

آزادسازی لاگرانژ برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه سبز با در نظر گرفتن پنجره زمانی و محدودیت سرعت: مطالعه موردی

آرش پژوهنده^۱، جواد بهنامیان^{۲*}

۱. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

۲. دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

خلاصه

مسیریابی سبز از موضوعات نسبتاً جدید در زمینه بهینه‌سازی است که می‌تواند علاوه بر کاهش هزینه‌های ثابت و متغیر ناشی از بخش‌های مختلف یک سیستم مسیریابی و حمل‌ونقل، هزینه‌های وارد بر محیط‌زیست را نیز کاهش دهد. این پژوهش مسأله مسیریابی وسایل حمل‌ونقل سبز با پنجره زمانی در شرایط قطعی را مورد بررسی قرار داده که در آن محدودیت‌های ظرفیت حمل‌ونقل، سرعت و زمان تحویل و تخصیص راننده‌های مجاز به وسایل حمل‌ونقل در نظر گرفته شده است. در حقیقت این مقاله به دنبال استفاده هم‌زمان از محدودیت‌های پیچیده‌ای است که به رخداد‌های واقعی نزدیک‌تر است و می‌تواند به شرایط واقعی نزدیک‌تر نماید. برای حداقل کردن کوتاه‌ترین مسیر انتقال کالا با کمترین هزینه‌های ناشی از آلودگی‌ها، جریمه‌های دیرکرد و هزینه‌های نگهداری، در ابتدا یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط طراحی شده، سپس از تکنیک آزادسازی لاگرانژ برای ساده‌سازی و حل مسأله استفاده شده است. در روش پیشنهادی، ضرایب لاگرانژ با استفاده از روشی که از مزایای روش‌های زیرگرایان و همچنین روش بسته‌ای را داراست، تعیین شده است. پس از حل مدل در ابعاد مختلف در قالب مطالعه موردی، مشخص شد استفاده از این تکنیک باعث حل سریع‌تر مدل شده که کاهش چشم‌گیری در زمان در مقایسه با خروجی سالور بارون در حل مدل اصلی نشان می‌دهد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۰/۴/۲۰

پذیرش ۱۴۰۰/۱۱/۳۰

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

مسیریابی وسایل حمل‌ونقل

سبز

آزادسازی لاگرانژ

پنجره زمانی

محدودیت سرعت

محدودیت ظرفیت

۱. مقدمه

بسته‌های خود را پس از تحویل گرفتن این فروشگاه‌ها یا مناطق واسط، تحویل بگیرند. این باعث کاهش زمان تحویل در گام آخر تحویل می‌شود و در نتیجه به کاهش ازدحام و آلودگی محیطی ناشی از سفرهای باری شهری کمک می‌کند [۱]. مسأله کلاسیک مسیریابی وسایل نقلیه تلاش دارد تا مسیریابی ناوگان وسایل نقلیه در یک شبکه مشخص برای خدمت‌رسانی به مجموعه‌ای از مشتریان تحت محدودیت‌های مربوط به عرضه و تقاضا را در بهینه حالت انجام دهد. چندین کلاس از مشکلات مسیریابی وسایل حمل‌ونقل در ادبیات مطالعه شده است. اگرچه به موقعیت‌های عملی مختلف می‌پردازند، اما

امروزه، تجارت الکترونیک روزه‌روز محبوب‌تر می‌شود و تجارت الکترونیکی روزه رشد چالش‌بزرگی را برای ارسال از آخرین منطقه تحویل به سمت مشتری ایجاد می‌کند زیرا اقلام سفارش داده شده باید به مشتریان نهایی تحویل داده شوند. در حال حاضر، چندین گام آخر تحویل کالا^۲ وجود دارد. رایج‌ترین آن‌ها تحویل درب منزل است. مشتریان در خانه منتظر می‌مانند تا بسته‌های خود را دریافت کنند. علاوه بر این، تحویل را می‌توان به نقاط تحویل مانند فروشگاه‌های اختصاصی انجام داد [۱]–[۳]. در این صورت مشتریان می‌توانند

* نویسنده مسئول: جواد بهنامیان

تلفن: ۰۸۱-۳۸۹۲۵۰۵؛ پست الکترونیکی: Behnamian@Basu.ac.ir

جستجوی همسایگی بزرگ تطبیقی ارائه کردند. نتایج نشان داد که این الگوریتم به طور مداوم در کتابخانه‌های مسأله‌های مختلف به خوبی عمل می‌کند و از سایر رویکردها در نمونه‌های سخت‌تر بهتر عمل می‌کند. برای مسیریابی سبز با پنجره‌های زمانی، یوان و همکاران [۱۷] یک الگوریتم شاخه و برش را توسعه داد و چندین نابرابری معتبر پیشنهاد کرد. نمونه‌هایی با حداکثر ۳۰ خوشه در عرض یک ساعت پس از زمان محاسبه تا حد بهینه حل می‌شوند.

بسیاری از مطالعات نشان می‌دهد که با بسط و گسترش مدل مسیریابی وسایل حمل‌ونقل کلاسیک، (و تأکید روی مدل مسیریابی سبز^۵) موقعیت‌های زیادی برای کاهش انتشار دی‌اکسید کربن به جای صرفاً کاهش هزینه‌های اقتصادی، و باتوجه بیشتر به اثرات زیست‌محیطی و اجتماعی وجود دارد. مک کینون و پیکی [۱۸] نگرانی‌های فزاینده در مورد اثرات خطرناک حمل‌ونقل بر محیط زیست، خواستار تجدیدنظر در رویکرد برنامه‌ریزی حمل‌ونقل و مسیریابی جاده‌ای باتوجه به چنین تأثیرات منفی است. جان و همکاران [۱۹] و کوک و همکاران [۲۰] اندازه ناوگان و مسأله مسیریابی آلودگی را مورد مطالعه قرار دادند که در آن هدف ترکیبی خطی از وسیله نقلیه، هزینه ثابت، هزینه سوخت و انتشار کربن دی‌اکسید و هزینه راننده است. صالحی و همکاران [۲۱] یک مدل غیرخطی مسیریابی و حمل‌ونقل وسایل نقلیه سبز ارائه کردند که در آن کنترل سرعت در نظر گرفته می‌شد و از طریق کنترل سرعت نیز امکان کاهش آلودگی وجود داشت. اردوغان و میلر [۲۲] مسأله مسیریابی وسایل نقلیه سبز را مطرح کردند. مدل طرح شده هزینه حمل‌ونقل یا مسافت طی شده از یک انبار به مجموعه‌ای از مشتریان پراکنده جغرافیایی در یک بازه زمانی از پیش تعیین شده باتوجه به ظرفیت مخزن سوخت را حداقل می‌کند. در مسأله مسیریابی وسایل حمل‌ونقل سبز، وسایل نقلیه ظرفیت مخزن سوخت محدود دارند و در صورت نیاز مجاز به سوخت‌گیری مجدد در جایگاه‌های سوخت محدود از پیش تعیین شده هستند. بارد و همکاران [۲۳] مسأله مسیریابی وسایل حمل‌ونقل سبز را به‌عنوان یک برنامه‌نویسی عدد صحیح مختلط فرموله کرده‌اند. در مدل آن‌ها، گره‌های مجازی^۶ را به‌عنوان ایستگاه‌های متفاوتی به نمایندگی از انبارهای میانی برای بارگیری مجدد کالا (تکمیل بارگیری) وسایل نقلیه در فرآیند تحویل‌دهی گمارده می‌شوند. فیشر [۲۴] برای اولین بار الگوریتم حل دقیق لاگرانژ را برای حل دقیق مدل‌سازی عدد صحیح در سال ۱۹۸۱ به کار گرفت. از آن زمان این الگوریتم برای حل انواع مدل‌های NP-hard که حل آن‌ها در ابعاد بزرگ بسیار خوبی از این بود به کار گرفته می‌شود. برای مثال کول و مادسن [۲۵] اولین بار در سال ۱۹۹۷ این الگوریتم را برای مسیریابی وسایل حمل‌ونقل کلاسیک با در نظرگیری پنجره زمانی به کار گرفتند. بهترین الگوریتم‌های دقیقی که تاکنون در ادبیات معرفی شده‌اند روش شاخه-قیمت^۷ و شاخه و

