

ارائه مسأله مکان‌یابی هاب حداکثر پوشش سلسله مراتبی در شرایط اختلال در هاب با استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی

مینا امانی قیوم^۱، عبدالسلام قادری^{۲*}، انور محمودی^۳

۱. دانشجوی دکترای مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران
۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران
۳. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

خلاصه

مسأله مکان‌یابی هاب از اساسی‌ترین و مهم‌ترین مسائل در حوزه‌ی تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی سیستم‌های حمل‌ونقل به‌شمار می‌رود. هدف اصلی مسأله مکان‌یابی هاب، انتقال جریان بین نقاط تقاضا از طریق هاب یا هاب‌هایی است که نقش اساسی را در این میان ایفا می‌کنند. موضوع از کار افتادگی هاب‌ها در این مسائل از مواردی است که سال‌های اخیر مورد توجه برخی از محققان قرار گرفته است. در این تحقیق، مسأله مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی با وجود اختلال در هاب‌های شبکه بررسی شده و در قالب یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی، مدل‌سازی می‌شود. مسأله مکان‌یابی هاب ارائه شده از نوع مسائل حداکثر پوشش هاب است. از کار افتادگی هاب در این مدل به‌صورت عمدی رخ داده و باعث اختلال فعالیت‌ها در هاب‌های غیرمرکزی می‌شود. در سطح دوم تلاش می‌شود تا با از کار انداختن یک هاب، پوشش‌دهی مسأله به کمترین میزان خود برسد، درحالی‌که سطح اول مسأله می‌خواهد خسارت به‌وجود آمده را کاهش داده و پوشش‌دهی مسأله را بالا ببرد. مسأله مورد بررسی با استفاده از الگوریتم‌های شمارش کامل و شبیه‌سازی تبرید با داده‌های متفاوت حل شده است. نتایج محاسباتی حل مدل پیشنهادی برای مسائل نمونه از جمله تقاضا و تعداد هاب‌های متفاوت، فاکتور تخفیف بین هاب‌ها و شعاع پوشش مختلف بررسی شد. نتایج عددی نشان داد با افزایش شعاع پوشش، تعداد گره‌های مکان‌یابی شده و همچنین مقدار پوشش‌دهی مسأله افزایش می‌یابد. همچنین نشان داده شد که روش فراابتکاری پیاده شده کارایی دارد و توانایی حل داده‌های بزرگ را نیز داراست.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۰/۱۲/۹

پذیرش ۱۴۰۱/۴/۱۰

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

مکان‌یابی هاب حداکثر پوشش

برنامه‌ریزی دوسطحی

هاب سلسله‌مراتبی

از کار افتادگی هاب

۱. مقدمه

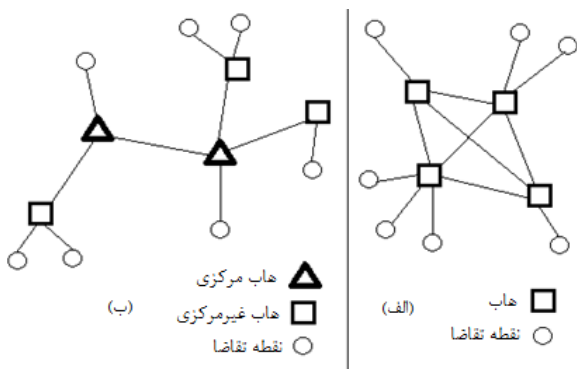
مکان‌یابی تسهیلات یکی از مباحث مهم طراحی شبکه محسوب شده و می‌تواند اثرات زیادی بر سیستم‌های حمل‌ونقل و هزینه‌های مربوط به آن‌ها داشته باشد. مسأله مکان‌یابی هاب متشکل از مجموعه‌ای از گره‌ها است که در آن تقاضا به‌صورت جریان بین جفت مبدأ و مقصد تعریف شده و انتقال تقاضا از مبدأ به مقصد از طریق هاب(ها) اتفاق می‌افتد. هاب‌ها تسهیلاتی هستند که به‌عنوان نقاط جمع‌آوری،

جابجایی و توزیع محموله عمل نموده و هنگامی که اتصال مستقیم بین دو نقطه‌ی مبدأ و مقصد هزینه‌بر یا امکان‌ناپذیر است، نقش اساسی را ایفا می‌کنند [۱،۲]. در مسأله مکان‌یابی هاب، عموماً دو تصمیم اصلی اتخاذ خواهد شد که عبارتند از مکان‌یابی هاب‌ها و تخصیص سایر گره‌ها به این هاب‌ها به‌منظور جابجایی جریان کالا. تحقیق روی مسائل مکان‌یابی هاب در دهه‌های اخیر، بخش مهمی از نظریه مکان‌یابی را تشکیل می‌دهد و قسمت بزرگی از کاربردهای شبکه‌های هاب به

* نویسنده مسئول: عبدالسلام قادری

تلفن: ۰۷۳-۳۳۶۶۰۰۷۳-۰۸۷، پست الکترونیکی: ab.ghaderi@uok.ac.ir

و تروریستی، عامل نفودی در سیستم و اعتصاب کارگران هستند و دلایل غیرعمد شامل بلایای طبیعی نظیر سیل، زلزله، آتش‌فشان و ... است. با از کار افتادگی هاب به‌عنوان جز اصلی شبکه، سیستم دچار اختلال شده و کارایی خود را از دست خواهد داد. در پیشینه تحقیق، مدل‌هایی تحت عنوان مدل‌های ممانعتی جهت مدل‌سازی اختلال و نحوه مواجهه با آن ارائه شده است. مدل‌های ممانعتی از رویکردهای افزایش قابلیت اطمینان سیستم در مواجهه با خرابی است که هدف آن‌ها شناسایی آسیب‌پذیری سیستم‌های خدمت/عرضه و اندازه‌گیری تأثیر خسارات پیش آمده در اجزای اصلی و کلیدی سیستم، برای ارائه خدمات کارآمد است [۴].



شکل ۱: (الف) هاب‌ها در یک سطح قرار گرفته‌اند. (ب) شبکه هاب سلسله‌مراتبی با ۲ هاب مرکزی، ۳ هاب غیرمرکزی و ۷ نقطه تقاضا.

مدل‌های ممانعتی که معمولاً جهت در نظرگیری اختلال در مسائل مکان‌یابی مورد استفاده قرار می‌گیرند، به‌صورت برنامه‌ریزی دو یا چندسطحی ارائه می‌شوند. برنامه‌ریزی چندسطحی به‌عنوان یک رویکرد برنامه‌ریزی ریاضی تعریف می‌شود که در آن یک مسأله بهینه‌سازی، مسأله بهینه‌سازی دیگری را به‌عنوان محدودیت در بر می‌گیرد. برای هر بردار تصمیم سطح بالا، یک مسأله بهینه‌سازی سطح پایین وجود دارد که طوری باید حل شود تا جواب منطقی (مطلوب) پیرو را برای تصمیم رهبر ارائه دهد. معمولاً تصمیم‌گیرنده سطح بالا اطلاعات کامل از مسأله سطح پایین دارد، درحالی‌که تصمیم‌گیرنده سطح پایین، رفتار سطح بالا را دیده و سپس استراتژی‌های خود را بهینه می‌کند. مسائل برنامه‌ریزی چندسطحی معمولاً دارای دو حوزه متفاوت هستند: حوزه تئوری بازی که از روش بازی استکلبرگ برای برنامه‌ریزی و حل مسأله استفاده می‌کند، و حوزه برنامه‌ریزی ریاضی که در اینجا مدل‌سازی مسأله مطرح بوده و مسأله درونی (سطح پایین) به‌عنوان یک محدودیت از مسأله بیرونی (سطح بالا) ظاهر می‌شود [۵]. در اکثر مدل‌های کلاسیک مکان‌یابی هاب، فرض بر این است که سیستم‌ها در طول عمر خود به‌طور پیوسته همان‌طور که طراحی شده، عمل می‌کنند. با این حال، عناصر شبکه در دنیای واقعی در معرض اختلالات مختلفی هستند که می‌توانند عملکرد سیستم را به‌میزان قابل توجهی تحت تأثیر قرار دهند. در این تحقیق، مسأله مکان‌یابی هاب حداکثر پوشش سلسله‌مراتبی با در نظر گرفتن اختلال در هاب‌ها

مسائل برنامه‌ریزی حمل‌ونقل و سیستم‌های ارتباطی می‌پردازد. این سیستم‌ها انتقال و ارتباط بین تعداد زیادی مبدأ و مقصد را با در نظر گرفتن مقیاس هزینه تخفیف بین‌هایی ساماندهی می‌کنند.

در مسأله مکان‌یابی هاب، گره‌های مبدأ و مقصد تقاضا مشخص بوده و هاب‌ها، ایستگاه‌ها و مراکز هستند که از طریق آن‌ها جریان بین گره‌های مبدأ و مقصد اتفاق می‌افتد. مقدار جریان بین نقاط، روند سرویس‌دهی را مشخص می‌کند. هدف از حل مسأله مکان‌یابی هاب، یافتن ایستگاه‌ها و مسیرها برای فرستادن جریان از یک سری مبدأ به یک سری مقصد است به‌گونه‌ای که فرآیند توزیع و پخش جریان بهینه شود. مسأله مکان‌یابی در زمینه‌هایی همچون برنامه‌ریزی سفر، حمل‌ونقل زمینی، حمل‌ونقل هوایی، مراکز پستی، شبکه‌های کامپیوتری، سیستم ارتباطات و اطلاعات، فروشگاه و آتش‌نشانی‌ها و ... کاربردهای فراوانی دارد [۳].

امروزه ارتباطات، یکی از ابزارهای مهم و اولیه در پیشبرد اهداف تجاری و نظامی در دنیا به‌شمار می‌آید. مسأله مکان‌یابی هاب بررسی شده به‌عنوان ابزاری جهت طراحی این شبکه ارتباطی می‌تواند مدنظر قرار گیرد. یکی از عناصر مهم ارتباطی، بستر انتقال اطلاعات است که به اشکال مختلفی به‌کار گرفته شده است. در این میان بی‌شک ماهواره، نقش مهم و اساسی را در این خصوص ایفا می‌کند. نیاز روزافزون به بستر ارتباطی ماهواره به‌دلیل ویژگی‌های بارز آن، یعنی پوشش گسترده جغرافیایی، توسعه و گسترش تقریباً آسان، مستقل بودن هزینه از فاصله، پشتیبانی مطمئن از زیرساخت‌های ناپایدار بسترهای زمینی و ... قابل توجه است. برای مثال شبکه‌های تلویزیونی کابلی، اصولاً دربرگیرنده یک هاب یا حلقه‌ای از هاب‌ها است. در یک شبکه کابلی متعارف، یک یا چند عدد از این هاب‌ها به‌عنوان نقاط جمع‌آوری سیگنال به‌کار می‌روند. هاب مرکزی، سیگنال‌های تلویزیونی حاصل از منابع گوناگون را جمع‌آوری می‌کند، سیگنال‌های تلویزیونی جمع‌آوری شده، رمزگشایی و به کانال موردنظر ترویج می‌گردد. سپس این کانال‌ها به داخل یک شبکه فیبر نوری محلی به‌منظور توزیع محلی یا قرارگرفتن روی یک شبکه نوری پرفریت، بین هاب‌های محلی متصل می‌گردند. یک یا چند عدد از این هاب‌ها نیز به‌عنوان رابط اصلی به اینترنت به‌کار رفته و از طریق پیوندهای پرسرعت نوری به ستون فقرات اینترنت متصل می‌شوند.

