

زمان‌بندی کارگاه عمومی با یک مرحله مونتاژ: الگوریتم گرگ خاکستری و آزادسازی لاگرانژ

ابوالفضل یوسفی سعید^۱، جواد بهنامیان^{۲*}

۱. کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران
۲. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

خلاصه

در این پژوهش به زمان‌بندی کارگاه‌های عمومی پرداخته شده است. در این کارگاه معمولاً برنامه‌ریزی برای ماشین‌کاری قطعات و برنامه‌ریزی برای عملیات مونتاژ به‌طور مستقل در نظر گرفته شده است. با این وجود، ممکن است به بهترین نتایج برای کل سیستم تولید منجر نشود. از طرفی، مسئله برنامه‌ریزی مونتاژ کاربردهای زیادی در صنایع دارد و اخیراً مورد توجه محققان قرار گرفته است. از آنجایی که در مدل‌هایی که پیش از این پژوهش، زمان مونتاژ در مسئله زمان‌بندی کارگاه عمومی ادغام نشده است، در این پژوهش با الهام از واحدهای تولیدی و برای نزدیک‌تر شدن مدل به دنیای واقعی عملیات مونتاژ نیز لحاظ در مسئله زمان‌بندی لحاظ شده است که یک مرحله پس از اتمام فرآیند تولید است. برای حل مسئله، پس از مدل‌سازی برای حل در ابعاد کوچک از مدل‌سازی ریاضی، برای مسائل در اندازه‌های متوسط از روش آزادسازی لاگرانژ برای یافتن کران مناسب و در اندازه‌های بزرگ از الگوریتم گرگ خاکستری استفاده شده است. در ادامه و برای بررسی کیفیت نتایج به‌دست آمده از الگوریتم گرگ خاکستری با خروجی نرم‌افزار GAMS و الگوریتم آزادسازی لاگرانژ در ابعاد کوچک و با خروجی‌های شبیه‌سازی تبرید در ابعاد بزرگ مقایسه شده است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی کیفیت خوبی دارند.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۳/۰۲/۰۲

پذیرش ۱۴۰۳/۰۵/۱۳

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

زمان‌بندی تولید

کارگاه عمومی

عملیات مونتاژ

الگوریتم گرگ خاکستری

روش آزادسازی لاگرانژ

۱. مقدمه

تولید منجر نشود. از این رو، مسئله برنامه‌ریزی مونتاژ که کاربردهای زیادی در صنایع دارد و اخیراً مورد توجه محققان قرار گرفته است [۳]. ترکیب مرحله مونتاژ در فضای کارگاه عمومی پژوهشی جدید محسوب می‌شود و تاکنون در رابطه با آن تحقیقاتی انجام نشده است. این مسائل در واحدهای تولیدی بسیار رواج دارند و ارائه مدل و راهکاری برای حل چالش‌های این بخش نیز بسیار بااهمیت است. در این پژوهش مسئله‌ای در قالب کارگاه عمومی تعریف می‌شود که یک مرحله مونتاژ را نیز داراست. هدف ما در این پژوهش باتوجه به مدلی که در مسئله تعریف خواهد شد کم کردن زمان اتمام آخرین کار است. محدودیت‌هایی که در این مسئله با آن‌ها مواجه هستیم شامل زمان، اولویت انجام کارها، زمان دسترسی، تعداد ماشین‌آلات می‌باشد. باتوجه به موارد بیان شده

باتوجه به دنیای صنعتی امروز گستردگی استفاده از مسائل زمان‌بندی کارگاهی به‌وضوح مشخص است. اهمیت این موضوع برای کارخانجاتی که تولیدات عمده‌ای دارند و سرمایه‌ی زیادی در آن‌ها به‌کار گرفته شده است پررنگ‌تر است [۱]. از آنجاکه مسئله برنامه‌ریزی کارگاه عمومی در طی چهار دهه گذشته مورد توجه زیادی قرار گرفته است و در زمینه‌های مختلفی از جمله کشاورزی، بیمارستان‌ها، حمل‌ونقل و صنایع تولیدی مورد استفاده قرار گرفته است، در این تحقیق مورد مطالعه قرار گرفته است [۲]. معمولاً برنامه‌ریزی برای ماشین‌کاری قطعات و برنامه‌ریزی برای عملیات مونتاژ به‌طور مستقل در نظر گرفته شده است. با این وجود، ممکن است به بهترین نتایج برای کل سیستم

* نویسنده مسئول: جواد بهنامیان

تلفن: ۰۸۱-۳۸۲۲۵۰۵؛ پست الکترونیکی: Behnamian@Basu.ac.ir

مدل ریاضی در کنار تعریف مسأله و روش آزادسازی لاگرانژ ارائه خواهد شد. بخش چهارم به موضوع الگوریتم و جزئیات پیاده سازی تحقیق یافته و در بخش ۵ نتایج عددی حاصل گزارش و تحلیل شده است. در نهایت در بخش پایانی نتیجه گیری به همراه پیشنهادهایی برای محققین ارائه گردیده است.

۲. مرور ادبیات

در سال های اخیر، کاربرد مدل ریاضی برای حل بهینه ی مسائل زمان بندی توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است. در این راستا، بسیاری از تحقیقات در زمینه ی مدل سازی کار کارگاهی بوده است و فرمول بندی مسأله ی زمان بندی کارگاه عمومی کمتر مورد توجه محققین قرار گرفته است و بیشتر بر به کارگیری الگوریتم های ابتکاری و فراابتکاری برای این مسأله متمرکز شده اند. معیارهای اندازه گیری مختلفی جهت بهینه شدن به صورت یک تابع هدف منفرد و یا چند تابع هدف هم زمان در مسأله های زمان بندی توسط محققان مورد بررسی قرار گرفته اند. از آن جمله می توان به ژوانگ و همکاران^۱ (۲۰۱۹) اشاره کرد [۶]. ژوانگ و همکاران (۲۰۱۹) به حل یک مدل زمان بندی کارگاه عمومی چندپردازنده در محیط سلامت پرداختند. در این پژوهش مقادیری که برای حل مدل در نظر گرفته شده اند بسیار بزرگ می باشند که فقط با الگوریتم های فراابتکاری در زمان معقول قادر به رسیدن به پاسخ مطلوب خواهیم بود. در این پژوهش از الگوریتم های شبیه سازی تبرید و ژنتیک و ازدحام ذرات برای حل مدل استفاده شده است [۶]. کانکایا و همکاران^۲ (۲۰۱۸) برای به حداقل رساندن زمان ساخت، یک مدل برنامه نویسی مختلط برای مسأله زمان بندی کارگاه عمومی با زمان های آماده سازی وابسته به توالی ارائه می دهد. این مسأله در برنامه ریزی تانکرهای شیمیایی در بندر به وجود می آید و یک مطالعه موردی در بندر هوستون ارائه می شود. تجربه محاسباتی آن ها نشان می دهد که مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح برای تصمیمات کوتاه مدت و مدل برنامه ریزی محدود برای تصمیمات بلندمدت بهتر است [۷]. روشنایی و همکاران (۲۰۱۸) یک مسأله زمان بندی کارگاه عمومی با زمان راه اندازی وابسته به توالی برای به حداقل رساندن زمان تکمیل آخرین کار را مورد بررسی قرار دادند. آن ها در ادامه برای حل مدل مسأله خود از دو الگوریتم جدید که خود ارائه کردند بهره بردند [۸]. نوری و گلدانساز (۲۰۱۸) یک مسأله زمان بندی کارگاه عمومی با زمان راه اندازی وابسته به توالی، زمان پردازش فازی و زمان های تحویل فازی ارائه دادند. یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط دوهدفه در این پژوهش ارائه شده است. برای به دست آوردن تقریب لایه پارتو برای نمونه های با اندازه کوچک، یک رویکرد تصمیم گیری چندهدفه فازی تعاملی را ارائه دادند و برای حل نمونه های متوسط و بزرگ، الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات چندهدفه را پیشنهاد دادند [۹]. آروز^۳ (۲۰۲۰) یک مدل زمان بندی

می توان گفت مرحله مونتاژ پس از مرحله اول که کارها توسط ماشین آلات بخش تولید انجام می شود آغاز خواهد شد و لذا اهمیت زمان بندی را در این مرحله بالا می برد زیرا در زمان اتمام کارها تأثیرگذار می باشد.