همه آن‌ها بر موضوع مشترک مدیریت کارآمد یک ناوگان وسیله نقلیه به‌منظور خدمت‌رسانی به مجموعه‌ای از مشتریان تمرکز می‌کنند. اساسی‌ترین مسأله، مسیریابی وسیله نقلیه با ظرفیت^۱ است که ناوگان ثابتی از وسایل نقلیه با ظرفیت یکنواخت را در یک انبار مرکزی فرض می‌کند. به حداقل رساندن مسافت طی شده توسط کلیه وسایل نقلیه و یا به حداقل رساندن هزینه کلی از اهداف معمول مسیریابی وسیله نقلیه است و معمولاً هزینه به‌عنوان یک تابع خطی از فاصله محاسبه می‌شود [۴]. انواع مسیریابی وسیله نقلیه از زمان معرفی آن توسط دانتریگ و رامسر [۵]، توسط محققان بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. در چهار دهه گذشته، حجم عظیمی از کار در زمینه مسیریابی وسایل نقلیه و مشکلات زمان‌بندی منتشر شده است [۶]–[۱۰]. برخی از تلاش‌های تحقیقاتی به سمت توسعه و تجزیه و تحلیل تکنیک‌های ابتکاری تقریبی که قادر به حل مسائل مسیریابی وسیله نقلیه با اندازه واقعی هستند، انجام شد. مسیریابی وسیله نقلیه کلاسیک فرض می‌کند ظرفیت مخزن سوخت وسیله نقلیه نامحدود است و مقدار سوخت موجود در مخزن همیشه برای رانندگان در هر مسیر ممکن کافی است. اما در واقعیت، وسایل نقلیه برای ادامه و تکمیل تور خود باید سوخت‌گیری کنند. تا جایی که ما می‌دانیم، ادبیات بسیار محدودی در مورد مسیریابی وسایل حمل‌ونقل سبز با پنجره زمانی وجود دارد. با این حال، آثاری وجود دارد که به مسائل مرتبط با آن رسیدگی می‌کنند، مانند مسأله فروشنده دوره‌گرد عمومی، مسأله مسیریابی وسایل حمل‌ونقل عمومی و مسأله مسیریابی وسایل حمل‌ونقل با مکان‌های تحویل رومینگ^۲؛ یک مورد خاص از مسأله مسیریابی وسایل نقلیه سبز با پنجره زمانی است که در آن پنجره زمانی در نظر گرفته نمی‌شوند. مسیریابی وسایل نقلیه سبز زمانی به مسیریابی سبز کاهش می‌یابد که تنها یک وسیله نقلیه در ناوگان وجود داشته باشد. در مسیریابی وسایل حمل‌ونقل با مکان‌های تحویل رومینگ، پنجره زمانی از مکان‌های درون یک خوشه یک ساختار خاص دارند.

مسأله مسیریابی سبز^۳ اولین بار توسط سربو استاوا و همکاران [۱۱] معرفی شد و از برنامه‌ریزی پویا برای حل آن استفاده کردند. چندین مقاله برای تبدیل مسیریابی سبز به مسیریابی^۴ و حل با استفاده از رویکردهای دقیق یا ابتکاری موجود پیشنهاد شده است [۱۲]. فیشتی و همکاران [۱۳] یک الگوریتم شاخه و برش کارآمد برای حل مسأله مسیریابی سبز متقارن پیشنهاد کرد. گوتین و کاراپتیان [۱۴] یک الگوریتم ممتیک را پیشنهاد کردند که الگوریتم‌های جستجوی محلی ژنتیکی و قدرتمند را ترکیب می‌کند. آن‌ها عملکرد بسیار خوبی از این الگوریتم را در نمونه‌های متوسط گزارش کردند. هلسگان [۱۵] یک ابتکاری برای مسأله مسیریابی سبز گسترش داد. الگوریتم پیشنهادی می‌تواند راه‌حلی با کیفیت بالا برای نمونه‌های در مقیاس بزرگ پیدا کند. اسمیت و ایمسون [۱۶] یک حل‌کننده مسیریابی سبز بر اساس

5. Green Vehicle Routing Program
6. Dummy nodes
7. Branch and Price

1. CVRP
2. VRPRDL
3. GTSP
4. TSP

شده مربوط به مسیریابی مجموعه‌ای از ون‌های تحویل مجهزه تعدادی ربات تحویل بسته خودران است. برای حل مدل مورد نظر، یک الگوریتم اکتشافی جستجوی همسایگی بزرگ تطبیقی توسعه داده شده است. در نوروژی و همکاران [۳۴]، مسأله مسیریابی وسائط نقلیه با هدف کاهش انرژی مصرفی و زمان‌های طی مسیر در شرایطی که سرعت‌های سفر وابسته به زمان هستند مورد بررسی قرار گرفته است. این مسأله به تعیین مسیرهای بهینه برای ناوگانی از وسائط نقلیه می‌پردازد به طوری که زمان طی مسیر میان نقاط (مشتریان) به زمانی از روز که سفر در آن نقطه آغاز می‌شود وابسته است. زمان دقیق سفر بدانستن زمان عزیمت و یک تخمین دقیق از سرعت متوسط وسیله نقلیه در آن مسیر محاسبه می‌شود. در این پژوهش از الگوریتم فراابتکاری رقابت استعماری استفاده شد.

در پژوهشی دیگر، توکلی مقدم و همکاران [۳۵]، مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی سخت و مسیریابی وسایل نقلیه چندقرارگاهی با وسایل نقلیه متفاوت بررسی شد. علاوه بر حداقل کردن هزینه‌های کل، عدم تعادل در فواصل سفر و عدم تعادل در بار وسایل نقلیه نیز مدنظر قرار گرفته است. از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک جهت حل استفاده شد.

