

## تبلیغات مشارکتی در زنجیره تأمین دوسطحی دارای محدودیت‌های ظرفیت تولید و بودجه تبلیغات با رویکرد برنامه‌ریزی دوسطحی

سید مهدی آقازاده<sup>۱</sup>، حمید فرورش<sup>۲\*</sup>

۱. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

### خلاصه

تبلیغات از مهم‌ترین ابزارهای افزایش فروش اعضاء زنجیره تأمین است. افزایش فروش و تأمین تقاضا مستلزم هماهنگی اعضاء زنجیره است. با توجه به اینکه تصمیمات تبلیغات و تولید در زنجیره به صورت تعاملی بین اعضاء است، لازم است شکلی از یکپارچه‌سازی یا مشارکت در تصمیم‌گیری در زنجیره ایجاد شود. زنجیره تأمین در نظر گرفته شده در این پژوهش شامل یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش است. از طرفی تولیدکننده از تبلیغات سراسری جهت تقویت و تثبیت برند تجاری استفاده می‌کند و از طرفی دیگر، خرده‌فروشان برای افزایش فروش از تبلیغات محلی استفاده می‌کنند. تولیدکننده در تأمین هزینه‌های تبلیغات محلی با خرده‌فروشان مشارکت می‌کند. به علاوه، فرض می‌شود محدودیت ظرفیت تولید برای تولیدکننده و بودجه تبلیغات برای همه اعضاء زنجیره تأمین وجود دارد. محدودیت ظرفیت تولیدکننده، نوعی رقابت بین خرده‌فروشان جهت تأمین تقاضا و محدودیت بودجه تبلیغات رقابتی بین آن‌ها برای جلب بیشترین مشارکت در هزینه‌های تبلیغات ایجاد می‌کند. ساختار حاکم بر مدل بهینه‌سازی، از نوع برنامه‌ریزی دوسطحی است که تولیدکننده در سطح بالا و خرده‌فروشان رقیب، در سطح پایین قرار دارند. از منظر تئوری بازی‌ها، یک نوع بازی استکلبرگ-نش تعمیم‌یافته بین بازیگران حاکم است. روشی برای یافتن تعادل‌های این بازی بر پایه نامساوی‌های تغییراتی پیشنهاد شده است و تحلیل‌های عددی برای ارزیابی مدل و روش حل ارائه گردیده است. در نهایت توصیه‌های مدیریتی مبتنی بر پایه نتایج آزمایش‌های عددی پیشنهاد شده است.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۱/۳/۲۰

پذیرش ۱۴۰۱/۰۹/۰۵

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

مدیریت زنجیره تأمین

تبلیغات مشارکتی

تولید بهینه

تئوری بازی‌ها

تعادل نش تعمیم‌یافته

### ۱. مقدمه

زنجیره تأمین مجموعه‌ای متشکل از تأمین‌کنندگان، تولیدکنندگان، توزیع‌کنندگان و به تعبیری حتی مصرف‌کنندگان است. تبلیغات ابزاری مهم برای زنجیره‌های تأمین است که باعث جذب مشتریان بیشتر و افزایش فروش محصولات شده و سود بیشتری عاید اعضاء زنجیره می‌شود. در این پژوهش، مقوله تبلیغات صرفاً از منظر تأثیر آن بر افزایش/کاهش و جذب مشتریان در وهله اول و برنامه تولید و توزیع در وهله بعد مورد نظر است. برای همگان عیان است که تبلیغات یکی

از مهم‌ترین ارکان امروزی تجارت است [۱]. در شکل عمومی آن، تبلیغات را می‌توان به چندین حوزه گوناگون تقسیم‌بندی کرد. نخست، سازمان برای رسیدن به افزایش فروش محصولات (و یا افزایش سود) بر روی برندسازی تمرکز می‌نماید که در این نوشتار تحت عنوان تبلیغات سراسری از آن یاد می‌شود. دومین نوع تبلیغات که در دهه اخیر بیشتر مورد تأکید بوده است و محبوبیت زیادی را نیز از نقطه نظر عملیاتی داراست، تبلیغات محلی است. تبلیغات محلی نوعی از تبلیغات است که توسط خرده‌فروش یا نمایندگان فروش در یک منطقه

\* نویسنده مسئول: حمید فرورش

تلفن: ۰۰۸۷-۳۳۶۶۴۶۰۰؛ پست الکترونیکی: [farvaresh@uok.ac.ir](mailto:farvaresh@uok.ac.ir)

نش معمولی ننگند و به صورت نش تعمیم یافته درآید که خود واجد پیچیدگی‌های خاص در یافتن تعادل است.

با تعاریف اولیه در مورد موضوع پژوهش، می‌توانیم بر مبنای مطالعه [۱]، پنج تقسیم‌بندی کلی درباره تبلیغات مشارکتی داشته باشیم:

**تبلیغات عمودی:** محبوب‌ترین بخش تبلیغات مشارکتی در بین پژوهش‌های اخیر می‌باشد. در این دسته‌بندی همان‌گونه که از نامش پیداست، بیشتر روابط عمودی مطرح بوده و تولیدکننده به‌عنوان بالادست و خرده‌فروش به‌عنوان پایین دست ظاهر می‌گردد و تولیدکننده یک نرخ مشارکت به خرده‌فروش پیشنهاد می‌دهد. [۴]، [۵]، [۶] و [۷].

**تبلیغات مشارکتی در قالب امتیاز:** این مورد نیز راهکاری به‌مانند تقسیم‌بندی پیشین دارد با این تفاوت که در این مورد، کمپین‌های تبلیغاتی در قالب قراردادهای تسهیم سود و هزینه مابین تولیدکننده و خرده‌فروش وجود دارد [۳]، [۹].

**تبلیغات افقی در برابر تبلیغات عمودی:** برخلاف موارد پیشین، در این حالت برخی از سازمان‌های رقیب که در یک سطح قرار دارند به‌جای تبلیغات انفرادی با یکدیگر همکاری و مشارکت می‌کنند. برای مثال تولیدکنندگان برای محصولات مشترک می‌توانند در قالب یک گروه با یکدیگر تبلیغات نمایند [۱۰] و [۱۱].

**تبلیغات مشارکتی:** در تبلیغات مشارکتی اعضا در قبال تسهیم هزینه‌های تبلیغات و تقسیم کار عملیات تبلیغات، یک کمپین مشترک تبلیغات را اجرا می‌کنند که در نهایت منجر به افزایش منافع آن‌ها می‌گردد. توزیع منافع ممکن است یکسان نباشد و اجرایی کردن آن مستلزم قرارداد یا توافقی بین اعضا باشد [۱۲].

**تبلیغات مشارکتی در برابر تبلیغات غارتگر:** در تبلیغات مشارکتی که اعضا در عملیات و هزینه‌های تبلیغات سهیم هستند، تقاضای کل برای تمامی اعضای زنجیره تأمین بالا می‌رود؛ در حالی که در تبلیغات غارتگر، هر عضوی که برای افزایش سهم از بازار خود تلاش می‌کند در واقع باعث کاهش سهم از بازار سایر اعضا می‌گردد.

مدل‌های تبلیغات مشارکتی نخست توسط [۱۳]، تحت عنوان مسأله تئوری بازی‌ها مطرح گردید. بعد از آن رقابت بین اعضای زنجیره تأمین شامل رقابت بین تولیدکنندگان، خرده‌فروشان و بین تولیدکنندگان و خرده‌فروشان مورد بررسی قرار گرفت. بسیاری از پژوهش‌ها بر روی تعیین هزینه‌های بهینه تبلیغات تمرکز داشته‌اند که در این میان برخی از این مطالعات، فاکتورهایی نظیر قیمت‌گذاری کالا/خدمات، کیفیت، تولید دوباره (از طریق بازیافت)، کنترل موجودی و یا کالاهای قابل بازیافت و فسادپذیر را نیز بررسی کرده‌اند [۱۴]. در زمینه تبلیغات عمودی کثیری از پژوهش‌های پیشین یک تولیدکننده را در نظر گرفته‌اند. برخی نظیر [۱۵] و [۱۶] یک بازی نش بین تولیدکنندگان در سطح اول و بازی استکلبرگ بین تولیدکنندگان و خرده‌فروشان را بررسی نموده‌اند. [۱۷] مدلی ارائه کردند که در آن چندین تولیدکننده و چندین خرده‌فروش حضور داشته و در قالب بازی استکلبرگ به رقابت با یکدیگر می‌پرداختند. در این بازی یک رقابت

جغرافیایی خاص صورت می‌پذیرد. به‌طور مثال، امکان تست اتومبیل قبل از خرید، در دست گرفتن و لمس گوشی موبایل و دیگر ابزارک‌های هوشمند در نمایندگی‌ها قبل از نهایی کردن تصمیم خرید، تست مواد غذایی تازه به بازار عرضه شده و نیز تبلیغات بلیبوردها در بازارهای مصرف نمونه‌هایی از تبلیغات محلی هستند.