زمان بندی در فضای کارگاه عمومی نسبت به زمان بندی در فضاهای دیگر کمتر مورد توجه بوده است آن هم به دلیل سخت بودن مسائل و گستردگی فضای حل آن می باشد [۴]. نو بودن این پژوهش از آن جهت مورد توجه است که بحث مونتاژ در زمان بندی کارگاه های عمومی تا به حال در پژوهش هایی که انجام شده است مورد بررسی قرار نگرفته است. ما در این پژوهش یک مسأله زمان بندی کارگاه عمومی را با توجه به یک مرحله مونتاژ در نظر گرفته ایم و مدلی که ارائه شده است بر همین مبناست که یک نوآوری محسوب می شود. استفاده از الگوریتم گرگ خاکستری برای حل مسأله کارگاه عمومی همراه یک مرحله مونتاژ نیز جزو نوآوری های این پژوهش می باشد که در قسمت مرور ادبیات مفصل به آن پرداخته شده است. با توجه به این که مسأله مورد بررسی در این پژوهش کارگاه های عمومی دارای مرحله مونتاژ است، در تمامی واحدهای صنعتی که سیستم تولید آن ها کارگاه عمومی است مصداق پیدا خواهد کرد و کاربرد داشت. از آنجاکه مسأله زمان بندی بسیار مسأله مهم و تأثیرگذاری در امر تولید است استفاده از نتایج و مدلی که در این پژوهش مطرح شده است می تواند در کمتر شدن اتلاف وقت و سرمایه در واحدهای تولیدی جلوگیری کند. یکی از کاربردهای اصلی مسأله ای که در این پژوهش به آن پرداخته شده است و مدل پژوهش نیز از آن الهام گرفته شده است واحدهای صنعتی فعال در حوزه چاپ می باشد. در این واحدهای صنعتی از سیستم تولیدی کارگاه عمومی استفاده می شود که دارای یک مرحله مونتاژ نیز می باشند و مدل ارائه شده در این پژوهش برای کاربرد در این واحدهای صنعتی در جهت بالا بردن راندمان کار و جلوگیری از اتلاف منابع انسانی و استفاده حداکثری از ظرفیت ماشین آلات بسیار کارایی دارد. سوال اصلی این پژوهش بررسی تأثیر زمان مونتاژ در زمان تکمیل کارهاست که پیش از این در فضای کارگاه عمومی به آن پرداخته نشده است و همین امر سبب دور شدن مسائل پیش از این از مسائل دنیای واقعی است. سوال بعدی که در این پژوهش به آن پرداخته شده و نتایج آن نیز بررسی شده است تأثیر استفاده از الگوریتم گرگ خاکستری بر نتایج به دست آمده از مدل مسأله است. سایر سوالات اصلی که این پژوهش بر آن مبنا شکل گرفته است عبارتند از (۱) زمان مونتاژ چه تأثیری در زمان تکمیل کارها دارد؟ (۲) با استفاده از روش آزادسازی لاگرانژ تا چه بعدی از مسأله می توان کران به دست آورد؟ و (۳) کارایی الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم

رقیب در حل مسائل در ابعاد بزرگ چگونه است؟

در ادامه این تحقیق در ابتدا با بررسی مقالات مشابه شکاف تحقیقاتی این زمینه مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. در بخش سوم

3. Azour

1. Zhuang et al.

2. Kankaya et al.

با در نظر گرفتن یک مرحله مونتاژ موازی باهدف حداقل کردن زمان تکمیل محصولات در نظر گرفتند. آن‌ها بعد از ارائه یک مدل برنامه‌ریزی، برای حل مسأله در ابعاد بزرگ از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات در سه حالت استفاده شده است [۱۷]. چین و همکاران^۵ (۲۰۰۸) یک مدل زمان‌بندی جریان کارگاهی با تابع هدف کمینه‌کردن زمان تکمیل آخرین کار و مونتاژ دومرحله‌ای ارائه کردند که در آن با استفاده از روش شاخه‌وکران یک حد پایین از جواب را به دست آوردند. در این پژوهش الگوریتم ازدحام ذرات توسعه داده شده است تا برای حل مدل مسأله کارایی لازم را داشته باشد [۱۸]. در مطالعه وو و همکارانش^۶ (۲۰۰۹) چهار الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی شده مبتنی بر نظریه ابر را پیشنهاد شد که هفت اکتشافی سطح پایین را برای حل یک مشکل جریان مونتاژ دومرحله‌ای قوی با زمان‌های پردازش وابسته به سناریو ترکیب می‌کنند. در نهایت، به‌طور تجربی اثربخشی همه الگوریتم‌های پیشنهادی را در به حداقل رساندن طول عمر قوی ارزیابی نمودند [۱۹]. چنگ^۸ (۲۰۰۳) مسأله زمان‌بندی تولید را در یک سیستم تولید مونتاژ با زمان پردازش نامشخص و خرابی تصادفی ماشین بررسی کردند. برای ارزیابی اثربخشی روش پیشنهادی، یک سری آزمایش‌های محاسباتی انجام شد. نتایج نشان داد که در مقایسه با چندین الگوریتم رایج مورد استفاده، روش پیشنهادی عملکرد خوبی را در برخورد با مسأله این پژوهش در شرایط عدم قطعیت نشان داد [۲۰].

همان‌طور که در مرور ادبیات مختلف بررسی شد استفاده از مفهوم مونتاژ در کنار زمان‌بندی کارگاه عمومی تا پیش از این در هیچ‌یک از تحقیقات مورد بررسی قرار نگرفته است و همین‌طور استفاده از الگوریتم گرگ خاکستری برای حل مدل زمان‌بندی کارگاه عمومی همراه یک مرحله مونتاژ نیز در ادبیات پیشین مورد بررسی قرار نگرفته است.

۳. تشریح و مدل‌سازی مسأله

مسائل برنامه‌ریزی کارگاه عمومی متعلق به کلاس زمان‌بندی چندمرحله‌ای شامل n کار برای پردازش در بیش از یک ماشین است. توالی عملیات در هر دستگاه و مسیر پردازش هر کار دو عنصر اصلی در خاص نمودن این مسائل هستند. در مسائل کارگاه عمومی سفارش برای پردازش عملیات دلخواه است. بنابراین فضای حل در مسائل کارگاه عمومی بزرگتر از مسائل کار کارگاهی و جریان کارگاهی است. بنابراین برای حل و به دست آوردن راه‌حل بهینه برای مسائل متوسط تا بزرگ استفاده از روش‌های دقیق غالباً غیرعملی می‌باشد و نیاز به به‌کار بردن روش‌های مؤثر ابتکاری و فراابتکاری می‌باشد. مدل‌های زمان‌بندی کارگاه عمومی همان‌طور که قبل‌تر گفته شده است نسبت به

کارگاه عمومی تولید بهنگام همراه با جریمه در دیرکرد و زودکرد آماده‌سازی سفارشات ارائه دادند که برای حل این مدل از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید که با یک الگوریتم فراابتکاری دیگر ترکیب شده است استفاده کردند [۱۰]. جولای و گلدانسانز (۲۰۱۳) یک روش حل بر پایه الگوریتم رقابت استعماری برای حل مسائل کارگاه عمومی ارائه دادند که در آن به بررسی میزان اثربخشی این الگوریتم در فرآیند حل مسائلی که در فضای کارگاه عمومی مطرح شده‌اند، پرداخته شده است. شمشیربند و گوسن^۱ (۲۰۱۶) به حل مسائل کارگاه عمومی توسط الگوریتم ژنتیک پرداختند. این تضادها توسط یک گراف بدون جهت به نام گراف تعارض داده می‌شوند. هدف مسأله حداقل کردن زمان تکمیل آخرین کار است و ابتدا ثابت شده است که مسأله بسیار سخت می‌باشد سپس از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل بهره گرفته شده است [۱۲]. دانیو و گوسن^۲ (۲۰۱۶) در زمینه مسائل کارگاه عمومی انعطاف‌پذیر پژوهشی انجام دادند. این پژوهش نسخه‌های استاتیک و پویای مسأله برنامه‌ریزی کارگاه عمومی انعطاف‌پذیر را با هدف به حداقل رساندن زمان آخرین کار مورد بررسی قراردادده است. در این پژوهش برای حل مسائل کوچک، متوسط و بزرگ از سه الگوریتم مختلف استفاده شده است و کارایی هر کدام از آن‌ها برای حل مسائل در ابعاد مختلف بررسی شده است [۱۳]. در پژوهش مرادی و همکاران (۲۰۲۰)، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح مختلط برای مسأله‌ی زمان‌بندی کارگاه عمومی دوهدفه با منابع دوگانه‌ی محدود انسان و ماشین ارائه شده است. ابعاد کوچک مسأله با استفاده از روش دقیق محدودیت اسیلون حل شده است. در ادامه باتوجه‌به پیچیدگی حل این مسأله، از الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب و الگوریتم میرایی ارتعاش^۳ چندهدفه برای حل مسأله بهره گرفته شده است. تحلیل نتایج محاسباتی، بیان‌گر عملکرد و خروجی بهتر الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب است [۱۴].

وو و همکاران^۴ (۲۰۲۱) در زمینه مونتاژ دومرحله‌ای با سه ماشین در حالت کارگاه باز تحقیقاتی انجام دادند و باتوجه‌به این‌که در زمینه مونتاژهای دومرحله‌ای و سه‌مرحله‌ای تاکنون تحقیقات بسیار کمی انجام شده است و در این پژوهش به این موضوع اشاره شده است و هدف هم به حداقل رساندن زمان اتمام کار ماشین‌ها می‌باشد ابتدا با استفاده از الگوریتم شاخه‌وکران یک حد پایین به دست آمده است و سپس با کمک الگوریتم بهینه‌سازی ذرات مسأله حل شده است [۱۵]. مینگ^۵ (۲۰۲۱) یک مدل زمان‌بندی سفارش‌دهی انبوه ارائه کردند که دارای مونتاژ دومرحله‌ای می‌باشد. به دلیل سختی مدل و عدم کارایی روش‌های قطعی برای حل مدل از روش تولید ستون استفاده شده است همچنین تابع هدف این مدل نیز کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار است [۱۶]. دانش‌آموز و همکاران (۲۰۱۵) زمان‌بندی تولید کارگاهی

