

شبیه‌سازی نوسانات طبیعی نمونه‌ها و الگوهای غیرطبیعی پایه در نمودار کنترل S^2

سید علی لسانی^۱، سید محمد تقی فاطمی‌قمی^{۲*}

۱. کارشناسی‌ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

۲. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

خلاصه

طی چند دهه گذشته، مقالات گوناگونی پیرامون شناسایی و تحلیل الگوهای غیرطبیعی پایه در نمودارهای کنترل فرآیند به چاپ رسیده‌اند. مقالات منتشرشده، به‌طور رایج، برای سنجش، ارزیابی و نیز آموزش مدل‌های پیشنهادی خود از نمونه‌های شبیه‌سازی‌شده استفاده کرده‌اند. اکثر این مقالات رفتارهای نمونه‌های متوالی را در نمودار کنترل میانگین یا نمودار کنترل مشاهدات انفرادی بررسی نموده‌اند و نسبت به تفسیر همزمان الگوها در نمودار کنترل تغییرپذیری و نمودار کنترل میانگین بی‌توجه بوده‌اند. ازسوی دیگر، معدود پژوهش‌های پایش‌گر توأمان الگوها در نمودارهای کنترل تغییرپذیری و میانگین، برای شبیه‌سازی نمونه‌ها در نمودار کنترل تغییرپذیری، روش قابل‌تعمیمی که مبتنی بر استدلال‌های آماری باشد، برگزیده‌اند. ساماندهی روش شبیه‌سازی نمونه‌ها و نیز تأکید بر نظارت توأمان رفتارهای نمونه‌های متوالی در نمودارهای کنترل میانگین و تغییرپذیری، اهداف پژوهش جاری می‌باشند. در این راستا، به‌کارگیری از نمودار کنترل S^2 برای پایش تغییرپذیری فرآیندها توصیه می‌شود. متأسفانه در منابع کنترل کیفیت به این نمودار کمتر توجه شده است؛ درحالی‌که دقت آن به‌دلیل نازایی نمونه‌ها، بالاست. برای نیل به این اهداف، تابع توزیع آماری نوسانات طبیعی نمونه‌ها در نمودار کنترل S^2 استخراج می‌گردد. سپس، مولدهای الگوهای غیرطبیعی پایه در نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی متغیر به‌همراه پارامترهای عددی متناظر تشریح می‌شوند. همچنین ضعف‌های جدی روش شبیه‌سازی نمونه‌ها در پژوهش‌های گذشته بیان و براساس دستاوردهای پژوهش جاری راهکارهایی ارائه خواهند شد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۱۴۰۳/۰۴/۲۹

بازنگری: ۱۴۰۳/۰۸/۲۸

پذیرش: ۱۴۰۳/۱۰/۲۴

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

نمودار کنترل S^2

شبیه‌سازی

نوسانات طبیعی نمونه‌ها

الگوهای پایه

پایش همزمان

۱. مقدمه

از میان هفت ابزار اصلی کنترل فرآیند آماری، نمودارهای کنترل پرکاربردترین و مؤثرترین ابزار برای پایش نوسانات فرآیندی محسوب می‌شوند. از این‌رو نمودارهای کنترلی کلاسیک شوهرات، به‌عنوان ابزار کنترل برخط مشخصه‌های کیفی متغیر و وصفی، به‌طور گسترده در صنایع مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. زیرا قادرند جنبه‌های عمومی فنی و آماری کنترل فرآیند را پشتیبانی نمایند.

در یک نگاه کلی و جامع، نمودارهای کنترل استاندارد در دو فاز پایه‌گذاری و به‌کارگیری می‌شوند. این دو فاز، اهداف متفاوت و متمایزی دارند:

در فاز نخست، پس از جمع‌آوری مشاهدات تصادفی و گردآوری مجموعه(هایی) از نمونه‌ها، حدود کنترل آزمایشی محاسبه می‌شوند و میزان پایداری اولیه مشخصه(های) کیفی فرآیند مشخص می‌گردد. هدف در این فاز، دستیابی به حدود کنترل قابل اعتماد برای پایش‌های

* نویسنده مسئول: سید محمدتقی فاطمی‌قمی

تلفن: ۰۲۱-۶۴۵۴۵۳۸۱؛ پست الکترونیکی: fatemi@aut.ac.ir

فرآیند در صنایع پیشرفته، به‌طور جدی پیگیری شد. پیش از آن، دستورالعمل‌های کلاسیک شوهارت (یعنی شرط پراکندگی کلیه نمونه‌ها بین حدود کنترل) و در ادامه برخی قوانین حساس‌ساز آنالوگ، مبنای پایه‌گذاری و به‌کارگیری نمودارهای کنترل فرآیند بودند. اما به‌تدریج این دستورالعمل‌ها و قوانین عمومی، با افزایش پیچیدگی فرآیندها، کفایت خود را از دست دادند. زیرا شکل‌گیری الگوهای معنی‌دار در دنباله‌ای از نمونه‌های متوالی پراکنده‌شده بین حدود کنترل، تداعی‌کننده وضعیت خارج از کنترل است. از این‌رو باید الگوهای معنی‌دار طی روشی سامان‌مند بلادرنگ رهگیری، شناسایی، اندازه‌گیری و تفسیر شوند.

در ادبیات این مبحث، چهار الگوی جابجایی صعودی/نزولی (Shift (Sh.)، روند صعودی/نزولی (Trend (Tr.)، دوره‌ای (Cyclic (Cyc.) و سیستماتیک (Systematic (Sys.)، به‌عنوان «الگوهای غیرطبیعی پایه» معرفی شده‌اند. زیرا این الگوها ریشه‌های فرآیندی دارند و به‌طور معمول در نمودارهای کنترل فرآیند ظاهر می‌شوند (شکل (۱) را ملاحظه نمایید). الگوهای مذکور می‌توانند به‌صورت انفرادی و یا همزمان پدیدار گردند.

برای نظارت عملی و تفسیر الگوهای غیرتصادفی و معنی‌دار، تعریف و تخمین پارامترهای عددی متناظر با آن‌ها ضروری است. این کمیت‌گذاری، کنترل دقیق برنامه‌های اصلاحی پس از بروز رفتارهای معنی‌دار را نیز امکان‌پذیر می‌نماید.

خاطر نشان می‌شود، مبحث شناسایی الگوها در نمودارهای کنترل فرآیند، فقط در شرایطی که برای تمام نمونه‌ها حدود کنترل یکسان باشد، قابل پیگیری خواهد بود. به‌عبارت دیگر، اگر اندازه نمونه‌ها یکی نباشند و به تبع آن حدود کنترل برای هر نمونه جداگانه محاسبه شود، بررسی رفتار نمونه‌ها در نمودارهای کنترل فرآیند کاملاً بی‌معنی است.

از بیش از سه دهه گذشته، مقالات متعددی با هدف شناسایی الگوهای معنی‌دار در نمودارهای کنترل فرآیند و تخمین پارامترهای متناظر آن‌ها معرفی شده‌اند. مرجع [۱] در یک مطالعه نظام‌مند و جامع و از طریق غربال‌گری، مقالات برجسته‌ای را که در این بازه زمانی مدل‌های بارزی را برای رهگیری رخداد همزمان الگوهای پایه پیشنهاد داده‌اند، انتخاب و از چند نقطه‌نظر طبقه‌بندی کرده است.

آینده است. به‌طور معمول این تلاش‌ها، هنگامی که نمودارها به‌عنوان ابزار کنترل فرآیندها انتخاب می‌شوند، نخستین گام‌های اجرایی در راه رسیدن به فرآیندهای پایدار تلقی می‌گردند.

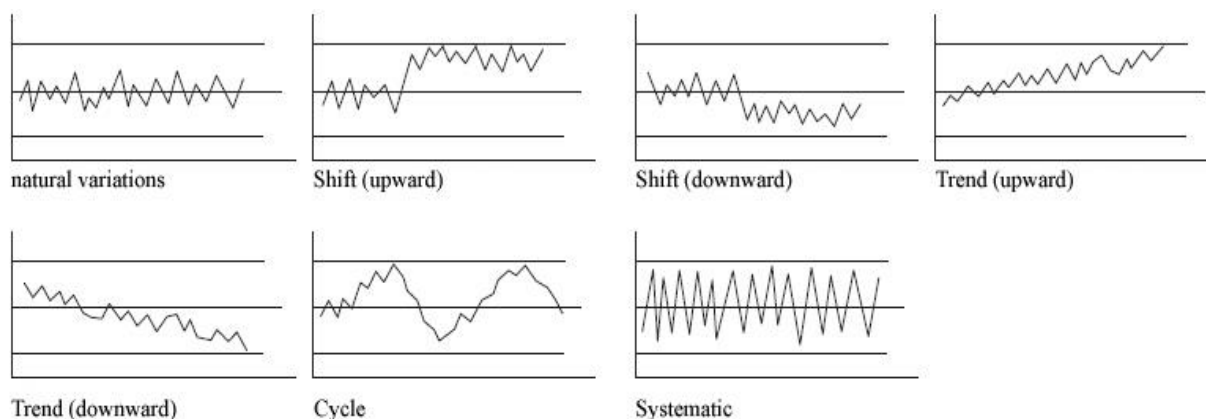
هنگامی که فرآیند به پایداری مطلوب می‌رسد و حدود کنترل قابل اعتماد می‌شوند، فاز دوم به‌کارگیری نمودارها آغاز می‌گردد. در این فاز، برآوردهای دقیقی از پارامترهای مشخصه کیفی به‌دست آمده است، پراکندگی نمونه‌ها عموماً در حدود قابل انتظار است و انحرافات با دلیل در قالب تغییرات بزرگ و متوسط رخ نمی‌دهند. از این‌رو در این فاز، پایش تغییرات کوچک و حتی بسیار کوچک فرآیندی هدف اصلی است.