مسأله حداکثر پوشش یکی از مسائلی است که باتوجه به هدف و کاربرد مسأله مکان‌یابی هاب استفاده می‌شود. مسأله مکان‌یابی هاب با چندین هاب می‌تواند به‌صورت‌های مختلف مدل شود. در این مدل‌ها ممکن است همه هاب‌ها در یک سطح یکسان قرار گیرند یا هاب‌ها سطوح و انواع متفاوتی به‌صورت سلسله‌مراتب داشته باشند. در این صورت هاب‌ها در سطوح مختلف، وظایف متفاوتی خواهند داشت. شکل (۱) نشان‌دهنده سطوح مختلف هاب است.

شبکه‌های خدمت‌رسانی هاب ممکن است بنا به دلایل مختلف، دچار خرابی شوند. به‌طور عمده هاب‌ها به دو دلیل عمدی و غیرعمد از کار می‌افتند. دلایل عمدی و انسانی از جمله جنگ، حملات خرابکارانه

توجه قرار گرفت. در سال‌های اخیر بیشتر توجه بر ارائه مدل‌های پیشرفته و روش‌های حل است. بعدها اوکلی همراه با کمپیل در ۲۵ سالگی مسائل مکان‌یابی هاب در یک مقاله مروری درباره منشأ و انواع مسأله مکان‌یابی هاب و همچنین برخی از کاستی‌ها در این زمینه بحث کرده‌اند [۱۰].

۲-۲. مسائل مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی

در دهه ۸۰ مسأله مکان‌یابی سلسله‌مراتبی، توسط نارولا [۱۱] بحث شد. دکمه‌چی [۱۲] مسأله مکان‌یابی سلسله‌مراتبی را برای پیدا کردن بهترین مکان تسهیلات بررسی کرد و یک الگوریتم حل ابتکاری سه مرحله‌ای برای حل آن ارائه نمود. یامان [۱۳] در سال ۲۰۰۹ شبکه‌ی هاب میانه سلسله‌مراتبی را با در نظر گرفتن کیفیت خدمت‌رسانی از طریق وجود محدودیت‌های زمان تحویل برای به حداقل رساندن هزینه کل مسیریابی در شبکه بررسی کرد. پس از آن، آومور و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۲ این مدل را با استفاده از مسأله هاب پوششی برای شیوه‌های حمل‌ونقل چندوجهی بررسی کردند و نشان دادند که هاب‌های هوایی نسبت به هاب‌های زمینی حساسیت کمتری به هزینه دارند. دکاتچی و کارا [۱۵] مدل قبلی را با ساختار شبکه متفاوت طراحی و مطالعه کردند. در این مدل، هدف کمینه کردن تعداد خطوط پروازی (تعداد پروازها) با استفاده از مکان‌یابی و تخصیص خطوط زمینی و هوایی بود که یک الگوریتم ابتکاری را برای حل توسعه دادند. همچنین در سال ۲۰۱۷، اسدیان و همکاران [۱۶] مسأله مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی را برای حالت چند وسیله‌ای همراه با محدودیت ظرفیت در هاب در نظر گرفتند. هدف از مسأله آن‌ها، یافتن تعداد و محل استقرار چند نوع هاب در سطوح مختلف با مسیرهای ارتباطی و وسایل حمل‌ونقل به‌گونه‌ای است که هزینه‌های تأسیس هاب و حمل‌ونقل حداقل شود.

۲-۳. مسائل مکان‌یابی قابلیت اطمینان و چندسطحی

تحقیقات درزنر [۱۷] در سال ۱۹۸۷ بر روی مسأله قابلیت اطمینان، آغازگر مطالعات در این زمینه بود. بعد از آن، لی [۱۸] در سال ۲۰۰۱، مسأله درزنر را گسترش داد و یک راه‌حل ابتکاری دیگر پیشنهاد داد. برمن و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۰۳، بر روی مکان‌یابی شبکه تسهیلات غیرقابل اطمینان بحث کردند که باتوجه به فاصله تسهیلات، قابلیت اطمینان خدمت‌دهی کاهش می‌یافت. اسناید و داسکین [۲۰] در سال ۲۰۰۵، چند مدل قابلیت اطمینان، برای مسأله میانه با مکان‌های ثابت معرفی کردند که براساس آن، تسهیلات به‌طور تصادفی و با احتمال برابر دچار اختلال می‌شد. آن‌ها جمع وزنی دو تابع هدف هزینه عملیاتی و هزینه شکست پیش‌بینی شده را به حداقل رساندند و تمام مدل‌ها را با استفاده از آزادسازی لاگرانژ حل کردند. هیون کیم و اوکلی [۲۱] در سال ۲۰۰۹، مسأله مکان‌یابی قابلیت اطمینان p -hub در شبکه‌های مخابراتی را به‌صورت یک شبکه کامل بررسی کردند. آن‌ها دو مجموعه مدل برای مسأله p -hub با تخصیص یگانه و چندگانه برای هاب ارائه دادند. در سال ۲۰۱۳ تینگ لی [۲۲] از مسأله برنامه‌ریزی دوسطحی هاب میانه با از کار افتادگی در هاب، برای معرفی

بررسی خواهد شد. ضرورت و هدف اساسی از بیان این مسأله، پیاده‌سازی یک مدل نزدیکتر به دنیای واقعی با در نظر گرفتن حساسیت‌ها و موانع شرایط واقعی است تا بتوان تحلیل‌های درستی برای شرایط مشابه بیان کرد. این تحقیق به چگونگی یافتن مکانی مناسب برای تسهیلات، هاب‌ها و توسعه شبکه متمرکز شده است تا شبکه‌ی مقاوم‌تر و بهتری در برابر اختلالات ایجاد شود و نحوه‌ی بازیابی سیستم‌ها در صورت خرابی بررسی گردد. اختلال به‌وجود آمده به‌صورت عمدی است که در یک مسأله برنامه‌ریزی دوسطحی شامل مسائل رهبر و پیرو مدل‌سازی می‌شود. رهبر در تلاش است پوشش‌دهی سیستم را به حداکثر مقدار ممکن برساند، درحالی‌که پیرو می‌خواهد هاب یا هاب‌هایی را از کار ببندد که بیشترین آسیب و اختلال را در شبکه ایجاد کند و پوشش‌دهی مسأله را کاهش دهد. بنابراین حوزه برنامه‌ریزی ریاضی مسائل چندسطحی در این تحقیق بررسی شده است. به‌طور خلاصه نوآوری‌های تحقیق حاضر به‌صورت ذیل خواهد بود:

- بررسی ایجاد اختلال در هاب‌های غیرمرکزی برای مسائل مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی
 - استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی برای مسأله حداکثر پوشش
 - ارائه روش حل دقیق و فراابتکاری و مقایسه نتایج.
- در ادامه، ابتدا مروری بر ادبیات پیرامون این حوزه خواهیم کرد. سپس در بخش ۳، مسأله موردنظر تعریف شده و مدل ریاضی مسأله آورده می‌شود. در بخش ۴، روش‌های حل مورد استفاده برای مدل را ارائه خواهیم داد که در زیربخش‌های جدا هر کدام از روش‌های حل به‌طور کامل توضیح داده می‌شود. در بخش ۵، محاسبات عددی و نتایج حل دریافت شده از حل مدل، ارائه شده است. نهایتاً نتیجه‌گیری و مراجع استفاده شده، ارائه می‌شود.

۲. پیشینه تحقیق

مسأله مکان‌یابی از اصلی‌ترین و ابتدایی‌ترین مسائل در زمینه مسائل تصمیم‌گیری به‌شمار می‌آید که پیشینه بسیار قدیمی دارد. تحقیق و مطالعه روی مسائل مکان‌یابی هاب به بیش از پنج دهه قبل برمی‌گردد. در ادامه به بررسی سوابق موجود در زمینه مکان‌یابی هاب و انواع مسائل مربوط به آن می‌پردازیم.

۲-۱. مسائل مکان‌یابی هاب

اولین مقاله در زمینه مکان‌یابی هاب توسط حکیمی [۶] در سال ۱۹۶۴ ارائه شد. از مهم‌ترین تحقیقات بعدی در زمینه مکان‌یابی هاب، مطالعات توه و هیگینز [۷] بود که کاربرد شبکه‌های هاب در سیستم حمل‌ونقل هوایی را مورد بررسی قرار دادند. مطالعات اولیه بر روی ارائه مدل ریاضی برای مسائل مکان‌یابی هاب به بررسی‌های اوکلی در سال ۱۹۸۶ برمی‌گردد [۸،۹]. در سال‌های بعد، مطالعات بر روی مسائل مکان‌یابی هاب و ارائه مدل‌های ریاضی در شرایط مختلف روند افزایشی قابل توجهی داشت که در اواخر دهه ۱۹۸۰ تمرکز بر مدل‌سازی مسأله بود و در دهه ۱۹۹۰ روش‌های بهینه‌سازی و گسترش مدل‌سازی مورد

هدف سطح اول به حداقل رساندن هزینه‌های ایجاد یک شبکه هاب و هدف سطح دوم، کاهش تلفات سرویس به دلیل اختلال و شکست در فرآیندهای خدمات است. آن‌ها مسأله‌ی خود را با استفاده از روش کاروش-کان-تاگر (KKT) و روش ابتکاری دو مرحله‌ای حل کردند. همچنین در سال ۲۰۲۱، سلیمانی و همکاران [۳۳]، الگوریتم NSGA-II را برای حل مسأله‌ی از کار افتادگی مکان‌یابی-تخصیص هاب ارائه دادند که همراه با پشتیبان‌گیری برای هاب است. هدف از این مطالعه، ایجاد یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای به حداقل رساندن هزینه‌ها، به حداکثر رساندن مسئولیت اجتماعی و به حداقل رساندن مصرف سوخت است تا در صورت بروز اختلال در هاب اصلی، جریان مواد به هاب پشتیبان آن هدایت شود تا از تأخیر در جریان بین‌گره‌ها و هاب‌های خراب جلوگیری شود.