یکی از مباحثی که اخیراً در تبلیغات محلی رونق یافته است، همکاری و مشارکت تولیدکننده و خرده‌فروشان در تبلیغات محلی است. در این حالت تولیدکننده نرخ مشارکتی را در تأمین هزینه‌های تبلیغات محلی به خرده‌فروشان پیشنهاد می‌دهد و خرده‌فروشان نیز باتوجه به این نرخ مشارکت تصمیم به میزان سرمایه‌گذاری در تبلیغات محلی می‌نماید [۲]. این کار موجب افزایش تمایل خرده‌فروش به سرمایه‌گذاری بیشتر در تبلیغات محلی و متعاقباً افزایش تقاضا و فروش می‌گردد. بدین ترتیب، اعضا هر دو سطح این زنجیره تأمین یعنی تولیدکننده و خرده‌فروشان از این قرارداد مشارکتی و تسهیم هزینه‌ها منتفع می‌گردند [۳].

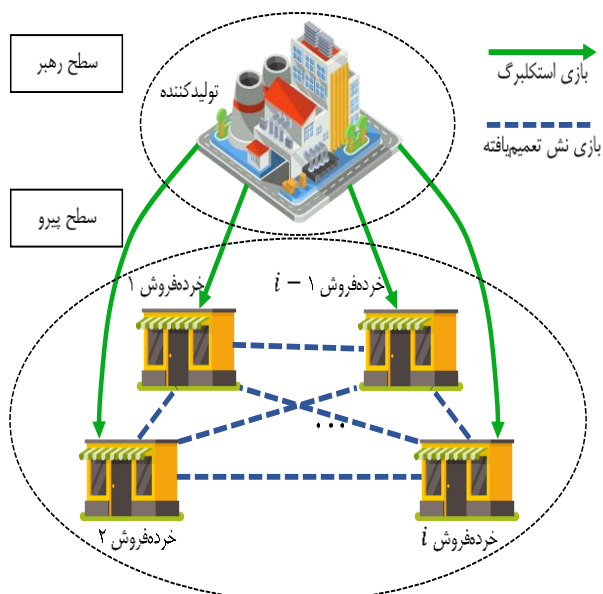
زنجیره تأمین در نظر گرفته شده در این پژوهش شامل یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش است. خرده‌فروشان، هر یک قلمرو بازار مختص خود را دارند و اشتراکی از حیث جغرافیای بازار بین خرده‌فروشان وجود ندارد. به‌عنوان نمود عینی و عملی این ساختار، می‌توان تراکتورسازی ایران (تبریز) را نام برد که دارای عوامل فروش استانی است که هر یک در یک استان خاص فعالیت می‌کنند و به سبب تسهیلات خاص و خدمات پس از فروشی که برای ساکنین مختص آن استان داده می‌شود، مشتریان یک استان تمایلی به خرید از نمایندگان سایر استان‌ها ندارند. فرض می‌شود تولیدکننده و خرده‌فروشان، هر کدام دارای یک بودجه برای تبلیغات می‌باشند که بیش از آن نمی‌توان صرف تبلیغات سراسری یا محلی کرد. از نقطه نظر تولید نیز، تولیدکننده به سبب محدودیت‌های فنی دارای یک ظرفیت تولید است که مجموع تقاضای برآورده شده خرده‌فروشان نمی‌تواند از این سقف تجاوز کند. در این شرایط که هر کدام از خرده‌فروشان به دنبال کسب سهم بیشتر از ظرفیت محدود تولیدی تولیدکننده و همچنین کسب درصد مشارکت بیشتر از بودجه تبلیغاتی وی می‌باشند؛ و از سوی دیگر، خود تولیدکننده نیز از حیث تأثیر ابلاغ‌های وی (نظیر درصد مشارکت در هزینه‌های تبلیغات محلی) بر روی تصمیمات خرده‌فروشان، رقابتی تحت عنوان رقابت استکلبرگ-نش تعمیم یافته شکل می‌گیرد. از منظر مدل‌سازی ریاضی، مدل حاکم در قالب یک برنامه‌ریزی دوسطحی است که تولیدکننده در سطح اول و مجموعه خرده‌فروشان در سطح دوم قرار دارند. اما خرده‌فروشان به دلیل رقابت در جذب تولید بیشتر و جلب حمایت مالی بیشتر در تأمین هزینه‌های تبلیغات محلی خود درگیر یک بازی دیگر هستند.

از مهم‌ترین جنبه‌های این بازی بین خرده‌فروشان، درهم‌تنیدگی روابط آن‌ها به دلیل تسهیم و رقابت در منابع مشترک و همچنین در نظر گرفتن امکان استفاده و یا عدم استفاده از ظرفیت تولیدی تولیدکننده می‌باشد. این مهم باعث می‌شود که بازی بین خرده‌فروشان در قالب

داده شده است. همان‌طور که پیشتر ذکر گردید و از جدول مقایسه ادبیات پیشین نیز پیداست، شکاف تحقیقاتی نخست که نوآوری این پژوهش نیز می‌باشد درهم‌تنیدگی خرده‌فروشان با یکدیگر است که به‌علت رقابت در استفاده از منافع مشترک رخ داده و منجر به تعادل نش تعمیم‌یافته گردیده است. در مطالعات پیشین این ارتباطات درهم‌تنیده و به‌هم گره‌خورده خرده‌فروشان با یکدیگر در نظر گرفته نشده است و نهایتاً در صورت وجود رقابت نیز، ختم به رقابت نش ساده شده است؛ درحالی‌که در دنیای واقعی طبیعی است که رقابت شدیدی بر روی منابع مشترک وجود دارد که حتی منتج به تعارض منافع حاصله می‌گردد. مورد دوم نیز در نظر گرفتن ظرفیت تولید و تأثیرپذیری آن از سایر متغیرها و پارامترها است که بایستی در نهایت منجر به تولید و توزیع بهینه محصولات تولیدکننده گردد که در پژوهش‌های قبلی کم‌رنگ بوده است.

از سؤالات مهمی که در این پژوهش به آن‌ها پاسخ داده می‌شود این است که در زنجیره‌های تأمین با ساختاری که در این پژوهش نظر گرفته شده است، مشارکت در جبران هزینه‌های تبلیغات محلی با کدام خرده‌فروشان یا نمایندگان فروش و به چه میزان صورت می‌گیرد؟ اگر در ابتدا تولیدکننده بودجه کمی در اختیار داشته باشد به‌نحوی که توانایی مشارکت با هیچ‌کدام از خرده‌فروشان را دارا نباشد، با افزایش بودجه، نخست با کدام خرده‌فروش مشارکت خواهد کرد؟ در چه صورت و در چه شرایطی تولیدکننده از ظرفیت‌های مازاد خود که همراه با متحمل شدن هزینه برای وی نیز خواهد بود، استفاده خواهد کرد؟ تحت چه شرایطی، تولیدکننده حتی از ظرفیت تولیدی موجود خود نیز به‌صورت کامل استفاده خواهد کرد؟

بازی‌ها و روابط بین اعضای زنجیره تأمین به‌صورت مفهومی در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل (۱). بازی‌های موجود در مدل

نش نیز در هریک از سطوح نیز وجود داشت که به شکل برنامه‌ریزی دوسطحی<sup>۱</sup> نشان داده شده است.

یکی از مباحث دیگر که در پژوهش حاضر مورد بررسی قرار گرفته است، تبلیغات سراسری تولیدکننده و یا برندسازی است. در این راستا [۱۸]، [۱۹] و [۲۰] همزمان برند تولیدکننده و برند فروشگاهی خرده‌فروش را در نظر گرفتند که هرکدام تأثیرات خاص خود را بر روی تابع تقاضا داشت. فاکتور مهم دیگری که در تبلیغات مشارکتی وجود دارد نوع مشارکت مالی تولیدکننده می‌باشد که می‌تواند در قالب تسهیم در هزینه‌ها و یا پیشنهادهای تخفیف برای خرده‌فروش باشد. در این زمینه [۲۱] مدلی را ارائه نمود که در آن تولیدکننده انگیزش‌های خرده‌فروش را برای سرمایه‌گذاری بیشتر در چهارچوب یک قرارداد افزایش می‌دهد. البته هردوی این روش‌ها شبیه به هم می‌باشند و تنها در نوع و چهارچوب زمانی با یکدیگر تفاوت دارند [۲۲]. یک زنجیره تأمین شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش در نظر گرفتند که در آن تولیدکننده چندین محصول را تولید می‌کرد و تقاضای هر محصول تابعی از قیمت و میزان سرمایه‌گذاری در تبلیغات بوده است. آن‌ها دو سناریوی قدرت را در مطالعه خود مطرح کردند که در اولی، دست برتر، تولیدکننده و در دومی خرده‌فروش می‌باشد که به‌ترتیب تولیدکننده و خرده‌فروش در آن‌ها به‌عنوان رهبر و دیگری به‌عنوان پیرو مطرح است. آن‌ها همچنین سعی کردند تا با گنجاندن بازه‌های بهینه تولید در مورد مقادیر بهینه آن نیز تحلیلی ارائه دهند. [۲۳] معتقد بودند که تمایل به پرداخت دارای ارتباطی با تبلیغات مشارکتی است و نشان داد که این نوع از تبلیغات توانایی افزایش این پارامتر را دارا می‌باشد. آن‌ها نیز به مانند پژوهش پیشین دو مدل سناریوی قدرتی تولیدکننده و خرده‌فروش را در نظر گرفتند. در پژوهشی دیگر، [۲۴] یک زنجیره تأمین با چندین خرده‌فروش ارائه دادند که تقاضای مربوط به آن‌ها توسط تبلیغات سراسری و محلی تحت تأثیر قرار می‌گرفت و در این میان خود خرده‌فروشان نیز در سطح خود به همکاری می‌پرداختند.