دستورالعمل‌های نمودارهای کنترلی شوهارت در فاز اول به‌کارگیری نمودارهای کنترل بسیار کارگشایند. در این فاز حدود کنترل آزمایشی هستند، فرآیند اغلب ناپایدار و خارج از کنترل است و بروز انحرافات بادلیل و تغییرات بزرگ و متوسط فرآیندی بسیار محتمل می‌باشند.

چالش نمودارهای شوهارت این است که آن‌ها صرفاً بر مقادیر آخرین نمونه تمرکز دارند و از اطلاعات نهفته‌ای که از رفتارهای نمونه‌های متوالی قابل استخراج است، غافلند. این مسأله نمودارهای شوهارت را نسبت به پایش تغییرات کوچک فرآیندی بسیار ناسازگار می‌کند و از این‌رو دستورالعمل‌هایش به‌تنهایی نمی‌توانند در فاز دوم کنترل نوسانات فرآیندی کارایی داشته باشند.

منابع کنترل کیفیت آماری به‌طور مرسوم نمودارهای کنترل جمع تجمعی و میانگین متحرک موزون نمایی را به‌عنوان دو گزینه برای کنترل فرآیندها در فاز دوم معرفی نموده‌اند. این درحالی است که نمودارهای مذکور علاوه بر دستورالعمل‌های کاربردی پیچیده و زمان‌بر، جزئیاتی از تغییرات فرآیندی رهگیری‌شده را گزارش نمی‌دهند. نویسندگان پژوهش جاری اعتقاد دارند افزودن دستورات نظارتی مبتنی بر راهکارهای معتبر شناسایی و تفسیر الگوهای رفتاری برای پایش دنباله‌های نمونه‌های متوالی، علاوه بر حل مسأله نمودارهای شوهارت، دستورالعمل‌هایی کارآمدتر، واقع‌بینانه‌تر و ساده‌تر نسبت به نمودارهای کنترل جمع تجمعی و میانگین متحرک موزون نمایی ارائه می‌کند.

مبحث «شناسایی الگوها» در نمودارهای کنترل از حدود سال ۱۹۹۰، به‌عنوان یکی از راهکارهای اثربخش افزایش حساسیت کنترل



شکل (۱). فرم ژنریک نمایش رفتارهای نمونه‌های متوالی در نمودارهای کنترل فرآیند

در ادامه، ۲۲ مقاله معتبری که طی سال‌های ۲۰۱۰ تا ۲۰۲۴ در این حیطه پژوهشی منتشر شده‌اند و راهکارهای کارآمدی داشته‌اند، فهرست‌وار معرفی می‌شوند:

روئی‌گاه (۲۰۱۰) مدلی را با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای تشخیص توأمان الگوها در نمودارهای کنترل میانگین و کنترل تغییرپذیری فرآیند ارائه داد [۲]. لین و همکاران (۲۰۱۱) نگرش مبتنی بر ماشین بردار پشتیبان را برای بررسی الگوهای غیرطبیعی در نمودارهای کنترل فرآیند به‌کار بردند [۳]. فاطمی‌قمی و همکاران (۲۰۱۱) یک شبکه LVQ و هفت شبکه پرسپترون دولایه‌ای را برای شناسایی الگوهای معنی‌دار در نمودارهای کنترل فرآیند و تخمین پارامترهای آن‌ها معماری نمودند [۴]. ابراهیم‌زاده و همکاران (۲۰۱۲) مدلی دومرحله‌ای را با بهره‌گیری از تکنیک‌های خوشه‌بندی و شبکه‌های عصبی، برای شناسایی و تحلیل الگوها در نمودارهای کنترل پیشنهاد دادند [۵]. دو و همکاران (۲۰۱۳) رخداد همزمان الگوهای پایه را با استفاده از موجک‌ها و ماشین‌های بردار پشتیبان چندکلاسه رهگیری کردند [۶]. یانگ و همکاران (۲۰۱۳) مدلی متشکل از چندنوع شبکه عصبی با الگوریتم‌های آموزشی گوناگون، برای نظارت توأمان الگوها در نمودارهای کنترل میانگین و کنترل تغییرپذیری معرفی نمودند [۷]. گو و همکاران (۲۰۱۳) به‌منظور رصد شکل‌گیری الگوها در نمودارهای کنترل، آنالیز طیفی منفرد و الگوریتم LVQ را به‌کار گرفتند [۸]. ژان‌ثیولس و رزاقی (۲۰۱۴) روشی مبتنی بر ماشین بردار پشتیبان موزون را برای تشخیص الگوهای غیرطبیعی در نمودارهای کنترل پیشنهاد نمودند [۹]. عاده و همکاران (۲۰۱۴) الگوهای معنی‌دار در نمودارهای کنترل فرآیند آماری را با استفاده از شبکه‌های عصبی بهینه‌شده تفسیر کردند [۱۰]. لسانی و همکاران (۲۰۱۴) با به‌کارگیری قابلیت‌های شبکه‌های LVQ و پرسپترون چندلایه‌ای در کنار معرفی ابزار شناساگر خط برازش نمونه‌ها، مدلی ترکیبی برای تشخیص طبقه‌بندی و آنالیز الگوهای غیرطبیعی در نمودارهای کنترل فرآیند پیشنهاد نمودند [۱۱]. حق‌طلب و همکاران (۲۰۱۵) یادگیری مبتنی بر خوشه‌بندی توافقی بدون ناظر را برای یافتن الگوها در نمودارهای کنترل معرفی کردند [۱۲]. چنگ و همکاران (۲۰۱۵) برای بررسی الگوهای غیرطبیعی در نمودارهای کنترل، امکانات شبکه‌های عصبی و ویژگی‌های استخراج شده از آنالیز همبستگی را به‌کار بردند [۱۳]. پلگرینا و همکاران (۲۰۱۶) با استفاده از روش جداسازی کور منابع و استخراج ویژگی‌ها، وقوع همزمان الگوهای پایه در نمودارهای کنترل فرآیند را طبقه‌بندی کردند [۱۴]. خُرمالی و عاده (۲۰۱۶)، خوشه‌بندی فازی و ماشین بردار پشتیبان را برای شناسایی الگوهای نمودارهای کنترل استفاده نمودند [۱۵]. عاده و همکاران (۲۰۱۸)، گونه‌ای از شبکه‌های عصبی را به‌منظور تشخیص الگوها در نمودارهای کنترل آموزش دادند [۱۶]. لسانی و همکاران (۲۰۱۹) ابزارهای برازش خطی و برازش کسینوسی نمونه‌ها را به‌عنوان راهکارهای شناسایی الگوهای غیرتصادفی و تخمین

پارامترهای متناظرشان در نمودارهای کنترل فرآیند معرفی نمودند [۱۷]. کلت و بابوئی (۲۰۲۰) با به‌کارگیری مشتقاتی از شبکه‌های عصبی و استخراج ویژگی‌های شکلی و آماری، تشخیص الگوها در نمودارهای کنترل را پیگیری کردند [۱۸]. ژانگ و همکاران (۲۰۲۰) مدلی مبتنی بر کاهش ویژگی‌های ادغامی و گونه‌ای از ماشین‌های بردار پشتیبان چندکلاسه بهینه‌شده را برای رصد رخداد الگوهای معنی‌دار در نمودارهای کنترل ارائه نمودند [۱۹]. یو و ژانگ (۲۰۲۱) یک مدل شناساگر ترکیبی را که در آن گونه‌ای از شبکه‌های عصبی نیز توسعه داده شده است، عرضه کردند [۲۰]. چی‌یو و تی‌سای (۲۰۲۱) با به‌کارگیری تکنیک‌های آنالیز طیفی منفرد و جنگل تصادفی، روشی را برای هشداردهی وقوع همزمان الگوهای پایه در نمودارهای فرآیند معرفی نمودند [۲۱]. لی و همکاران (۲۰۲۲) با استفاده از تکنیک خوشه‌بندی طیفی و ماشین بردار پشتیبان، تحت توزیع گاما، شناسایی الگوها در نمودارهای کنترل فرآیند را مطالعه کردند [۲۲]. لی و همکاران (۲۰۲۴) بر پایه روش آنالیز الگوی ترتیبی موزون چند مقیاسی و طبقه‌بندی کل، شناسایی رفتارهای معنی‌دار در نمودارهای کنترل را با هدف رهگیری تغییرات کوچک فرآیندی بررسی نمودند [۲۳].

به‌عنوان یک برداشت مطالعاتی توسط نویسندگان این مقاله، مدل‌های ارائه‌شده برای تشخیص و تفسیر الگوهای معنی‌دار در نمودارهای کنترل فرآیند را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: در مدل‌های دسته اول استفاده از قابلیت‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی مدنظر بوده است (از قبیل [۲]، [۵ - ۴]، [۸ - ۷]، [۱۱ - ۱۰]، [۱۳]، [۱۶]، [۱۸] و [۲۰]). زیرا شبکه‌های عصبی در فراگیری الگوها از توانمندی‌های خاصی برخوردارند. شالوده برخی از این مدل‌ها کاملاً مبتنی بر شبکه‌های عصبی است و در طراحی آن‌ها از ظرفیت‌های یک شبکه، چندین شبکه همسان با معماری‌های متفاوت و یا چند نوع شبکه مختلف استفاده شده است. برخی دیگر از این مدل‌ها در کنار شبکه‌های معماری‌شده، ابزارهایی چون دیگر الگوریتم‌های یادگیری ماشینی، سیستم‌های خبره یا راه‌حل‌های ریاضی-آماری را به‌کار برده‌اند. در مدل‌های دسته دوم، شبکه‌های عصبی و الگوریتم‌های آن‌ها استفاده نشده‌اند. این مدل‌ها یا از دیگر الگوریتم‌های یادگیری ماشینی بهره جسته‌اند و یا خود یک راهکار و راه‌حل ریاضی-آماری را معرفی نموده‌اند (از قبیل [۳]، [۶]، [۹]، [۱۲]، [۱۵ - ۱۴]، [۱۷]، [۱۹] و [۲۳ - ۲۱]).