خدایی و همکاران [۳۴] در سال ۲۰۲۲، مسأله‌ی مکان‌یابی هاب رقابتی با تخصیص چندگانه را با در نظر گرفتن مسیرهای پشتیبان و اصلی در یک بازار دوگانه، متشکل از یک جفت رهبر و پیرو برای شرکت‌ها معرفی کردند. مسأله‌ی آن‌ها با استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی در شرایط رقابتی مدل شد و با الگوریتم شمارشی و شبیه‌سازی تبرید حل شد. سپس، سانگایا و خاندوزی [۳۵]، اختلال و حفاظت در مسأله‌ی مکان‌یابی هاب را بررسی کردند. در این مسأله، یک شبکه هاب برای بررسی تأثیر تعداد هاب‌های باز شده، تخصیص منابع دفاعی و خطر اختلال در هاب مطالعه شد. آن‌ها مسأله‌ی ارائه شده را با استفاده از چند روش فراابتکاری از جمله جست‌وجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید حل کردند که بررسی‌ها عملکرد خوب الگوریتم‌های استفاده شده را نشان دادند.

باتوجه به ادبیات بررسی شده و مشاهده جدول (۱) در رابطه با موضوع، می‌توان دریافت که مطالعات و تحقیقات انجام شده‌ی کمتری در زمینه ایجاد اختلال در هاب وجود دارد و تحقیقات موجود در شرایط خاصی از دنیای واقعی، مسأله مورد نظرشان را بررسی کرده‌اند. با نگاهی به ادبیات می‌بینیم که مسأله هاب حداکثر پوشش، خیلی کمتر مورد بررسی محققان قرار گرفته است و بیشتر تمرکزها بر ارائه مدل مکان‌یابی هاب میانه است. اگر بخواهیم مسأله‌ی آن‌ها را مشابه آنچه که در واقعیت کاربرد دارد بررسی کنیم، لازم است فرضیات متفاوتی به صورت دقیق‌تر و نزدیک به واقعیت استفاده شود. تحقیقات بسیاری در زمینه مکان‌یابی هاب انجام شده است، اما عمدتاً مسأله مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی بدون در نظر گرفتن اختلالات در هاب بررسی شده است و در چند مورد اخیر اختلالات به صورت ساده و پایه‌ای انجام گرفته است. حال به همین منظور مدلی که در این تحقیق ارائه خواهد شد، الهام گرفته از کارهای مربوط به پرورش [۲۳] و غفاری‌نسب [۲۸] است که به بررسی جزئی‌تر موضوع همراه با فرضیات دقیق‌تر خواهد پرداخت، تا بتوان یک مدل کاربردی و جامع‌تری را ارائه داد.

مجموعه تسهیلات بحرانی در شبکه هاب (با تخصیص چندگانه) استفاده کرد که در صورت خرابی، بیشترین آسیب به خدمت‌دهی سیستم وارد می‌شود.

پرورش و همکاران [۲۳] در سال ۲۰۱۳ مسأله p-hub میانه را همراه با خرابی عمدی و تصادفی و شکست کامل در هاب با تخصیص چندگانه به صورت یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی با بازی بین رهبر و پیرو (با اطلاعات کامل) را مطالعه کردند. ابراهیمی‌زاده و همکاران [۲۴] در سال ۲۰۱۴ یک مدل حداکثر پوشش چندهدفه، برای مسأله مکان‌یابی هاب با تخصیص یگانه و چندگانه ارائه دادند که وقوع خرابی بر روی مسیرها را بررسی می‌کند. صادقی و همکاران [۲۵] در سال ۲۰۱۵ یک مدل ریاضی جدید برای مسأله مکان‌یابی هاب قابلیت اطمینان، با رویکرد تصادفی ارائه دادند که خرابی‌ها به طور تصادفی (در اثر ترافیک روزانه، زلزله، سیل و ...) رخ می‌دهد. سیلوا و کانها [۲۶] در سال ۲۰۱۷ مسأله هاب حداکثر پوشش را برای تخصیص یگانه همراه با محدودیت ظرفیت در مسائل مکان‌یابی بدون خرابی در مدل در نظر گرفتند و مسأله را با استفاده از روش ابتکاری حل کردند. همان سال مدنی و همکاران [۲۷]، فرمول‌بندی و روش حل جدید برای مسأله هاب حداکثر پوشش قابلیت اطمینان ارائه دادند. مدل آن‌ها دو تابع هدف متفاوت داشت و آن را در سیستم حمل‌ونقل هوایی بررسی کردند.

همچنین در سال ۲۰۱۷، غفاری‌نسب و مطلب‌زاده [۲۸] بر روی مدل‌سازی برنامه‌ریزی دوسطحی مسائل p-هاب میانه، مرکز و مسأله پوششی در حالت تخصیص چندگانه بحث کردند. آن‌ها مدل تک‌سطحی را برای مسأله پیرو و مدل دوسطحی را برای مسأله رهبر ارائه دادند. محمدی و همکاران [۲۹] به بررسی مدلی با تخصیص یگانه و تأثیر عدم قطعیت از کارافتادگی بر روی زمان تحویل کالا پرداختند. مدل آن‌ها دارای ظرفیت محدود در لینک‌ها و هاب‌ها و شامل دو هدف کمینه کردن هزینه کل و بیشترین زمان حمل‌ونقل بود. شن و همکاران [۳۰] در سال ۲۰۲۰، روی مدل‌های مکان‌یابی هاب قابل اطمینان در شبکه‌های حمل‌ونقل هوایی مطالعه کردند. آن‌ها شبکه را با در نظر گرفتن خرابی‌های تصادفی و با کمینه کردن هزینه‌های مرتبط به علاوه جریمه تقاضای غیرقابل استفاده به صورت برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط، مدل‌سازی و با الگوریتم ابتکاری پیشنهاد شده، حل کردند.

در سال ۲۰۲۱، حق‌دوست و روغنیان [۳۱] برای اولین بار مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی برای مسأله‌ی مکان‌یابی با تخصیص یگانه را همراه با اختلال ارائه دادند. آن‌ها به منظور افزایش قابلیت اطمینان، علاوه بر در نظر گرفتن محور پشتیبان و مسیرهای جایگزین از رویکرد تقویت استفاده کردند. مسأله ارائه شده توسط الگوریتم ژنتیک حل شد که نتایج محاسباتی نشان از عملکرد خوب الگوریتم دادند. بعد از آن، کورانی و عیدی [۳۲] یک مدل برنامه‌نویسی دوسطحی برای مسأله‌ی مکان‌یابی هاب طراحی کردند. در این مسأله،

جدول (۱): مرور ادبیات

نویسنده و سال	نوع تخصیص	هاب سلسله مراتبی	مدل خرابی	برنامه‌ریزی چندسطحی	مدل‌سازی	روش حل
کیم و همکاران، ۲۰۰۹	یگانه و چندگانه	-	*	-	عددصحيح مختلط	دقیق
یامان، ۲۰۰۹	یگانه	*	-	-	عددصحيح مختلط	دقیق
آلومور و همکاران، ۲۰۱۲	یگانه	*	-	-	عددصحيح مختلط	دقیق
تینگ لی، ۲۰۱۳	چندگانه	-	*	*	تئوری بازی	فراابتکاری
پرورش و همکاران، ۲۰۱۳	چندگانه	-	*	*	تئوری بازی	فراابتکاری
صادقی و همکاران، ۲۰۱۵	یگانه	-	*	-	عددصحيح مختلط	فراابتکاری
اسدیان و همکاران، ۲۰۱۷	یگانه	*	-	-	عددصحيح مختلط	دقیق
غفاری‌نسب و مطلب‌زاده، ۲۰۱۷	چندگانه	-	*	*	تئوری بازی	فراابتکاری
محمدی و همکاران، ۲۰۱۹	یگانه	-	*	-	توسعه مدل ریاضی	فراابتکاری
شن و همکاران، ۲۰۲۰	یگانه	-	*	-	عددصحيح مختلط	ابتکاری
حق‌دوست و روغنیان، ۲۰۲۱	یگانه	-	*	-	عددصحيح غیرخطی	فراابتکاری
کورانی و عیدی، ۲۰۲۱	یگانه	-	*	*	عددصحيح مختلط	ابتکاری
خدایی و همکاران، ۲۰۲۲	چندگانه	-	*	*	تئوری بازی	فراابتکاری
سانگایا و خاندوزی، ۲۰۲۲	یگانه	-	*	*	عددصحيح غیرخطی	فراابتکاری
تحقیق حاضر	یگانه و چندگانه	*	*	*	عددصحيح خطی و تئوری بازی دقیق و فراابتکاری	

۳. بیان مسأله

در این تحقیق، به بررسی و مدل‌سازی مسأله مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی حداکثر پوشش می‌پردازیم که همراه با از کار افتادگی در هاب‌ها بررسی شده است. این مسأله از رویکرد برنامه‌ریزی دوسطحی برای مدل‌سازی استفاده می‌کند. استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی، در مسأله مورد نظر به این منظور است که مشاهده می‌شود در دنیای واقعی، از کار افتادگی‌ها در حالات مختلفی می‌توانند رخ دهند و شبکه را دچار اختلال کنند. ایجاد اختلالات عمدی در شبکه از طرف مهاجم اتفاق می‌افتد و مدافع درصدد کاهش خسارت وارد شده است. بازی بین مدافع و مهاجم با برنامه‌ریزی دوسطحی به راحتی قابل بیان است. هاب از کار افتاده ممکن است هاب اصلی در شبکه بوده یا یک هاب ساده و کم استفاده باشد. همین‌طور بعد از خرابی، هاب می‌تواند تمام یا قسمتی از ظرفیت خود را از دست بدهد. در این تحقیق هابی در شبکه از کار می‌افتد که مهم‌ترین و اصلی‌ترین هاب شبکه است و به‌طور کامل ظرفیتش را از دست می‌دهد. در این حالت از خرابی، شبکه دچار خسارت و آسیب جدی و زیادی خواهد شد که درصدد کاهش آن می‌شود. بنابراین با توجه به موارد بیان شده، یک بازی بین دو رقیب و بازیکن رخ خواهد داد که این دو، در خلاف جهت هم حرکت هستند. استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی برای مدل‌سازی این مسأله، هدف گفته شده را به راحتی برای این تحقیق پیاده‌سازی خواهد کرد که مسأله به صورت بازی بین رهبر و پیرو انجام خواهد شد. در سطح دوم، پیرو به دنبال از کار انداختن هابی است تا پوشش‌دهی مسأله کمینه شود، درحالی که رهبر در سطح اول می‌خواهد خسارت ناشی از خرابی پیرو را به کمترین میزان خود برساند و با مکان‌یابی و تخصیص مجدد مسأله، پوشش‌دهی را به حداکثر بازگرداند. شعاع پوشش مورد استفاده در این مسأله بیانگر میزان پوشش‌دهی و فراگیری گره‌های تقاضا توسط هاب‌ها است به طوری که نشان می‌دهد هر هاب مکان‌یابی

شده چه تعداد از گره‌های تقاضا (مبدأ-مقصد) را حمایت و پوشش‌دهی می‌کند. مسیرهای بین هابی در این مدل، شامل فاکتور تخفیف در هزینه‌های انتقال هستند؛ به این معنی که جریان ارسال شده روی مسیرهای بین هاب مرکزی و هاب غیرمرکزی و همچنین بین هاب‌های مرکزی با تخفیف در هزینه‌ها محاسبه می‌شود. از آنجاکه حرکت در مسیر بین هابی، سریع، کم هزینه و با دسترسی بالا است، برای همین استفاده از این مسیرها اولویت بیشتری دارد و به منظور بالا بردن این امکان از فاکتور تخفیف استفاده شده است تا در هنگام استفاده از مسیرهای بین هابی، مقدار هزینه‌ها با توجه به ضریب تخفیف کاهش یابد. در حالت کلی، مدل در جهت ایجاد حداکثر پوشش‌دهی در مسأله است.