در یک پژوهش برای کاهش هزینه‌های خدمات شرکت‌های امداد خودرو، از مسیریابی وسایل نقلیه استفاده شد و با مقایسه‌ای نسبت به شرایط قبلی، کاهش قابل توجه هزینه‌ها تأیید می‌گردد [۳۶].

در این پژوهش قصد داریم تا مدل پیشنهادی را با روش آزادسازی لاگرانژ برای حل سریع‌تر پیاده‌سازی کنیم. پیاده‌سازی الگوریتم لاگرانژ روی مدل مسیریابی وسایل حمل و نقل سبز با پنجره زمانی با محدودیت و فرض‌های مدل پیشنهادی تابه‌حال صورت نگرفته است. ما ابتدا به شرح مسأله و بیان فرضیه‌های مسأله می‌پردازیم سپس مشخصات مدل ریاضی، معادلات و شرح آن را ارائه می‌کنیم و در ادامه الگوریتم پیشنهادی را با دو طراحی مختلف ارائه می‌دهیم و سپس نتایج این دو طراحی را با حل به روش دقیق بررسی می‌کنیم و برای مسأله مورد نظر تحلیل‌های آماری ارائه می‌دهیم. مهم‌ترین نوآوری‌های این پژوهش شامل:

- ۱) در نظر گرفتن محدودیت‌های دنیای واقعی نظیر تخصیص راننده، مدیریت سرعت حرکت برای برنامه‌ریزی صحیح ارسال سفارشات و مدیریت آلودگی‌های محیط زیستی که باتوجه به بررسی ادبیات موضوع هم‌زمان در نظر گرفته نشده‌اند.
- ۲) استفاده از الگوریتم ابتکاری لاگرانژ برای مدل ریاضی مورد نظر که به علت نو بودن مدل و محدودیت‌های سخت متعدد تغییر طراحی الگوریتم لاگرانژ انجام می‌پذیرد.
- ۳) ترکیب چند مدل از مسائل VRP؛ مانند VRP چنددوره‌ای، VRP با پنجره زمانی و ایجاد محدودیت‌های جدید مانند کنترل سرعت.

برش^۱ و لاگرانژ هستند. چپسن و همان [۲۶] و کوک و کاروغلان [۲۷] مدل مسیریابی وسایل حمل و نقل سبز را با مدل اردوغان و میلر [۲۲] و چند مدل تکمیلی دیگر را باروش شاخه و برش حل کردند.

جیبولی و موتا [۲۸] معتقدند تجزیه و تحلیل معیارهای یک شبکه توزیع، تقویت ویژگی‌های عمومی شبکه، آگاهی از توزیع کالا و روند تقاضای مشتریان آن را از طریق تجزیه و تحلیل ممکن می‌سازد. هدف مقاله این بود که انبارها به مجموعه‌ای از مشتریان با سطح فروش بالاتر یا دارای ویژگی‌های خاص نزدیکتر باشند. آن‌ها در نهایت با بازسازی مسیر حمل و نقل و ماتریس هزینه، مسیرهای قابل اجرا و مناسب‌تر را به دست آوردند.

توکلی مقدم و همکاران [۲۹] مدلی پیشنهاد کردند که مسافت طی شده، زمان کل سفر، تعداد وسایل حمل و نقل، جریمه‌های دیرکرد و در نهایت تابع هزینه حمل و نقل حداقل گردد و در نهایت رضایت مشتریان به حداکثر برسد. وجود محدودیت‌های مختلف در این گونه مسائل انواع مختلفی از مسایل کلاسیکی تشکیل می‌دهد که یکی از آن‌ها بحث وجود پنجره‌های زمانی نرم در سرویس به مشتریان می‌باشد. در نهایت مدل پیشنهادی را باروش فراابتکاری تلفیقی از آنیلینگ شبیه‌سازی شده (SA) با اپراتورهای ژنتیک حل کردند.

بابایی و همکاران [۳۰] در مقاله خود، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط جدید برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با توجه به شرایط متفاوت ترافیکی (بدون ترافیک، روان، نیمه‌سنگین، سنگین) و کاهش سوخت مصرفی و با در نظر گرفتن محدودیت بازه‌های زمانی مختص به توزیع محصولات فاسدشدنی ارائه کردند. برای حل مسأله و صحت‌گذاری مدل پیشنهادی از حل‌کننده CPLEX نرم‌افزار GAMS استفاده شد.

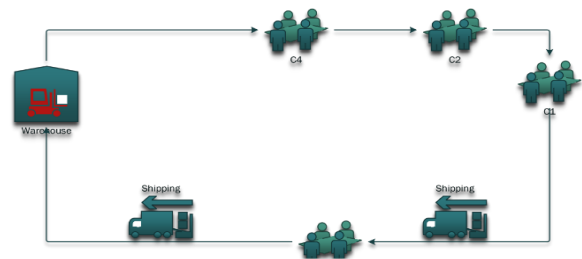
محمدزاده [۳۱] در مقاله خود، یک مسأله زمان‌بندی یکپارچه که سفارش خرده‌فروشان شامل انواع مختلف محصولات بوده و در یک مرکز توزیع‌کننده پردازش می‌شوند و بعد از تکمیل سفارش باروش مسیریابی وسیله نقلیه به خرده‌فروش تحویل داده می‌شود را پیشنهاد کردند و با یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط و روش ابتکاری لاگرانژ هزینه کل شامل هزینه مسیریابی و هزینه ثابت وسیله نقلیه را کمینه کردند.

در پژوهش مسعود و همکاران [۳۲]، هدف اصلی، ترکیب مسأله مسیریابی پویا خودرو (DVRP) است که در آن اطلاعات جدید در طول روز دریافت می‌شود و مسأله مسیریابی خودرو سبز (GVRP) که مسیرهای وسایل نقلیه را برای خدمت به مجموعه‌ای از مشتریان تعیین می‌کند، در عین حال مقدار کل گازهای گلخانه‌ای را به حداقل می‌رساند. مدل پیشنهادی با الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها (ACO) و الگوریتم جستجوی محله بزرگ (LNS) حل شد.