به‌طور رایج، پژوهش‌های فوق به‌منظور آزمایش و ارزیابی عملکرد مدل‌های خود و یا آموزش شبکه‌های معماری‌شده، نمونه‌های شبیه‌سازی‌شده را استفاده نموده‌اند. اکثر این مقالات (و نیز دیگر مقالات ارائه‌شده در این زمینه) رفتارهای نمونه‌های متوالی را در نمودار کنترل میانگین یا نمودار کنترل اندازه‌گیری‌های انفرادی رصد می‌کنند. انتقاد وارد به هدف‌گذاری این مقالات این است که به‌طور همزمان تغییرپذیری و میانگین فرآیند در راهکارهایشان نظارت نمی‌شوند. این درحالی است که کنترل واقعی میانگین در گرو کنترل

قابل اندازه‌گیری باشند، مشخصه‌های کیفی متغیر نامیده می‌شوند. برای پایش این مشخصه‌ها باید «تغییرپذیری فرآیند» و «میانگین فرآیند» توأمان کنترل گردند [۲۵ - ۲۴]. زیرا تغییرات در میانگین فرآیند صرفاً نمودار کنترل میانگین را تحت تأثیر قرار می‌دهد؛ حال آن‌که دگرگونی‌ها در تغییرپذیری فرآیند بر روی هر دو نمودار کنترل میانگین و کنترل تغییرپذیری اثرگذار خواهد بود. براین اساس، تفسیر نمودار کنترل میانگین، هنگامی که نمودار کنترل تغییرپذیری خارج از کنترل است، کاملاً بی‌اعتبار است [۲۴].

به‌طور معمول، میانگین مشخصه‌های کیفی متغیر توسط نمودار کنترل $\bar{x}$ و تغییرپذیری توسط یکی از نمودارهای کنترل R ، S و یا S^2 پایش می‌شود. درواقع شیوه برآورد انحراف‌معیار جامعه آماری متناظر با مشخصه کیفی، ملاک انتخاب نمودار کنترل تغییرپذیری است. به‌علاوه، هنگامی که مشاهدات انفرادی رصد می‌شوند، نمودارهای کنترل متحرک می‌توانند تغییرپذیری فرآیند را پایش نمایند.

در نمودار کنترل R ، انحراف‌معیار فرآیند به‌طور غیرمستقیم و از طریق دامنه تغییرات نمونه‌ها تخمین زده می‌شود. مقدار هر نمونه، دامنه مشاهدات آن، یعنی اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین مقدار مشاهده‌شده برای آن نمونه، است. در این نمودار، محاسبه نمونه‌ها بسیار ساده است؛ اما به‌دلیل نادیده گرفتن اطلاعات دیگر مشاهدات هر نمونه، نمودار برای اندازه‌نمونه‌های متوسط به بالا، به‌سرعت کارایی خود را ازدست می‌دهد [۲۴]. نمودارهای S و S^2 با تخمین مستقیم انحراف‌معیار و واریانس فرآیند، این مسأله را برطرف می‌کنند.

در نمودار کنترل S ، مقدار هر نمونه، انحراف‌معیار مشاهدات آن است. بدین ترتیب انحراف‌معیار فرآیند، نارایب برآورد نمی‌شود. جدول (۱) کارایی نسبی روش دامنه نسبت به S را برای اندازه‌نمونه‌های مختلف نشان می‌دهد [۲۴].

در نمودار کنترل S^2 ، مقدار هر نمونه، واریانس مشاهدات آن است. بدین ترتیب واریانس فرآیند نارایب برآورد می‌شود. با این وجود در منابع کنترل کیفیت آماری به نمودار S^2 کمتر توجه شده است. زیرا استفاده از نمودار R ، به‌دلیل سهولت محاسبات، و نمودار S ، به‌دلیل هم‌یکا بودن انحراف‌معیار و میانگین، ترجیح داده شده‌اند. حد کنترل بالا، خط مرکز و حد کنترل پایین در نمودار S^2 به‌ترتیب عبارتند از [۲۴]:

$$\begin{cases} UCL = \frac{\bar{S}^2}{m-1} \cdot \chi^2_{(\alpha/2), m-1} \\ CL = \bar{S}^2 \\ LCL = \frac{\bar{S}^2}{m-1} \cdot \chi^2_{1-(\alpha/2), m-1} \end{cases} \quad (1)$$

چنانچه ملاحظه می‌کنید، در این نمودار (برخلاف نمودارهای R و S) حدود کنترل، احتمالی هستند. m تعداد مشاهدات برای یک نمونه (اندازه نمونه) می‌باشد، $\chi^2_{\alpha/2, m-1}$ و $\chi^2_{1-(\alpha/2), m-1}$ به‌ترتیب دلالت بر $\alpha/2$ درصد نقاط بالایی و پایینی توزیع χ^2 دو با

تغییرپذیری فرآیند است. در واقع این اصل مهم کیفی که کنترل نمودار تغییرپذیری پیش‌نیاز کنترل نمودار میانگین است [۲۵ - ۲۴]، در این مقالات نادیده گرفته شده است. علاوه بر این، علل رخداد الگوها در نمودارهای کنترل تغییرپذیری و میانگین می‌توانند متفاوت باشند.

معدود پژوهش‌هایی که توأمان الگوها را نظارت کرده‌اند (به‌عنوان مثال مراجع [۲] و [۷])، مدل‌هایشان را برای پایش هم‌آهنگ رفتارهای نمونه‌ها در نمودارهای کنترل مشاهدات انفرادی و دامنه متحرک طراحی نموده‌اند. با این‌وجود، برای شبیه‌سازی نمونه‌ها در نمودار کنترل تغییرپذیری، این مدل‌ها روش جامع و قابل تعمیمی را که مبتنی بر استدلال‌های آماری باشد، انتخاب نکرده‌اند.

مطالعه جاری در راستای رفع نواقص پژوهش‌های پیشین و ساماندهی روش شبیه‌سازی نمونه‌ها و نیز تأکید بر نظارت توأمان رفتارهای نمونه‌های متوالی در نمودارهای کنترل تغییرپذیری و میانگین، استفاده از نمودار کنترل S^2 را به‌منظور پایش تغییرپذیری فرآیندها توصیه می‌نماید. متأسفانه به این نمودار در منابع کنترل کیفیت آماری کمتر توجه شده است. زیرا به‌کارگیری از نمودارهای کنترل R و دامنه متحرک، به‌دلیل سهولت محاسبات، و نمودار کنترل S ، به‌دلیل هم‌یکا بودن انحراف‌معیار و میانگین، ترجیح داده شده‌اند. حال آن‌که در نمودار S^2 به‌دلیل نارایب بودن نمونه‌ها، کنترل تغییرپذیری فرآیند دقیق‌تر است. همچنین عدم سهولت محاسبات با وجود امکانات کنونی کاملاً برطرف شده‌اند.

برای نیل به اهداف فوق، تابع توزیع آماری نوسانات طبیعی نمونه‌ها در نمودار کنترل S^2 استخراج می‌گردد. سپس مولدهای الگوهای غیرطبیعی پایه در نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی متغیر، پارامترهای متناظر و نحوه تخصیص مقادیر عددی به آن‌ها کاملاً تشریح می‌شوند. به‌علاوه، ضعف‌های جدی روش شبیه‌سازی نمونه‌ها در پژوهش‌های گذشته بیان و براساس دستاوردهای پژوهش جاری راهکارهایی ارائه خواهند شد.

ساختار مقاله جاری در بخش‌های آینده از این قرار است: بخش ۲ نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی متغیر را مرور می‌کند. در بخش ۳ مراحل استخراج تابع توزیع آماری شبیه‌ساز نوسانات طبیعی نمونه‌ها در نمودار کنترل S^2 از نظر می‌گذرد. بخش ۴ مولدهای شبیه‌ساز الگوهای غیرطبیعی پایه و پارامترهای متناظرشان را در نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی متغیر، از جمله نمودار S^2 ، تشریح می‌نماید. در بخش ۵ چگونگی شبیه‌سازی رفتارهای نمونه‌ها در نمودارهای کنترل میانگین و کنترل اندازه‌گیری‌های انفرادی بیان می‌گردد. بخش ۶ روش شبیه‌سازی نمونه‌ها در پژوهش‌های پیشین را نقد می‌کند و براساس دستاوردهای پژوهش جاری راهکار پیشنهاد می‌دهد. نهایتاً در بخش ۷، ضمن جمع‌بندی مطالب ارائه‌شده، موضوعی برای تحقیقات آینده توصیه می‌شود.

۲. مروری بر نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی متغیر

در کنترل کیفیت آماری، مشخصه‌های کیفی که به‌صورت عددی،

$$S_t^2 = \frac{\sum_{j=1}^m (o_{jt} - \bar{o}_t)^2}{m-1} \quad (2)$$

در این رابطه، $\bar{o}_t$ میانگین مشاهدات در نمونه t ام است.

برای استخراج تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی S_t^2 (یعنی تابع شبیه‌ساز نمونه‌های طبیعی در نمودار کنترل S^2)، متغیر تصادفی y را در نظر بگیرید:

$$y = \frac{(m-1) \cdot S_t^2}{\sigma^2} \quad (3)$$

هنگامی که $\bar{o}_t$ و S_t^2 میانگین و واریانس مشاهدات تصادفی به‌اندازه m از جامعه‌ای نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند، آنگاه متغیر تصادف y دارای توزیع χ^2 با $m-1$ درجه آزادی است [۲۷].