۳-۱. مفروضات مسأله

مسأله مورد بررسی تحت مفروضات زیر بررسی و مدل شده است:

- هاب‌ها در دو سطح مختلف و به صورت سلسله‌مراتبی هستند؛
- بین نقاط تقاضا (غیر هاب) با همدیگر و هاب‌های غیرمرکزی باهم اتصال مستقیم وجود ندارد؛
- تعداد هاب‌هایی که مکان‌یابی می‌شود و از کار می‌افتد از قبل مشخص است؛
- هزینه حمل‌ونقل بین هاب‌ها با فاکتور تخفیف محاسبه می‌شود؛
- هابی که از کار می‌افتد همه ظرفیت خود را از دست می‌دهد؛
- هاب از کار افتاده از بین مجموعه هاب‌های غیرمرکزی است.
- رهبر و پیرو اطلاعات کامل از شرایط همدیگر دارند.

۳-۲. پارامترها و متغیرهای مسأله

در جدول (۲) و (۳) به ترتیب مجموعه‌ها و پارامترها و متغیرهای مورد استفاده در مسأله آورده شده است.

$$\sum_{l \in C} Q_l = P_0 \quad (۳)$$

$$Z_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in H \quad (۴)$$

$$Q_l \in \{0,1\} \quad \forall l \in C \quad (۵)$$

که داریم

$$H_1(Z) = \text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} w_{ij} X'_{ij} \quad (۶)$$

$$s. t. \sum_{k \in Z} Y_k = r \quad (۷)$$

$$Y_k \leq Z_k \quad \forall k \in Z \quad (۸)$$

$$X_{ijkm} \geq 1 - Y_k - Y_m \quad \forall i, j \in N (i < j) \quad k, m \in Z \quad (۹)$$

$$X'_{ij} \geq \frac{\sum_{k \in Z} \sum_{m \in Z} S_{ijkmlf} X_{ijkm}}{D} \quad \forall i, j \in N (i \neq j) \quad (۱۰)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} X_{ijkm} \leq Z_k \quad \forall k, m \in Z \quad (۱۱)$$

$$Y_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in Z \quad (۱۲)$$

$$X_{ijkm} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad k, m \in Z \quad (۱۳)$$

$$X'_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (۱۴)$$

در اینجا:

$S_{ijkmlf} = \{ (k, m) \in Z \times Z \mid c_{ik} + \alpha c_{kl} + \beta c_{lf} + \alpha c_{fm} + c_{mj} \leq \theta \}$ مجموعه‌ای از جفت‌هاب‌های (k, m) است که هزینه حمل‌ونقل یک واحد جریان از کل جریان w_{ij} ، کمتر از شعاع پوشش θ است که برحسب هزینه محاسبه شده است. در اینجا مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل در مسیر i تا j که با استفاده از هاب غیرمرکزی k و m و هاب مرکزی l و f است، با توجه به مقدار فاکتور تخفیف و با در نظر گرفتن ضریب آن، محاسبه شده است.

رابطه (۱)، مربوط به تابع هدف سطح اول در مسأله است. تابع هدف سطح اول در تلاش است تا کمترین میزان پوشش‌دهی ایجاد شده در سطح دوم را به بالاترین مقدار و حداکثر برساند. محدودیت‌های (۲) و (۳) به ترتیب مکان‌یابی کل مجموعه‌ی هاب‌ها و هاب‌های مرکزی را نشان می‌دهد. رابطه‌ی (۴) نشان‌دهنده‌ی تابع هدف برای سطح دوم مسأله است. تابع هدف در سطح دوم می‌خواهد هابی را از کار بیندازد تا مقدار پوشش‌دهی نقاط تقاضا به حداقل میزان خود برسد. در این محدودیت، مجموعه Z مجموعه هاب‌های مکان‌یابی شده است که از مسأله رهبر به‌دست می‌آید. در اینجا یعنی با توجه به جواب‌های متغیر Z ، مجموعه مربوط به محدودیت‌های پیرو به‌دست می‌آید. محدودیت (۷)، تعداد هاب‌های از کار افتاده را مشخص می‌کند. هاب‌های از کار افتاده از مجموعه هاب‌های غیرمرکزی بوده و هاب‌های مرکزی، به‌طور مداوم در حال کار هستند. محدودیت (۸) اطمینان می‌دهد که هابی از کار می‌افتد که مکان‌یابی شده باشد. در مسأله مکان‌یابی، تعدادی هاب باید مکان‌یابی شود تا بتوان از مجموعه هاب‌های مکان‌یابی شده، هابی

جدول ۲: مجموعه‌ها و پارامترهای مسأله

علامت	تعریف
N	مجموعه گره‌های تقاضا، با اندیس‌های i و j
H	مجموعه گره‌های واجد شرایط برای مکان‌یابی هاب، با اندیس‌های $(H \subseteq N) m$ و k
C	مجموعه گره‌های واجد شرایط برای هاب مرکزی، با اندیس l و f
P	تعداد کل هاب‌هایی که توسط رهبر مکان‌یابی می‌شود (هاب مرکزی و غیرمرکزی).
P_0	تعداد هاب مرکزی که توسط رهبر مکان‌یابی می‌شود.
r	تعداد هابی که توسط پیرو از مجموعه هاب‌های غیرمرکزی از کار می‌افتد.
α	فاکتور تخفیف برای اتصال بین هاب‌های غیرمرکزی و هاب مرکزی ($0 \leq \alpha \leq 1$)
β	فاکتور تخفیف برای اتصال بین هاب‌های مرکزی ($0 \leq \beta \leq 1$)
θ	شعاع پوشش (برحسب هزینه تعریف شده است)
w_{ij}	مقدار جریانی که از مبدأ i به مقصد j عبور می‌کند.
c_{ij}	هزینه حمل‌ونقل یک واحد جریان از مبدأ i به مقصد j
D	عدد مثبت خیلی بزرگ

جدول ۳: متغیرهای مسأله

علامت	تعریف
Z_k	$\left. \begin{array}{l} 1, \text{ اگر گره } k \text{ هاب انتخاب شود} \\ 0, \text{ در غیر این صورت} \end{array} \right\} = Z_k$
Q_l	$\left. \begin{array}{l} 1, \text{ اگر گره } l \text{ هاب مرکزی انتخاب شود} \\ 0, \text{ در غیر این صورت} \end{array} \right\} = Q_l$
Y_k	$\left. \begin{array}{l} 1, \text{ اگر هاب مکان‌یابی شده در گره } k \text{ از کار بیفتد} \\ 0, \text{ در غیر این صورت} \end{array} \right\} = Y_k$
X_{ijk}	$\left. \begin{array}{l} 1, \text{ اگر جریان از گره } i \text{ به مقصد } j \text{ توسط هاب } (k, m) \text{ بعد از خرابی بتواند پوشش‌دهی شود} \\ 0, \text{ در غیر این صورت} \end{array} \right\} = X_{ijk}$
X'_{ij}	$\left. \begin{array}{l} 1, \text{ اگر جریان از گره } i \text{ به مقصد } j \text{ بعد از خرابی پوشش‌دهی شود} \\ 0, \text{ در غیر این صورت} \end{array} \right\} = X'_{ij}$

۳-۳. مدل ریاضی مسأله

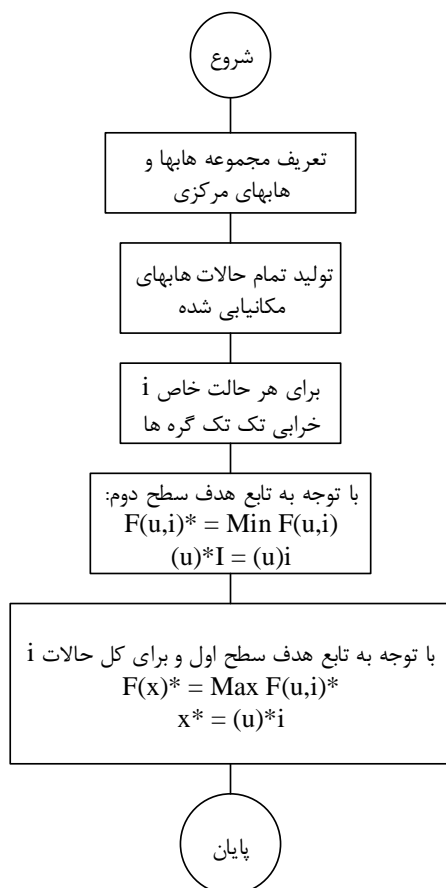
در اینجا مسأله به‌صورت برنامه‌ریزی دوسطحی مدل می‌شود که در سطح اول، رهبر مکان‌یابی هاب را به‌منظور حداکثر کردن پوشش‌دهی انجام می‌دهد. هدف رهبر این است که بعد از خرابی شبکه توسط پیرو، مقدار پوشش‌دهی کاهش یافته در شبکه را به حداکثر برساند. در سطح دوم، پیرو هابی را از کار می‌اندازد که بیشترین ضرر و آسیب وارد شبکه شده و در نتیجه پوشش‌دهی مسأله به کمترین میزان خود برسد.

$$\text{Max } H_1(Z) \quad (۱)$$

$$s. t. \sum_{k \in H} Z_k = P \quad (۲)$$

اساس این روش به این صورت است که ابتدا مجموعه‌های واجد شرایط هاب‌ها و هاب‌های مرکزی تعریف می‌شود. سپس باتوجه به مجموعه هاب‌ها، کل حالات هاب‌های مکان‌یابی شده، تولید می‌شود (تعداد هاب‌های مکان‌یابی شده از قبل مشخص است، P). حال در هریک از این حالت‌های مکان‌یابی شده، گره‌های هاب یک به یک از کار انداخته می‌شود (u گره از کار افتاده است) و مقدار تابع هدف $F(u)$ در مدل ذخیره می‌گردد. بنابراین در یک حالت خاص، به تعداد هاب‌های مکان‌یابی شده، گره از کار افتاده و مقدار تابع هدف مربوط به آن را خواهیم داشت که در آن حالت مورد نظر، مقدار بهینه انتخاب می‌شود.