باتوجه به پیشینه پژوهش، نوآوری پژوهش حاضر در نظر گرفتن رقابت بین خرده‌فروشان در قالب یک بازی نش تعمیم‌یافته است که حاصل درهم‌تنیدگی و رقابت خرده‌فروشان با یکدیگر در استفاده از منابع تولید مشترک و منافع غیرمشارکتی و همچنین در نظر گرفتن مقادیر بهینه ظرفیت‌های موجود، بلااستفاده و مازاد مورد نیاز می‌باشد. در واقع، در این پژوهش برای اولین بار یک بازی استکلبرگ-نش تعمیم‌یافته مورد مطالعه قرار می‌گیرد و راه‌حلی برای یافتن تعادل‌های این بازی پیشنهاد می‌شود. درهم‌تنیدگی خرده‌فروشان سبب می‌شود تعادل بین آن‌ها به‌شکل متعارف در قالب جواب‌های فرم-بسته قابل محاسبه نباشد و همین حل مدل را با چالش‌های تکنیکی زیادی مواجه می‌کند.

برای راحتی مقایسه ادبیات موضوع با یکدیگر و همچنین نوشتار حاضر، در جدول (۱) مطالب مذکور و همچنین پژوهش‌های دیگر نشان

جدول (۱). مقایسه ادبیات موضوع

در نظر گرفتن مباحث تولید	محدودیت		تعداد			تبلیغات			تابع تقاضا	ساختار		چهارچوب زمانی		مراجعه	
	ندارد	دارد	تولیدکنندگان	خرده‌فروشان	محصولات	محلّی	سراسری	مشارکتی	تبلیغات	غیرمتمرکز	متمرکز	پژوهش	ایستنا		
	■		1	1	1	■	■	■	D1	■			■	[۲۵]	
	■		1	1	1	■	■	■	D1	■			■	[۲۶]	
	■		1	1	1	■		■	D2	■		■		[۲۷]	
	■		1	1	1	■	■	■	D1	■			■	[۵]	
	■		1	1	1	■	■	■	D3	■			■	[۲۸]	
	■		1	1	p	■		■	D2	■			■	[۲۲]	
	■		1	1	1	■	■	■	D3	■			■	[۲۹]	
	■		1	1	2	■	■	■	D3	■			■	[۳۰]	
	■		1	1	1	■		■	D4	■			■	[۳۱]	
	■		1	n	1	■		■	D3	■		■		[۴]	
	■		1	n	p	■	■	■	D3	■			■	[۳۲]	
	■		m	n	p			■	D5	■	■	■		[۱۷]	
	■		1	n	1	■	■	■	D1	■	■		■	[۳۳]	
	■		1	2	1	■	■	■	D3	■	■		■	[۶]	
	■		1	1	1	■		■	D1		■	■		[۳۴]	
	■		1	1	1	■		■	D4	■	■		■	[۳۵]	
	■		1	1	1			■	D1	■	■		■	[۳۶]	
	■		1	1	1			■	D6	■	■	■		[۳۷]	
	■		1	1	1	■	■	■	D1	■	■		■	[۲۰]	
	■	■	1	2	1	■	■	■	D6	■	■		■	پژوهش حاضر	
			$\alpha + K\sqrt{b}$						D4						D1
			$Kb\sqrt{1 - \bar{X}} - \sigma_{ij}x_{ij}$						D5						D2
			$a + n_1\sqrt{A} + n_2\sqrt{\alpha}$						D6						D3
			تقاضای اولیه بازار بدون تبلیغات						a						A
			ضریب تأثیر تبلیغات						K						$\alpha$
			ضریب تأثیر قیمت						v						$n_1$
			پارامترهای حساسیت قیمت						$\beta, \sigma$						$n_2$

کنش‌ها و برهمکنش‌ها در قالب یک مدل ریاضی دوسطحی فرموله شوند. به سبب روابطی که مابین تولیدکننده و خرده‌فروش با بر جاست، در فرم کلی مدل یک نوع رقابت استکلبرگ وجود دارد. در سطح خرده‌فروشان نیز رقابت نشی تعمیم‌یافته حاضر است. به همین دلیل از برنامه‌ریزی دوسطحی برای مدل کردن مسأله استفاده می‌شود. در این برنامه‌ریزی دوسطحی، به دلیل جایگاه‌های تصمیم‌گیری و سپس اجرایی، تولیدکننده به‌عنوان رهبر و خرده‌فروشان را به‌عنوان پیرو در نظر گرفته می‌شوند. لازم به ذکر است که مکانیزم مدل‌های برنامه‌ریزی دوسطحی به این صورت است که در ابتدا رهبر برخی از

## ۲. ابزار و روش

در این پژوهش تصمیمات و تعاملات بازیگران یک زنجیره تأمین با ابزارهای برنامه‌ریزی ریاضی و بر پایه مفاهیم تئوری بازی‌ها و بهینه‌سازی ریاضی مدل‌سازی می‌شود. ابتدا سعی شده است تا با استفاده از پژوهش‌های پیشین، روابط میان سرمایه‌گذاری‌ها در تبلیغات توسط اعضاء زنجیره، میزان و نحوه افزایش/کاهش مشتریان و ظرفیت‌های تولیدی و تصمیمات مشارکت تولیدکننده در جبران هزینه‌های تبلیغات محلی استخراج شده و با اضافه نمودن شکاف تحقیقاتی موجود به‌همراه محدودیت‌های تأثیرگذار در این مسأله،

متغیرهای تصمیم تحت کنترل خرده‌فروشان (پیرو)

میزان سرمایه‌گذاری خرده‌فروش  $r \in R$  در تبلیغات محلی  $\alpha_r$   
مدل ریاضی دوسطحی

$$Max Z_M = \sum_r P_1 \times X_r - \sum_r \theta_r \times X_r - A - \phi_1 \times y_1 - \phi_2 \times y_2 \quad (1)$$

$$\sum_r X_r + y_1 = \Omega + y_2 \quad (2)$$

$$A + \sum_r \theta_r \times \alpha_r \leq \mu \quad (3)$$

$$X_r \leq Q_r + n_1 \times \sqrt{A} + n_2 \times \sqrt{\alpha_r} \quad (4)$$

$$X_r \cdot A \cdot y_1 \cdot y_2 \cdot \theta_r \geq 0 \quad (5)$$

$$\forall r \in R: \begin{cases} Max Z_r = P_2 \times X_r - (1 - \theta_r) \times \alpha_r & (6) \\ (1 - \theta_r) \times \alpha_r \leq \beta_r & (7) \\ \alpha_r \geq 0 & (8) \end{cases}$$

### ۳-۱. تشریح مدل

رابطه (۱) تابع هدف تولیدکننده را نشان می‌دهد که هدف بیشینه‌سازی سود وی را نشان می‌دهد. این تابع از تفاضل درآمد حاصل از فروش (قیمت عمده‌فروشی ضرب در تعداد کل فروش به تمامی خرده‌فروشان) و هزینه‌های مربوط به مشارکت‌های تبلیغاتی در تبلیغات محلی خرده‌فروشان، میزان سرمایه‌گذاری در تبلیغات سراسری و میزان هزینه یا جریمه‌ای که از بابت ظرفیت بلااستفاده یا ظرفیت مازاد متحمل شده است، حاصل می‌شود. رابطه (۲) محدودیت حداکثر ظرفیت تولیدی تولیدکننده را نشان می‌دهد؛ به‌نحوی که کل سهم خرده‌فروشان به‌اضافه ظرفیت بلااستفاده بایستی با ظرفیت تولیدکننده به‌اضافه ظرفیت مازاد ایجاد شده برابر باشد. نامساوی (۳) محدودیت بودجه تولیدکننده را نشان می‌دهد که میزان سرمایه‌گذاری وی در تبلیغات سراسری و همچنین میزان مشارکت وی در تبلیغات محلی خرده‌فروشان نبایستی از این مقدار تخطی نماید. نامساوی (۴) نشان‌دهنده حداکثر سهمی است که می‌توان برای یک خرده‌فروش در نظر گرفت. این حداکثر مقدار نیز برابر با جمع تعداد مشتریانی است که بدون تبلیغات حاضر به خرید محصول هستند بعلاوه مشتریانی که از طریق تبلیغات سراسری و محلی جذب شده‌اند. روابط (۵) و (۸) نشان‌دهنده نوع و علامت متغیرهای مسأله هستند. رابطه (۶) تابع سود هر خرده‌فروش است که بیشینه‌سازی آن هدف بازیگران سطح دوم است. در این رابطه میزان هزینه‌کرد خرده‌فروش در تبلیغات محلی از کل درآمد خرده‌فروش که از تعداد فروش به‌ازای قیمت خرده‌فروشی به‌دست آمده است کسر می‌شود. لازم به ذکر است که بخشی از این تبلیغات محلی توسط تولیدکننده ممکن است که پوشش داده شود که در این رابطه منظور شده است. نهایتاً نامساوی (۷) محدودیت بودجه خرده‌فروشان را نشان می‌دهد که سهم یک