توزیع χ^2 دو یک حالت خاص از توزیع گاما می‌باشد [۲۸-۲۷]. متغیر تصادفی y دارای توزیع گاما با پارامترهای $\alpha > 0$ و $\beta > 0$ است، اگر و تنها اگر تابع چگالی احتمال آن به‌صورت زیر باشد:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \cdot y^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{y}{\beta}} & y > 0 \\ 0 & elsewhere \end{cases} \quad (4)$$

در این تابع، α و β به‌ترتیب پارامتر شکل و پارامتر مقیاس توزیع گاما می‌باشند [۲۴]. شکل (۲) نماهایی از تابع چگالی احتمال گاما را نمایش می‌دهد. در این نماها، تأثیرات مقادیر دو پارامتر بر شکل و مقیاس تابع نشان داده می‌شود.

میانگین و واریانس تابع توزیع گاما به‌ترتیب $\alpha \cdot \beta$ و $\alpha \cdot \beta^2$ و تابع مولد گشتاورهای آن عبارتست از [۲۷]:

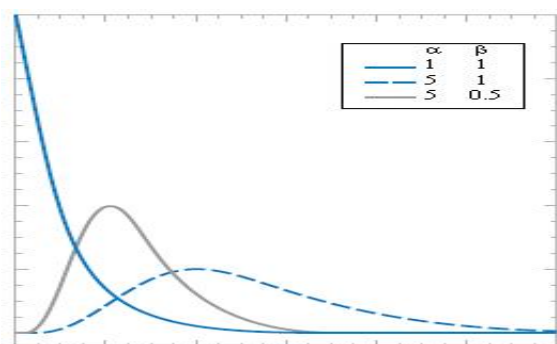
$$M_y(t) = (1 - \beta \cdot t)^{-\alpha} \quad (5)$$

هنگامی که $\alpha = \frac{\nu}{2}$ و $\beta = 2\alpha$ باشند، حالت خاصی از توزیع گاما یعنی توزیع χ^2 دو با ν درجه آزادی تعریف می‌شود [۲۸-۲۷]. براساس این تعریف، تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی y به‌صورت زیر است:

$$M_y(t) = (1 - 2t)^{-\frac{(m-1)}{2}} \quad (6)$$

با توجه به رابطه (۳)، $S_t^2 = \frac{\sigma^2}{m-1} \cdot y$ اکنون با در نظر گرفتن تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی y در رابطه (۶)، تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی S_t^2 به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$M_{S_t^2}(t) = \left(1 - \frac{2\sigma^2}{m-1}t\right)^{-\frac{(m-1)}{2}} \quad (7)$$



شکل (۲). تأثیر پارامترهای شکل و مقیاس بر تابع چگالی گاما

$m-1$ درجه آزادی دارد و $\bar{S}^2$ متوسط واریانس نمونه‌ها براساس تحلیل‌های اولیه است. چنانچه مقدار استاندارد برای σ^2 موجود باشد، جایگزین $\bar{S}^2$ می‌شود.

جدول (۱). کارایی نسبی روش دامنه نسبت به S برای

اندازه‌نمونه‌های مختلف

اندازه‌نمونه	کارایی نسبی
۲	۱/۰۰۰
۳	۰/۹۹۲
۴	۰/۹۷۵
۵	۰/۹۵۵
۶	۰/۹۳۰
۱۰	۰/۸۵۰

۳. شبیه‌سازی نوسان‌های طبیعی نمونه‌ها در نمودار

کنترل S^2

به‌طور کلی نوسانات و انحرافات نمونه‌ها در نمودارهای کنترل فرآیند به دو صورت طبیعی (تصادفی) و غیرطبیعی (غیرتصادفی و بادلیل) رخ می‌دهند. وجود نوسانات طبیعی در نمونه‌ها، همیشگی و اجتناب‌ناپذیر است. درحالی‌که وجود انحرافات غیرطبیعی در نمونه‌ها و نیز دنباله‌ای از آن‌ها (در قالب الگوهای غیرطبیعی و معنی‌دار) از کنترل خارج شدن فرآیند عملیات را تداعی می‌نمایند. بنابراین تشخیص سریع و تفسیر دقیق الگوهای معنی‌دار در نمودارهای کنترل کاملاً ضروری و حیاتی است. نوسان‌های طبیعی اجتناب‌ناپذیر در فرآیندهای تولید می‌توانند شناسایی الگوها در نمودارهای کنترل را دچار چالش‌های جدی کنند، زیرا قادرند الگوهای معنی‌دار را از قالب مورد انتظار خارج نمایند.

به‌طور متداول، مدل‌های پایش‌گر رفتارهای نمونه‌های متوالی در نمودارهای کنترل فرآیند آماری از نمونه‌های شبیه‌سازی شده استفاده می‌نمایند. بدیهی است هر قدر این شبیه‌سازی‌ها واقع‌بینانه‌تر باشند، سطح اطمینان پژوهشگران برای آموزش، سنجش و ارزیابی مدل‌های پیشنهادی‌شان بیشتر خواهد بود.

به‌منظور رفع کاستی‌های پژوهش‌های پیشین (به‌علت عدم معرفی توابع واقع‌بینانه برای شبیه‌سازی نوسانات طبیعی نمونه‌ها در نمودارهای کنترل تغییرپذیری فرآیند) و نیز ترویج به‌کارگیری نمودار S^2 (به‌عنوان یک نمودار کنترل دقیق تغییرپذیری)، در این بخش تابع توزیع آماری شبیه‌ساز نمونه‌های طبیعی این نمودار استخراج می‌شود.

در آمار کاربردی برای هر متغیر تصادفی یک تابع توزیع احتمال وجود دارد [۲۶]. نوسان‌های طبیعی در نمودارهای کنترل فرآیند به‌طور ذاتی متغیر تصادفی می‌باشند، از این‌رو دارای توزیع احتمالات. این موضوع مبنای ما برای شبیه‌سازی رفتارهای طبیعی در نمودار کنترل S^2 است.

فرض کنید $\{o_{1t}, o_{2t}, \dots, o_{jt}, \dots, o_{mt}\}$ مجموعه مشاهدات تصادفی جمع‌آوری شده برای نمونه t ام باشد. واریانس این مشاهدات (یعنی مقدار نمونه t ام) عبارتست از:

کار جدید؛ تغییرات در روش‌ها، مواد اولیه خام یا ماشین‌آلات؛ دگرگونی در روش بازرسی یا استانداردها؛ تغییر در مهارت، دقت یا انگیزه اپراتورها؛ و غیره باشد [۲۴].
نمونه‌های شیف‌شده (جابه‌جا شده) در نمودار S^2 طبق رابطه زیر شبیه‌سازی می‌شوند:

$$\begin{aligned} x_t &= n_t + un_t^{Sh.(v)} \\ &= n_t \sim GAM\left(\frac{m-1}{2}, \frac{2\sigma^2}{m-1}\right) + b_v \end{aligned} \quad (10)$$

b_v میزان جابجایی واریانس فرآیند است.

۴-۲. تابع مولد الگوی روند

تابع مولد این الگوی به‌صورت زیر است:

$$un_t^{Tr.} = g \cdot t \quad (11)$$

در این مولد، g پارامتر الگوست و شیب روند را نشان می‌دهد. مقدار این پارامتر می‌تواند مثبت (روند صعودی) یا منفی (روند نزولی) باشد (دو نمودار میانی شکل (۳) را ملاحظه نمایید). لازم به ذکر است، ریشه‌های بروز این الگو نیز در جهت صعودی ممکن است با جهت نزولی متفاوت باشند.

پیدایش این الگو می‌تواند نتیجه فرسودگی یا سایش تدریجی یک ابزار یا برخی دیگر از مؤلفه‌های بحرانی فرآیند؛ عوامل انسانی نظیر خستگی اپراتورها یا نحوه نظارت‌های میدانی؛ تأثیرات فصلی مانند درجه حرارت؛ و غیره باشد [۲۴].

نمونه‌های ترندشده (رونددار) در نمودار S^2 طبق رابطه زیر شبیه‌سازی می‌شوند:

$$\begin{aligned} x_t &= n_t + un_t^{Tr.(v)} \\ &= n_t \sim GAM\left(\frac{m-1}{2}, \frac{2\sigma^2}{m-1}\right) + g_v \cdot t \end{aligned} \quad (12)$$

g_v شیب روند واریانس فرآیند است.

۴-۳. تابع مولد الگوهای دوره‌ای و سیستماتیک

تابع تناوبی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} un_t^{CS} &= \left(\left(a \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T} + \frac{2\pi \cdot k}{T}\right) \right) \right. \\ &\quad \left. - (g_{FL} + b_{FL}) \right) \end{aligned} \quad (13)$$

در این رابطه، پارامتر T دوره تناوب را مشخص می‌کند؛ هنگامی که این پارامتر مساوی ۲ باشد، رابطه فوق، تابع مولد الگوی سیستماتیک است و پارامتر a بزرگی افت‌وخیزهای این رفتار غیرطبیعی را منعکس می‌نماید. برای دوره‌های تناوب بزرگتر از ۲، رابطه فوق می‌تواند تابع مولد الگوی دوره‌ای باشد؛ در این تابع، a اندازه دامنه چرخه را نشان می‌دهد. به‌طور معمول در ادبیات، $8 \leq T \leq 12$ را به‌عنوان بازه رخداد الگوی دوره‌ای در نظر گرفته‌اند (دو نمودار سمت راست شکل (۳) را ملاحظه نمایید).

اگرچه تابع مولد شبیه‌ساز الگوهای دوره‌ای و سیستماتیک، مشترک است، اما ریشه‌های فرآیندی شکل‌گیری این دو رفتار کاملاً متفاوت‌اند و مفاهیم فنی آن‌ها هیچ‌گونه ارتباطی باهم ندارند!

