هدف دوم حل می‌گردد. نتایج به‌دست آمده در جداول (۲۵) و (۲۶) نمایش داده شده می‌شود.

جدول (۲۳). داده‌های مربوط به مثال ۴

Project	۱	۲	۳	۴	۵	۶
IPR	۵	۴	۶	۸	۳	۴
ISSET	۰	۰	۳	۰	۰	۰
ES	۰	۱	۱	۳	۰	۰
Project	V					
۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱
۲	۰	۰	۰	۱	۰	۰
۳	۱	۰	۰	۰	۰	۱
۴	۰	۱	۰	۰	۱	۰
۵	۰	۰	۰	۱	۰	۰
۶	۱	۰	۱	۰	۰	۰



DOI: <https://doi.org/10.22084/ier.2025.29539.2174>

Scheduling of Bi-Objective Projects with Multi-Skilled Working Groups, Learning Effect and Work-Group Dependent Setup and Processing Times

Sara Bagherzadeh Rahmani¹ , Javad Rezaian^{2*} , Ahmad Ebrahimi³ 

¹ PhD Student in Industrial Management, Department of Industrial Management, Faculty of Management and Economics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

² Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Industrial Engineering, Mazandaran University of Science and Technology, Babol, Iran

³ Associate Professor, Department of Industrial Management and Technology, Faculty of Management and Economics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 2024/07/02

Revised: 2024/10/25

Accepted: 2024/11/08

Keywords:

Project Scheduling
Multi-Skilled Working Groups,
Learning Effect
Work-Group Dependent Setup
Time
Work-Group Dependent
Processing Time
NSGA-II

ABSTRACT

Today, in project-oriented organizations, projects are carried out in parallel and in the form of teamwork. Therefore, human resource management in project-oriented organizations plays a key role in achieving projects. In fact, the appropriate allocation of employees with different skills to work teams to carry out projects, in addition to preserving the financial resources of the organization, also reduces the time of project processing. Therefore, in this research, a multi-objective mixed integer non-linear mathematical programming (MINLP) model is presented. The mathematical model of this research includes the multiple objectives of simultaneous minimization of the total costs of setting up work teams and the use of human resources and the total flowtime of projects. Then, to validate the proposed mathematical model, several sample problems have been designed and solved using Lingo software and the constrained method. Then, a multi-objective genetic algorithm with non-dominant sorting (NSGA-II) is used to solve problems in large scales, and the efficiency of the proposed algorithm is measured by comparing with the sum weighted method.

* Corresponding author. Javad Rezaian
Tel.: 011-32191209; E-mail: j.rezaeian@ustmb.ac.ir