5. Ming
6. Cheen et al.
7. Whu et al.
8. Cheng

1. Shamsheirband & Ghosn
2. Danio & Ghosn
3. Vibration damping algorithm
4. Wu et al.

مدل های دیگر فضاهای کارگاهی دارای پیچیدگی بیشتری هستند و همین امر انتخاب مدل درست و جاگذاری محدودیت های مناسب را مهم تر و حساس تر کرده است زیرا با یک انتخاب غلط در متغیرهای مدل و یا محدودیت های آن فضای حل نشدنی و مدل بلااستفاده خواهد شد. در این بخش به بررسی مدل پژوهش پرداخته شده است. مفروضات مدل بررسی شده و متغیرهای ورودی و تصمیم معرفی شده اند. مدل ریاضی پژوهش به همراه محدودیت های آن معرفی شده است و سپس مثال هایی در ابعاد مختلف حل و نتایج بررسی شده است.	C_{js} زمان تکمیل کار z در مرحله s
	CT_j زمان تکمیل کار z
	C_{max} زمان تکمیل آخرین کار
	Z_{jsm} مقدار ۱ می گیرد اگر کار z در مرحله s روی ماشین m پردازش شود و در غیر این صورت ۰
	$Y_{jss'}$ مقدار ۱ می گیرد اگر کار z در مرحله s' پردازش شود بعد از مرحله s
	$X_{jj'sm}$ مقدار ۱ می گیرد اگر کار z بعد از کار z پردازش شود در مرحله s روی ماشین m
	Minimize C_{max} (۱)
	$s.t: \sum_{m=1}^k Z_{jsm} = O_{js} \quad \forall j, s$ (۲)
	$Y_{jss'} + Y_{j'ss} = O_{js} \times O_{j's'} \quad \forall j, s, s' \neq s$ (۳)
	$X_{jj'sm} + X_{j'j'sm} = Z_{j'sm} + Z_{j'sm} \quad \forall j, j', s, s' \neq s$ (۴)
	$C_{js} \geq ST_{j'sm} + SU_{js} + PR_{js} - M \times (1 - Z_{j'sm}) \quad \forall j, s, m$ (۵)
	$ST_{j'sm} \geq C_{js} - M \times (1 - Y_{j'ss'}) \quad \forall j, j', s, m$ (۶)
	$ST_{j'j'sm} \geq C_{js} + RM_{jj's} - M \times (1 - X_{jj'sm}) \quad \forall j, j' \neq j, s, m$ (۷)
	$CT_j \geq C_{js} \quad AS_j \geq CT_j$ (۸)
	$AP_j + AS_j \leq C_{max} \quad \forall j$ (۹)
	$ST_{j'sm} \geq 0 \quad \forall j, s, m$ (۱۰)
	$C_{js} \geq 0 \quad \forall j, s$ (۱۱)
	$X_{jj'sm} \in \{0,1\} \quad \forall j, j', s, m$ (۱۲)
	$Y_{j'ss'} \in \{0,1\} \quad \forall j, s, s'$ (۱۳)
	$Z_{j'sm} \in \{0,1\} \quad \forall j, s, m$ (۱۴)

رابطه (۱) تابع هدف مدل مسأله است که کمینه کردن زمان تکمیل کارهاست. محدودیت (۲) مشخص می کند که هر کار در هر مرحله تنها با یک دستگاه پردازش می شود. محدودیت (۳) توالی کار z را در مرحله s و s' مشخص می کند اگر در هر دو مرحله باید پردازش صورت پذیرد. به عبارت دیگر این محدودیت نشان می دهد که کار z در مرحله s می تواند قبل یا بعد از مرحله s' پردازش شود. محدودیت (۴) توالی کارهای z و z' را نشان می دهد اگر هر دو کار در یک مرحله و روی یک ماشین پردازش شوند. به عبارت دیگر این محدودیت نشان می دهد کار z می تواند قبل یا بعد از کار z' پردازش شود. محدودیت (۵) بیان می کند که زمان تکمیل کار z در مرحله s از جمع زمان راه اندازی و پردازش آن در همان مرحله بیشتر است. محدودیت (۶) نشان می دهد که زمان شروع کار z در مرحله بعدی s' روی ماشین m بزرگتر از زمان تکمیل کار z در مرحله s است اگر مرحله s' بعد از مرحله s باشد. به عبارت دیگر اگر پردازش کار z در مرحله s تمام نشده است نمی تواند وارد مرحله s' شود. محدودیت (۷) نشان می دهد که

مدل های دیگر فضاهای کارگاهی دارای پیچیدگی بیشتری هستند و همین امر انتخاب مدل درست و جاگذاری محدودیت های مناسب را مهم تر و حساس تر کرده است زیرا با یک انتخاب غلط در متغیرهای مدل و یا محدودیت های آن فضای حل نشدنی و مدل بلااستفاده خواهد شد. در این بخش به بررسی مدل پژوهش پرداخته شده است. مفروضات مدل بررسی شده و متغیرهای ورودی و تصمیم معرفی شده اند. مدل ریاضی پژوهش به همراه محدودیت های آن معرفی شده است و سپس مثال هایی در ابعاد مختلف حل و نتایج بررسی شده است.

۳-۱. مدل سازی

مدلی که به عنوان مدل پایه برای این پژوهش در نظر گرفته شده است از مقاله جولای و گلداناساز [۱۱] استخراج شده است که در آن زمان مونتاژ در نظر گرفته نشده است. در این پژوهش به زمان مونتاژ نیز توجه شده است و به مدل پایه افزوده شده است.

مفروضات مدل پژوهش به شرح ذیل است:

- هر کار حداکثر با یک دستگاه در هر زمان مشخص پردازش می شود.
- هر دستگاه باید حداکثر یک کار را در هر زمان معین پردازش کند.
- انقطاع در طول فرآیند مجاز نیست. هر کار باید کاملاً پردازش شود تا از یک مرحله به مرحله دیگر منتقل شود.
- هیچ دلیلی برای پردازش تمام کارها در همه مراحل وجود ندارد. اما، هر کار باید حداقل در یک مرحله انجام شود.
- زمان پردازش برای همه کارها در مراحل مختلف مشخص و تعیین کننده است.
- هدف به حداقل رساندن زمان اتمام کل کارها است.

به منظور مدل سازی مسأله ابتدا نمادهای مورد استفاده در آن به شرح ذیل معرفی می گردد.

پارامترها

J	تعداد کارها
S	تعداد مراحل
MS	تعداد ماشین ها در هر مرحله s
SU_{js}	زمان راه اندازی هر کار در هر مرحله که z بیانگر کار و s بیانگر مرحله است
PR_{js}	زمان تکمیل هر کار در هر مرحله که z بیانگر کار و s بیانگر مرحله است
$RM_{jj's}$	زمان آماده سازی کار z در مرحله s اگر کار z' بعد از z انجام شود
O_{js}	مقدار ۱ می گیرد اگر کار z در مرحله s انجام شود و در غیر این صورت ۰
M	یک عدد بسیار بزرگ
AS_j	زمان شروع مونتاژ که z بیانگر کار است
AP_j	زمان مونتاژ که z بیانگر کار است
متغیرهای تصمیم	
$ST_{j'sm}$	زمان شروع کار z در مرحله s روی ماشین m

سرعت حل آن کاهش می‌یابد حل مسائل با ابعاد بزرگتر، به دلیل محدودیت‌های حافظه، با این نرم‌افزارها دچار مشکل می‌شود. روش آزادسازی لاگرانژ، یکی از روش‌های پرکاربرد برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید و مشکل است. ایده اصلی در اینجا، آزاد کردن محدودیت‌های پیچیده و ضرب آن‌ها در ضریبی به نام ضرایب لاگرانژ و افزودن آن‌ها به تابع هدف مسأله می‌باشد. انتظار می‌رود حل مسأله آزاد شده، آسان‌تر از حل مسأله اصلی باشد. به‌ازای هر مقدار ثابت از ضرایب لاگرانژ، جواب بهینه مسأله آزاد شده، کران پایینی برای مسأله اصلی خواهد بود (در مسأله کمینه‌سازی). به‌عبارت دیگر هر جواب از مسأله آزاد شده یک کران برای جواب مسأله اصلی ارائه می‌دهد. به دلیل حذف برخی قیود و بزرگتر شدن ناحیه شدنی، حل مسأله آزاد شده آسان‌تر از حل مسأله اصلی خواهد بود. از طرفی، جواب مسأله آزاد شده به شرط شدنی بودن در مسأله اصلی، کران بالایی برای آن خواهد بود (در مسأله کمینه‌سازی). در این شرایط معمولاً یک الگوریتم ابتکاری برای ساختن جواب شدنی (کران بالا) از جواب کران پایین پیشنهاد می‌شود. در نتیجه با بیشینه کردن کمینه حاصل از مسأله آزاد شده، کران پایین بهتری برای مسأله اصلی به دست می‌آید و در یک فرآیند تکراری می‌توان جواب حاصل را به سمت جواب مسأله اصلی سوق داد. به این منظور از روش زیر رادیان برای حل مسأله دوگان لاگرانژی استفاده می‌شود. مسأله بیشینه‌سازی تابع لاگرانژ با متغیرهای دوگان (ضرایب لاگرانژ) را مسأله دوگان لاگرانژی می‌نامند.

جدول (۳). زمان مونتاژ هر کار در هر مرحله

مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳	مرحله ۴	مرحله ۵	مرحله ۶
کار ۱	۹۰	-	-	-	-
کار ۲	۵۵	-	۳۵	-	۷۱
کار ۳	۱۰۰	-	۷۵	۴۲	۴۸
کار ۴	-	-	-	-	۴۱
کار ۵	۷۲	۸۹	۴۷	۸۵	-
کار ۶	-	۶۶	۴۲	۹۲	۵۱
کار ۷	۷۲	۸۱	-	۵۹	-
کار ۸	-	۳۴	-	۴۳	۷۰

زمان شروع کار Z در مرحله s روی ماشین m پس از تکمیل زمان آماده‌سازی کار Z در مرحله s خواهد بود اگر کار Z بعد از انجام شود. محدودیت (۸) بیان می‌کند که زمان تکمیل کار Z بزرگتر زمان تکمیل همین کار در هر مرحله است. محدودیت (۹) بیان می‌کند که زمان تکمیل هر کار، با در نظر گرفتن زمانه مونتاژ آن، از زمان تکمیل آن کار در هر یک از مراحل بزرگتر یا مساوی است. محدودیت (۱۰) بیان می‌کند که زمان شروع مونتاژ از زمان تکمیل کارها در مراحل قبل بزرگتر یا مساوی است. محدودیت (۱۱) نیز بیان می‌کند که زمان تکمیل آخرین کار بزرگتر یا مساوی زمان اتمام مونتاژ است. مثال عددی. مشخصات مسأله نمونه در جدول‌های (۱) تا (۳) ارائه می‌شود که لازم به ذکر است تعداد کارها برابر با ۸، تعداد مراحل برابر با ۶ می‌باشد.