از این تابع مولد گشتاور (و مقایسه آن با تابع مولد گشتاور رابطه (۵)) نتیجه می‌شود که متغیر تصادفی S_t^2 دارای توزیع گاما با مقادیر پارامتری $\alpha = \frac{m-1}{2}$ و $\beta = \frac{2\sigma^2}{m-1}$ است. به‌بیان دیگر، توزیع گاما با مقادیر پارامتری مذکور، نمونه‌های طبیعی (و نوسانات تصادفی) را در یک نمودار تحت‌کنترل S^2 شبیه‌سازی می‌نماید. بدین ترتیب امید ریاضی و انحراف‌معیار متغیر تصادفی S_t^2 به‌ترتیب σ^2 و $\sqrt{\frac{2}{m-1}} \cdot \sigma^2$ خواهند بود.

۴. شبیه‌سازی الگوهای غیرطبیعی پایه و معرفی پارامترهای متناظر در نمودار کنترل S^2

در این بخش، توابع مولد الگوهای پایه در نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی متغیر به‌طور کامل تشریح می‌شوند. درواقع این مولدها شابلون‌هایی هستند که الگوهای پایه را در نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی متغیر (ازجمله نمودار کنترل S^2) شبیه‌سازی می‌نمایند.

همان‌گونه که در بخش ۱ اشاره شد، نظارت عملی بر الگوهای معنی‌دار منوط به تعریف پارامتر(های) عددی متناظر با آن‌هاست. این کمیت‌گذاری برای تعیین سطوح حساسیت‌های مطلوب فرآیند نسبت به شکل‌گیری الگوها (متناسب با نیازها و استانداردها) و نیز پایش برنامه‌های اصلاحی پس از وقوع رفتارهای معنی‌دار الزامی است. معرفی این پارامترها و روش‌های مقداردهی آن‌ها از دیگر مباحث این بخش خواهد بود.

برای تنظیم شبیه‌سازهای نمونه‌ها در نمودارهای کنترل تغییرپذیری فرآیند، ابتدا رابطه زیر را در نظر بگیرید:

$$x_t = n_t + un_t^{(v)} \quad (14)$$

دراین رابطه، t شماره و ترتیب نمونه را مشخص می‌کند. x_t مقدار به‌دست‌آمده برای نمونه t ام است. n_t مقدار نوسان طبیعی نمونه t ام است، در حقیقت تابع توزیع آماری این متغیر تصادفی همان تابع توزیع نمونه‌ها در نمودار تحت‌کنترل متناظرش است. همان‌گونه که ثابت شد، در نمودار S^2 این متغیر دارای توزیع گاما با پارامترهای $\alpha = \frac{m-1}{2}$ و $\beta = \frac{2\sigma^2}{m-1}$ می‌باشد. به‌طور کلی، $un_t^{(v)}$ مولد الگو(های) پایه در نمودارهای کنترل تغییرپذیری است. مقدار این عبارت در یک نمودار فاقد الگو همواره صفر است.

۴-۱. تابع مولد الگوی جابجایی

تابع مولد این الگوی به‌صورت زیر است:

$$un_t^{Sh.} = b \quad (15)$$

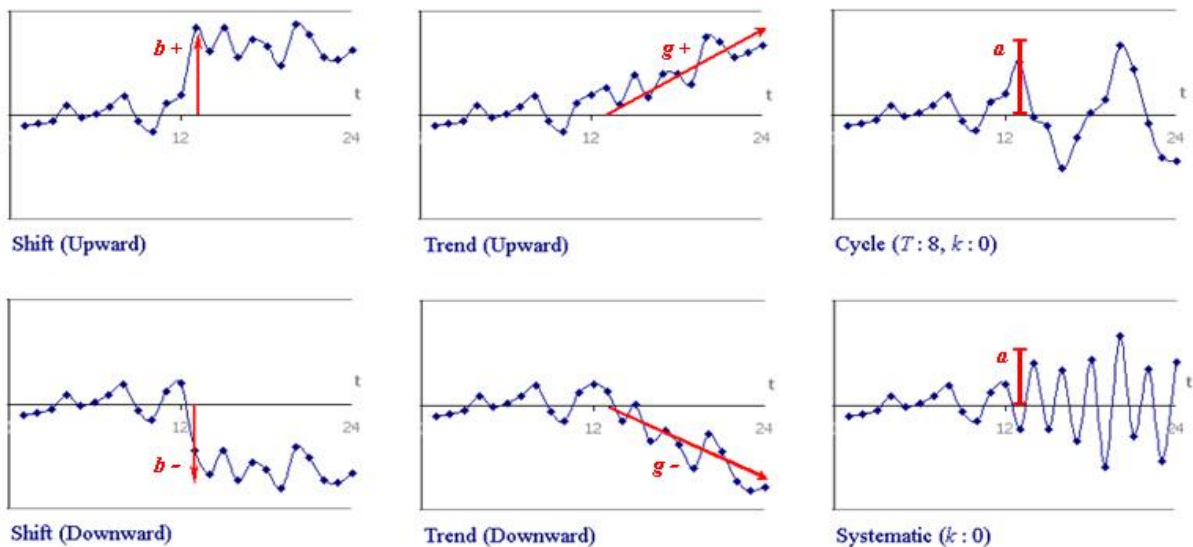
در ساین مولد، b پارامتر الگوست و میزان جابجایی را نشان می‌دهد. مقدار این پارامتر می‌تواند مثبت (جابجایی صعودی) یا منفی (جابجایی نزولی) باشد (دو نمودار سمت چپ شکل (۳) را ملاحظه نمایید). لازم به ذکر است، ریشه‌های بروز الگو در جهت صعودی ممکن است با جهت نزولی متفاوت باشند.

شکل‌گیری الگوی جابجایی می‌تواند پیامد استفاده از نیروهای

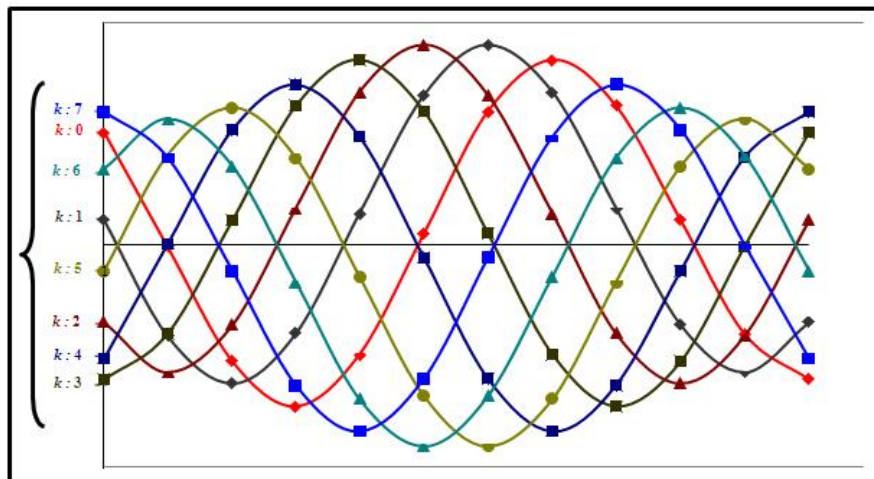
برای شناسایی الگوهای جابجایی و روند و تخمین پارامترهای متناظر آن‌ها پیشنهاد نمودند. در مقاله‌ای که این روش را معرفی می‌کند، نشان داده می‌شود تابع un_t^{CS} صرفاً مولد الگوهای تناوبی نیست [۱۱]. به شکل (۵) توجه نمایید. چنانچه ملاحظه می‌شود، عرض از مبدأ و شیب خط برازش نقاط تابع un_t^{CS} (خط برازش مشکی رنگ) صفر نیستند. درحالی‌که مؤلفه‌های مذکور به ترتیب پارامترهای الگوهای جابجایی و روند هستند [۱۱] و این تابع باید صرفاً مولد الگوهای تناوبی باشد. به همین دلیل، عبارت $[g_{FL} \cdot t + b_{FL}]$ از آن کسر و رابطه (۱۳) به‌عنوان تابع مولد تکامل‌یافته الگوهای تناوبی معرفی شد. در این حالت عرض از مبدأ و شیب خط برازش نقاط un_t^{CS} صفر می‌باشند (خط برازش خاکستری رنگ). لازم به ذکر است، $[g_{FL} \cdot t + b_{FL}]$ خط برازش نقاط منحنی un_t^{CS} باملاک حداقل مجموع مربعات خطا است $g_{FL} = \frac{\sum_{t=1}^n (t-\bar{t}) \cdot (un_t^{CS} - \bar{un_t^{CS}})}{\sum_{t=1}^n (t-\bar{t})^2}$ شیب این خط و $b_{FL} = \bar{un_t^{CS}} - g_{FL} \cdot \bar{t}$ عرض از مبدأ آن می‌باشد).

در رابطه (۱۳)، k یک پارامتر مجازی است و نشان‌دهنده مقدار اختلاف فاز در نقطه شروع این دو الگوست. هرچند پارامتر مذکور در برنامه‌های تجزیه و تحلیل فرآیند نقشی ندارد، اما کلیه فازهای شکل‌گیری الگوهای دوره‌ای و سیستماتیک را پوشش می‌دهد و در نتیجه تشخیص صحیح رخداد الگوهای تناوبی را تسریع می‌نماید [۴]. شکل (۴) مفهوم اختلاف فاز در نقطه شروع الگوهای تناوبی را تجسم می‌کند. این شکل فازهای مختلف شکل‌گیری یک الگوی دوره‌ای با دوره تناوب ۸ را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است اختلاف فازهای متناظر با هر دوره تناوب (یعنی پارامتر k) در بازه‌ای از اعداد صحیح نامنفی به‌صورت $[0, \dots, T-1]$ مقداردهی می‌شوند. این پارامتر در سال ۲۰۱۱ توسط فاطمی‌قمی و همکاران پیشنهاد و تابع $un_t^{CS} = a \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi k}{T}\right)$ به‌عنوان مولد الگوهای تناوبی معرفی شد [۴]. پیش از آن، توابع ساده $a \cdot (-1)^t$ و $a \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ به‌ترتیب به‌عنوان مولدهای الگوهای دوره‌ای و سیستماتیک شناخته می‌شدند.