چن و همکاران [۳۳] یک مسأله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره‌های زمانی و ربات‌های تحویل^۲ به عنوان گونه‌ای از مسأله مسیریابی وسایل نقلیه کلاسیک مورد بررسی قرار دادند. مسأله بررسی

۲. شرح مسأله

این تحقیق یک مسأله زمان بندی و مسیریابی را در یک شرکت تولیدی در نظر می گیرد. زمانی که تولید محصولات به پایان رسیده است سپس شرکت تعداد سفارشات مورد نیاز را به چند مرکز توزیع منتقل می کند. در نهایت سفارشات می توانند از طریق دیگر شرکت ها به مشتریان تحویل داده شوند. تعداد سفارشات برای حمل با توجه به تقاضای مشتریان مشخص می باشد. هر سفارش به مرکز توزیع یک زمان تحویل دارد بنابراین بهتر است سفارشات طبق زمان تحویل، تحویل داده شوند. اگر سفارشات مشتریان بعد از زمان های تحویل برسند، پس مشتریان راضی نیستند و وفاداری آن ها کاهش می یابد. بنابراین از تابع جریمه ای برای دیرکرد سفارشات استفاده می شود و نیز یک هزینه نگهداری برای محصولی که ساخته شده است برای ذخیره کردن در شرکت وجود دارد. همچنین تعدادی کامیون خاص برای شرکت در دسترس می باشد. تفاوت کامیون ها در ظرفیت و ویژگی های خاص آن ها است. هر کامیون وزن خاصی دارد که عامل انتشار کربن به آن وابسته است. همچنین سطح های سرعت ممکن برای کامیون ها وجود دارد که هر سطح یک مقدار خاصی مصرف سوخت، انتشار کربن و مدت زمان خاص برای حمل دارد. علاوه بر این، تعداد خاصی راننده برای شرکت در دسترس می باشد. همه رانندگان نمی توانند هر کامیونی را برانند. همچنین زمان ارسال همه سفارشات باید مشخص باشد تا افق برنامه ریزی شروع شود. یک سفارش می تواند توسط یک یا تعداد بیشتری کامیون حمل شود. اما همه تقاضاهای یک سفارش تنها در یک روز ثابت باید بارگیری و حمل شوند. در نهایت، بعد از تعیین شدن زمان ارسال برای یک سفارش مبتنی بر زمان تحویل، کامیون ها، رانندگان و نیز مسیر حرکت کامیون ها برای ملاقات مراکز توزیع باید تعیین شوند تا سفارشات را حمل کنند. شکل (۱) وجود یک دپو چند مشتری و چند وسیله نقلیه را نشان می دهد.



شکل (۱): شماتیک مسأله مورد نظر

- هر کامیون و راننده تخصیص داده شده به آن نباید تا زمان تحویل سفارش تغییر کند. همچنین هر راننده می تواند به دلیل گواهی نامه اش بعضی از کامیون ها را براند.
- همه تقاضاها باید پاسخ داده شوند.
- تنها یک سطح سرعت برای هر کامیون برای حمل سفارشات به مراکز توزیع انتخاب می شود. در واقع، بعد از انتخاب سرعت، سرعت کامیون در طی حمل سفارشات ثابت می ماند.
- زمان سفر روی هر مسیر باید کمتر از زمان کل افق برنامه ریزی باشد.
- تقسیم تقاضا بین وسایل حمل و نقل، مجاز نیست.

۲-۲. مدل ریاضی مسأله

در اینجا و قبل از پراختن به مدل، مجموعه ها و اندیس ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم در قالب جدول (۱) تا (۳) به ترتیب معرفی می شوند.

جدول (۱): مجموعه ها و اندیس های مدل پیشنهادی	
اندیس	شرح
i, j	شامل انبار و توزیع کنندگان
t	زمان
m	ماشین
dr	راننده
p	کالا

تقاضای توزیع کننده ها در هر دوره با $d_{i,t,p}$ مختصات نقطه y انبار (تولید کننده یا توزیع کننده) با $y1_i$ ، مختصات نقطه x انبار (تولید کننده یا توزیع کننده) با $x1_i$ ، فاصله بین i و j با $c_{i,j}$ مشخص می شود و هزینه های ثابت ایجاد آلودگی هوا، کربن دی اکسید آزاد شده، جابه جایی هرواحد کالا، دیرکرد در تحویل کالا و نگهداری کالا به ترتیب با $c0$ ، $x0$ ، α ، β و $v0$ نشان داده می شوند. حداکثر سرعت ماشین m با cvl_m ، حداکثر زمان در دسترس جهت ارائه کالا به مشتری، با $cdt_{j,t}$ ، وزن کالا p با w_p مشخص می گردد؛ همچنین داشتن یا نداشتن گواهی نامه راننده dr برای استفاده از وسیله حمل و نقل m با $cer_{dr,m}$ و ظرفیت هر ماشین را در خصوص حمل هر نوع کالا با $Q_{m,p}$ و مختصات محور x و y هر نقطه i و j نیز با $x1_i, x2_j, y2_i, y1_j$ مشخص می شود.

مدل پیشنهادی شامل ۸ متغیر است که شرح آن در جدول (۲) آمده است:

جدول (۲): متغیرهای تصمیم مدل پیشنهادی

نام متغیر	شرح	نوع متغیر
$du_{i,j,t,m}$	میزان زمان گذرانده شده برای طی مسیر i به j توسط ماشین m در دوره t	
$Y_{i,j,t,m,dr,p}$	تعداد کالا جابه جا شده از i به j در دوره t توسط ماشین m و راننده dr	حقیقی مثبت
vl_m	سرعت ماشین m	
$dt_{j,t}$	زمان سپری شده در مسیر	
$we_{i,j,m,p,t,dr}$	وزن کالاهای جابه جا شده در مسیر	

۱-۲. مفروضات مدل

- مفروضات تحقیق جاری به شرح ذیل است.
- یک شرکت تولیدی به چند مرکز توزیع کالا ارسال می کند.
 - هر کامیون ممکن است سفارشات چند مرکز توزیع را حمل کند. (بنابراین نیاز به مسیریابی می باشد).
 - هر کامیون برای حمل سفارشات ظرفیت محدود دارد.
 - همه سفارشات باید در دوره برنامه ریزی حمل شوند.

$$\begin{aligned}
 du_{i,j,t,m} &\geq 0 && \forall t \in T, j \in J, i \in I, t \in T, m \in M && (15) \\
 Y_{i,j,t,m,dr,p} &\geq 0 && \forall t \in T, j \in J, i \in I, t \in T, m \in M, dr \in DR, p \in P && (16) \\
 x_{i,j,t,m,dr,p} &\geq 0 && \forall t \in T, j \in J, i \in I, t \in T, m \in M, dr \in DR, p \in P && (17) \\
 vl_m &\geq 0 && \forall m \in M && (18) \\
 we_{i,j,m,p,t,dr} &\geq 0 && \forall t \in T, j \in J, i \in I, t \in T, m \in M, dr \in DR, p \in P && (19) \\
 pr_{t,p} &\geq 0 && \forall t \in T, p \in P && (20) \\
 lpr_{t,p} &\geq 0 && \forall t \in T, p \in P && (21)
 \end{aligned}$$