در گام بعد، مدل، حالت دوم را به صورت قبل، آزمون می‌کند و جواب بهینه را مشخص می‌سازد. این کار تا اتمام کل حالات پیش می‌رود. در مرحله آخر برای همه جواب‌های بهینه به دست آمده از هر حالت، مقایسه کلی انجام می‌شود و بهترین جواب (x) باتوجه به نوع تابع هدف مسأله مشخص می‌گردد (در نهایت با مقدار تابع هدف $F(x)$ بیان می‌شود). در شکل (۲) جزئیات مربوط به این فرآیند را در قالب فلوچارت مشاهده می‌کنیم.



شکل (۲): فلوچارت روش شمارش کامل

۴-۲. روش شبیه‌سازی تبرید

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید (یا تبرید شبیه‌سازی شده) از فرآیند بازپخت که از مباحث رشته متالورژی و مواد محسوب می‌شود، الگو

را از کار انداخت. محدودیت (۹) نشان می‌دهد جریان W_{ij} همواره باید بین جفت هاب‌های مبدأ و مقصد برقرار شود، مگر اینکه حداقل یکی از جفت هاب‌های (k,m) که می‌توانند آن را پوشش دهند از کار بیفتند. هاب‌های k و m از قبل مکان‌یابی شده‌اند و در شبکه فعال هستند، این محدودیت برقراری جریان بعد از کار افتادگی هاب‌های فعال را نشان می‌دهد. اگر یکی از نقاط جفت هاب (k,m) از کار بیفتد، جریان بین نقاط k و m ارسال نمی‌شود. از آنجاکه متغیر X_{ijkm} نشان‌دهنده جریان بین نقاط مبدأ-مقصد از طریق هاب k و m بعد از خرابی است و بیش از یک هاب در شبکه مکان‌یابی می‌شود، بنابراین ممکن است برای یک مبدأ-مقصد مشخص، باتوجه به تعداد هاب‌های باقیمانده، بیش از یک مسیر پوشش‌دهی وجود داشته باشد. محدودیت (۱۰) نشان‌دهنده این است که در صورت وجود بیش از یک مسیر جهت پوشش‌دهی یک مبدأ-مقصد مشخص، مقدار متغیر X'_{ij} مقدار یک بگیرد و در تابع هدف تقاضای مذکور لحاظ می‌گردد. محدودیت (۱۱) نشان‌دهنده برقراری جریان از مبدأ به مقصد است هنگامی که هاب مربوطه مکان‌یابی شده است. نهایتاً محدودیت‌های (۴)، (۵)، (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) محدودیت‌های مربوط به متغیرهای صفر و یک هستند.

۴. روش حل

مسأله مورد مطالعه در این تحقیق، با استفاده از مسأله برنامه‌ریزی دوسطحی مدل شده است. مسأله موردنظر با استفاده از الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید (Simulated Annealing-SA) و روش دقیق شمارش کامل، حل می‌شود. برای این منظور، از دو نرم‌افزار MATLAB و GAMS، به صورت هم‌زمان جهت پیاده‌سازی الگوریتم‌ها استفاده می‌شود. مسأله سطح نخست توسط الگوریتم‌های مدنظر در نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی شده و مسأله داخلی سطح دوم با استفاده از نرم‌افزار گمز به صورت بهینه حل شده و مقدار جواب بهینه آن به متلب بازگردانده می‌شود. سپس رویه‌ی جست‌وجوی فضای جواب در مسأله سطح نخست توسط الگوریتم‌های مورد استفاده انجام خواهد شد. مسأله مورد بررسی را برای نمونه مسائل مختلفی در ابعاد متفاوتی نظیر تعداد نقاط تقاضا و هاب‌ها و با ابعاد متفاوت فاکتور تخفیف بین هابی و شعاع پوشش مختلف در نظر می‌گیریم و حل می‌کنیم.

۴-۱. روش شمارش کامل

همان‌طور که از نامش پیداست، روش شمارش کامل، تمامی مجموعه‌ی واجد شرایط برای هاب را باتوجه به تعداد هاب‌های مکان‌یابی شده در مسأله، یک به یک در مدل قرار می‌دهد و نتیجه حاصل را بیان می‌کند. حال با در نظر گرفتن تابع هدف در مسأله مربوط، که هدف این مدل حداکثرسازی پوشش‌دهی مسأله است، مقدار بهینه تابع هدف را برمی‌گزیند و گره‌های هاب را بیان می‌کند. این روش تمامی گره‌ها را شمارش می‌کند. از همین‌رو روش شمارش کامل را می‌توان به‌عنوان روش دقیق استفاده کرد و به‌عنوان یک پایه مورد اطمینان برای مقایسه با سایر روش‌های فراابتکاری قرار داد.

مشخص کرد [۳۷]. این انتخاب‌ها می‌توانند تأثیرات اساسی روی کارایی این روش بگذرانند. متأسفانه، هیچ روشی برای انتخاب پارامترهای مناسب برای تمام مسائل وجود ندارد و برای هر مسأله باید به‌طور خاص، بهترین پارامترها را یافت.

الگوریتم SA برای مسأله‌ی موردنظر به این‌صورت عمل می‌کند که ابتدا بعد از تعیین یک جواب اولیه برای مجموعه‌ی هاب‌ها (z)، با استفاده از حل‌کننده CPLEX، هاب خراب (x) و مقدار تابع هدف مربوط به آن $F(z)$ تعیین می‌شود (که مربوط به مسأله‌ی سطح دوم است) و این مقادیر به‌عنوان جواب بهینه قرار می‌گیرند. سپس الگوریتم، مجموعه‌ی جواب جدید همسایه را برای مجموعه هاب‌ها تولید می‌کند (z').

مجدداً با حل‌کننده CPLEX، گره هاب خراب و مقدار تابع هدف مربوط به آن، که بیشترین آسیب را به شبکه می‌زند، مشخص شده ($z', F(z')$) و با مقایسه جواب جدید و قبلی، الگوریتم SA تصمیم می‌گیرد که آیا جواب جدید را بپذیرد یا نه و به سراغ جواب جدید دیگری در مجموعه‌ی جدید برود. الگوریتم این عمل را تا رسیدن به دمای پایانی (T_f) که شرط توقف است، تکرار می‌کند و درنهایت جواب بهینه‌ی کلی را ارائه می‌دهد. شبه‌کد زیر یک پیاده‌سازی از تبرید شبیه‌سازی شده برای مدل ما را نشان می‌دهد.

شبه‌کد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید:
۱. تولید جواب اولیه تصادفی برای مجموعه هاب‌ها، (z)
۲. دریافت جواب بهینه توسط گمز برای هاب از کار افتاده (x) از مجموعه تولید شده، $F(z)$
۳. $T_0 \leftarrow xT, best \leftarrow z, z_{best} \leftarrow F(z), F_{best} \leftarrow F(z)$
۴. تا زمانی که $T > T_f$ است:
(i) جواب جدید برای مجموعه هاب‌ها تولید شود، (z')
(ii) دریافت جواب بهینه توسط گمز برای هاب از کار افتاده (x') از مجموعه تولید شده، $F(z')$
(iii) $\Delta E = F(z', x') - F(z, x)$
(iv) اگر $\Delta E > 0$ باشد:
(۱) $F(z, x) \leftarrow F(z', x')$ و $x \leftarrow x'$ و $z \leftarrow z'$
(v) در غیر این‌صورت
(۱) $\rho \leftarrow rand(0,1)$
(۲) اگر $\rho > e^{- \Delta E /T}$ باشد:
(a) $F(z, x) \leftarrow F(z', x')$ و $x \leftarrow x'$ و $z \leftarrow z'$
(vi) اگر $F(z, x) > F_{best}$ باشد:
(۱) $F_{best} \leftarrow F(z)$ و $z_{best} \leftarrow z$ و $best \leftarrow x$
(vii) $T \leftarrow \delta \times T$
۵. مقدارهای $best, z_{best}, F_{best}$ را نمایش بده.

۵. حل مدل و نتایج محاسباتی

مدل ارائه شده با استفاده از نرم‌افزار MATLAB R2013b همراه با

گرفته شده است. انتخاب نام شبیه‌سازی تبرید برای این الگوریتم، ریشه در فرآیندی دارد که از آن تقلید می‌کند. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، برای اولین بار در سال ۱۹۸۷، توسط کریکپاتریک و همکاران معرفی شد [۳۶]. شایان ذکر است، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید از جمله الگوریتم‌های فراابتکاری محسوب می‌شود. در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، از روش احتمالاتی برای حل مسأله بهینه‌سازی استفاده می‌شود. این الگوریتم، بیشتر زمانی استفاده می‌شود که فضای جست‌وجو، گسسته باشد. تکنیک تبرید تدریجی، به‌وسیله‌ی متالورژیست‌ها برای رسیدن به حالتی که در آن ماده‌ی جامد، به‌خوبی مرتب و انرژی آن کمینه شده باشد، استفاده می‌شود. هدف از این کار این است که سایز کریستال‌ها در حالت جامد ماده‌ی در حال تبرید به بزرگترین حالت برسد. این تکنیک شامل قرار دادن ماده در دمای بالا و سپس کم کردن تدریجی این دماست. شبیه‌سازی تبرید رویکردی است که مسأله‌ی کمینه‌سازی یک تابع با تعداد بسیار زیادی متغیر را به یک مسأله مکانیک آماری کاهش می‌دهد. بنیان‌گذاران این الگوریتم برای حل مسائل سخت بهینه‌سازی، روشی مبتنی بر تکنیک تبرید تدریجی و آرام پیشنهاد نمودند.

نام و ایده بنیادین الگوریتم، منشأ گرفته از ویژگی دما است. این ویژگی در واقع به‌گونه‌ای کنترل می‌شود که دما حین شبیه‌سازی به‌صورت تدریجی، کاهش می‌یابد. الگوریتم با قرار دادن $T = \infty$ شروع می‌شود (در واقع دما در ابتدا یک مقدار بزرگ را اختیار می‌کند) و در هر گام، طبق یک زمان‌بندی از پیش تعیین‌شده، کاهش می‌یابد. در تعیین این زمان‌بندی باید توجه داشت که با اتمام منابع مورد استفاده، مانند تعداد محاسبات، زمان انجام عملیات‌ها هم تمام شود. برای انجام این کار انتظار می‌رود در ابتدا الگوریتم در فضای بزرگی از پاسخ‌ها و بی‌توجه به تابع انرژی، به‌دنبال جواب بگردد. سپس به سمت مناطق با انرژی کمتر پرش کند و این منطقه به مرور کوچک و کوچکتر شود، تا زمانی که سیستم دقیقاً به پایین‌ترین نقطه سراسری برسد.