جدول (۱). زمان مونتاژ هر کار

شماره کار	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
زمان مونتاژ	۱۲	۱۲	۱۷	۱۸	۱۶	۲۰	۱۵	۱۴

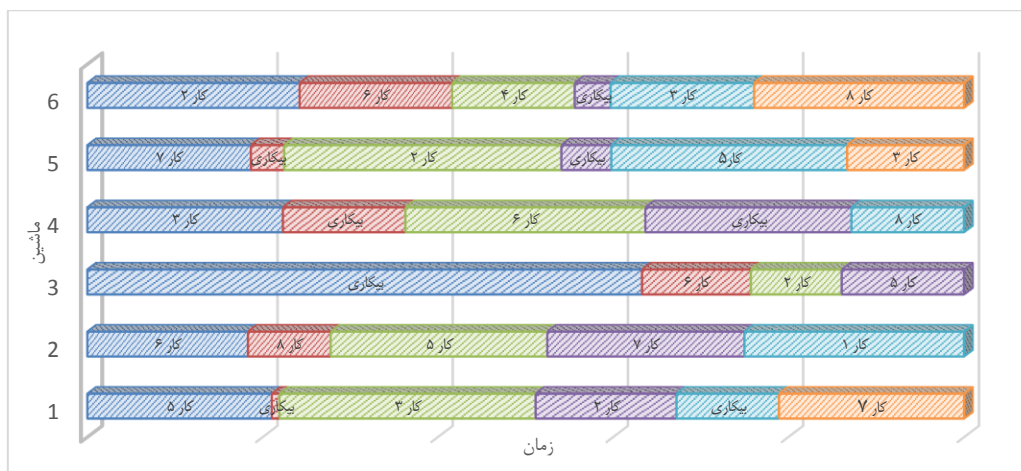
جدول (۲). وجود یا عدم وجود پردازش برای هر کار در هر مرحله

مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳	مرحله ۴	مرحله ۵	مرحله ۶
کار ۱	-	*	-	-	-
کار ۲	*	-	*	-	*
کار ۳	*	-	-	*	*
کار ۴	-	-	-	-	*
کار ۵	*	*	*	*	-
کار ۶	-	*	*	-	*
کار ۷	*	*	-	*	-
کار ۸	-	*	-	*	*

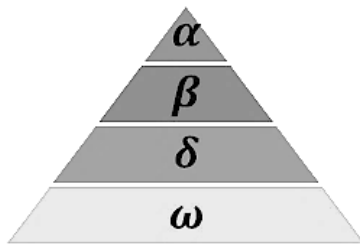
پس از حل این مسأله در نرم‌افزار گمز، مطابق شکل (۱)، مقدار ۳۷۲ حاصل شده است.

۳-۲. روش آزادسازی لاگرانژ

حل مسائل برنامه‌ریزی با پیچیدگی بالا^۱ در اندازه‌های کوچک توسط نرم‌افزارهای بهینه‌سازی قابل اجرا می‌باشد، اما با افزایش اندازه مسأله،



شکل (۱). گانت چارت مسأله



شکل (۲). سلسله مراتب گرگ خاکستری (سلطه از بالا به پایین کاهش می یابد)

رهبان گروه یک جنس نر و یک ماده هستند که آلفا نامیده می شوند. آلفا عمدتاً مسئول تصمیم گیری در مورد شکار، محل خواب، زمان بیداری و غیره هستند. تصمیمات آلفا به گروه دیکته شده است؛ باین حال نوعی رفتار دموکراتیک نیز مشاهده شده است که در آن یک آلفا از دیگر گرگ های گروه پیروی می کند. در تجمع گروهی، کل گروه آلفا را با ننگ داشتن دم خود به سمت پایین به رسمیت می شناسد. باتوجه به این که دستورات آلفا باید توسط گروه پیروی شود، گرگ آلفا را گرگ غالب نیز می نامند. گرگ های آلفا تنها مجاز به انتخاب همسر در گروه هستند. جالب توجه این است که آلفا لزوماً قوی ترین عضو گروه نیست، اما بهترین عضو از نظر مدیریت گروه است. این نشان می دهد که سازمان و نظم یک گروه از قدرت آن بسیار مهم تر است. سطح دوم در سلسله مراتب گرگ های خاکستری، بتا است. گرگ های بتا، گرگ های زیردست هستند که به آلفا در تصمیم گیری ها یا فعالیت های دیگر گروه کمک می کنند. گرگ بتا می تواند نر یا ماده باشد و در صورتی که آلفا خیلی پیر شود یا بمیرد، احتمالاً بهترین نامزد برای جایگزینی آلفا است. گرگ بتا باید به آلفا احترام بگذارد و در عین حال به گرگ های سطح پایین تر نیز فرمان دهد. در حقیقت بتا نقش مشاور آلفا و سازمان دهنده گروه را بازی می کند. بتا دستورات آلفا را در سراسر گروه اجرا کرده و باز خورد آن را به آلفا ارجاع می دهد. پایین ترین رتبه را در گرگ های خاکستری، امگا دارد. امگا نقش قربانی را بازی می کند. گرگ امگا همیشه باید مطیع دیگر گرگ های غالب باشد. آن ها آخرین گروه از گرگ هایی هستند که مجاز به خوردن هستند. به نظر می رسد امگا نقش مهمی را در گروه بازی نمی کند، اما مشاهده شده است که کل گروه با ازدست دادن امگا با جنم داخلی و مشکلاتی روبه رو شده است. این به دلیل تخلیه خشونت و ناکامی دیگر گرگ های گروه توسط امگا است که به حفظ ساختار تسلط و رضایت تمام گروه کمک می کند. اگر گرگی آلفا، بتا و یا گاما نباشد، زیردست (و یا دلتا در برخی منابع) نامیده می شود. گرگ دلتا باید به آلفا و بتا گزارش دهد، اما آن ها بر امگا تسلط دارند. پیشاهنگان، نگهبانان، ارشدان، شکارچیان و مراقبان، به این دسته تعلق دارند. پیشاهنگان مسئول مراقبت از مرزهای قلمرو و هشدار به گروه در صورت بروز هرگونه خطر هستند. نگهبانان وظیفه حفظ و تضمین امنیت گروه را به عهده دارند. ارشدان، گرگ های باتجربه ای هستند که قبلاً عنوان آلفا یا بتا را داشته اند. شکارچیان در هنگام شکار طعمه و تأمین مواد غذایی

بر اساس بررسی صورت گرفته از مدل ریاضی این پژوهش در ابعاد بالا، محدودیت های (۲) و (۳) از دسته محدودیت های سخت این مسأله است و به عنوان محدودیت های پیچیده (و ممکن برای آزادسازی چراکه برخی محدودیت ها امکان آزادسازی ندارند) انتخاب می شوند. با ضرب کردن محدودیت (۲) در ضریب لاگرانژ γ_{js} و با ضرب کردن محدودیت (۳) در ضریب لاگرانژ $\gamma_{js,s'}$ و افزودن آن ها به تابع هدف، مسأله لاگرانژ آزاد شده به دست خواهد آمد. بنابراین تابع هدف مسأله لاگرانژ آزاد شده به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Minimize } z = C_{\max} + \sum_j \sum_s \gamma_{js} \times \left[O_{js} - \sum_{m=1}^k Z_{jsm} \right] + \sum_{s'} \sum_j \sum_s \gamma_{js,s'} \times [O_{js} \cdot O_{js'} - Y_{jss'} + Y_{js's'}] \quad (15)$$

برای تعیین کران بالا مسأله فوق حل می شود و مقدار UB حاصل می شود. پس از حل مسأله فوق مقدار بهینه (در شرایطی که دو محدودیت حذف شده است) قسمت اول تابع هدف یعنی C_{\max} حاصل می شود که به عنوان مقدار حد پایین گزارش می شود. حال برای این که چگونه ضریب لاگرانژ تعیین شود باتوجه به فرمول های زیر محاسبه می شود:

$$\gamma_{js} = \text{Max}(0.001, \gamma_{js} + \left[\varphi \times (LB - OF^*) / |g_{js}| \times \left[O_{js}^* - \sum_{m=1}^k Z_{jsm}^* \right] \right]) \quad (16)$$

$$\gamma_{js,s'} = \text{Max}(0.001, \gamma_{js} + \left[\varphi \times (LB - OF^*) / |g_{js}| \times \left[O_{js}^* \cdot O_{js'}^* - Y_{jss'}^* + Y_{js's'}^* \right] \right]) \quad (17)$$

۴. الگوریتم پیشنهادی

در این پژوهش باتوجه به ماهیت مدل ریاضی زمان بندی کاملاً مشخص است که مدل مورد مطالعه یک مدلی با پیچیدگی بالا است و در نتیجه در ابعاد بزرگ نیاز است از یک روش تقریبی برای یافتن یک جواب خوب در زمان مناسب استفاده شد. به این منظور در این تحقیق از الگوریتم گرگ خاکستری استفاده شده است. گرگ های خاکستری در رأس شکارچیان قرار دارند؛ بدین معنی که آن ها در بالای زنجیره غذایی هستند. گرگ های خاکستری بیشتر ترجیح می دهند به صورت گروهی زندگی کنند. اندازه گروه به طور متوسط بین ۵ تا ۱۲ نفر است. آن ها یک سلسله مراتب بسیار سخت غالب اجتماعی دارند که در شکل (۲) نشان داده شده است.