تصمیمات را اعلام می‌کند و سپس بازیگران پیرو با اطلاع از این تصمیمات، مسأله بهینه‌سازی مربوط به‌خود را حل کرده و تصمیمات بهینه می‌گیرند. به‌عبارتی تصمیماتی که رهبر تعیین می‌کند به‌منزله پارامتر برای بازیگران پیرو می‌باشند. در این میان، ممکن است در برخی موارد منافع مشترک و در برخی تعارض منافع بین رهبر و پیرو حاکم باشد و رهبر با پیش‌بینی رفتار واکنشی بازیگران پیرو و آن‌ها با اطلاع کامل از تصمیمات رهبر، تصمیمات بهینه می‌گیرند. تفاوتی این دست از مدل‌ها با سایر مدل‌های بهینه‌سازی در این است که در مدل‌های تک‌سطحی بهینه‌سازی تمامی اعضای درگیر به‌صورت همزمان تصمیم‌گیری می‌نمایند که در عمل در برخی از مسائل دنیای واقعی، نظیر مسأله پیش‌رو این امر اتفاق نمی‌افتد. در این پژوهش از روشی بر پایه نامساوی‌های تغییراتی<sup>۱</sup> مدل دوسطحی به یک مسأله تک‌سطحی تبدیل می‌شود. مدل تک‌سطحی تبدیل‌یافته نیز با استفاده از نرم‌افزارهای موجود حل مسائل بهینه‌سازی نظیر GAMS قابل مدل‌سازی و توسط حل‌کننده‌های غیرخطی نظیر Baron قابل حل است. در این پژوهش تحلیل‌های عددی برای اعتبارسنجی مدل و تشریح رفتار بازیگران ارائه شده است. نتایج عددی و تحلیل‌های حساسیت مبنایی برای ارائه الزامات مدیریتی است.

### ۳. مدل ریاضی پیشنهادی

اندیس

$R$  مجموعه خرده‌فروشان که توسط اندیس  $r$  به آن ارجاع می‌شود.

پارامترها

$P_1$	قیمت عمده‌فروشی
$P_2$	قیمت خرده‌فروشی
$\phi_1$	هزینه (جریمه) برای ظرفیت تولید بلااستفاده
$\phi_2$	هزینه ایجاد ظرفیت تولید مازاد
$\Omega$	ظرفیت تولیدی تولیدکننده
$\mu$	حداکثر بودجه در دسترس تولیدکننده
$Q_r$	میزان مشتریان مربوط به ناحیه جغرافیایی خرده‌فروش $r$ که بدون تبلیغات حاضر به خرید هستند
$n_1$	ضریب تأثیر تبلیغات سراسری
$n_2$	ضریب تأثیر تبلیغات محلی
$\beta_r$	حداکثر بودجه در دسترس خرده‌فروش $r \in R$
<b>متغیرهای تصمیم تحت کنترل تولیدکننده (رهبر)</b>	
$X_r$	سهم خرده‌فروش $r \in R$ از ظرفیت تولیدکننده
$\theta_r$	نرخ مشارکت تولیدکننده در تبلیغات محلی خرده‌فروش $r \in R$
$A$	میزان سرمایه‌گذاری تولیدکننده در تبلیغات سراسری
$y_1$	میزان ظرفیت بلااستفاده تولید
$y_2$	میزان ظرفیت مازاد ایجاد شده تولید

ذیل محاسبه می‌گردد:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_R}{\partial X_R} \\ \frac{\partial f_R}{\partial \alpha_R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_2 \\ 1 - \theta_1 \\ \vdots \\ p_2 \\ 1 - \theta_R \end{pmatrix} \quad (12)$$

براین اساس، می‌توان نامساوی زیر را برای سطح خرده‌فروش نوشت:

$$G(x^*)^T(x - x^*) = (p_2 \cdot 1 - \theta_1, \dots, p_2 \cdot 1 - \theta_r) \begin{pmatrix} X_1 - X_1^* \\ \alpha_1 - \alpha_1^* \\ \vdots \\ X_R - X_R^* \\ \alpha_R - \alpha_R^* \end{pmatrix} \geq 0 \quad (13)$$

که به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\sum_{r \in R} \{p_2 * (X_r - X_r^*) + (1 - \theta_r) * (\alpha_r - \alpha_r^*)\} \geq 0 \quad (14)$$

اکنون می‌توان کل مدل دوسطحی را به شکل زیر بازنویسی نمود:

$$Max Z_M = \sum_{r \in R} p_1 * X_r^* - \sum_{r \in R} \theta_r \alpha_r^* - A - \phi_1 * y_1 - \phi_2 * y_2 \quad (15)$$

$$\sum_r X_r + y_1 = \Omega + y_2 \quad (16)$$

$$A + \sum_{r \in R} \theta_r \alpha_r \leq \mu \quad (17)$$

$$X_r \leq Q_r + n_1 * \sqrt{A} + n_2 * \sqrt{\alpha_r}, \quad \forall r \in R \quad (18)$$

$$(1 - \theta_r) \alpha_r \leq \beta_r, \quad \forall r \in R \quad (19)$$

$$\sum_{r \in R} \{p_2 * (X_r - X_r^*) + (1 - \theta_r) * (\alpha_r - \alpha_r^*)\} \geq 0 \quad (20)$$

$$X_r, A, \alpha_r, \theta_r \geq 0, \quad \forall r \in R \quad (21)$$

### ۵. تجزیه و تحلیل نتایج

در این بخش به کمک انجام آزمایشات عددی، وجوه مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد و با تحلیل حساسیت رفتار بازیگران مدل تحت شرایط مختلف مورد کنکاش قرار می‌گیرد. مشخصات و پارامترهای مسئله آزمایشی مبنا در جدول (۲) ذکر گردیده است.

مسئله فوق پس از فرموله‌بندی مدل بر پایه نامساوی‌های تغییراتی بخش قبل، به کمک حل‌کننده Baron در محیط مدل‌سازی GAMS حل شد و شرایط تعادل محاسبه شده است (جدول (۳) را ببینید).

خرده‌فروش در تبلیغات محلی نبایستی از حداکثر بودجه وی بیشتر شود. لازم است توجه شود که مسئله بهینه‌سازی برآمده از روابط (۶) تا (۸) به‌ازای همه خرده‌فروشان تعریف می‌شود و همه این مسائل به اصطلاح به هم گره خورده‌اند. از حل مجموعه‌ی این مسائل به هم گره‌خورده یک تعادل نش تعمیم‌یافته منتج می‌شود.

### ۴. روش حل

مسائل برنامه‌ریزی دوسطحی عموماً غیرمحدب، تفکیک‌ناپذیر و ذاتاً سخت حل‌شونده هستند. در بهترین حالت روابط از نوع خطی خواهد بود که باز مسئله از نوع NP-hard خواهد بود [۳۸]. با این وجود، روش‌هایی برای حل این دست مسائل وجود دارد. یکی از این روش‌ها در حالتی است که تنها یک پیرو وجود دارد که می‌توان از روش شرایط کاروش-کان-تاکر (KKT) برای تبدیل مسئله سطح دوم به دستگاهی از معادلات و نامعادلات واجد شرایط لازم و کافی برای بهینگی سطح دوم استفاده کرده و نتیجتاً مسئله دوسطحی را به تک‌سطحی تبدیل کرد. این روش در حالتی که بیش از یک پیرو وجود داشته باشد، کارایی ندارد. در حالت چند پیرو که مسئله پیش‌رو نیز بدین‌گونه است، می‌توان از نامساوی‌های تغییراتی استفاده کرد. استفاده از این روش مستلزم برخی شرایط نظیر محدب بودن و تفکیک‌پذیری در توابع هدف و محدودیت‌ها به‌عنوان شروط لازم و کافی بهینگی می‌باشد. در غیر این صورت، می‌توان از روش‌های ابتکاری و یا فرا-ابتکاری برای یافتن جواب بهینه استفاده کرد [۳۹]. باتوجه به اینکه شروط لازم و کافی به‌کارگیری نامساوی‌های تغییراتی در مسئله این پژوهش برقرار است از این روش برای جایگزینی مسئله بهینه‌سازی سطح دوم با مجموعه‌ای معادل از شرایط لازم و کافی بهینگی استفاده کرد.