برای حل یک مسأله بهینه‌سازی، الگوریتم SA ابتدا از یک جواب اولیه شروع می‌کند و سپس در یک حلقه تکرار به جواب‌های همسایه حرکت می‌کند. اگر جواب همسایه، بهتر از جواب فعلی باشد، الگوریتم آن را به‌عنوان جواب فعلی قرار می‌دهد (به آن حرکت می‌کند)، در غیر این‌صورت، الگوریتم آن جواب را با احتمال $\exp(-\Delta E/T)$ به‌عنوان جواب فعلی می‌پذیرد. در این رابطه ΔE تفاوت بین تابع هدف فعلی و جواب همسایه است و T یک پارامتر به نام دما است. در هر دما، چندین تکرار اجرا می‌شود و سپس دما به‌آرامی کاهش داده می‌شود. در گام‌های اولیه، دما خیلی بالا قرار داده می‌شود، تا احتمال بیشتری برای پذیرش جواب‌های بدتر وجود داشته باشد. با کاهش تدریجی دما، در گام‌های پایانی، احتمال کمتری برای پذیرش جواب‌های بدتر وجود خواهد داشت و بنابراین الگوریتم به سمت یک جواب خوب، همگرا می‌شود. الگوریتم SA یک الگوریتم غیرمقید می‌باشد که برای طراحی‌های سخت به‌کار می‌رود. برای اعمال تبرید شبیه‌سازی شده به یک مسأله خاص، باید پارامترهای مربوط به آن را

جواب به‌دست آمده، برای تابع هدف اصلی در سطح اول (رهبر) برای داده‌های ۱۰ و ۲۰ گرهی به‌ترتیب در جداول (۶) و (۷) درآمده آورده شده است. در اینجا داده‌های مسئله را برای مقادیر مختلف شعاع پوشش و فاکتورهای تخفیف بین‌هایی، حل کردیم. مسئله موردنظر با استفاده از دو الگوریتم ذکر شده در قسمت قبل، حل می‌شود و نتایج مربوط در جداول زیر با همدیگر مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

جداول (۶) و (۷) نتایج به‌دست آمده از حل مدل، به‌ترتیب برای داده‌های ۱۰ و ۲۰ گرهی هستند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، جواب‌های مربوط به الگوریتم SA با روش شمارش کامل، منطبق بر هم هستند که این هماهنگی بین جواب‌ها نشان از کارا بودن روش حل پیشنهاد شده را می‌دهد. بنابراین در داده‌های بزرگتر با مقادیر متفاوت، می‌توان از این روش استفاده کرد و زمان حل را به‌شدت پایین آورد که باعث صرفه‌جویی در وقت و ارائه جواب کارآمد خواهد شد.

حل‌کننده CPLEX حل شد. با توجه به تعریف‌های بالا و علائم استفاده شده در الگوریتم SA، در جدول (۴) و (۵) مقادیر و داده‌های استفاده شده را مشاهده می‌کنیم. پارامترهای الگوریتم SA پیشنهادی، با ایجاد یک مبادله خوب، بین زمان و کیفیت راه‌حل‌های نهایی، در مجموعه‌ای از آزمایش‌های اولیه با ترکیب‌های مختلفی از پارامترها بر روی نمونه‌های مختلف، تنظیم می‌شوند که در جدول (۴) آورده شده‌اند [۲۸].

جدول (۴): مقادیر مورد نیاز برای الگوریتم SA

T_0	T_f	δ
۱۰	۱	۰/۹۶

حال با داشتن داده‌های مورد نیاز مسئله و اطلاعات لازم برای حل، مدل مسئله مورد نظر را وارد نرم‌افزار کرده و حل می‌کنیم. مقادیر

جدول (۵): مقادیر داده‌های مورد نیاز

مثال										پارامتر
۲۵۰	۲۰۰	۱۵۰	۱۰۰	۵۰						θ
۰/۶	۰/۶	۰/۶	۰/۶	۰/۶						α
۰/۷	۰/۷	۰/۷	۰/۷	۰/۷						β
۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۳						r
۰/۴	۰/۴	۰/۴	۰/۴	۰/۴						N
۱	۱	۱	۱	۱						H
۲۰	۱۰	۲۰	۱۰	۲۰	۱۰	۲۰	۱۰	۲۰	۱۰	C
۱۲	۸	۱۲	۸	۱۲	۸	۱۲	۸	۱۲	۸	P
۵	۳	۵	۳	۵	۳	۵	۳	۵	۳	P_0
۸	۷	۵	۴	۸	۷	۵	۴	۸	۷	
۲	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	

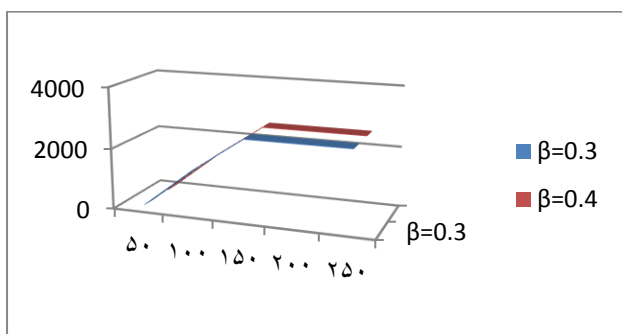
جدول (۶): مقادیر جواب برای α و θ متفاوت با ۱۰ گره

θ	P	P_0	r	$\beta = 0.4$							
				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.7$			
				تصادفی SA		شمارش کامل		تصادفی SA		شمارش کامل	
				مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)
۵۰	۴	۱	۱	۲۳۸	۰/۲۶۱	۲۳۸	۲۳/۲۳۷	۹۳	۰/۲۵۸	۹۳	۳۲/۲۴۷
	۵	۱	۱	۳۹۸	۰/۲۷۸	۳۹۸	۴۶/۶۷۸	۲۸۳	۰/۲۷۰	۲۸۳	۴۴/۵۹۱
۱۰۰	۴	۱	۱	۱۶۳۳	۰/۲۷۴	۱۶۳۳	۲۴/۷۶۷	۱۴۶۸	۰/۵۱۸	۱۴۶۸	۳۴/۶۸۵
	۵	۱	۱	۲۰۴۸	۰/۸۹۸	۲۰۴۸	۴۷/۰۷۱	۲۰۱۴	۰/۳۲۶	۲۰۱۴	۴۵/۷۳۳
۱۵۰	۴	۱	۱	۲۵۶۱	۰/۲۸۳	۲۵۶۱	۲۳/۹۲۷	۲۵۶۱	۰/۵۳۵	۲۵۶۱	۲۷/۱۶۱
	۵	۱	۱	۲۵۶۱	۰/۳۳۳	۲۵۶۱	۳۳/۰۶۳	۲۵۶۱	۰/۳۷۶	۲۵۶۱	۴۵/۳۱۸
۲۰۰	۴	۱	۱	۲۵۶۱	۰/۳۷۹	۲۵۶۱	۲۴/۱۰۷	۲۵۶۱	۰/۳۱۲	۲۵۶۱	۳۴/۰۵۳
	۵	۱	۱	۲۵۶۱	۰/۳۱۲	۲۵۶۱	۵۳/۷۷۴	۲۵۶۱	۰/۳۵۲	۲۵۶۱	۴۸/۳۰۳
۲۵۰	۴	۱	۱	۲۵۶۱	۰/۲۹۳	۲۵۶۱	۲۴/۴۹۱	۲۵۶۱	۰/۴۱۳	۲۵۶۱	۳۱/۰۶۳
	۵	۱	۱	۲۵۶۱	۰/۳۲۴	۲۵۶۱	۳۸/۷۴۱	۲۵۶۱	۰/۳۶۴	۲۵۶۱	۴۵/۹۷۹
میانگین				-	۰/۳۵۴	-	۳۳/۹۸۶	-	۰/۳۷۲	-	۳۸/۹۱۳

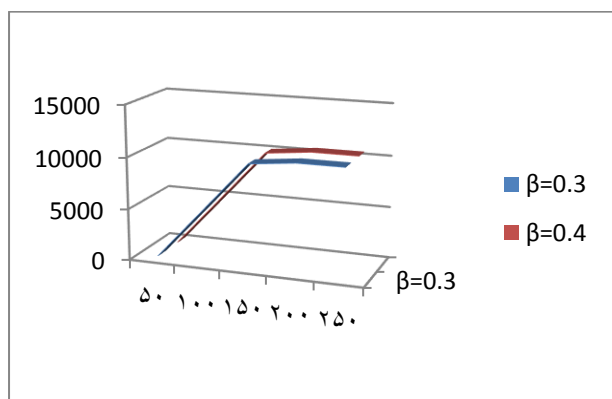
جدول (۷): مقادیر جواب برای α و θ متفاوت با ۲۰ گره

θ	P	P_0	r ($r \neq P_0$)	$\beta = 0.4$							
				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.7$			
				تصادفی SA		شمارش کامل		تصادفی SA		شمارش کامل	
مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)				
۵۰	۷	۲	۱	۲۴۳	۰/۴۵۴	۲۴۳	۷۰/۱۳۵۰	۲۱۲	۱/۱۵۴	۲۱۲	۴۴۷/۲۲۵
	۸	۲	۱	۴۱۸	۰/۵۲۲	۴۱۸	۷۸۰/۱۱۱۳	۳۹۷	۰/۵۲۷	۳۹۷	۶۲۲/۸۲۷
۱۰۰	۷	۲	۱	۶۶۶۹	۶/۳۲۰	۶۶۶۹	۷۴۹/۹۵۹	۵۱۰۶	۷/۳۲۸	۵۱۰۶	۹۱۷/۵۷۷
	۸	۲	۱	۸۰۶۸	۲۲/۰۳۹	۸۰۶۸	۱۱۱۰/۹۷۷	۶۱۰۱	۱۴/۱۳۱	۶۱۰۱	۱۱۳۹/۸۹۲
۱۵۰	۷	۲	۱	۱۰۳۰۵	۶/۵۹۳	۱۰۳۰۵	۱۱۴۶/۵۹۸	۱۰۰۲۲	۷/۲۳۵	۱۰۰۲۲	۸۴۵/۸۵۹
	۸	۲	۱	۱۰۴۸۱	۱۵/۳۹۹	۱۰۴۸۱	۱۲۹۷/۱۹۳	۱۰۴۸۱	۱۶/۳۱۵	۱۰۴۸۱	۱۲۴۱/۳۱۵
۲۰۰	۷	۲	۱	۱۰۴۸۱	۶/۶۳۵	۱۰۴۸۱	۷۸۹/۱۵۳	۱۰۴۸۱	۶/۸۸۸	۱۰۴۸۱	۱۱۹۳/۸۳۲
	۸	۲	۱	۱۰۴۸۱	۱۵/۴۵۰	۱۰۴۸۱	۱۲۵۳/۵۶۸	۱۰۴۸۱	۱۵/۵۵۸	۱۰۴۸۱	۱۲۵۶/۳۸۵
۲۵۰	۷	۲	۱	۱۰۴۸۱	۶/۷۰۶	۱۰۴۸۱	۷۷۶/۲۸۶	۱۰۴۸۱	۷/۱۲۳	۱۰۴۸۱	۹۴۰/۲۳۱
	۸	۲	۱	۱۰۴۸۱	۱۵/۴۰۹	۱۰۴۸۱	۹۹۶/۸۸۱	۱۰۴۸۱	۲۳/۴۳۹	۱۰۴۸۱	۱۱۶۳/۲۱۹
میانگین				-	۹/۵۵۳	-	۹۶۰/۲۰۸	-	۹/۹۷۰	-	۹۷۶/۸۳۶

الگوریتم به جواب بهینه سراسری رسید.