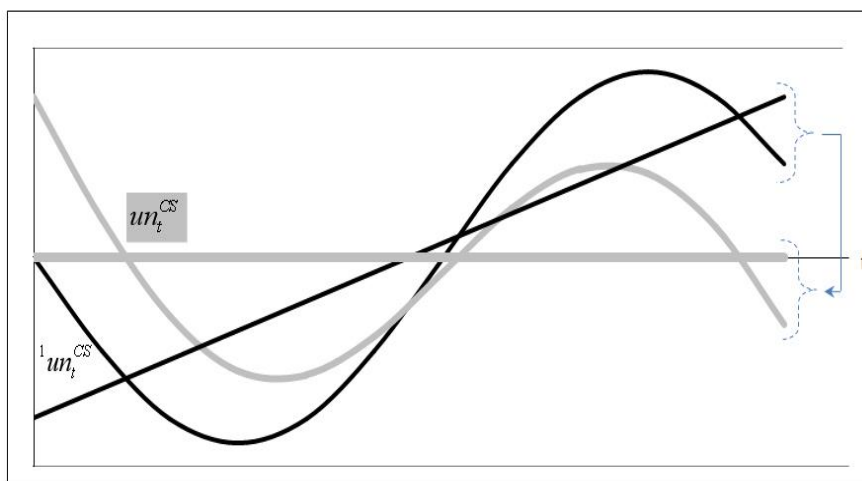
در سال ۲۰۱۴، لسانی و همکاران روش خط برازش نمونه‌ها را



شکل (۳). الگوهای غیرطبیعی پایه و پارامترهای متناظر (در نمودارهای کنترل فوق، رفتارهای معنی‌دار از نمونه ۱۳م شروع می‌شوند)



شکل (۴). نمایش گرافیکی مفهوم اختلاف فاز در نقطه شروع الگوهای تناوبی



شکل (۵). نقش عبارت $(g_{FL}.t + b_{FL})$ در تعدیل تابع مولد الگوهای تناوبی

۵. شبیه‌سازی نوسانات طبیعی نمونه‌ها و الگوهای غیرطبیعی در نمودارهای کنترل میانگین و کنترل اندازه‌گیری‌های انفرادی

با استناد به قضیه حد مرکزی، نمونه‌ها در نمودار تحت کنترل $\bar{x}$ دارای توزیع نرمال با میانگین μ و انحراف معیار $\frac{\sigma}{\sqrt{m}}$ می‌باشند. از این‌رو مولد شبیه‌ساز نمونه‌ها در این نمودار، به گونه‌ای که بتواند تغییرات تغییرپذیری را لحاظ نماید، در حالت کلی به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$x_t = n_t \sim N\left(\mu, \sqrt{\frac{(\sigma + un_t^{(v)})^2}{m}}\right) + un_t^{(m)} \quad (15)$$

$un_t^{(m)}$ مولد الگو(های) پایه در نمودار کنترل میانگین است. این عبارت برای الگوی جابجایی $un_t^{Sh.(m)} = b_m$ برای الگوی روند $un_t^{Tr.(m)} = g_m \cdot t$ و برای الگوهای تناوبی (به‌فرض تقریبی) $un_t^{CS(m)} = a_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T_m}\right)$ می‌باشد. چنانچه این الگوها در نمودار کنترل میانگین پدیدار نشده باشند، $un_t^{(m)} = 0$ است.

در رابطه (۱۵)، $un_t^{(v)}$ تأثیر وجود الگو(های) پایه در نمودار کنترل تغییرپذیری متناظر را بر نمونه‌های نمودار کنترل میانگین لحاظ می‌کند. به عبارت واضح‌تر، هنگامی که در نمونه t ام نمودار کنترل تغییرپذیری متناظر، یک (یا چند) الگو شکل گرفته باشند، تأثیرات واریانسی آن (ها) بر نوسانات نمونه t ام نمودار کنترل میانگین اعمال می‌شود. بدیهی است، اگر هیچ الگوی غیرطبیعی در نمودار تغییرپذیری متناظر شکل نگرفته باشد، $un_t^{(v)} = 0$ خواهد بود.

لازم به ذکر است، اگر شبیه‌سازی نمونه‌ها در نمودار کنترل اندازه‌گیری‌های انفرادی مدنظر باشد و مشاهدات دارای توزیع نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ باشند، مولد شبیه‌ساز نمونه‌ها (مشاهدات) در این نمودار به صورت زیر خواهد بود:

$$x_t = n_t \sim N(\mu, \sigma + un_t^{(v)}) + un_t^{(m)} \quad (16)$$

گفتنی است شبیه‌سازی‌های پیشنهادی در بخش‌های ۴ و ۵ با

شکل‌گیری رفتارهای دوره‌ای در نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی متغیر می‌تواند به علت تغییرات محیطی نظیر درجه حرارت؛ خستگی اپراتور، چرخش دائمی اپراتورها و یا دستگاه‌ها؛ نوسان ولتاژ، فشار و دیگر تجهیزات تولید؛ زمان‌بندی برنامه‌های تعمیرات و نگهداری؛ فرسودگی ابزارآلات؛ و غیره باشد [۲۴].

تبصره: برای شبیه‌سازی رفتارهای تناوبی، مولد $a \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ ممکن است تقریب کارآمدی باشد و به عنوان un_t^{CS} در نظر گرفته شود. بر این اساس، نمونه‌های تناوبی در نمودار S^2 می‌توانند طبق رابطه زیر شبیه‌سازی شوند:

$$\begin{aligned} x_t &= n_t + un_t^{CS(v)} \\ &= n_t \sim GAM\left(\frac{m-1}{2}, \frac{2\sigma^2}{m-1}\right) + a_v \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T_v}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

برای الگوی سیستماتیک (یعنی $T_v = 2$), a_v بزرگی افت‌وخیزهای واریانس فرآیند را منعکس می‌کند. برای الگوی دوره‌ای، T_v دوره تناوب و a_v دامنه چرخه واریانس فرآیند را نشان می‌دهد.

۴-۴. مقداردهی پارامترها

در زیربخش‌های پیشین، پارامترهای متناظر با الگوهای پایه معرفی شدند. اکنون برخی روش‌های مقداردهی این پارامترها بیان خواهند شد.

اختصاص مقادیر عددی برحسب ضرایبی از "انحراف معیار فرآیند" (یعنی انحراف معیار جامعه آماری مرتبط با مشخصه کیفی) و در مواردی برحسب ضرایبی از "انحراف معیار نوسانات طبیعی نمونه‌ها"، از جمله روش‌های مقداردهی و کمیت‌گذاری پارامترهای b (میزان جابجایی)، g (شیب روند)، a (دامنه چرخه در الگوی دوره‌ای) و a (بزرگی افت‌وخیزها در الگوی سیستماتیک) می‌باشند.

همچنین پارامتر T (دوره تناوب) به صورت زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی و اختلاف فازهای متناظر با هر دوره تناوب (یعنی پارامتر k در بازه‌ای از اعداد صحیح نامنفی به صورت $[0, \dots, T-1]$ مقداردهی می‌شوند.

استفاده ترکیبی از نرم‌افزارهای SPSS و Microsoft Excel قابل اجراست.

جدول (۲) مثالی از مقداردهی و بازه‌بندی‌ها برای تعیین محدوده‌های تحت کنترل و خارج از کنترل پارامترهای الگوهای پایه در نمودارهای کنترل $\bar{x}$ (میانگین) و کنترل S^2 ، برحسب انحراف معیار فرآیند، ارائه می‌دهد. لازم به ذکر است، بازه‌بندی‌های این جدول صرفاً یک مثال عددی می‌باشد. بدیهی است، در دنیای واقعی باید این بازه‌بندی‌ها با توجه به نیازمندی‌های فنی فرآیند تنظیم شوند.

یادآوری می‌شود، حد پایین در نمودارهای کنترل تغییرپذیری فرآیند، همواره بزرگتر مساوی صفر می‌باشد. به این دلیل در جدول مذکور از مقداردهی و بازه‌بندی پارامترهای الگوهای جابجایی نزولی و روند نزولی برای نمودار S^2 صرف‌نظر شده است.

۶. بررسی و نقد روش شبیه‌سازی نمونه‌ها در پژوهش‌های پیشین و پیشنهاد راهکار براساس دستاوردهای پژوهش جاری برای آن

چنانچه در بخش ۱ بیان شد، پژوهش‌های پیشین در حوزه شناسایی و تحلیل الگوهای نمودارهای کنترل فرآیند، به‌منظور آزمایش، ارزیابی و نیز آموزش مدل‌های پیشنهادی خود از نمونه‌های شبیه‌سازی‌شده استفاده نموده‌اند. اغلب آن‌ها رفتارهای نمونه‌های متوالی را در نمودار کنترل میانگین یا نمودار کنترل اندازه‌گیری انفرادی رصد کرده‌اند و نسبت به نظارت توأمان الگوها در نمودارهای کنترل میانگین و کنترل تغییرپذیری بی‌توجه بوده‌اند. ازسوی دیگر، معدود پژوهش‌های پیش‌گام همزمان الگوها در دو نمودار برای شبیه‌سازی نمونه‌ها در نمودار کنترل تغییرپذیری، روش جامع و قابل‌تعمیمی را که مبتنی بر

استدلال‌های آماری باشد، پیش نگرفته‌اند. به‌عنوان مثال، منابع [۲] و [۷] مدل‌هایشان را برای نظارت توأمان رفتارهای نمونه‌ها در نمودارهای کنترل مشاهدات انفرادی و کنترل دامنه متحرک طراحی نموده‌اند. این دو پژوهش، یک تابع چندجمله‌ای همانند رابطه (۱۶) را به‌منظور تولید مشاهدات تصادفی استفاده کرده‌اند (توجه داشته باشید، تابع مولد الگوی دوره‌ای در این دو مقاله سینوسی است و الگوی سیستماتیک نیز شبیه‌سازی نمی‌شود).