### ۴-۱. روش نامساوی‌های تغییراتی برای سطح خرده‌فروش

فرض شود تابع هدف از نوع کمیته‌سازی است و  $x \in R^n$  یک جواب در فضای حقیقی است که در مجموعه بسته و محدب  $K$  قرار گرفته است. مجموعه  $K$  نیز از مجموعه محدودیت‌های موجود به‌دست آمده و به نوعی فضای موجه مسئله محسوب می‌شود. فرض می‌شود که  $x^*$  جواب بهینه مسئله کمیته‌سازی  $Minimize_{x \in K} f(x)$  است. در این صورت برای هر جواب مانند  $y \in K$  که به حد کافی نزدیک  $x^*$  باشد می‌توان از تقریب خطی مرتبه اول بسط تیلور استفاده کرد:

$$f(y) \approx f(x^*) + \nabla f(x^*)^T(y - x^*) \quad (9)$$

مطابق فرض  $x^*$  جواب بهینه است و لذا بنا به تعریف همواره نامساوی  $f(x^*) \leq f(y)$  برای تمامی  $y \in K$  برقرار است. در این صورت نامساوی زیر برقرار است:

$$\nabla f(x^*)^T(y - x^*) \geq 0 \quad (10)$$

نامساوی‌های تغییراتی نیز از این مبنا برای یافتن نقطه بهینه استفاده می‌نماید و فرمت کلی آن طبق رابطه ذیل است که در آن  $G(x^*)^T$  و  $\nabla f(x^*)^T$  معادل هم هستند.

$$G(x^*)^T(x - x^*) \geq 0 \quad (11)$$

برای فرموله کردن مسئله، مجموعه G مورد نیاز است که به طریق

در هر صورت ایجاد هر مقدار ظرفیت مزاد جدید هزینه‌ای برای تولیدکننده خواهد داشت و تنها دلیلی که زنجیره‌تأمین ظرفیت مزاد ایجاد نماید بستگی به شرایط قیمتی و بازده تبلیغاتی مناسب خواهد داشت. ایجاد ظرفیت مزاد به‌نحوی جبران هزینه آن از طریق خلق تقاضای جدید ناشی از جذب مشتری متناسب گره می‌خورد که خود مستلزم سرمایه‌گذاری در تبلیغات است. بازده سرمایه‌گذاری در تبلیغات تابعی است با بازدهی کاهنده؛ به‌نحوی که در ابتدا دارای بازده بالا است و به‌تدریج از بازده آن کاسته می‌شود. به‌طور مثال یک واحد سرمایه‌گذاری در تبلیغات، طبق مدل بازدهی برابر  $\sqrt{1} = 1$  خواهد داشت و با افزایش یک واحد سرمایه‌گذاری در این حالت ( $\sqrt{2} \approx 1.41$ ) برابر  $\sqrt{2} - \sqrt{1} \approx 0.41$  افزایش بازدهی وجود خواهد داشت. در مقایسه با حالت اول، با فرض اینکه ۱۰۰۰ واحد سرمایه‌گذاری شده باشد و قصد افزایش یک واحد سرمایه‌گذاری تبلیغات وجود داشته باشد، آنگاه معادل  $\sqrt{1001} - \sqrt{1000} \approx 0.016$  افزایش بازدهی وجود دارد که بسیار کمتر یک واحد افزایش سرمایه‌گذاری تبلیغات در سطوح پایین است. پس در بحث سرمایه‌گذاری روی تبلیغات باید توجه داشت که وضعیت کنونی در چه نقطه‌ای قرار دارد و باید متناسب با آن تصمیم‌گیری شود. پارامتری که این کاهش در جذب مشتری توسط تبلیغات را پوشش می‌دهد، قیمت فروش است. درواقع، این قیمت فروش است که باعث ایجاد جذابیت سرمایه‌گذاری نزد تولیدکننده و خرده‌فروشان در تبلیغات می‌شود. بخشی از افزایش سرمایه‌گذاری در تبلیغات هم بالتبع با جذب مشتری بیشتر جبران می‌شود. مدل دوسطحی ضمن لحاظ کردن تعاملات بین بازیگران، در جستجوی تعادل بهینه‌ایست که بیشترین سود را عاید اعضاء زنجیره کند. برای بررسی بیشتر موضوع، اطلاعات نقطه ۲۲۵ در شکل (۲) به‌عنوان مبنا در نظر گرفته می‌شود که در آن مدل (زنجیره‌تأمین) تمایلی برای ایجاد ظرفیت جدید ندارد.

در شکل (۳)، تغییرات پارامتر قیمت عمده‌فروشی (و به‌دنبال آن قیمت خرده‌فروشی) و حساسیت ظرفیت تولید جدید به آن در دو حالت مشارکت و عدم مشارکت تولیدکننده در تبلیغات محلی سنجدیده می‌شود. مشاهده می‌شود که با افزایش قیمت عمده‌فروشی تمایل به ایجاد ظرفیت مزاد بر ظرفیت موجود افزایش می‌یابد و به‌عبارتی، زمانی که توانایی عرضه کالا در قیمت‌های بالاتری وجود دارد، پرداخت هزینه ایجاد ظرفیت مزاد جدید باز هم برای زنجیره‌تأمین سودآور بوده و دارای جذابیت است. کسب این میزان از سود مستلزم این است که زنجیره‌تأمین توانایی جذب مشتریان بیشتر، در تناسب با ظرفیت تولید مزاد ایجاد شده را دارا باشد که از طریق تبلیغات سراسری و محلی میسر است. در حالت تبلیغات مشارکتی به‌دلیل سهم بودن تولیدکننده در هزینه‌های تبلیغات محلی خرده‌فروش، زمانی که خرده‌فروش‌ها با محدودیت بودجه‌ای مواجه هستند و سود کلی زنجیره‌تأمین در گرو افزایش ظرفیت تولید می‌باشد، مشارکت تولیدکننده به‌کمک محدودیت خرده‌فروش‌ها می‌آید و سبب استفاده حداکثری از تعداد و سود بیشتر مشتریان جدید می‌گردد که این مزیت

جدول (۲). مقادیر اولیه پارامترها

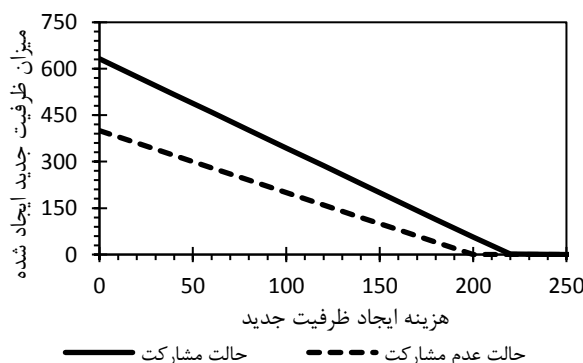
پارامتر	مقدار
$p_1$	1000
$p_2$	1200
$\phi_1$	1000
$\phi_2$	2000
$\Omega$	10000
$\mu$	2000000
$Q_1$	800
$Q_2$	1000
$n_1$	1.2
$n_2$	1.5
$\beta_1$	500000
$\beta_2$	300000

جدول (۳): جواب بهینه مدل بر اساس مقادیر پارامترهای جدول (۲)

متغیر	مقدار بهینه*	زمان محاسبه و گپ جواب بهینه
$X_r$	1	3480
$X_r$	2	3670
$\theta_r$	1	0.186
$\theta_r$	2	0.511
$A$		1571900
$y_1$		2850
$y_2$		0
$\alpha_r$	1	614042
$\alpha_r$	2	614038
تابع هدف		2319700

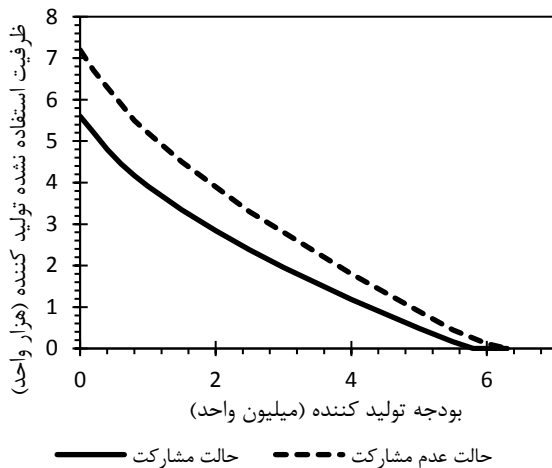
CPU Time: 54 Sec  
Absolute Gap  $\approx 0.0033$   
Relative Gap  $\approx 1 \times 10^{-9}$

در این ارتباط، نخستین سؤالی که مطرح است این است که تحت چه شرایطی در زنجیره‌تأمین، تولیدکننده تمایل به ایجاد ظرفیت مزاد تولید خواهد داشت. پاسخ به این سؤال را بایستی از منظر چندین پارامتر بررسی نمود. یکی از این پارامترها، هزینه ایجاد ظرفیت جدید می‌باشد. طبق نمودار (۲) مشاهده می‌شود که با افزایش هزینه ایجاد ظرفیت جدید طبیعتاً میزان ظرفیت جدید کاهش پیدا می‌کند و برعکس. این روند کلی برای هر دو حالت وجود مشارکت مابین تولیدکننده و خرده‌فروش و عدم وجود مشارکت صادق است؛ با این تفاوت که با بهبود شرایط و کاهش هزینه ایجاد ظرفیت جدید، حالت مشارکتی، وضعیت به‌مراتب بهتری در ایجاد ظرفیت مزاد تولید نسبت به حالت غیر همکارانه کسب می‌نماید.