شکل (۳): نمودار مربوط به روش SA با $\alpha=0.7$ ، $n=10$ و $P=4$



شکل (۴): نمودار مربوط به روش SA با $\alpha=0.7$ ، $n=20$ و $P=7$

حداکثر حالات رسیدن به جواب بهینه سراسری، در مقدار شعاع پوشش بهینه، بود که همه اجزای الگوریتم به جواب بهینه سراسری رسیدند. در ادامه مقادیر جواب میانگین تابع هدف و انحراف معیار از جواب بهینه، برای ۱۰ بار اجرای الگوریتم SA در جداول (۸) و (۹) که به ترتیب برای داده‌های ۱۰ و ۲۰ گرهی است، نشان داده شده است.

از موارد مهم دیگر که مشاهده می‌شود، تأثیر مقدار شعاع پوشش (θ) در جواب مسأله است. هرچه مقدار θ کمتر باشد بنابراین مجموعه‌ی S_{ijklmf} کاهش می‌یابد و تعداد نقاط پوشش‌دهی شده کمتر خواهد شد. با افزایش مقدار شعاع پوشش، مقادیر تابع هدف نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه حداکثر پوشش‌دهی برای مسأله پیاده می‌شود. این افزایش پوشش‌دهی تا یک مقدار مشخص، قابل مشاهده است؛ ولی بعد از آن مقدار، هرچه شعاع پوشش افزایش یابد، مقدار تابع هدف ثابت می‌ماند. زیرا بعد از آن مقدار مشخص، تمامی نقاط در داخل فضای پوشش‌دهی مسأله قرار می‌گیرند و به همین جهت مقدار تابع هدف، همواره ثابت باقی می‌ماند. با مشاهده جداول می‌بینیم که در اکثر موارد بعد از شعاع پوشش ۱۵۰، مقدار تابع هدف ثابت شده است. از آنجایی که در این مسأله، از کار افتادگی در هاب مرکزی اتفاق نمی‌افتد، بنابراین تغییر در مقدار فاکتور تخفیف بین هاب مرکزی (β) تأثیری در جواب ندارد. ولی همان‌طور که دیده شد تغییرات فاکتور تخفیف بین هاب مرکزی و هاب غیرمرکزی (α) اثر مستقیم بر جواب دارد.

نمودارهای مربوط به تغییرات β را در شکل‌های (۳) و (۴) مشاهده می‌کنیم. همان‌طور که از این نمودارها پیداست، مقدار فاکتور تخفیف بین هاب مرکزی، تأثیری در جواب تابع هدف ندارد و هر دو خط نمودار برهم منطبق است، زیرا خرابی‌هایی که برای هاب‌ها رخ می‌دهد، فقط مربوط به هاب‌های غیرمرکزی است و هاب‌های مرکزی بدون خرابی به عملکرد خود ادامه می‌دهند.

در این مسأله، برای رسیدن به کارایی و درصد اطمینان الگوریتم SA ارائه شده، مدل مورد نظر را برای هر کدام از داده‌های موجود، ۱۰ بار متوالی در نرم‌افزار اجرا کردیم. در هر اجرا، باتوجه به تصادفی بودن مقادیر جواب تولید شده در هر بازه، مقدارهای تابع هدف متفاوتی تولید شد. ولی به‌طور میانگین در کمترین حالت تعداد ۲ از ۱۰ اجرای

همان‌طور که دیده می‌شود، هرچه مقدار شعاع پوشش افزایش می‌یابد، میانگین و انحراف معیار به جواب بهینه نزدیک می‌شود و در نهایت

جدول (۸): اجرای ۱۰ بار الگوریتم SA برای داده‌های ۱۰ گرهی

θ	P	P_0	T ($r \neq P_0$)	$\beta = 0.4$							
				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.7$			
				مقدار تابع هدف بهینه	میانگین توابع هدف	انحراف معیار	زمان یک اجرا (ثانیه)	مقدار تابع هدف بهینه	میانگین توابع هدف	انحراف معیار	زمان یک اجرا (ثانیه)
۵۰	۴	۱	۱	۲۳۸	۸۸/۸	۸۸/۶۶۱۴	۰/۲۶۱	۹۳	۴۶/۴	۴۲/۴۸۷۱	۰/۲۵۸
	۵	۱	۱	۳۹۸	۲۲۹/۱	۱۲۷/۶۶۰۵	۰/۲۷۸	۲۸۳	۸۹/۴	۴۷/۶۶۳۶	۰/۲۷۰
۱۰۰	۴	۱	۱	۱۶۳۳	۱۳۱۹/۹	۲۱۹/۱۱۷۶	۰/۲۷۴	۱۴۶۸	۹۰۰/۶	۵۰۳/۷۱۱	۰/۵۱۸
	۵	۱	۱	۲۰۴۸	۱۸۴۹/۵	۱۳۹/۰۷۲۵	۰/۸۹۸	۲۰۱۴	۱۴۰۷/۳	۳۶۱/۹۰۹	۰/۳۲۶
۱۵۰	۴	۱	۱	۲۵۶۱	۲۳۲۶/۴	۴۳۴/۲۷۱	۰/۲۸۳	۲۵۶۱	۲۳۱۳/۸	۳۵۹/۹۳۷۶	۰/۵۳۵
	۵	۱	۱	۲۵۶۱	۲۵۳۷/۶	۷۳/۹۹۷۳	۰/۳۳۳	۲۵۶۱	۲۴۷۷/۳	۲۶۴/۶۸۲	۰/۳۷۶
۲۰۰	۴	۱	۱	۲۵۶۱	۲۵۶۱	.	۰/۲۷۹	۲۵۶۱	۲۵۳۸/۴	۷۱/۴۶۷۵	۰/۳۱۲
	۵	۱	۱	۲۵۶۱	۲۵۶۱	.	۰/۳۱۲	۲۵۶۱	۲۵۶۱	.	۰/۳۵۲
۲۵۰	۴	۱	۱	۲۵۶۱	۲۵۶۱	.	۰/۲۹۳	۲۵۶۱	۲۵۶۱	.	۰/۴۱۳
	۵	۱	۱	۲۵۶۱	۲۵۶۱	.	۰/۳۲۴	۲۵۶۱	۲۵۶۱	.	۰/۳۶۴
میانگین				-	-	-	۰/۳۵۴	-	-	-	۰/۳۷۲

جدول (۹): اجرای ۱۰ بار الگوریتم SA برای داده‌های ۲۰ گرهی

θ	P	P_0	T ($r \neq P_0$)	$\beta = 0.4$							
				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.7$			
				مقدار تابع هدف بهینه	میانگین توابع هدف	انحراف معیار	زمان یک اجرا (ثانیه)	مقدار تابع هدف بهینه	میانگین توابع هدف	انحراف معیار	زمان یک اجرا (ثانیه)
۵۰	۷	۲	۱	۲۴۳	۱۵۳/۶	۳۱۵/۲۵۵	۰/۴۵۴	۲۱۲	۱۳۲/۵	۱۸۴/۳۴۱	۱/۱۵۴
	۸	۲	۱	۴۱۸	۲۱۸/۲۱	۲۷۱/۶۶۲	۰/۵۲۲	۳۹۷	۱۰۶/۹۲	۲۳۸/۲۱۵۲	۰/۵۲۷
۱۰۰	۷	۲	۱	۶۶۶۹	۶۴۷۲/۷	۱۱۳۴/۹	۶/۳۲۰	۵۱۰۶	۳۰۲۹/۸۷	۱۲۹۱/۷	۷/۳۲۸
	۸	۲	۱	۸۰۶۸	۶۳۷۱/۵۴	۱۲۴۶/۸	۲۲/۰۳۹	۶۱۰۱	۴۹۲۱/۸	۱۳۱۷/۳	۱۴/۱۳۱
۱۵۰	۷	۲	۱	۱۰۳۰۵	۱۰۱۸/۷	۱۴/۲۳۰۲	۶/۵۹۳	۱۰۰۲۲	۹۹۷۲/۴۳	۴۹/۸۵۸۶	۷/۲۳۵
	۸	۲	۱	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۱۵/۳۹۹	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۱۶/۳۱۵
۲۰۰	۷	۲	۱	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۶/۶۳۵	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۶/۸۸۸
	۸	۲	۱	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۱۵/۴۵۰	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۱۵/۵۵۸
۲۵۰	۷	۲	۱	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۶/۷۰۶	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۷/۱۲۳
	۸	۲	۱	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۱۵/۴۰۹	۱۰۴۸۱	۱۰۴۸۱	.	۲۳/۴۳۹
میانگین				-	-	-	۹/۵۵۳	-	-	-	۹/۹۷۰

در نظر گرفتن اختلال به صورت یک مسأله برنامه‌ریزی دوسطحی مورد مطالعه قرار گرفت. مسأله با استفاده از الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید و روش دقیق شمارش کامل حل شد. نتایج محاسباتی نشان داد که دو روش در مسائل با اندازه کوچک، جواب‌های مشابهی را ارائه می‌دهند. بنابراین، روش فراابتکاری استفاده شده، روشی کارا برای حل این گونه مسائل خواهد بود. اولین نکته بارزی که دیده شد، کاهش قابل توجه در زمان حل مسأله است که روش شبیه‌سازی تبرید در زمان خیلی کوتاه‌تر مسأله را حل کرد. نکته مهم دیگر، تعیین مقدار شعاع پوشش در مسأله است. با افزایش شعاع پوشش، همواره مقدار پوشش‌دهی مسأله افزایش یافته و تمام گره‌های مسأله پوشش‌دهی خواهند شد. همچنین مشاهده شد، هرچه تعداد هاب‌های مکان‌یابی

جدول (۱۰) هاب‌های از کار افتاده و مکان‌یابی شده را در مقدار بهینه شعاع پوشش ($\theta = 150$) نشان می‌دهد. گره شماره ۲ همواره برای همه موارد به‌عنوان هاب مرکزی در نظر گرفته شده است. هاب‌های مکان‌یابی شده برای نمونه‌های مختلف را در جدول می‌بینیم که از بین هاب‌های غیرمرکزی مکان‌یابی شده، سطح دوم مسأله مشخص کرده است که در صورت خرابی کدام هاب، بیشترین خسارت به مسأله زده می‌شود و در واقع پوشش‌دهی مسأله به کمترین مقدار خود افت می‌کند.

۶. نتیجه و جمع‌بندی

در این تحقیق، مسأله مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی حداکثر پوشش با

شده بیشتر شود، پوشش‌دهی مسأله نیز افزایش می‌یابد. در این مسأله از کار افتادگی در هاب‌های غیرمرکزی اتفاق افتاد، به‌همین دلیل تغییرات فاکتور تخفیف α تأثیر مستقیم بر روی پوشش‌دهی مدل گذاشته است.