روش شبیه‌سازی در این دو مقاله بدین گونه است که مشاهدات تصادفی طبق رابطه مذکور تولید و آماره موردنیاز نمودار کنترل دامنه متحرک محاسبه می‌شود. نمونه‌های تهیه‌شده از این روش برای آموزش شبکه‌های عصبی معماری‌شده، ارزیابی عملکرد و آزمایش مدل‌های پیشنهادی به‌کار می‌روند. در ادامه ضعف‌های این روش و راهکارهای پیشنهادی برای رفع آن‌ها بیان خواهند شد:

آ: روش اتخاذشده توسط این دو مقاله برای شبیه‌سازی نمونه‌ها در نمودار کنترل تغییرپذیری، یک روش جامع و مانع نمی‌باشد. زیرا هیچ اطلاعاتی پیرامون تابع توزیع آماری نمونه‌ها در نمودار کنترل دامنه متحرک و حتی توزیع تقریبی آن ارائه نشده است. به عبارت دیگر، یک دستورالعمل فرموله‌شده براساس استدلال‌های آماری به‌منظور شبیه‌سازی نمونه‌ها در این نمودار معرفی نگردیده است و مقاله‌ها رویه قابل‌تعمیمی را برای این شبیه‌سازی در اختیار خواننده قرار نمی‌دهند.

ب: هنگامی که نمودار کنترل تغییرپذیری خارج از کنترل باشد، عملاً هرگونه تفسیر رفتاری نمونه‌ها در نمودار کنترل میانگین یا نمودار کنترل مشاهدات انفرادی فاقد اعتبار است. این اصل مهم، ضرورت ارائه یک روش مستدل و تعمیم‌پذیر را برای شبیه‌سازی نمونه‌ها در نمودار کنترل تغییرپذیری بیشتر نمایان می‌نماید.

جدول (۲). مثالی از مقداردهی و بازه‌بندی‌ها برای تعیین محدوده‌های تحت کنترل و خارج از کنترل پارامترهای الگوهای پایه در نمودارهای کنترل میانگین و کنترل S^2 (برحسب انحراف معیار فرآیند)

بازه خارج از کنترل	بازه تحت کنترل	پارامتر	الگو / نمودار کنترل
$b_m \geq 0.5\sigma$	$0 \leq b_m < 0.5\sigma$	b_m^+	جابجایی صعودی / $\bar{x}$
$b_m \leq -0.5\sigma$	$-0.5\sigma < b_m \leq 0$	b_m^-	جابجایی نزولی / $\bar{x}$
$g_m \geq 0.05\sigma$	$0 \leq g_m < 0.05\sigma$	g_m^+	روند صعودی / $\bar{x}$
$g_m \leq -0.05\sigma$	$-0.05\sigma < g_m \leq 0$	g_m^-	روند نزولی / $\bar{x}$
$a_m \geq 0.5\sigma$ و $8 \leq T_m \leq 12$	$a_m < 0.5\sigma$ یا $(T_m = 2 \text{ به جز } 2) T_m < 8$	a_m, T_m	دوره‌ای / $\bar{x}$
$a_m \geq 0.5\sigma$	$a_m < 0.5\sigma$	a_m	سیستماتیک / $\bar{x}$
$b_v \geq 0.25\sigma$	$0 \leq b_v < 0.25\sigma$	b_v^+	جابجایی صعودی / S^2
$g_v \geq 0.05\sigma$	$0 \leq g_v < 0.05\sigma$	g_v^+	روند صعودی / S^2
$a_v \geq 0.15\sigma$ و $8 \leq T_v \leq 12$	$a_v < 0.15\sigma$ یا $(T_v = 2 \text{ به جز } 2) T_v < 8$	a_v, T_v	دوره‌ای / S^2
$a_v \geq 0.15\sigma$	$a_v < 0.15\sigma$	a_v	سیستماتیک / S^2

نمودار کنترل تغییرپذیری، روش جامع و تعمیم‌پذیری که مبتنی بر استدلال‌های آماری باشد، برگزیده‌اند.

مطالعه جاری با هدف رفع نواقص پژوهش‌های پیشین و ساماندهی روش شبیه‌سازی نمونه‌ها و نیز تأکید بر نظارت توأمان رفتارهای نمونه‌های متوالی در نمودارهای کنترل تغییرپذیری و کنترل میانگین، به‌کارگیری از نمودار کنترل S^2 را به‌منظور پایش تغییرپذیری فرایندها و نمودار کنترل S^2 متحرک را برای کنترل تغییرپذیری مشاهدات انفرادی توصیه کرد. در نمودار S^2 ، به‌دلیل ناریب بودن نمونه‌ها، کنترل تغییرپذیری فرایندها دقیق‌تر است. با این وجود، در منابع کنترل کیفیت آماری به این نمودار کمتر توجه شده است.

در این راستا، تابع توزیع آماری نوسان‌های طبیعی نمونه‌ها در نمودار S^2 استخراج و مشخص شد این نوسان‌ها دارای توزیع گاما با پارامترهای $\alpha = \frac{m-1}{2}$ و $\beta = \frac{2\sigma^2}{m-1}$ می‌باشند.

به‌علاوه، توابع مولد الگوهای پایه برای شبیه‌سازی نمونه‌های الگودار در نمودارهای کنترل S^2 ، کنترل میانگین و کنترل اندازه‌گیری‌های انفرادی تشریح و نحوه مقداردهی عددی پارامترهای متناظر با الگوهای پایه تبیین شدند.

بدین ترتیب، بسترهای لازم برای شبیه‌سازی نمونه‌های تصادفی و الگودار در مدل‌های پایش‌گر همزمان رفتارهای نمونه‌های متوالی نمودارهای کنترل فرآیند فراهم شد. از آنجایی‌که شبیه‌سازی‌های ساماندهی‌شده در مطالعه جاری برای پایش تغییرپذیری فرآیند براساس تابع توزیع آماری نوسانات طبیعی نمونه‌ها در نمودار S^2 تنظیم شده‌اند، مستدل و تعمیم‌پذیر می‌باشند و به‌علاوه استفاده از آن‌ها در مدل‌های مبتنی بر روش‌های یادگیری ماشینی، ازجمله شبکه‌های عصبی مصنوعی (به‌منظور آموزش، ارزیابی و سنجش مدل‌ها)، کارآمدتر خواهد بود.

همچنین مطالعه جاری با بررسی شیوه شبیه‌سازی نمونه‌ها در مقالات پیشین و نقد آن، راهکارهای مناسبی را براساس دستورالعمل‌های خود ارائه داد.

معرفی یک مدل مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی یا دیگر روش‌های یادگیری ماشینی، برای پایش همزمان الگوهای پایه در نمودارهای کنترل $\bar{x}$ و S^2 یا نمودارهای کنترل اندازه‌گیری‌های انفرادی و واریانس متحرک، که در آن نمونه‌های استفاده‌شده برای آموزش، ارزیابی و سنجش مدل طبق شیوه‌های شبیه‌سازی مطالعه جاری تهیه شوند، می‌تواند موضوعی مناسب برای تحقیقات آینده باشد.

مراجع

- [1] Garcia, E., Penabaena-Niebles, R., Jubiz-Diaz, M., Perez-Tafur, A. (2022). "Concurrent control chart pattern recognition: A systematic review", *Mathematics*, 10(6).
<https://doi.org/10.3390/math10060934>
- [2] Ruey Guh Sh. (2010), "Simultaneous process mean

پ: یکی از قابلیت‌های برجسته شبکه‌های عصبی، توانایی آن‌ها در یادگیری توابع است [۲۹]. شیوه شبیه‌سازی استفاده‌شده توسط این دو مقاله برای شبیه‌سازی نمونه‌ها در نمودار کنترل تغییرپذیری، عملاً بهره‌گیری از این امکان بسیار مهم را سلب می‌کند. زیرا تغییرپذیری با مولدهای مشخص شبیه‌سازی نمی‌شود.

ت: به‌دلیل آنکه توزیع آماری مشخصی برای نمونه‌ها در نمودار کنترل دامنه متحرک (و نیز نمودار کنترل دامنه) وجود ندارد، نویسندگان مقاله جاری به‌کارگیری نمودار واریانس متحرک را به‌جای نمودار نمودار کنترل دامنه متحرک، به‌منظور پایش تغییرپذیری مشاهدات انفرادی، پیشنهاد می‌کنند. زیرا تابع توزیع آماری نمونه‌ها در این نمودار (همان‌گونه که در بخش ۳ استخراج شد) کاملاً مشخص شده است. ازسوی دیگر، پس از دستیابی به سطح مطلوبی از پایداری فرآیند، برآورد ناریبی از انحراف‌معیار مشخصه کیفی در اختیار می‌باشد.

ث: دو مقاله مذکور تابع مولدی را برای شبیه‌سازی الگوی سیستماتیک معرفی نکرده‌اند و صرفاً تابع $a \cdot \sin(\frac{2\pi \cdot t}{T})$ را برای شبیه‌سازی تقریبی الگوی دوره‌ای در نظر گرفته‌اند. مقاله جاری با تشریح تابع مولد کسینوسی تکامل‌یافته الگوهای تناوبی، امکان شبیه‌سازی هر دو الگوی دوره‌ای و سیستماتیک را فراهم نموده است. همان‌گونه که در زیربخش ۲-۴ بیان شد، ریشه‌های فرآیندی شکل‌گیری این دو الگوی پایه کاملاً متفاوت هستند و نادیده گرفتن الگوی سیستماتیک قابل قبول نمی‌باشد.