شکل (۲). نمودار رابطه میزان ظرفیت جدید ایجادشده با هزینه ایجاد ظرفیت

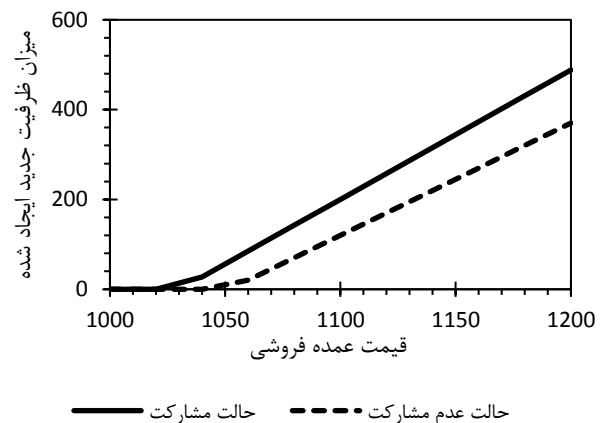
مشتری بیشتر است. منطقی است که با افزایش هزینه عدم استفاده از ظرفیت موجود، زنجیره تأمین مایل به هزینه‌کرد در قسمت جذب مشتری شود. البته این نکته را نیز باید مدنظر قرار داد که در شرایطی که بودجه کافی وجود نداشته باشد، زنجیره تأمین اگر به دنبال جذب مشتری هم باشد، توانایی انجام آن را نخواهد داشت. بودجه تولیدکننده همان‌طور که ذکر گردید در تبلیغات سراسری تولیدکننده و تبلیغات محلی خرده‌فروشان هزینه می‌گردد و در صورتی که این بودجه کم باشد، کفاف تأمین توأمأ هزینه‌های تبلیغات سراسری و مشارکت در تبلیغات محلی را نخواهد داشت که منجر به کاهش مشتری و افزایش ظرفیت بلااستفاده خواهد شد. مورد دیگری که تحلیل آن موجب تصمیمات مدیریتی متناسب با بهینه‌سازی خواهد داشت این است که اساساً تولیدکننده اگر قصد مشارکت داشته باشد، در سطوح کم بودجه تبلیغات اولویت مشارکت در هزینه‌های تبلیغات محلی با کدام خرده‌فروش خواهد بود و در ادامه و با افزایش سطوح بودجه سطح مشارکت در تبلیغات محلی کدام خرده‌فروش در برنامه خواهد بود.



شکل (۴). رابطه ظرفیت استفاده نشده تولید با بودجه تولیدکننده

مشاهده می‌شود که طبق شکل شماره (۵) با افزایش بودجه تولیدکننده، در ابتدا تولیدکننده در جبران هزینه‌های تبلیغات محلی خرده‌فروش ۲ مشارکت می‌کند و سپس خرده‌فروش ۱. در ادامه نیز همواره بیشترین مشارکت را با خرده‌فروش ۲ داشته است. نکته دیگری نیز که در این شکل عیان است این است که در صورتی که بودجه تولیدکننده کاهش یابد، نخست مشارکت خود با خرده‌فروش ۱ را به صفر می‌رساند و سپس خرده‌فروش ۲. چرایی این رخداد نیز در تفاوت بین خرده‌فروشان وجود دارد. خرده‌فروش ۲ دارای بودجه کمتری نسبت به خرده‌فروش ۱ است. از آنجاکه بازی در شرایط اطلاعات کامل برای بازیگران انجام می‌شود، رفتار تولیدکننده در این شرایط منطقی و بلکه شهوداً موجه است. خرده‌فروشان که تنها محصول همین تولیدکننده را با هدف بهینه‌سازی سود خود به فروش می‌رسانند، طبیعی است تا حداکثر تلاش خود را در راستای افزایش مشتریان مربوط به قلمرو خود داشته باشند. از سوی دیگر، برای تولیدکننده مهم

برای حالت غیرمشارکتی وجود ندارد. البته مقصود اصلی از قیمت در مدل، حاشیه سود می‌باشد؛ چراکه افزایش قیمت یک محصول تأثیری معکوس بر روی تقاضا می‌گذارد و بدین جهت بایستی به تعادلی مناسب میان قیمت، رقابت و تقاضا رسید. از سوی دیگر، افزایش سود در صورت وجود مازاد تولید با تحریک تقاضا از طریق تبلیغات قابل دستیابی است. یکی از موارد مهم دیگر بررسی این نکته است که اساساً در چه زمان‌هایی تولیدکننده از تمامی ظرفیت موجود خود استفاده نمی‌نماید. بالتبع عاملی که باعث استفاده از ظرفیت می‌گردد، جذب مشتری است و علت سؤال مذکور را بایستی در بودجه‌های تبلیغاتی که تولیدکننده و خرده‌فروشان در تبلیغات سرمایه‌گذاری می‌کنند جستجو کرد.



شکل (۳). نمودار رابطه میزان ظرفیت جدید ایجاد شده با قیمت عمده‌فروشی

بودجه‌های تبلیغاتی خرده‌فروشان تنها در تبلیغات محلی مختص به قلمرو خود آن‌ها صرف می‌گردد؛ در حالی که بودجه تبلیغاتی تولیدکننده بسته به شرایط هم در تبلیغات سراسری و هم در تبلیغات محلی مربوط به خرده‌فروشان هزینه می‌گردد. شکل (۴) نمایانگر این مطلب است که زمانی که بودجه تبلیغاتی تولیدکننده افزایش پیدا می‌کند، ظرفیت بلااستفاده زنجیره تأمین نیز کاهش می‌یابد. در هر نقطه‌ای از میزان بودجه تولیدکننده که زنجیره تأمین با ظرفیت تولید استفاده نشده مواجه است با توجه به رفتار رادیکالی بازده تبلیغات که ذکر گردید، به علت اینکه تولیدکننده در حالت مشارکتی امکان سرمایه‌گذاری در هر دو تبلیغات سراسری و محلی را داراست، در مجموع، بازدهی بهتری را نسبت به حالت غیرمشارکتی برای زنجیره تأمین حاصل کرده است و این بهبود با کاهش بودجه تولیدکننده، اثر خود را بیشتر نمایان کرده است. در نهایت فواصل حالت‌های مشارکتی و غیرمشارکتی با افزایش بودجه، به دلیل توازن تولیدکننده در سرمایه‌گذاری بین تبلیغات سراسری و محلی کاهش پیدا کرده است. باید توجه کرد که این ظرفیت استفاده نشده با وجود اعمال جریمه برای هر واحد ظرفیت استفاده نشده رخ داده است و به این معنی است که طبق رفتار رادیکالی سرمایه‌گذاری، جذب مشتری برای زنجیره تأمین مقدور نیست و پرداخت هزینه عدم استفاده از ظرفیت موجود برای زنجیره تأمین به صرفه‌تر از هزینه‌کرد برای جذب



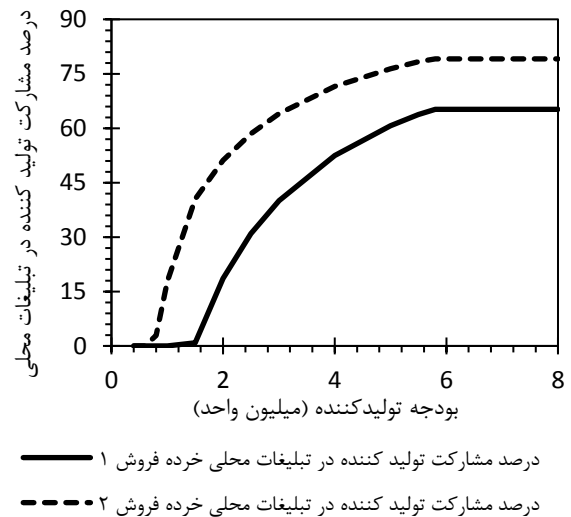
بالتر، درصد مشارکت بیشتری با این خرده‌فروشان خواهد داشت. به بیانی دیگر، سرمایه‌گذاری بیشتر خرده‌فروشان در تبلیغات محلی برای آن‌ها نوعی ریسک پنهان محسوب می‌شود و از آنجایی که مشتریان اولیه نیز یک مزیت رقابتی برای خرده‌فروشان محسوب می‌گردد، بایستی برای تسهیم عادلانه ریسک، از خرده‌فروشان یا نمایندگی‌های فروش در مناطق پرجمعیت با سرمایه‌های بالاتر و از خرده‌فروشان یا نمایندگی‌های فروش در مناطق کم‌جمعیت با سرمایه‌های کمتر استفاده نمود.

### ۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در بحث بازدهی سرمایه‌گذاری تبلیغات، با منظور کردن بازدهی با نرخ کاهنده، بایستی در ابتدا توجه داشت که وضعیت فعلی سرمایه‌گذاری در کجا قرار دارد. طبق مثالی که در قسمت یافته‌ها تشریح گردید، هرچقدر میزان سرمایه‌گذاری برای جذب مشتریان بالاتر می‌رود، میزان آورده کمتری جذب زنجیره‌تأمین می‌شود. نکته در این است که باید بررسی شود که آیا این آورده از طریق قیمت فروش قابل توجهی است یا خیر. تصور اینکه همواره با سرمایه‌گذاری و صرف هزینه برای جذب مشتری سود حاصل می‌شود، لزوماً صحیح نیست و بستگی به سایر عوامل نیز دارد. در سرمایه‌گذاری‌های با مبالغ بالا، طبق یافته‌های پژوهش، در کنار افزایش سرمایه‌گذاری در تبلیغات و برندسازی از دیگر ابزارهای افزایش حاشیه سود نظیر مدیریت هزینه‌های و افزایش بهره‌وری هم غافل نماند.

از آنجاکه بودجه تولیدکننده، هم در تبلیغات سراسری و هم در تبلیغات محلی مربوط به خرده‌فروشان صرف می‌گردد، در صورت کمبود بودجه، ممکن است نه تنها از تمام ظرفیت تولید خود نتواند استفاده کند؛ بلکه توانایی مشارکت در تبلیغات محلی هیچ‌یک از خرده‌فروشان را نیز نخواهد داشت. پس در شرایط و تنظیمات مشابه مدل این پژوهش، منطقی است خرده‌فروشان عاملیت فروش تولیدکننده‌هایی را کسب نمایند که بودجه مناسبی را برای این کار در نظر گرفته‌اند. از سوی دیگر زمانی که بودجه تولیدکننده افزایش پیدا می‌کند تصمیم وی در وهله اول، مشارکت در تبلیغات محلی خرده‌فروشان خواهد بود که بودجه کمتری در اختیار دارند. دلیل این امر نیز در وابستگی شدید درآمدی خرده‌فروشان به فروش محصول تولیدکننده نهفته است که آن‌ها را در هر حال وادار می‌کند برای افزایش سود تمام بودجه موجود را صرف تبلیغات محلی نمایند. طبیعی است که خرده‌فروش نهایت تلاش خود را برای افزایش مشتری در حیطه جغرافیایی مختص به خود به کار گیرد و تولیدکننده زمانی که بخواهد به عرصه مشارکت ورود نماید، تبلیغات محلی خرده‌فروشی را که سرمایه‌گذاری کمتری در آن صورت پذیرفته انتخاب می‌نماید. در واقع، در ساختاری که در این پژوهش مورد مطالعه قرار گرفت، تولیدکننده با اطلاع از بودجه تبلیغات خرده‌فروشان از یک نوع قدرت چانه‌زنی و تحمیل شرایط به خرده‌فروشان برخوردار است. یکی از جنبه‌های کلیدی و رقابتی خرده‌فروشان در تعداد مشتریانی است که بدون تبلیغات نیز حاضر به خرید محصول می‌باشند و منطقی است که این نرخ با افزایش جمعیت،

نیست که مشتریان کدام خرده‌فروش بیشتر افزایش یابد و مهم آن است که مشتریان کل زنجیره‌تأمین افزایش یابد. در این میان، ممکن است تولیدکننده سیاستی را برای بیشینه‌سازی سود خود و لو به‌بهای کاهش سود یکی از خرده‌فروشان اتخاذ نماید. یعنی افزایش مجموع مشتریان زنجیره‌تأمین به‌شکلی نامتوازن بین خرده‌فروشان اتفاق بیافتد؛ به‌نحوی که مشتریان برخی خرده‌فروشان کاهش و برخی دیگر افزایش یابد. لذا افزایش مشتریان کل زنجیره‌تأمین لزوماً به‌معنای افزایش مشتریان تک‌تک خرده‌فروشان نیست.



شکل (۵). رابطه درصد مشارکت تولیدکننده در تبلیغات محلی خرده‌فروشان با حداکثر بودجه در اختیار

به‌سبب شکل تابع سرمایه‌گذاری (تابع با بازده کاهنده)، تولیدکننده برای اینکه بیشترین بازده را در سرمایه‌گذاری خود کسب نماید، در ابتدا سراغ خرده‌فروشی خواهد رفت که بودجه کمتری را دارا باشد و با این کار بیشترین بازده سرمایه‌گذاری در تبلیغات و بهره‌گیری از ظرفیت موجود تولید را کسب خواهد کرد. در کل، از منظر تحلیل، تولیدکننده به‌دنبال این خواهد بود که کل مقادیر سرمایه‌گذاری شده در تبلیغات محلی تمامی خرده‌فروشان کم‌وبیش یکسان باشد. حال، چون بودجه‌های هریک از خرده‌فروشان متفاوت می‌باشد با درصد‌های مشارکت متفاوت سعی در ایجاد توازن این سرمایه‌گذاری‌ها خواهد داشت. پس خرده‌فروشی که دارای بودجه بیشتری باشد، در عین حال متحمل هزینه بیشتری خواهد بود؛ چراکه تولیدکننده مشارکت کمتری در جبران هزینه‌های محلی او را خواهد داشت. عامل دیگری که نیاز به بررسی دارد تعداد مشتریان اولیه می‌باشد. مقصود از مشتریان اولیه، مشتریانی هستند که بدون سرمایه‌گذاری در تبلیغات مایل به خرید محصول هستند. معمولاً میزان این مشتریان با جمعیت جامعه متناسب است. این مشتریان در حکم سرمایه اولیه خرده‌فروشان می‌باشند که در ابتدا خرده‌فروشان به‌راحتی می‌توانند از آن‌ها کسب سود نمایند. همان‌طور که گفته شد، به‌دلیل تک‌منبعی بودن درآمد نمایندگان فروش، هرچقدر که سرمایه این نمایندگان فروش یا خرده‌فروشان کمتر باشد، تولیدکننده برای کسب بازده یا بهره‌وری