مدل‌سازی وابسته به مقادیر X_1 ، X_2 و X_3 که خود وابسته به مکان‌های آلفا، بتا و گاما هستند، می‌باشد. اکتشاف توسط A در صورتی که مقادیر بزرگ‌تر از ۱ و یا کوچک‌تر از ۱- داشته باشد تضمین می‌شود. عامل دیگری که سبب افزایش کاوش و جستجوی الگوریتم می‌شود، C می‌باشد. بردار C مقادیر احتمالی بین ۰ و ۲ را می‌گیرد که در صورتی که مقدار C بزرگ‌تر از ۱ باشد، بدین معنی است که برای تعیین مسافت مورد نیاز حرکت عامل جستجو، بر موقعیت شکار تأکید شده است و در صورتی که کمتر از ۱ باشد و همین‌طور هرچقدر که کمتر باشد، موقعیت شکار کمتر مورد اهمیت قرار می‌گیرد. دامنه C برخلاف A کاهش نمی‌یابد تا در تکرارهای آخر نیز جستجو وجود داشته باشد. این دو کمک می‌کنند که الگوریتم در نقاط بهینه محلی گیر نکرده و جستجو مختل نشود. در پایان برای جمع‌بندی مجدداً یادآور می‌شویم که متغیرهای A و a الگوریتم را در گذاری یکنواخت بین اکتشاف و استخراج سوق می‌دهد.

الگوریتم (۱). شبه‌کد الگوریتم گرگ خاکستری

مرحله اول: مقادیر اولیه جمعیت گرگ‌های خاکستری را تنظیم کن
 $X_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$
 مرحله دوم: مقادیر اولیه a و A و C را مشخص کن
 مرحله سوم: مقدار برانزنگی هر عامل جستجو را محاسبه کن
 مرحله چهارم:
 $x_\alpha = \text{the best search agent}$
 $x_\beta = \text{the second best search agent}$
 $x_\delta = \text{the third best search agent}$
 مرحله پنجم: تا هنگامی که $(t > \text{مک‌زیمم تعداد مرحله تکرار})$ است:
 برای هر عامل جستجو:
 با استفاده از رابطه زیر مکان آن را به‌روزرسانی کن

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3}$$
 و a و A و C را به‌روزرسانی کن
 مقدار برانزنگی همه عامل‌های جستجو را بررسی کن
 x_α و x_β و x_δ را به‌روزرسانی کن
 $t = t + 1$
 مرحله شش: x_α را برگردان

شیوه نمایش جواب: برای استفاده از الگوریتم فراابتکاری برای حل مسأله، باید جواب مسأله را با استفاده از یک کد، برای مسأله تعریف کنیم. در این پژوهش برای نمایش جواب از یک رشته استفاده شده که طول آن از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\sum_{s=1}^S O_{js} (O_{js} = 1) + M_s - 1 \quad (18)$$

یعنی برای مجموع کارهای هر دوره $\sum_{s=1}^S O_{js} =$ به‌علاوه ماشین‌های در دسترس در هر دوره M_s . علت این تعداد در ادامه توضیح داده می‌شود. نمایش جواب باید برای هر دوره ترتیب انجام کارها و تعیین ماشین برای انجام هر کار را مشخص کند.

برای گروه به آلفا و بتا کمک می‌کنند. در نهایت، مراقبان مسئولیت مراقبت از گرگ‌های ضعیف، بیمار و زخمی را به‌عهده دارند. علاوه بر سلسله‌مراتب اجتماعی گرگ‌ها، شکارگروهی یکی دیگر از رفتار اجتماعی جالب گرگ‌های خاکستری است. مراحل اصلی شکار گرگ‌های خاکستری شامل ردیابی، تعقیب و نزدیک شدن به طعمه و تعقیب، محاصره و آزار طعمه تا زمانی که از حرکت بازایستند.

۴-۱. جزئیات پیاده‌سازی

در الگوریتم گرگ خاکستری، مناسب‌ترین راه‌حل را به‌عنوان آلفا در نظر می‌گیریم، و راه‌حل‌های دوم و سوم مناسب به‌ترتیب بتا و دل‌تا نام‌گذاری می‌شوند. بقیه راه‌حل‌ها امگا در نظر گرفته می‌شوند. در الگوریتم گرگ خاکستری، شکار توسط α ، β و δ هدایت می‌شود. راه‌حل ω از این سه گرگ پیروی می‌کند. وقتی شکار توسط گرگ‌ها احاطه شده و از حرکت بایستند حمله به رهبری گرگ آلفا شروع می‌شود. الگوریتم گرگ خاکستری الزام دارد که تمام گرگ‌ها موقعیت خود را برحسب موقعیت گرگ‌های آلفا و بتا و امگا بروز کنند. مراحل پیاده‌سازی الگوریتم به‌صورت خلاصه به‌شرح ذیل است.

- برانزنگی کلیه جواب‌ها محاسبه شده و سه جواب برتر به‌عنوان آلفا و بتا و امگا تا پایان الگوریتم انتخاب می‌شوند.
 - در هر تکرار سه جواب برتر (گرگ‌های α ، β و δ) قابلیت تخمین موقعیت شکار را داشته و این کار را در هر تکرار با استفاده از رابطه زیر انجام می‌دهند:
 - در هر تکرار بعد از تعیین موقعیت گرگ‌های آلفا و بتا و امگا آپدیت موقعیت بقیه جواب‌ها با تبعیت از آن‌ها انجام می‌شود.
 - در هر تکرار بردار a (و به تبع آن A) و C آپدیت می‌شوند.
 - در پایان تکرارها موقعیت گرگ آلفا به‌عنوان نقطه بهینه معرفی می‌شود.
- نکته این‌که مکان نهایی یک نقطه تصادفی در یک دایره خواهد بود که توسط آلفا و بتا و دل‌تا در فضای جستجو تعریف می‌شوند. در واقع آلفا، بتا و دل‌تا مکان طعمه را تخمین زده و بقیه گرگ‌ها مکان خود را در اطراف آن تغییر می‌دهند.

$$\vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}|$$

$$\vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}|$$

$$\vec{D}_\delta = |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}|$$

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot (\vec{D}_\alpha)$$

$$\vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot (\vec{D}_\beta)$$

$$\vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot (\vec{D}_\delta)$$

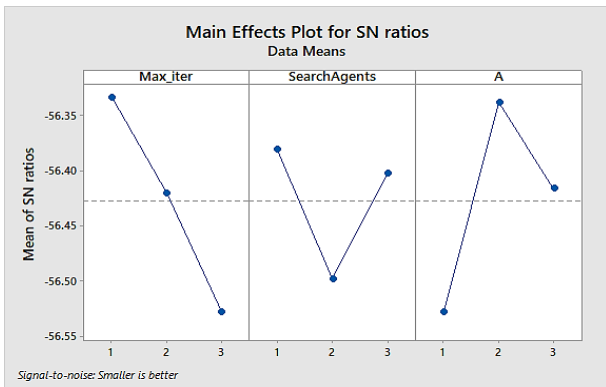
$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3}$$

مقادیر A و C باتوجه‌به روابط زیر به‌دست می‌آیند.

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a}$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2$$

در این روابط المان a به‌طور خطی در طول تکرار الگوریتم از مقدار ۲ تا مقدار صفر کاهش پیدا می‌کند و همچنین r_1 و r_2 بردارهای رندم در بازه $[0, 1]$ می‌باشند. باتوجه‌به روابط بالا، موقعیت طعمه در این



شکل (۵). خروجی نرم افزار مینی تب برای تنظیم پارامتر گرگ خاکستری

جدول (۵). تنظیم پارامترهای گرگ خاکستری

Max-iter	Search Agents	A
۴۰۰	۳۰	.

۵-۲. تولید مثال نمونه

برای تحلیل کارایی الگوریتم‌ها نیاز است که چندین مثال طراحی شود برای این کار اندیس J را از ۱۰ تا ۷۰ اندیس S, M از ۴ تا ۳۰ موردنظر قرار گرفت سپس برای شدنی بودن مدل می‌بایست پارامترهای مسئله در شرایطی باشند که مدل شدنی باشد و از نظر اطلاعات ورودی مشکل نداشته باشد برای این موضوع به مقالات مورد بررسی باتوجه ادبیات موضوع رجوع و بازه‌ی مناسب برای تولید مثال‌های عددی انتخاب شد که در جداول (۶) تا (۱۰) ارائه شده است.