رابطه شماره (۱) محاسبات تابع هدف را نشان می‌دهد که برابر با هزینه جابه‌جایی و هزینه کربن دی‌اکسید آزاد شده در هوا از طریق حمل‌ونقل، جریمه دیرکرد در تحویل کالا به مشتریان و هزینه نگهداری می‌باشد و همگی از یک جنس میباشد و براساس این تابع هدف تاثیرات وزن کالا، نوع وسیله حمل‌ونقل و سرعت حمل کالا به صورت غیرمستقیم برتابع هدف اثرگذار است. باتوجه به این‌که همگی این اهداف از یک جنس و دارای یک واحد یکسان هستند، لذا از یک هدف برای این رابطه استفاده شد و مدل به صورت تک‌هدفه در نظر گرفته شد. محدودیت (۲) نشان می‌دهد هرماشین و راننده آن از یک نقطه در یک زمان فقط به یک نقطه دیگر می‌تواند جابه‌جا شود. این محدودیت همچنین تضمین‌کننده استفاده ماشین‌ها توسط رانندگان مجوزدار می‌باشد. محدودیت (۳) تضمین می‌کند که ماشین‌ها پس از انتقال کالا به توزیع‌کنندگان مجدداً به نقطه ابتدا برگردند. محدودیت (۴) میزان انتقال کالا را برابر با تقاضای مراکز در نظر می‌گیرد و الزاماً همان مقدار تقاضا را برآورده می‌سازد. محدودیت (۵) ظرفیت انتقال کالا با هرماشین را نشان می‌دهد. محدودیت (۶) زمان سپری شده در هر مسیر را نشان می‌دهد و محدودیت (۷) ظرفیت زمانی در هر دوره را نشان می‌دهد. محدودیت (۸) نشان می‌دهد انتقال هر یک نقطه به‌خودش را غیرممکن است و محدودیت (۹) کل زمان سپری‌شده تا برآورده کردن تقاضای آخرین مشتری در دوره را محاسبه می‌کند؛ همچنین محدودیت (۱۰) زمان سپری‌شده از نقطه i به j را محاسبه می‌کند. محدودیت (۱۱) جهت محاسبه فاصله دو نقطه i و j استفاده می‌گردد و محدودیت (۱۲) وزن محموله‌های جابه‌جا شده در هر مسیر را محاسبه می‌کند، محدودیت (۱۳) باقی‌مانده کالا در انبار را محاسبه می‌کند و محدودیت‌های (۱۴) الی (۲۱) بیانگر اینست که متغیرهای ذکر شده مثبت می‌باشند.

۲-۳. ساختار الگوریتم لاگرانژ

مسئله بهینه P به‌عنوان یک مسئله صحیح به‌صورت زیر مدل می‌شود:

$$\begin{aligned}
 z &= \min cx && (22) \\
 s.t. &&& \\
 Ax &= b && (23) \\
 Dx &\leq e && (24)
 \end{aligned}$$

$pr_{t,p}$	موجودی ابتدای دوره هر کالا
$lpr_{t,p}$	باقی‌مانده در انبار پس از ارسال

$$\begin{aligned}
 &\left\{ \begin{array}{l} \text{اگر مسیر } i \text{ به } j \text{ طی شود، } 1 \\ \text{در غیر این صورت، } 0 \end{array} \right. && \text{صفر و یک} && x_{i,j,t,m,dr,p} \\
 \text{Min } H &= \sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} (c_0 * ro && && (1) \\
 &\quad * x_{i,j,t,m,dr,p} * du_{i,j,t,m} && && \\
 &\quad + \alpha * Y_{i,j,t,m,dr,p}) && && \\
 &\quad - \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (\beta && && \\
 &\quad * (cd_{j,t} - dt_{j,t})) && && \\
 &\quad + \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} (v_0 * lpr_{t,p})) && &&
 \end{aligned}$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} cer_{m,dr} * x_{i,j,t,m,dr,p} = 1 \quad \forall i \in I, t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} x_{i,j,t,m,dr,p} - \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} x_{j,i,t,m,dr,p} = 0 \quad \forall i \in I, t \in T, p \in P \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} Y_{j,i,t,m,dr,p} - \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} Y_{i,j,t,m,dr,p} = d_{i,t,p} \quad \forall i \in I, t \in T, p \in P \quad (4)$$

$$Y_{j,i,t,m,dr,p} \leq x_{i,j,t,m,dr,p} * Q_{m,p} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T, m \in M, dr \in DR, p \in P \quad (5)$$

$$du_{i,j,t,m} = \frac{c_{i,j}}{vl_m} \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T, m \in M, dr \in DR \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in I} du_{i,j,t,m} \leq 24 \quad \forall t \in T, m \in M, dr \in DR \quad (7)$$

$$x_{i,i,t,m,dr,p} = 0 \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T, m \in M, dr \in DR, p \in P \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} x_{i,j,t,m,dr,p} * du_{i,j,t,m} = \sum_{j \in J} dt_{j,t} \quad \forall t \in T, p \in P \quad (9)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} x_{i,j,t,m,dr,p} * du_{i,j,t,m} = dt_{j,t} \quad \forall t \in T, j \in J, t \in T \quad (10)$$

$$c_{i,j} = \sqrt{(x1_i - x2_j)^2 + (y2_i - y1_j)^2} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (11)$$

$$\sum_{i \in I} y_{i,j,t,m,dr,p} * W_p \leq \sum_{i \in I} we_{i,j,m,p,t,dr} \quad \forall p \in P, t \in T, m \in M, dr \in DR, j \in J \quad (12)$$

$$pr_{t,p} - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} y_{i,j,t,m,dr,p} = lpr_{t,p} \quad (13)$$

$$dt_{j,t} \geq 0 \quad \forall p \in P, t \in T, \forall t \in T, j \in J \quad (14)$$

این مدل را دشوار کرده است به این روش عمل شد که تک تک محدودیت‌ها از مدل حذف و مدل حل می‌شد هرگاه بعد از حذف یکی از محدودیت‌ها مدل به راحتی و با سرعت بالا جواب می‌داد متوجه می‌شدیم که این محدودیت پیچیده است. بعد از اعمال فرآیند فوق متوجه شدیم که محدودیت شماره (۳) (در نتایج با عنوان لاگرانژ ۱) و محدودیت شماره (۵) (در نتایج با عنوان لاگرانژ ۲) مدل یعنی محدودیت‌های زیر بایستی آزاد شود:

$$\sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} x_{i,j,t,m,dr,p} - \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{dr \in DR} x_{j,i,t,m,dr,p} = 0$$

$$\forall i \in I, t \in T, p \in P, \quad Y_{j,i,t,m,dr,p} \leq x_{i,j,t,m,dr,p} * Q_{m,p}$$

$$\forall i \in I, j \in J, t \in T, m \in M, dr \in DR, p \in P$$

جهت اعتبارسنجی روش حل مدل الگوریتم لاگرانژ استفاده شده است. در این پژوهش، از نمونه مثال‌های عددی متفاوتی استفاده شده است و یکبار محدودیت (۳) آزاد و جواب‌ها به دست آمد و دفعه بعدی محدودیت (۵) آزاد شد و مدل به روش لاگرانژ حل شد. لوچارت مراحل اجرای الگوریتم ابتکار لاگرانژ به صورت شکل (۲) می‌باشد.