- channels. *International Game Theory Review*, 9(02), 151-167.
- [16] Kim, S. Y., & Staelin, R. (1999). Manufacturer allowances and retailer pass-through rates in a competitive environment. *Marketing Science*, 18(1), 59-76.
- [17] Chutani, A., & Sethi, S. P. (2018). Dynamic cooperative advertising under manufacturer and retailer level competition. *European Journal of Operational Research*, 268(2), 635-652.
- [18] Chen, J. (2010, November). The Manufacturer's Co-Op Advertising Counterstrategy to Private Label. In 2010 International Conference on E-Product E-Service and E-Entertainment (pp. 1-4). IEEE.
- [19] Karray, S., & Zaccour, G. (2005). A differential game of advertising for national and store brands. In *Dynamic games: Theory and applications* (pp. 213-229). Springer, Boston, MA.
- [20] Karray, S., & Zaccour, G. (2006). Could co-op advertising be a manufacturer's counterstrategy to store brands?. *Journal of Business research*, 59(9), 1008-1015.
- [21] De Giovanni, P. (2014). Environmental collaboration in a closed-loop supply chain with a reverse revenue sharing contract. *Annals of Operations Research*, 220(1), 135-157.
- [22] Sadigh, A. N., Mozafari, M., & Karimi, B. (2012). Manufacturer-retailer supply chain coordination: A bi-level programming approach. *Advances in Engineering Software*, 45(1), 144-152.
- [23] Farshbaf-Geranmayeh, A., Rabbani, M., & Taleizadeh, A. A. (2018). Channel coordination with cooperative advertising considering effect of advertising on willingness to pay. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 176(2), 509-525
- [24] Xiao, D., Zhou, Y. W., Zhong, Y., & Xie, W. (2019). Optimal cooperative advertising and ordering policies for a two-echelon supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, 127, 511-519.
- [25] Xie, J. Ai., S. (2006). A note on cooperative advertising, game theory and manufacturer-retailer supply chains. *Omega. The International Journal of Management Science*, 34(5), 501-504.
- [26] Yue, J., Austin, J., Wang, M. C., & Huang, Z. (2006). Coordination of cooperative advertising in a two-level supply chain when manufacturer offers discount. *European Journal of Operational Research*, 168(1), 65-85.
- [27] Esmaeili, M., Aryanezhad, M. B., & Zeephongsekul, P. (2009). A game theory approach in seller-buyer supply chain. *European Journal of Operational Research*, 195(2), 442-448.
- [28] Aust, G., & Buscher, U. (2012). Vertical cooperative advertising and pricing decisions in a manufacturer-retailer supply chain: A game-theoretic approach. *European journal of operational research*, 223(2), 473-482.
- [29] Zhang, J., Xie, J., & Chen, B. (2013). Cooperative advertising with bilateral participation. *Decision Sciences*, 44(1), 193-203.
- [30] Taleizadeh, A. A., & Charmchi, M. (2015). Optimal advertising and pricing decisions for complementary products. *Journal of Industrial Engineering International*, 11(1), 111-117.
- [31] Xie, J., Liang, L., Liu, L., & Ieromonachou, P. (2017). Coordination contracts of dual-channel with cooperation advertising in closed-loop supply chains. *International Journal of Production Economics*, 183, 528-538.
- [32] Farshbaf-Geranmayeh, A., Rabbani, M., & Taleizadeh, A. A. (2018). Cooperative Advertising and Pricing in a Supply Chain: A Bi-level Programming
- بالا رود. بدین منظور برای کاهش ریسک، خرده‌فروشان در مناطق کم‌جمعیت بایستی بودجه‌های کمتری را صرف سرمایه‌گذاری نمایند و برعکس. در پایان به جهت مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد تا تحقیق در شرایط چندمحصولی با تعداد بیشتر از یک تولیدکننده دنبال شود. در این حالت، رقابتی مابین زنجیره‌های تأمین صورت خواهد گرفت که گامی دیگر به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر خواهد بود.
- ### مراجع
- [1] Aust, G., & Buscher, U. (2014). Cooperative advertising models in supply chain management: A review. *European Journal of Operational Research*, 234(1), 1-14.
- [2] Bhattacharyya, S., & Lafontaine, F. (1995). Double-sided moral hazard and the nature of share contracts. *The RAND Journal of Economics*, 761-781.
- [3] Hempelmann, B. (2006). Optimal franchise contracts with private cost information. *International Journal of Industrial Organization*, 24(2), 449-465.
- [4] Amirtaheri, O., Zandieh, M., & Dorri, B. (2018). A bi-level programming model for decentralized manufacturer-distributor supply chain considering cooperative advertising. *Scientia Iranica*, 25(2), 891-910.
- [5] Ahmadi-Javid, A., & Hoseinpour, P. (2012). On a cooperative advertising model for a supply chain with one manufacturer and one retailer. *European Journal of Operational Research*, 219(2), 458-466.
- [6] Alaei, S., & Manavizadeh, N. (2022). Cooperative advertising with two local advertising options in a retailer duopoly. *Scientia Iranica*, 29(1), 412-426.
- [7] کریمی، ناصر و راستی برزکی، مرتضی. (۱۳۹۷). رویکرد نظریه بازی برای قیمت‌گذاری و تعیین سطح تبلیغات و سطح خدمت در یک زنجیره تأمین دارای کانال توزیع دوگانه: تصمیم‌گیری متمرکز. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۶(۱۳)، ۱۷۹-۱۹۳. doi: 10.22084/ier.2019.9679.1459۱۹۳
- [8] محمدی‌زنجیرانی، داریوش؛ سیفی، محسن؛ توکلی، محمدحسین و شکری‌ساز، میثم. (۱۴۰۰). تأثیر قیمت‌گذاری و تبلیغات بر رقابت بین تولیدکننده و خرده‌فروش با وجود فروش مستقیم. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۹(۱۹)، ۱-۱۵. doi: 10.22084/ier.2022.21261.1951
- [9] Sigué, S. P., & Chintagunta, P. (2009). Advertising strategies in a franchise system. *European Journal of Operational Research*, 198(2), 655-665.
- [10] Bass, F. M., Krishnamoorthy, A., Prasad, A., & Sethi, S. P. (2005). Generic and brand advertising strategies in a dynamic duopoly. *Marketing Science*, 24(4), 556-568
- [11] Crespi, J. M., & James, J. S. (2007). Bargaining rationale for cooperative generic advertising. *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*, 51(4), 445-457.
- [12] Buratto, A., & Zaccour, G. (2009). Coordination of advertising strategies in a fashion licensing contract. *Journal of optimization theory and applications*, 142(1), 31-53.
- [13] Berger, P. D. (1972). Vertical cooperative advertising ventures. *Journal of Marketing research*, 9(3), 309-312.
- [14] Rasouli, N., Amin-Naseri, M. R., Nakhai Kamalabadi, I., & Hosseinzadeh Kashan, A. (2020). Coordination of Pricing and Order Quantity for Two Replaceable and Seasonal Products. *International Journal of Engineering*, 33(3), 439-447.
- [15] Karray, S., & Zaccour, G. (2007). Effectiveness of coop advertising programs in competitive distribution

- [36] Li, Y., Zhao, X., Xie, J., & Zhu, W. (2021). Inequality aversion in cooperative advertising in supply chain: an experimental study. *International Journal of Production Research*, 1-23.
- [37] Du, P., Zhang, S., Wang, H., & Wang, Y. (2022). Research on the optimization of cooperative advertising strategy in the promotion of water-saving products based on differential game. *Water Policy*, 24(10), 1631-1657.
- [38] Colson, B., Marcotte, P., & Savard, G. (2007). An overview of bilevel optimization. *Annals of operations research*, 153, 235-256.
- [39] Gabriel, S. A., Conejo, A. J., Fuller, J. D., Hobbs, B. F., & Ruiz, C. (2012). *Complementarity modeling in energy markets* (Vol. 180). Springer Science & Business Media.
- Approach. *Journal of Quality Engineering and Production Optimization*, 3(2), 11-26.
- [33] Zheng, X. X., Liu, Z., Li, K. W., Huang, J., & Chen, J. (2019). Cooperative game approaches to coordinating a three-echelon closed-loop supply chain with fairness concerns. *International Journal of Production Economics*, 212, 92-110.
- [34] Zhang, L., Chen, F. W., Xia, S. M., Cao, D. M., Ye, Z., Shen, C. R., ... & Li, Y. M. (2021). Value co-creation and appropriation of platform-based alliances in cooperative advertising. *Industrial Marketing Management*, 96, 213-225.
- [35] Li, J., Ji, X., Chen, Z., & Wu, J. (2022). How cooperative advertising interacts with distributional contracts in a dual-channel system. *RAIRO-Operations Research*, 56(3), 1655-1684.



DOI: 10.22084/IER.2023.27216.2109

## Collaborative Advertising in a Two-Echelon Supply Chain with Production Capacity and Advertising Budget Constraints with a Bi-Level Programming Approach

SM. Aghazadeh<sup>1</sup>, H. Farvaresh<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> PhD student of Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

<sup>2</sup> Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

### ARTICLE INFO

#### *Article history:*

Received 10 Jun 2022  
Accepted 26 Nov 2022

#### *Keywords:*

Supply Chain Management  
Cooperative Advertising  
Optimal Production  
Game Theory  
Generalized Nash Equilibrium

### ABSTRACT

Advertising is one of the most effective means of increasing sales of supply chain members. In order to increase sales and meet demand, chain members must coordinate their efforts. Since advertising and production decisions in the supply chain are interactive between members, it is necessary to create a form of integration or participation in decision-making. Two retailers and a manufacturer are part of the supply chain considered in this study. On the one hand, the manufacturer uses global advertisements to strengthen the business brand, and on the other hand, retailers use local advertisements to increase sales. The manufacturer participates in financing local advertising costs with retailers. Additionally, it is assumed that there are production capacity constraints for the manufacturer, as well as advertising budgets for each member of the supply chain. A manufacturer's limited capacity creates a competition between retailers to meet demand and an advertising budget restriction creates competition among them to attract the most participation in advertising expenses. The governing structure of the optimization model is a bi-level programming type where the manufacturer is at the first level and the competing retailers are at the second level. From the game theory perspective, a type of generalized Stackelberg-Nash game prevails between the players. A solution method based on variational inequalities is proposed to find the equilibrium of this game, and numerical analyses are provided to evaluate the model and solution method. Finally, managerial implications based on the results of numerical experiments have been proposed.

\* Corresponding author. H. Farvaresh  
Tel.:087-33664600; E-mail address: [farvaresh@uok.ac.ir](mailto:farvaresh@uok.ac.ir)