جدول (۶). مسائل ابعاد کوچک

۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	J
۵	۲	۲	۲	۲	۲	S
۳	۶	۵	۴	۳	۲	۵	۴	۳	۲	M
۳	۶	۵	۴	۳	۲	۵	۴	۳	۲	M

جدول (۷). مسائل ابعاد متوسط

۲	۲	۲	۲	۲	۱	۱	۱	۱	۱	J
.	۵	۵	۵	۵	۵	S
۱	۸	۶	۴	۲	۸	۷	۶	۵	۴	M
۱	۸	۶	۴	۲	۸	۷	۶	۵	۴	M

جدول (۸). مسائل ابعاد بزرگ

۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	J
۳۰	۲۷	۲۴	۲۱	۱۸	۱۵	۱۲	۹	۶	۳	S
۳۰	۲۷	۲۴	۲۱	۱۸	۱۵	۱۲	۹	۶	۳	M

۰/۸۷	۰/۹۳۷۱	۰/۵۶۹۳	۰/۳۷۳۴	۰/۴۸۲۴	نمایش جواب برای دوره ۱
۴	۵	۳	۱	۲	توالی رتبه بندی

شکل (۳). نمایش جواب قسمت اول

ماشین ۱	ماشین ۲	جداکننده
۲	۴	
۱	۳	ترتیب انجام کارها

شکل (۴). نمایش جواب قسمت دوم

برای این کار در هر دوره، اعداد نمایش جواب را براساس کوچکی تا بزرگی رتبه‌بندی می‌کنیم. این رتبه‌بندی همواره یک جایگشت می‌باشد. برای توضیح بهتر مثالی با دو ماشین و چهار کار در دوره اول در شکل (۳) آمده است. در این توالی اعداد، اعداد بزرگتر از تعداد کارها به‌عنوان جداکننده می‌باشند. کارها با جداکننده‌ها بین ماشین‌ها تقسیم شده و ترتیب کارها به‌ترتیب از چپ به راست می‌باشد. منطق تعیین توالی و تخصیص برای دوره‌های مطابق شکل (۴) نیز مانند به‌همین صورت است.

۵. نتایج عددی

برای ارزیابی کارایی و عملکرد الگوریتم‌های پیشنهاد شده در این تحقیق از ۳۰ مسأله استفاده شده است. به این منظور و بعد تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی، ابتدا خروجی نرم‌افزار GAMS با کران به‌دست آمده از آزادسازی لاگرانژ در ابعاد کوچک و متوسط مقایسه شده، سپس خروجی الگوریتم پیشنهادی در ابعاد بزرگتر با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مقایسه گردید. به این منظور در اینجا جمعاً ۴۰ مسأله نمونه طراحی شده و الگوریتم‌ها بر روی لپ‌تاپ شخصی با مشخصات سی پی یو ۷ هسته‌ای، هارد ۱ ترابایت با رم ۱۶ گیگابایت اجرا شده است.

۵-۱. تنظیم پارامترها

در اینجا از روش تاگوچی برای تنظیم پارامترها استفاده شده که در آن تغییرات با عاملی به‌نام نسبت سیگنال به نویز (S/N) معرفی می‌گردد. برای تنظیم عامل‌های بیشینه تکرار، تعداد عامل‌های جستجو و پارامتر A برای الگوریتم گرگ خاکستری از روش تاگوچی استفاده شده است. براین اساس برای هر عامل سه سطح در جدول (۴) تعریف شده و در نتیجه ۹ حالت برای ارزیابی این عوامل وجود دارد. مسأله موردنظر در اینجا مسأله ۱۴ در جدول (۱۱) بوده است.

حال باتوجه به خروجی حاصل از مینی تب برای الگوریتم گرگ خاکستری که در شکل (۵) نمایش داده شده است سطوحی که دارای کمترین مقدار هستند انتخاب می‌شوند.

جدول (۴). پارامترهای الگوریتم گرگ خاکستری و سطوح آن

پارامتر	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
بیشترین تکرار	۱۰۰	۲۰۰	۴۰۰
تعداد عامل‌های جستجو	۱۰	۳۰	۴۰
A	۰	۱	۲

حل، زمان حل بالایی نسبت به سیپلکس داشته است.

جدول (۱۰). مقادیر پارامترها

۱۰۰۰۰	<i>L</i>
rand([۳۱,۱۰۰], J, S)	<i>PR</i>
unif(۰, ۱, J, S)	<i>SU</i>
unif(۰, ۱, J, J, S)	<i>RM</i>
rand([۰, ۱], J, S)	<i>O</i>
rand([۱۰, ۲۰], ۱, J)	<i>AP</i>
rand([۱, ۱], ۱, S)	<i>MM</i>

جدول (۹). مسائل ابعاد بسیار بزرگ

۳۵	۳۰	۲۷	۲۵	۲۲	۲۰	۱۷	۱۵	۱۲	۱۰
۰	۰	۵	۰	۵	۰	۵	۰	۵	۰
۸۰	۷۵	۷۰	۶۵	۶۰	۵۵	۵۰	۴۵	۴۰	۳۵
۸۰	۷۵	۷۰	۶۵	۶۰	۵۵	۵۰	۴۵	۴۰	۳۵

۳-۵. نتایج الگوریتم لاگرانژ

در این بخش نتایج حاصل از خروجی الگوریتم و آزادسازی لاگرانژ گزارش شده است. همان‌طور که از جدول (۱۱) مشخص است روش لاگرانژ توانسته است جواب‌های قابل قبولی ارائه دهد اما از نظر زمان

جدول (۱۱). نتایج حل به روش لاگرانژ و مقایسه آن با روش گمز

مسئله	ابعاد مسئله <i>J*S*M</i>	گرگ خاکستری		آزادسازی لاگرانژ		خروجی گمز	
		متوسط نتایج	زمان حل	کران حاصل	زمان حل	جواب بهینه	زمان
۱	۲*۲*۱۰	۴۳۴/۸	۵/۶۶	۳۷۶/۰	۴/۱۱	۳۷۶	۰/۰۷
۲	۳*۳*۱۰	۳۷۵/۰	۵/۸۷	۳۷۵/۰	۱۰/۲۲	۳۷۵	۰/۰۴۴
۳	۴*۴*۱۰	۵۹۲/۶	۷/۱۶	۵۰۸/۰	۱۴/۱۳	۵۰۸	۰/۰۷۳
۴	۵*۵*۱۰	۴۷۶/۰	۷/۳۹	۴۲۵/۱	۱۹/۵۴	۴۷۶	۰/۱
۵	۲*۲*۱۲	۵۲۷/۷	۶/۰۶	۴۶۰/۰	۵/۳۵	۴۶۰	۰/۰۴
۶	۳*۳*۱۲	۵۷۲/۸	۵/۸۸	۵۱۲/۰	۱۷/۴۸	۵۱۲	۰/۵۴
۷	۴*۴*۱۲	۴۸۸/۰	۶/۱	۴۲۴/۹	۱۹/۱۷	۴۸۸	۷۹/۲۳
۸	۵*۵*۱۲	۶۵۸/۳	۷/۵۷	۵۴۶/۰	۳۵/۱۸	۵۴۶	۱۸۰/۴۱
۹	۶*۶*۱۲	۸۷۷/۲	۷/۶۵	۷۲۲/۰	۳۷/۴۱	۷۲۲	۳۳۰/۱۱
۱۰	۳*۳*۱۵	۷۸۶/۹	۷/۹۹	۶۵۸/۰	۱۴/۲۰	۶۵۸	۲۸۹/۸۱
۱۱	۴*۴*۱۵	۵۲۷/۵	۶/۴۳	۵۰۱/۰	۱۸/۴۳	۵۰۱	۳۷۹/۵۱
۱۲	۵*۵*۱۵	۸۱۳/۲۸	۸/۰۵	۶۷۲/۰	۲۵/۳۱	۶۷۲	۴۱۹/۲۱
۱۳	۶*۶*۱۵	۷۴۱/۵۹	۱۰/۰۵	۶۸۰/۸	۳۱/۲۹	۶۸۰	۴۲۸/۹۱
۱۴	۷*۷*۱۵	۷۶۴/۹۸	۸/۹۷	۷۳۴/۹	۴۲/۱۴	۷۳۵	۴۷۸/۶۱
۱۵	۸*۸*۱۵	۶۴۵/۸۶	۹/۳۴	۵۲۰/۲	۵۱/۳۷	۶۱۵	۵۲۸/۳۱

۴-۵. نتایج عددی الگوریتم پیشنهادی

پس از این‌که مسأله‌های مورد نیاز تولید شد سپس مسائل را با الگوریتم‌های گرگ خاکستری و همچنین نرم‌افزار گمز حل و نتیجه آن در جدول نتایج (جدول (۱۲)) ارائه می‌شود. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید الگوریتم پیشنهادی توانسته در زمان به مراتب کمتر به جواب‌های با کیفیتی در مقایسه با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید دست یابد. در ضمن به دلیل پیچیدگی مسأله مورد بررسی کاملاً مشهود است که با افزایش اندازه مسأله، زمان حل گمز به صورت نمایی افزایش یافته به طوری که از مسأله ۱۵ به بعد دیگر امکان حل مدل با استفاده از گمز وجود نداشته است.

باتوجه به شرایط به وجود آمده از آزمون کروسکال-والیس استفاده شده است. آزمون کروسکال والیس به عنوان یک روش ناپارامتریک انجام شده است که در آن الگوریتم‌های مختلف به عنوان عامل و متغیر

پاسخ به عنوان مقدار شاخص در نظر گرفته شده است. توجه داشته باشید که معادل پارامتری این آزمون آنالیز واریانس یک طرفه (ANOVA) می‌باشد. یک آزمون معنی‌دار کروسکال والیس نشان می‌دهد که حداقل یک نمونه به طور تصادفی بر یک نمونه دیگر تسلط دارد. عامل‌ها در اینجا متوسط نتایج و زمان‌های اجرای الگوریتم‌ها هستند که مورد بررسی قرار می‌گیرند. نتایج به دست آمده در شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده است.