۳. پیچیدگی مسأله

شکی نیست که حل مسیریابی وسایل حمل‌ونقل با پنجره زمانی از طریق یک رویکرد بهینه‌سازی خالص بسیار دشوار است. در واقع، مسائل مسیریابی وسایل نقلیه ساده‌تر نیز جزو دشوارترین کلاس‌های مسائل بهینه‌سازی ترکیبی هستند. سریع‌ترین الگوریتم‌های کنونی می‌توانند راه‌حل بهینه را برای نمونه‌های مشکل مسیریابی وسایل حمل‌ونقل با پنجره زمانی ناوگان همگن تک‌انباری با پنجره‌های زمانی تنگ و تا ۱۰۰ سفارش‌دهنده پوشش دهند [۱۷]. مسائل مربوط به پنجره‌های زمانی وسیع‌تر و تعدادی گره بیش از ۱۰۰ هنوز از نظر محاسباتی چالش برانگیز برای حل بهینه هستند. به طور کلی، روش‌های غیردقیق می‌توانند تقریباً مسائلی با اندازه‌های بزرگتر را در زمان محاسباتی کمتری حل کند. به عنوان مثال، فراابتکاری مانند جستجوی تابو، بازپخت شبیه‌سازی شده و الگوریتم‌های ژنتیک می‌توانند مسائل مسیریابی وسایل نقلیه را با برد زمانی گسترده و نزدیک به ۵۰۰ مشتری حل کنند [۱۵]. علاوه بر مؤلفه جغرافیایی، مشکلات مسیریابی واقعی‌تر شامل بخش زمان‌بندی با گنجاندن زمان سفر بین هر جفت گره، زمان خدمات مشتری و حداکثر مدت تور به عنوان داده‌های مسأله اضافی است. مسأله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره‌های زمانی تعمیم مسیریابی وسایل حمل‌ونقل با ظرفیت محدود با پیچیدگی بیشتر پنجره‌های زمانی و سایر داده‌های زمانی است. از آنجایی که مسیریابی وسایل حمل‌ونقل، NP -hard است، مسیریابی وسایل حمل‌ونقل با پنجره زمانی با در نظرگیری محدودیت ظرفیت، سرعت و تخصیص راننده نیز NP -hard است [۱۲]. در مسأله مسیریابی وسایل حمل‌ونقل با پنجره زمانی، هر مشتری یک پنجره زمانی مرتبط دارد که با اولین و آخرین زمان برای شروع خدمات مشتری تعریف شده است. انبار همچنین ممکن است دارای یک پنجره زمانی باشد که افق زمان‌بندی را تعریف می‌کند. پنجره‌های زمانی

$$x \geq 0 \quad (25)$$

که در اینجا x به صورت یک ماتریس $n \times 1$ و b به صورت یک ماتریس $m \times 1$ و e به صورت یک ماتریس $k \times 1$ بوده و بقیه ماتریس‌ها دارای ابعاد منطبق با این نمادها هستند. فرض کنید LP نشان‌دهنده مسأله P با محدودیت صحیح بودن و آزادسازی رابطه $AX=b$ باشد و Z_{LP} نشان‌دهنده مقدار بهینه LP باشد. در اینجا فرض شده است محدودیت‌های مسأله P به دو مجموعه محدودیت $AX=b$ و $Dx \leq e$ تقسیم می‌شود تا بتوان مسأله لاگرانژ را به راحتی حل نمود.

$$Z_D(\lambda) = \min c x + \lambda (Ax - b) \quad (26)$$

$$Dx \leq e \quad (27)$$

$$x \geq 0 \quad (28)$$

که در اینجا $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ یک بردار از مضارب لاگرانژ است. حل آسان این مسأله به معنی حل آسان مسأله p است. مسأله لاگرانژ قابل حل در زمان چندجمله‌ای و یا شبه چندجمله‌ای است. برای راحتی فرض شده است که p شدنی است و مجموعه $X = \{x | Dx \leq e, x \geq 0, integer\}$ حل شدنی و متناهی برای LR_λ است. سپس $Z_D(\lambda)$ برای تمام λ ها متناهی است. توسعه و بهبود این مسأله زمانی که فرضیات نقض شده باشد و یا محدودیت‌های نابرابری دیگری به مسأله اضافه شود، آسان است. کاملاً واضح است که $Z_D(\lambda) \leq Z$ و به آسانی مشاهده می‌شود که با فرض این که x^* حل بهینه مسأله p باشد می‌توان گفت:

$$Z_D(\lambda) \leq c x^* + \lambda (A x^* - b) = Z \quad (29)$$

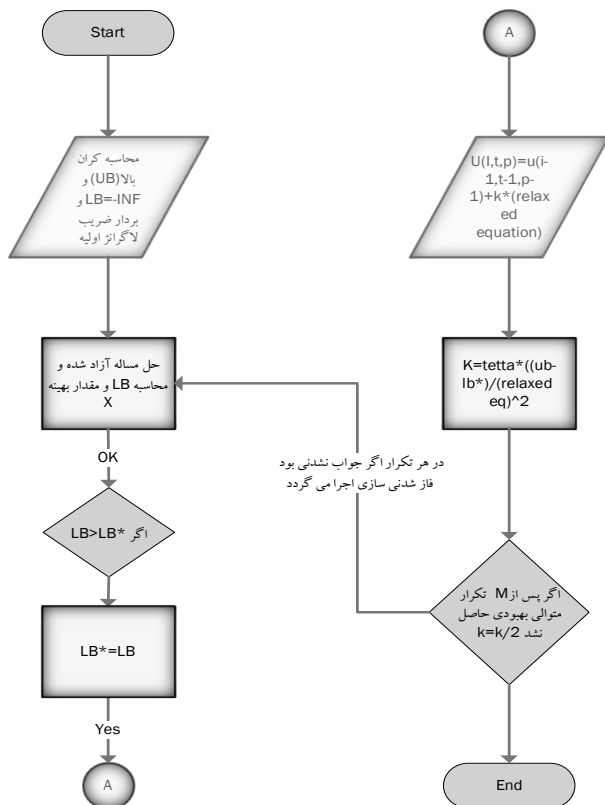
اگر $Ax = b$ باشد، آنگاه با رابطه $Ax \leq b$ در مسأله p جایگزین می‌شود و سپس به $\lambda \geq 0$ نیاز است لذا می‌توان نشان داد:

$$Z_D(\lambda) \leq c x^* + \lambda (A x^* - b) \leq Z \quad (8)$$

به طور مشابه برای $Ax \geq b$ به رابطه $\lambda \leq 0$ برای حفظ رابطه $Z_D(\lambda) \leq Z$ نیاز است. در کل تضمینی برای پیدا کردن λ وجود ندارد به طوری که $Z_D(\lambda) = Z$ باشد، اما این اتفاق برای اغلب موارد خاص اتفاق می‌افتد. رابطه $Z_D(\lambda) \leq Z$ اجازه می‌دهد که LR_λ به جای LP برای ارائه حدهای پایین در یک شاخه و حد پایین الگوریتم برای مسأله P ، استفاده شود. این بیشترین کاربرد LR_λ بوده و کاربردهای دیگری نیز دارد. این می‌تواند یک واسطه برای انتخاب متغیرها و انتخاب شاخه بعدی برای جستجو باشد. حل‌های شدنی خوب مسأله P را اکثراً می‌توان با آشفته‌سازی یک حل شدنی نزدیک به LR_λ به دست آورد [۲۴].