جدول (۱۰): هاب‌های مکان‌یابی شده و از کار افتاده در مقدار حداکثر پوشش‌دهی (۱۵۰)

θ	n	P	P_0	r	α	β	OF	هاب‌ها (P_0)($P - P_0$)	هاب از کار افتاده
۱۵۰	۱۰	۴	۱	۱	۰/۶	۰/۴	۲۵۶۱	(۲) (۱,۳,۴)	۱
					۰/۷		۲۵۶۱	(۲) (۱,۳,۴)	۱
		۵	۱	۱	۰/۶		۲۵۶۱	(۲) (۵,۶,۷,۸)	۸
					۰/۷		۲۵۶۱	(۲) (۵,۶,۷,۸)	۸
۱۵۰	۲۰	۷	۲	۱	۰/۶	۰/۴	۱۰۳۰۵	(۲) (۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲)	۹
					۰/۷		۱۰۰۲۲	(۲) (۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲)	۹
		۸	۲	۱	۰/۶		۱۰۴۸۱	(۲) (۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲)	۷
					۰/۷		۱۰۴۸۱	(۲) (۷,۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲)	۷

vol. 7, no. 5, pp. 407–422, 1973.

- [12] V. F. Dökmeci, "an Optimization Model for a Hierarchical Spatial System," *J. Reg. Sci.*, vol. 13, no. 3, pp. 439–451, 1973.
- [13] H. Yaman, "The hierarchical hub median problem with single assignment," *Transp. Res. Part B Methodol.*, vol. 43, no. 6, pp. 643–658, 2009.
- [14] S. A. Alumur, H. Yaman, and B. Y. Kara, "Hierarchical multimodal hub location problem with time-definite deliveries," *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, vol. 48, no. 6, pp. 1107–1120, 2012.
- [15] O. Dukkanci and B. Y. Kara, "Routing and scheduling decisions in the hierarchical hub location problem," *Comput. Oper. Res.*, vol. 85, pp. 45–57, 2017.
- [16] M. Asadian, S. M. H. Hosseini, and A. A. Hassani, "Modeling and Solving the Hierarchical Hub Location Problem Considering Several Different Vehicle and Capacity for the Hubs," *J. Ind. Eng. Res. Prod. Syst.*, vol. 5, pp. 1–15, 2017.
- [17] Z. Drezner, "Heuristic solution methods for two location problems with unreliable facilities," *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 38, no. 6, pp. 509–514, 1987.
- [18] S. Der Lee, "On solving unreliable planar location problems," *Comput. Oper. Res.*, vol. 28, no. 4, pp. 329–344, 2001.
- [19] O. Berman, Z. Drezner, and G. O. Wesolowsky, "Locating service facilities whose reliability is distance dependent," *Comput. Oper. Res.*, vol. 30, no. 11, pp. 1683–1695, 2003.
- [20] L. V. Snyder and M. S. Daskin, "Reliability models for facility location: The expected failure cost case," *Transp. Sci.*, vol. 39, no. 3, pp. 400–416, 2005.
- [21] H. Kim and M. E. O'Kelly, "Reliable p-hub location problems in telecommunication networks," *Geogr. Anal.*, vol. 41, no. 3, pp. 283–306, 2009.
- [22] T. L. Lei, "Identifying critical facilities in hub-and-spoke networks: A hub interdiction median problem," *Geogr. Anal.*, vol. 45, no. 2, pp. 105–122, 2013.
- [23] F. Parvaresh, S. A. Hashemi Golpayegany, S. M. Moattar Husseini, and B. Karimi, "Solving the p-hub Median Problem Under Intentional Disruptions Using Simulated Annealing," *Networks Spat. Econ.*, vol. 13, no. 4, pp. 445–470, 2013.
- [24] A. Ebrahimi Zade, A. Sadegheih, and M. M. Lotfi, "A modified NSGA-II solution for a new multi-objective hub maximal covering problem under uncertain shipments," *J. Ind. Eng. Int.*, vol. 10, no. 4, pp. 185–197, 2014.

در نتیجه‌ی بررسی و تحلیل نتایج، مشاهده شد که استفاده از الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید برای حل این مسأله، کارآمد است و نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد. در بررسی‌های آینده، می‌توان با در نظر گرفتن ظرفیت و محدودیت برای هاب‌ها در از کار افتادگی‌های عمدی و غیرعمد، این مسأله را توسعه داد و برای مسائل جدید، الگوریتم‌های حل متفاوت ارائه کرد. همین‌طور می‌توان از کار افتادگی در هاب مرکزی را در شرایط مختلف بررسی کرد.

مراجع

- [1] R. Z. Farahani, M. Hekmatfar, A. B. Arabani, and E. Nikbaksh, "Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 64, no. 4, pp. 1096–1109, 2013.
- [2] R. Z. Farahani, M. Hekmatfar, B. Fahimnia, and N. Kazemzadeh, "Hierarchical facility location problem: Models, classifications, techniques, and applications," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 68, no. 1, pp. 104–117, 2014.
- [3] M. Hekmatfar and M. Pishvae, "Hub Location Problem," *Contrib. to Manag. Sci.*, p. 101, 2009.
- [4] G. Laporte and S. Nickel, *Location Science*. 2015.
- [5] A. Sinha, P. Malo, and K. Deb, "A Review on Bilevel Optimization: From Classical to Evolutionary Approaches and Applications," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 22, no. 2, pp. 276–295, 2018.
- [6] S. L. Hakimi, "Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph," *Oper. Res.*, vol. 12, no. 3, pp. 450–459, 1964.
- [7] R. Toh and R. Higgins, "The Impact of Hub and Spoke Network Centralization and Route Monopoly on Domestic Airline Profitability," *Transp. J.*, vol. 24, no. 4, pp. 16–27, 1985.
- [8] M. E. O'Kelly, "Location of Interacting Hub Facilities," *Transp. Sci.*, vol. 20, no. 2, pp. 92–106, 1986.
- [9] M. E. O'Kelly, "Activity Levels at Hub Facilities in Interacting Networks," *Geogr. Anal.*, vol. 18, no. 4, pp. 343–356, 1986.
- [10] J. F. Campbell and M. E. O'Kelly, "Twenty-five years of hub location research," *Transp. Sci.*, vol. 46, no. 2, pp. 153–169, 2012.
- [11] A. B. Calvo and D. H. Marks, "Location of health care facilities: An analytical approach," *Socioecon. Plann. Sci.*

- Direct Connections between Non-Hub Nodes,” *J. Transp. Res.*, vol. 18, no. 1, pp. 1–18, 2021.
- [32] E. Korani and A. Eydi, “Bi-level programming model and KKT penalty function solution approach for reliable hub location problem,” *Expert Syst. Appl.*, vol. 184, no. April, p. 115505, 2021.
- [33] M. Soleimani, M. Khalilzadeh, A. Bahari, and A. Heidary, “NSGA-II algorithm for hub location-allocation problem considering hub disruption and backup hub allocation,” *World J. Eng.*, Aug. 2021.
- [34] S. Khodaei, E. Roghanian, and N. Ghaffarinasab, “Competitive multiple allocation hub location problem considering primary and backup routes,” *Comput. Appl. Math.*, vol. 41, no. 4, pp. 1–62, Apr. 2022.
- [35] A. K. Sangaiah and R. Khanduzi, “Tabu search with simulated annealing for solving a location-protection-disruption in hub network,” *Appl. Soft Comput. J.*, vol. 114, 2022.
- [36] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, *Optimization by Simulated Annealing*. Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1987.
- [۳۷] یقینی، مسعود، اخوان کاظم‌زاده، محمد رحیم (۱۳۹۵).
الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری، انتشارات جهاد دانشگاهی
واحد صنعتی امیر کبیر، شابک ۹۷۸-۹۶۴-۲۱۰-۰۷۸-۱
- [25] M. Sadeghi, F. Jolai, R. Tavakkoli-Moghaddam, and Y. Rahimi, “A new stochastic approach for a reliable p-hub covering location problem,” *Comput. Ind. Eng.*, vol. 90, pp. 371–380, 2015.
- [26] M. R. Silva and C. B. Cunha, “A tabu search heuristic for the uncapacitated single allocation p-hub maximal covering problem,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 262, no. 3, pp. 954–965, 2017.
- [27] S. R. Madani, A. Shahandeh Nookabadi, and S. R. Hejazi, “A bi-objective, reliable single allocation p-hub maximal covering location problem: Mathematical formulation and solution approach,” *J. Air Transp. Manag.*, vol. 68, pp. 118–136, 2017.
- [28] N. Ghaffarinasab and A. Motallebzadeh, “Hub interdiction problem variants: Models and metaheuristic solution algorithms,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 267, no. 2, pp. 496–512, 2017.
- [29] M. Mohammadi, P. Jula, and R. Tavakkoli-Moghaddam, “Reliable single-allocation hub location problem with disruptions,” *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, vol. 123, no. August 2018, pp. 90–120, 2019.
- [30] H. Shen, Y. Liang, and Z.-J. M. Shen, “Reliable Hub Location Model for Air Transportation Networks Under Random Disruptions,” *Manuf. Serv. Oper. Manag.*, no. April, 2020.
- [31] M. Haghdoost and E. Roghanian, “Design of a Reliable Hub Location Network under Massive Disruption with



DOI: 10.22084/ier.2023.25889.2075

A Bi-Level Programming Model for Hierarchical Maximal Covering Hub Location Problem under Disruption in Hubs

M. Amani¹, A. Ghaderi^{2*}, A. Mahmoudi²

¹ PhD student in Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

² Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 2022/02/28

Accepted: 2022/07/01

Keywords:

Maximal Covering
Bi-level Programming
Hierarchical Hub Location
Disruption

ABSTRACT

The hub location problem is one of the most fundamental and crucial issues in transportation systems and decision-making. The primary purpose of a transportation network is to transfer traffic between demand points via a hub, and hubs are essential to this process. The failure of hubs has garnered considerable attention of researchers in recent years. This research examines the problem of hierarchical hub location using bi-level programming. This study presents a model for optimal hub coverage. In non-central hubs, disruptions are intentional. The objective function of the second level is to minimize the problem's coverage by disabling the hubs, whereas the objective function of the first level is to minimize the problem's damage while expanding its coverage. The studied problem was solved using the simulated annealing and the full enumeration method. The proposed model has been solved for a variety of different scenarios, including fluctuating demand and hub count, fluctuating discount factors between hubs, and fluctuating coverage radii. According to the numerical results, as the covering radius increases, the number of located nodes and the problem's coverage also increase. In conclusion, an analysis of the employed solution methods concludes that the proposed meta-heuristic method is both effective and applicable to larger data sets.

* Corresponding author. A. Ghaderi
Tel.:087-33660073; E-mail address: ab.ghaderi@uok.ac.ir