۵-۵. تحلیل نتایج

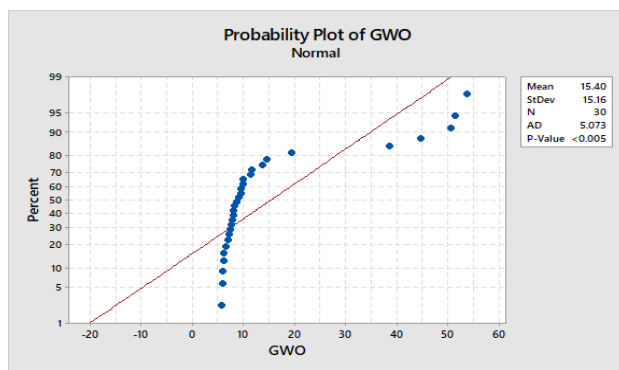
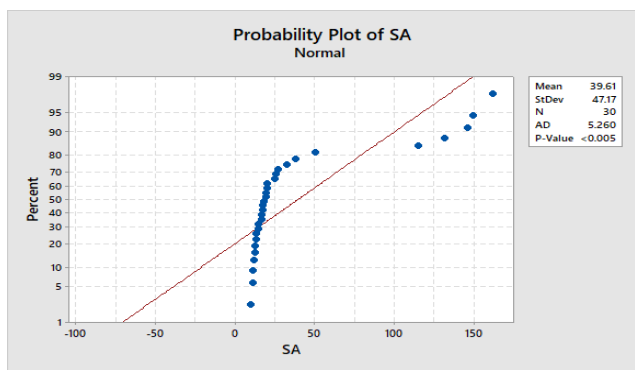
برای مقایسه کارایی دو الگوریتم پیشنهادی که در این تحقیق به کار برده شده است از آزمون آماری استفاده شده است. به این منظور در گام اول سعی شد از روش تحلیل واریانس استفاده شود مشروط به این‌که داده‌ها نرمال باشند. به این منظور از نرم‌افزار مینی‌تب^۱ با $\alpha = 0.01$ استفاده شده است. نتایج کسب شده برای شاخص میانگین

۸/۰۵	۸۱۳/۲۸	۱۶/۶۲	۷۹۲/۳	۱۵*۵*۵	۱۲
۸/۵۵	۷۴۱/۵۹	۱۶/۶۹	۶۴۱/۰	۱۵*۶*۶	۱۳
۸/۹۷	۷۶۴/۹۸	۱۹/۴۹	۶۴۹/۱	۱۵*۷*۷	۱۴
۹/۳۴	۶۴۵/۸۶	۲۰/۱۵	۷۲۵/۳	۱۵*۸*۸	۱۵
۶/۸۸	۸۰۶/۲	۱۲/۵۹	۹۱۸/۸	۲۰*۲*۲	۱۶
۹/۵۲	۶۳۲/۵	۲۰/۱۱	۶۹۵/۵	۲۰*۴*۴	۱۷
۸/۵۸	۱۱۷۶/۸	۱۹/۴۹	۱۱۳۴/۲	۲۰*۶*۶	۱۸
۹/۹۱	۱۰۸۰/۹	۲۵/۳۶	۷۸۲/۵	۲۰*۸*۸	۱۹
۱۱/۳۵	۸۰۰/۸	۲۶/۸۴	۱۰۶۶/۱	۲۰*۱۰*۱۰	۲۰
۹/۸۸	۱۲۴۱/۴	۱۶/۸۲	۱۱۵۳/۳	۳۰*۳*۳	۲۱
۱۱/۴۹	۱۰۰/۱۲	۲۴/۹۶	۱۰۱۸/۴	۳۰*۶*۶	۲۲
۱۳/۵۶	۱۰۷۹/۵	۳۲/۲۱	۱۴۵۳/۶	۳۰*۹*۹	۲۳
۱۴/۵۱	۱۱۳۵/۹	۳۷/۶۷	۱۲۱۱/۰	۳۰*۱۲*۱۲	۲۴
۱۹/۴۲	۱۲۵۱/۳	۵۰/۳۲	۱۳۵۷/۸	۳۰*۱۵*۱۵	۲۵
۳۸/۶۰	۳۵۵۲/۲	۱۱۴/۷۲	۳۳۳۷/۹	۷۰*۱۸*۱۸	۲۶
۴۴/۵۷	۳۳۸۳/۴	۱۳۱/۰۹	۳۳۹۳/۴	۷۰*۲۱*۲۱	۲۷
۵۰/۵۳	۲۳۱۳/۱	۱۴۵/۹۸	۳۰۵۴/۱	۷۰*۲۴*۲۴	۲۸
۵۱/۲۸	۲۷۳۴/۶	۱۴۹/۲۷	۳۶۱۹/۲	۷۰*۲۷*۲۷	۲۹
۵۲/۶۲	۳۲۱۳/۵	۱۶۱/۵۲	۳۵۸۵/۵	۷۰*۳۰*۳۰	۳۰

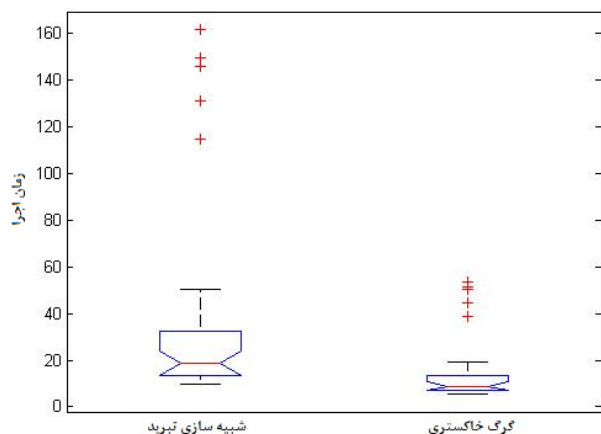
نتایج و شاخص زمان نشان می‌دهد که داده‌ها برای هر دو الگوریتم‌ها نرمال نیست و این موضوع برای مثال برای شاخص زمان در شکل (۶) آمده است.

جدول (۱۲). نتایج مقایسات الگوریتم‌ها و گمز

مسئله	ابعاد مسئله $J*S*M$	شبیه سازی تیرید		گرگ خاکستری	
		متوسط نتایج زمان حل	متوسط نتایج زمان حل	متوسط نتایج زمان حل	متوسط نتایج زمان حل
۱	۱۰*۲*۲	۴۴۹/۳	۹/۶۶	۴۳۴/۸	۵/۶۶
۲	۱۰*۳*۳	۳۶۶/۲	۱۰/۷۶	۳۷۵/۰	۵/۸۷
۳	۱۰*۴*۴	۴۵۹/۲	۱۲/۳۴	۵۹۲/۶	۷/۱۶
۴	۱۰*۵*۵	۴۳۱/۵	۱۴/۶۶	۴۷۶/۰	۷/۳۹
۵	۱۲*۲*۲	۵۴۲/۴	۱۰/۹۷	۵۲۷/۷	۶/۰۶
۶	۱۲*۳*۳	۴۳۱/۹	۱۱/۶۸	۵۷۲/۸	۵/۸۸
۷	۱۲*۴*۴	۴۲۷/۲	۱۳/۳۷	۴۸۸/۰	۶/۱
۸	۱۲*۵*۵	۶۳۹/۵	۱۸/۱۵	۶۵۸/۳	۷/۵۷
۹	۱۲*۶*۶	۸۵۲/۶	۱۷/۲۴	۸۷۷/۲	۷/۶۵
۱۰	۱۵*۳*۳	۶۰۸/۹	۱۴/۱۳	۷۸۶/۹	۷/۹۹
۱۱	۱۵*۴*۴	۴۵۶/۱	۱۳/۱۸	۵۲۷/۵	۶/۴۳

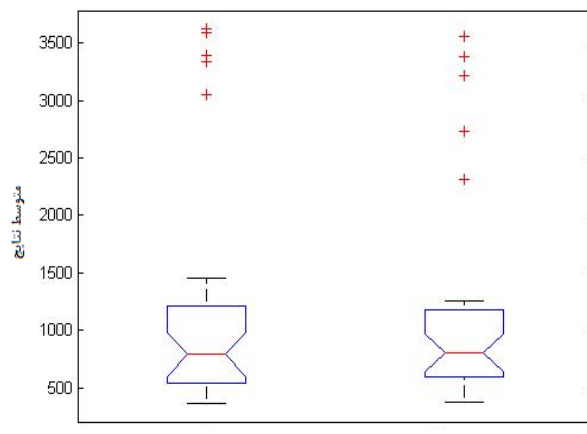


شکل (۶). نمایش نرمال نبودن اطلاعات حاصل از شاخص زمان اجرا توسط الگوریتم‌های پژوهش



Source	SS	df	MS	Chi-sq	Prob>Chi-sq
Columns	5491.3	1	5491.27	18.01	2.20308e-005
Error	12502.7	58	215.56		
Total	17994	59			

شکل (۸). خروجی آزمون کروسکال-والیس برای زمان اجرا



Source	SS	df	MS	Chi-sq	Prob>Chi-sq
Columns	19.3	1	19.267	0.06	0.8016
Error	17975.7	58	309.926		
Total	17995	59			

شکل (۷). خروجی آزمون کروسکال-والیس برای متوسط نتایج

- چندهدفه‌سازی تابع هدف و ورود مفاهیمی همچون تأخیر، دیرکرد و هزینه به‌عنوان توابع هدف دیگر، و
- اضافه کردن زمان آماده‌سازی و بررسی تأثیرات آن بر روی زمان تکمیل آخرین کار و اولویت انجام کارها.