همان‌طور که گفته شد $Z_D(\lambda)$ یک حد پایین برای مسأله Z می‌باشد. برای به دست آوردن حد بالای مسأله x به دست آمده از حل مسأله $Z_D(\lambda)$ را در مسأله اصلی P قرار داده و یک حد بالا به دست خواهد آمد؛ لازم به توضیح است در فرآیند اجرا الگوریتم لاگرانژ هیچ‌گونه تغییر جدیدی نسبت به الگوریتم‌های کلاسیک ارائه شده ندارد. بنابراین یکی از محدودیت‌های پیچیده مدل را آزاد و در تابع هدف می‌آوریم. در مدل پیشنهادی بعد از حل مدل با حل‌کننده بارون در نرم‌افزار گمز برای این که متوجه شویم کدامیک از محدودیت‌ها حل

به‌عنوان مثال مشتری اول یک میزان تقاضا از محصول اول در دوره اول و در دوره دوم میزان دیگری از تقاضا آن محصول را دارد که پس از بررسی نتایج برنامه‌ریزی جهت رفع تقاضا انجام گرفته و از انبار، محصول ساخته شده ارسال شده‌اند. همچنین تعداد محصول نوع اول ارسال شده با هروسيله حمل‌ونقل حداکثر برابر با ظرفیتش می‌باشد. ضمناً مسیریابی به‌آسانی قابل بررسی است که اولاً تمام مشتریان در هر دوره بازدید شوند و ثانیاً وسیله مجدد به انبار برگردد و مسیر لوپ در محل هر مشتری رخ ندهد.



شکل (۲): فلوجارت الگوریتم ابتکاری لاکرانز براساس مدل پیشنهادی

در ادامه نمونه‌های مختلفی براساس مدت زمان حل و تعداد ورودی‌های مسئله در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ دسته بندی شدند و با روشی دقیق و روش الگوریتم ابتکاری لاکرانز حل شدند. الگوریتم لاکرانز یک‌بار برای آزادسازی محدودیت (۳) و یک‌بار برای محدودیت (۵) در نظر گرفته شد. نتایج براساس جدول (۸) می‌باشد. در الگوریتم لاکرانز با آزادسازی محدودیت پنجم نتایج بهتری از زمان حل برای ۴ نمونه اول به دست آمد که با توجه به نتایج به دست آمده برای ۴ نمونه اول، سایر نمونه‌ها برای این الگوریتم حل نشد. (علامت - نشان‌دهنده عدم بررسی نتیجه زمان حل برای این نمونه‌ها می‌باشد).

جدول (۳): مقادیر پارامتر فاصله مشتریان و انبار از یکدیگر c_{ij}

انبار	c _۱	c _۲	c _۳	c _۴	c _۵	c _۶	c _۷
انبار ۰	۱۵	۹	۶	۶	۱۰	۱۳	۵
c _۱	۰	۷	۹	۷	۷	۵	۷
c _۲	۹	۰	۷	۷	۷	۵	۱۱

می‌توانند سخت یا نرم باشند. در شرایط سخت پنجره، وسایل حمل‌ونقلی‌ای که خیلی زود به محل مشتری می‌رسد مجاز است تا باز شدن پنجره مشتری منتظر بماند. با این حال، یک وسیله نقلیه به هیچ وجه مجاز نیست پس از آخرین زمان شروع سرویس به گره برسد. در مقابل، مورد پنجره زمانی نرم، نقض پنجره زمانی را با هزینه جریمه مجاز می‌سازد.

از طرفی هم مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح و یا به‌طور کلی هر برنامه‌ریزی که بخشی از آن عدد است، قابل تقلیل به کلاس NP است ولی برنامه‌ریزی خطی ساده در زمان P قابل حل می‌باشد. بنابراین مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح به خودی خود متعلق به NP-hard می‌باشد. به‌عنوان مثال مسئله پوشش حداقل رئوس یک تقلیل برای برنامه‌ریزی عدد صحیح است که خود قبلاً اثبات شده جزو کلاس NP-hard می‌باشد. مسائل عدد صحیح مختلط غیر خطی به دلیل عدم فضای حل خطی و پیچیده از مسائل برنامه‌ریزی خطی و عدد صحیح سخت‌تر هستند. با توجه به NP-hard بودن مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط می‌توان نتیجه گرفت که مسئله بزرگتر یعنی عدد صحیح مختلط غیر خطی نیز جز مسائل NP-hard می‌باشد.

۴. مطالعه موردی

مطالعه مدنظر در شرکت دیبا ابتکار مهاد تولیدکننده دستگاه‌های خالص‌سازی و ضد عفونی آب پزشکی (همودیالیز، مراقبت‌های ویژه، اتاق عمل، داروسازی و آزمایشگاه) انجام گرفت. تعدادی از مشتریان قطعی این شرکت انتخاب و براساس فروش مدنظر آن مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن ۱ انبار مرکزی ۷ مشتری (مجموع i و j ۸ می‌شود) و ۳ وسیله نقلیه و ۲ راننده و همچنین ۲ سطح سرعت و یک محصول شرکت مورد آزمون قرار گرفت. این مطالعه هدف انتخاب بهینه مسیریابی حمل‌ونقل با کمترین آلودگی هوا، هزینه حمل‌ونقل و سریعترین سطح پاسخ تقاضا در هر بار حمل‌ونقل می‌باشد. اجرای مدل در لپ‌تاپ با پردازنده Intel® Core™ i7، رم DDR4 3200 MHz، چیپست Intel® iris و میزان حافظه رم 16GB انجام شده است و مدت زمان حل دقیق آن با الگوریتم بارون ۹/۲ ثانیه و با استفاده از الگوریتم لاکرانز ۰/۱۹ ثانیه می‌باشد.

۴-۱. صحنه‌گذاری مدل و بررسی نتایج اجرا

برای نشان دادن عملکرد مدل پیشنهادی، مثال‌های عددی فراوانی ایجاد شده است که نتایج آن در این قسمت بیان خواهد شد. ابتدا مدل در نرم‌افزار گمز اجرا و سپس صحت درستی عملکرد مدل را بررسی می‌کنیم بدین صورت که برای یک محصول مسیریابی را به‌طور دستی چک می‌کنیم و تأثیر محدودیت‌ها در حل را آزمون می‌کنیم.

براساس میزان تقاضای مشتریان و در بعد دیگر توانایی در پاسخ به تقاضا در دوره زمانی در دسترس، برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی صورت می‌پذیرد. با توجه به مقدار کمبود صفر در مدل اجرا شده بنابراین هر مشتری باید تقاضای خود را دریافت کرده باشد.