۷. نتیجه‌گیری و پیشنهاد موضوع برای تحقیق‌های آتی

نمودارهای کنترل مهم‌ترین ابزار برنامه‌های کنترل فرآیند آماری می‌باشند. در مسیر پایه‌گذاری و به‌کارگیری نمودارها، هنگامی‌که فرآیند به پایداری مطلوب می‌رسد و حدود کنترل قابل اعتماد می‌شوند، پایش تغییرات کوچک و حتی بسیار کوچک فرآیندی هدف اصلی است. دستورالعمل‌های نمودارهای کنترلی شوهارت، به‌دلیل تحلیل انفرادی نمونه‌ها، به‌تنهایی نمی‌توانند این هدف را محقق سازند. از این‌رو لازم است به ابزارهای کارآمدی که رفتارهای نمونه‌های متوالی را رصد می‌نمایند، مسلح شوند. زیرا این رفتارها ممکن است در قالب الگوهای معنی‌دار، تداعی‌کننده شرایط خارج از کنترل باشند. بدین ترتیب محبث شناسایی الگوها در نمودارهای کنترل به‌منظور افزایش حساسیت در پایش فرایندها مطرح گردید و مقالات متعددی پیرامون آن منتشر شدند.

مقالات منتشرشده، به‌طور رایج، برای آموزش مدل‌ها و نیز آزمایش و ارزیابی آن‌ها از نمونه‌های شبیه‌سازی شده استفاده کرده‌اند. اکثر این مقالات رفتارهای نمونه‌های متوالی را در نمودار کنترل میانگین یا نمودار کنترل مشاهدات انفرادی بررسی نموده‌اند و نسبت به تفسیر همزمان الگوها در نمودارهای کنترل تغییرپذیری و کنترل میانگین بی‌توجه بوده‌اند. ازسوی دیگر، معدود پژوهش‌های پایش‌گر توأمان الگوها در دو نمودار، برای شبیه‌سازی نمونه‌ها در

- “Recognition of control chart patterns using a neural network-based pattern recognizer with features extracted from correlation analysis”, *Pattern Analysis and Applications*, 18(1): 75-86.
<https://doi.org/10.1007/s10044-012-0312-8>
- [14] Pelegrina, G.D., Duarte, L.T., Jutten, Ch. (2016). “Blind source separation and feature extraction in concurrent control charts pattern recognition: Novel analyses and a comparison of different methods”, *Computers & Industrial Engineering*, 92: 105-114.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.017>
- [15] Khormali, A., Addeh, J. (2016). “A novel approach for recognition of control chart patterns: Type-2 fuzzy clustering optimized support vector machine”, *ISA Transactions*, 63: 256-264.
<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2016.03.004>
- [16] Addeh, A., Khormali, A., Amiri Golilarz, N. (2018). “Control chart pattern recognition using RBF neural network with new training algorithm and practical features”, *ISA Transactions*, 79: 202-216.
<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2018.04.020>
- [17] Lesany, S.A., Fatemi Ghomi, S.M.T., Koochakzadeh, A. (2019). “Development of fitted line and fitted cosine curve for recognition and analysis of unnatural patterns in process control charts”, *Pattern Analysis and Applications*, 22 (2): 747-765. <https://doi.org/10.1007/s10044-018-0682-7>
- [18] Kalteh, A.A., Babouei, S. (2020). “Control chart patterns recognition using ANFIS with new training algorithm and intelligent utilization of shape and statistical features”, *ISA Transactions*, 102: 12-22.
<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2019.12.001>
- [19] Zhang, M., Yuan, Y., Wang, R., Cheng, W. (2020). “Recognition of mixture control chart patterns based on fusion feature reduction and fireworks algorithm-optimized MSVM”, *Pattern Analysis and Applications*, 23(1): 15-26.
<https://doi.org/10.1007/s10044-018-0748-6>
- [20] Yu, Y., Zhang, M. (2021). “Control chart recognition based on the parallel model of CNN and LSTM with GA optimization”, *Expert System with Applications*, 185, 115689.
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115689>
- [21] Chiu, J.E., Tsai, C.H. (2021). “On-line concurrent control chart pattern recognition using singular spectrum analysis and random forest”, *Computers & Industrial Engineering*, 159, 107538.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107538>
- [22] Lee, P., Torng, C., Lin, C., Chou, C. (2022). “Control chart pattern recognition using spectral clustering technique and support vector machine under gamma distribution”, *Computers & Industrial Engineering*, 171, 108437.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108437>
- [23] Li, Y., Dai, W., He, Y. (2024). “Control chart pattern recognition under small shifts based on multi-scale weighted ordinal pattern and ensemble classifier”, *Computers & Industrial Engineering*, 189, 109940.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2024.109940>
- and variance monitoring using artificial neural network”, *Computers & Industrial Engineering*, 58(4): 739-753.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2010.02.004>
- [3] Lin, S.Y., Ruey Guh, Sh., Shiue, Y.R. (2011). “Effective recognition of control chart patterns in autocorrelated data using a support vector machine based approach”, *Computers & Industrial Engineering*, 61(4): 1123-1134.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.06.025>
- [4] Fatemi Ghomi, S.M.T., Lesany, S.A., Koochakzadeh, A. (2011). “Recognition of unnatural patterns in process control charts through combining two types of neural networks”, *Applied Soft Computing*, 11(8): 5444-5456.
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2011.05.014>
- [5] Ebrahimzadeh, A., Addeh, J., Rahmani, Z. (2012). “Control chart pattern recognition using K-MICA clustering and neural networks”, *ISA Transactions*, 51(1): 111-119.
<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2011.08.005>
- [6] Du, S., Huang, D., Lv, J. (2013). “Recognition of concurrent control chart patterns using wavelet transform decomposition and multiclass support vector machines”, *Computers & Industrial Engineering*, 66(4): 683-695.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.09.012>
- [7] Yang, W., Yu, G., Liao, W. (2013). “A hybrid learning-based model for simultaneous monitoring of process mean and variance”, *Quality and Reliability Engineering International*, 31(3): 445-463.
<https://doi.org/10.1002/qre.1604>
- [8] Gu, N., Cao, Z., Xie, L., Creighton, D., Tan, M., Nahavandi S. (2013). “Identification of concurrent control chart patterns with singular spectrum analysis and learning vector quantization”, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 24: 1241-1252.
<https://doi.org/10.1007/s10845-012-0659-0>
- [9] Xanthopoulos, P., Razzaghi, T. (2014). “A weighted support vector machine method for control chart pattern recognition”, *Computers & Industrial Engineering*, 70: 134-149.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.01.014>
- [10] Addeh, J., Ebrahimzadeh, A., Azarbad, M., Ranaee, V. (2014). “Statistical process control using optimized neural networks: A case study”, *ISA Transactions*, 53(5): 1489-1499.
<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2013.07.018>
- [11] Lesany, S.A., Koochakzadeh, A., Fatemi Ghomi, S.M.T. (2014). “Recognition and classification of single and concurrent unnatural patterns in control charts via neural networks and fitted line of samples”, *International Journal of Production Research*, 52(6): 1771-1786.
<https://doi.org/10.1080/00207543.2013.848483>
- [12] Haghtalab, S., Xanthopoulos, P., Madani, K. (2015). “A robust unsupervised consensus control chart pattern recognition framework”, *Expert Systems with Applications*, 42(19): 6767-6776.
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.04.069>
- [13] Cheng, C.S., Huang, K.K., Chen, P.W. (2015).

- [27] Freund, J.E. (1992). *Mathematical Statistics*, 5th Edition, Prentice-Hall, United States.
- [28] Mendenhall, W. Wackerly, D.D. Scheaffer, R.L. (1990). *Mathematical Statistics with Applications*, 4th Edition, PWS-KENT, Boston, United States.
- [29] Hagan, M.T. Demuth, H. Beale, M. (1996). *Neural Network Design*, PWS Publishing Company, Boston, United States.
- [24] Montgomery, D.C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th Edition, John Wiley & Sons, United States.
- [25] Grant, E.L. Leavenworth, R.S. (1996). *Statistical Quality Control*, 7th Edition, McGraw-Hill, United States.
- [26] Bain, J.L. Engelhardt, M. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, 2nd Edition, PWS-KENT, Boston, United States.



Simulating Natural Variations of Samples and Basic Patterns in S^2 Control Chart

Seyyed Ali Lesany¹, Seyyed Mohammad Taghi Fatemi Ghomi^{2*}

¹ MSc in Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

² Professor of Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, AmirKabir University of Technology, Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 2024/07/19

Revised: 2024/11/18

Accepted: 2025/01/13

Keywords:

S^2 Control Chart

Simulation

Natural Variations of Samples

Basic Patterns

Simultaneous Monitor

ABSTRACT

Since 1990 up to now, numerous papers with various problem-solving have been presented to recognize and analyze the basic patterns in process control charts. These papers have commonly utilized the simulated samples for testing, evaluating and training their proposed models. Most papers have studied the behaviour of the runs of consecutive samples in mean or individual measurement control charts, and have not simultaneously interpreted the patterns in variability and mean control charts. On the other hand, few papers which have monitored simultaneously the patterns in variability and mean control charts, have not selected the generalized method based on statistical reasoning to simulate samples in variability control chart. The presentation of a simulation method of samples in variability control chart and also, emphasizing simultaneous monitor of successive samples behaviour in mean and variability control charts, are the aims of current work. In this way, we recommend applying S^2 control chart to monitor process variability. Unfortunately, little attention has been given to the usage of this chart in quality control references; while samples are unbiased in S^2 chart and therefore its accuracy is high. To reach these goals, the statistical distribution function of samples in S^2 chart is known. Then, the generating functions of the basic patterns in variable quality characteristics control charts and also numerical parameters corresponding to the patterns will be described. Moreover, the disadvantages of the samples simulation method in previous papers will be explained and based on the proposed simulations in this study, solutions will be presented.

*Corresponding author. S. M. T. Fatemi Ghomi
Tel.: 021-64545381; E-mail: fatemi@aut.ac.ir