مراجع

- [1] Leung, Y. T., (1993) Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis, CRC Press, Inc.
- [2] Bai, D., Zhang, Z., & Zhang, Q. (2017) Open shop scheduling problem to minimize total weighted completion time, Engineering Optimization, 49, 98–112. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2016.1164854>
- [3] Baptiste P. (2003) On minimizing the weighted number of late jobs in unit execution time open-shops, European Journal of Operational Research, 149 344-354. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00759-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00759-2)
- [4] Liaw, C.F. (2003) An efficient tabu search approach for the two machine preemptive open shop scheduling problem, Computer Operation Research, 30, 2081–2095. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(02\)00124-7](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(02)00124-7)
- [5] Zhuang, Z., Huang, Z., Lu, Zh., Guo, L., Cao, Q., & Qin, W. (2019) An improved artificial bee colony algorithm for solving open shop scheduling problem with two sequence-dependent setup times, Procedia, 563-568. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.119>
- [6] Zhuang, Z., Huang, Z., Lu, Zh., Guo, L., Cao, Q., & Qin, W. (2019) An improved artificial bee colony algorithm for solving open shop scheduling problem with two sequence-dependent setup times", Procedia, 563-568. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.04.119>
- [7] Kankaya, F., Gelatt, C. & Vecchi, M. (2018) Optimization by simulated annealing", American Association for the Advancement of Science, 220, 4598, 671–680. <https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671>
- [8] Roshnaei, S.A., Komaki, G.M., & Kayvanfar, V. (2018) Multi objective two-stage assembly flow shop with release time, Computers & Industrial Engineering, 124, 276-292. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.07.023>
- [9] Noori, D., & Goldansaz, S.M. (2018) A hybrid imperialist competitive algorithm for minimizing makespan in multi-processor open shop, ASI Press, 1st Edition, Printed In the USA.
- [10] Azour, M. H., (2020) Robust design and analysis for quality engineering, Chapman & Hall, 1st Edition, Printed In the USA.
- [11] Jolai, F., & Goldansaz, S.M. (2013) A hybrid imperialist competitive algorithm for minimizing makespan in multi-processor open shop, ASI Press, 1st Edition, Printed In the USA. <https://doi.org/10.1504/IJOR.2013.054436>
- [12] Shamshirband, H. M., & Ghosn, S. B. (2016) Incorporating multi-criteria decision-making and fuzzy-value functions for flood susceptibility assessment: New generations (pp. 1183-1193). Springer.
- [13] Danio, B. M., & Ghosn, S. B. (2016) An efficient method for the open-shop scheduling problem using simulated annealing. In Information technology: New generations (pp. 1183-1193). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32467-8_102
- [14] Moradi M.R., Yazdani, D.S., & Sethi R. (2020) The complexity of flowshop and job-shop scheduling, Mathematics of Operations Research, 1(2), 117–129. <https://doi.org/10.1287/moor.1.2.117>
- [15] Wu, C.-C. N.-R.-H.-C. (2021) Robust scheduling for a two-stage assembly shop with scenario-dependent

باتوجه به نتایج به‌دست آمده در رابطه برابری متوسط نتایج دو الگوریتم می‌توان نتیجه گرفت علی‌رغم پایین‌تر بودن متوسط نتایج الگوریتم گرگ خاکستری (۳۴۶۸۵/۸۱) در مقابل (۳۶۲۵۳/۸)، اختلاف معناداری بین دو الگوریتم وجود ندارد ولی در رابطه با فرض برابری زمان اجرا، می‌توان گفت باتوجه به مقدار p-value حاصل در جدول شکل (۸)، اختلاف بین زمان‌های اجرا معنادار است. باعنایت به این موضوع که وظیفه الگوریتم‌های فراابتکاری یافتن یک جواب خوب در زمان خوب است، باتوجه به پایین‌تر بودن متوسط نتایج الگوریتم گرگ خاکستری و با در نظر گرفتن زمان اجرای کمتر الگوریتم پیشنهادی که به‌صورت معنادار با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید اختلاف دارد، می‌توان نتیجه گرفتن برتری کامل با الگوریتم گرگ خاکستری بوده است.

۶. نتیجه‌گیری و مطالعات آتی

مسئله‌ای که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفت یک مسأله زمان‌بندی کارگاه عمومی به‌همراه یک مرحله مونتاژ است به‌این معنی که پس از اتمام مرحله پردازش کارها وارد مرحله مونتاژ می‌شوند که در این قسمت زمان مونتاژ به آن‌ها اضافه خواهد شد و خروجی مدل زمان تکمیل آخرین کارها باتوجه به هر دو مرحله تولید است. به‌منظور حل این مسأله ابتدا مسأله مدل و با استفاده از گمز حل شد. باتوجه به پیچیدگی ذاتی مسأله همچنان که انتظار می‌رفت تنها در ابعاد بسیار کوچکی مسأله قابل حل بود و در نتیجه برای ابعاد متوسط در این تحقیق از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ استفاده شد. در نهایت نیز برای حل نموده‌های با ابعاد بزرگ در این پژوهش از الگوریتم جدید گرگ خاکستری برای حل مدل استفاده شد. با انجام آزمایش‌های مختلف و مقایسات صورت گرفته مشخص گردید که کارایی الگوریتم گرگ خاکستری برای حل این مسأله بسیار مناسب است و در زمان مناسب‌تری نسبت به الگوریتم رقیب، که در اینجا الگوریتم شبیه‌سازی تبرید انتخاب شده بود، به جواب مطلوب می‌رسد. نتایج تحلیل‌ها نشان داد که با وجود حصول میانگین کمتر در الگوریتم پیشنهادی، فاکتور اصلی انتخاب این الگوریتم به‌عنوان الگوریتم کارتر زمان اجرای آن بوده است زیرا در نتایج به‌دست‌آمده مشاهده گردیده که این الگوریتم در زمان کوتاه‌تری نسبت به الگوریتم رقیب به پاسخ مطلوب می‌رسد. نقطه قوت اصلی این پژوهش پرداختن به مسأله مونتاژ در کنار زمان‌بندی کارها در محیط کارگاه‌های عمومی بود که کمتر مورد اقبال محققین قرار گرفته است. معرفی یک الگوریتم کارا در کنار یافتن کرانی مناسب از طریق آزادسازی لاگرانژ برای حل مسائل نیز از دیگر نقاط قوت دیگر این پژوهش است. گسترش دادن مدل و نزدیک‌تر شدن هرچه بیشتر مدل به مسائل دنیای واقعی را می‌توان بهترین موضوع برای تحقیقات آتی دانست از این‌رو چند مورد از موضوعات مطالعات آتی آورده شده‌است.

- فازی‌سازی و وارد کردن مفهوم عدم قطعیت در زمان پردازش و مونتاژ،
- افزایش تعداد ماشین‌ها در هر مرحله به‌صورت ماشین‌های موازی،

- <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.02.031>
- [20] Cheng P., (2003) On minimizing the weighted number of late jobs in unit execution time open-shops, *European Journal of Operational Research*, 149, 344-354. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00759-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00759-2)
- [21] Torabi, S. A., Korzebor, M., & Doodman, M. (2021). A Location-Routing Model for Milk Supply Chain Network Design under Disruption Risks and Data Uncertainty. *Journal of Industrial Management Perspective*, 11(4), 9-35. (In Persian). <https://doi.org/10.52547/jimp.11.4.9>
- [22] Nakhaei Rad, Z., Zandhessami, H., & Tolouei Ashlaghi, A. (2021). Improving Collaborative Filtering Recommender System Results and Performance using Combination of Fuzzy Grey Wolf Optimizer Algorithm and Lion Optimization Algorithm. *Journal of Industrial Management Perspective*, 11(4), 197-222. (In Persian) <https://doi.org/10.52547/JIMP.11.4.197>.
- [23] Gholami, H. R., Mehdizadeh, E., & Naderi, B. (2018). Algorithm for Assembly Flowshops. *Journal of Industrial Management Perspective*, 8(1), 93-111 (In Persian).
- processing times, *International Journal of Production Research*, 59, 17, 5372-5387. <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1778208>
- [16] Ming, J. X (2021) Customization of on-site assembly services by integrating the internet of things and BIM technologies in modular integrated construction, *Automation in Construction*, 126, 103663. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2021.103663>
- [17] Daneshamooz, F., Jabbari, M., & Fattahi, P. (2015). A model for job shop scheduling with a parallel assembly stage to minimize makespan. *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems*, 2(4), 39-53.
- [18] Cheen W., Lee W., Tang G (2008) Dense open-shop schedules with release times, *Theoretical Computer Science*, 407, 389-399. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2008.07.030>
- [19] Whu A., Alcaide Lopez de Pablo D., Gonzalez-Martin C (2009) A network flow-based method to solve performance cost and makespan open-shop scheduling problems with time-windows, *European Journal of Operational Research*, 196 140-154.



DOI: <https://doi.org/10.22084/ier.2024.29657.2177>

Open Shop Scheduling with Assembly Stage: Gray Wolf Algorithm and Lagrangian Relaxation

Abolfazl Yousefi Saeed¹, Javad Behnamian^{2*}

¹ Msc, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

² Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 21 April 2024

Accepted 3 August 2024

Keywords:

Scheduling

Open Shop

Assembly Operations

Gray wolf Algorithm

Lagrangian Relaxation

ABSTRACT

In this research, the open shop scheduling problem has been discussed. In this environment, scheduling for jobs and planning for assembly operations are usually considered independently. However, it may not lead to the best results for the entire production system. On the other hand, the problem of assembly planning has many applications in industries and has recently attracted the attention of researchers. Since in the models that were used before, the assembly operation is not integrated in the open shop scheduling, in this research, inspired by the real production units and to bring the model closer to the real world, the assembly operation is included, which is a step after the completion of the production process. To solve this problem, after modeling it, the Lagrangian relaxation method is used to solve problems in medium dimensions and the gray wolf algorithm is used in large dimensions. Next, to check the quality of the results obtained from the gray wolf algorithm, the Lagrangian relaxation method and GAMS outputs in small-size instances and simulated annealing algorithm in large-size instances have been compared. The obtained results show that the solutions obtained from the proposed algorithm are of good quality.

* Corresponding author. J. Behnamian

Tel.:081-38292505; E-mail address: Behnamian@Basu.ac.ir