۱	dr۲	m۱	t۱	c۳	c۱	۹	۵	۸	۶	۰	۷	۹	۶	c۳
۱	dr۱	m۱	t۲	c۳	c۱	۷	۱۳	۱۰	۰	۶	۷	۷	۶	c۴
۱	dr۱	m۱	t۳	c۳	c۱	۵	۱۵	۰	۱۰	۸	۷	۷	۱۰	c۵
۱	dr۲	m۱	t۱	c۱	c۲	۱۰	۰	۱۵	۱۳	۵	۵	۵	۱۳	c۶
۱	dr۱	m۱	t۲	c۱	c۲	۰	۱۰	۵	۷	۹	۱۱	۷	۵	c۷
۱	dr۱	m۱	t۳	c۱	c۲									
۱	dr۲	m۱	t۱	انبار	c۳									
۱	dr۱	m۱	t۲	انبار	c۳									
۱	dr۱	m۱	t۳	انبار	c۳									
۱	dr۲	m۱	t۱	c۲	c۴									
۱	dr۱	m۱	t۲	c۲	c۴									
۱	dr۱	m۱	t۳	c۲	c۴									

جدول (۴): مقادیر پارامتر حداکثر زمان تحویل $cdt_{j,t}$ سمت راست و تقاضا

$d_{j,t,p}$		
p	t	j
۸	t۱	c۱
۱۰	t۲	c۱
۹	t۱	c۲
۵	t۲	c۲
۸	t۱	c۳
۵	t۲	c۳
۶	t۱	c۴
۹	t۲	c۴
۷	t۱	c۵
۷	t۲	c۵
۷	t۱	c۶
۵	t۲	c۶
۵	t۱	c۷
۸	t۲	c۷
		j
۶	۹	انبار
۹	۸	c۱
۶	۷	c۲
۶	۸	c۳
۷	۹	c۴
۸	۷	c۵
۸	۸	c۶
۷	۷	c۷

جدول (۶): مقادیر متغیر تصمیم $y_{i,j,t,m,dr,p}$

p۱	dr	m	t	j	i
۲۵	dr۲	m۱	t۱	c۴	انبار
۲۲	dr۱	m۱	t۲	c۴	انبار
۲۳	dr۱	m۱	t۳	c۴	انبار
۲	dr۲	m۱	t۱	c۳	c۱
۴	dr۱	m۱	t۲	c۳	c۱
۳	dr۱	m۱	t۳	c۳	c۱
۱۰	dr۲	m۱	t۱	c۱	c۲
۹	dr۱	m۱	t۲	c۱	c۲
۱۰	dr۱	m۱	t۳	c۱	c۲
۲۰	dr۲	m۱	t۱	c۲	c۴
۱۸	dr۱	m۱	t۲	c۲	c۴
۱۸	dr۱	m۱	t۳	c۲	c۴

جدول (۷): مقادیر متغیر تصمیم $dt_{j,t}$

t۳	t۲	t۱	
۱۰.۶۵۸۷۳	۱۰.۶۵۸۷۳	۱۰.۶۵۸۷۳	انبار
۳.۵۶۰۱۷۹	۳.۵۶۰۱۷۹	۳.۵۶۰۱۷۹	c۱
۲.۰۰۸۷۶۸	۲.۰۰۸۷۶۸	۲.۰۰۸۷۶۸	c۲
۵.۳۸۹۵	۵.۳۸۹۵	۵.۳۸۹۵	c۳
۰.۵۴۸۲۸۲	۰.۵۴۸۲۸۲	۰.۵۴۸۲۸۲	c۴

جدول (۵): مقادیر متغیر تصمیم $x_{i,j,t,m,dr,p}$

p۱	dr	m	t	j	i
۱	dr۲	m۱	t۱	c۴	de
۱	dr۱	m۱	t۲	c۴	de
۱	dr۱	m۱	t۳	c۴	de

جدول (۸): نتایج حل مسأله به روش دقیق و روش پیشنهادی در ابعاد مختلف

مقدار بهینه	اختلاف حد بالا و پایین	حد بالا	حد پایین	زمان حل (به ثانیه)			تعداد ورودیها						شماره مسأله	ابعاد مسأله	
				لاگرانژ ۱	لاگرانژ ۲	بارون	l	p	dr	m	t	j			i
-۴۱	%۰	-۴۱	-۴۱	۰/۱	۰/۱	۱.۰	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۲	۱	
-۴۰	%۱	-۴۳	-۴۰	۰/۱	۰/۱	۸.۰	۲	۱	۲	۲	۲	۲	۲	۲	
-۱۲۷	%۱	-۱۲۹	-۱۲۷	۹	۱۶	۲۲۰	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	
-۱۳۵	%۱	-۱۳۶	-۱۳۵	۱۳	۱۸	۲۷۰	۴	۳	۳	۳	۳	۴	۴	۴	کوچک
-۱۰۶	%۱	-۱۰۷	-۱۰۶	۱۷	۱۹	۴۷۰	۴	۳	۳	۳	۲	۵	۵	۵	
-۱۶۳	%۱	-۱۶۴	-۱۶۳	۱۸	۲۰	۵۰۰	۴	۲	۴	۳	۳	۵	۵	۶	
-۱۹۶	%۲	-۱۹۸	-۱۹۶	-	۴۱	۱۰۹۰	۶	۳	۶	۶	۵	۷	۷	۷	

ابعاد مسأله	شماره مسأله	تعداد ورودی‌ها							زمان حل (به ثانیه)			حد پایین	حد بالا	اختلاف حد بالا و پایین	مقدار بهینه از بارون
		i	j	t	m	dr	p	l	بارون	لاگرانژ ۱	لاگرانژ ۲				
	۸	۷	۷	۶	۶	۶	۵	۷	۱۴۲۰	۵۱	-	-۲۰۳	-۲۰۷	%۲	-۲۰۳
	۹	۷	۷	۶	۶	۷	۶	۷	۱۶۴۳	۵۶	-	-۱۸۳	-۱۸۷	%۲	-۱۸۳
	۱۰	۷	۷	۶	۶	۸	۶	۷	۱۷۷۰	۵۹	-	-۱۹۸	-۲۰۲	%۲	-۱۹۸
	۱۱	۸	۸	۶	۷	۸	۶	۷	۲۲۰۸	۶۹	-	-۱۸۹	-۱۹۵	%۳	-۱۸۹
	۱۲	۹	۹	۶	۸	۸	۶	۷	۲۸۹۰	۸۰	-	-۲۷۷	-۲۸۰	%۱	-۲۷۷
	۱۳	۹	۹	۷	۸	۸	۶	۷	۳۰۲۰	۸۵	-	-۲۶۸	-۲۷۳	%۲	-۲۶۸
	۱۴	۱۰	۱۰	۷	۸	۸	۶	۷	۳۳۷۰	۹۴	-	-۲۸۰	-۲۸۶	%۲	-۲۸۰
	۱۵	۱۰	۱۰	۸	۸	۸	۶	۷	۳۵۴۹	۹۹	-	-۲۳۸	-۲۴۳	%۲	-۲۳۸
	۱۶	۱۰	۱۰	۱۰	۸	۸	۸	۷	۴۰۰۵	۱۲۱	-	-۱۹۰	-۱۹۴	%۲	-۱۹۰
	۱۷	۱۴	۱۰	۱۰	۸	۹	۹	۸	۴۴۳۴	۱۷۳	-	-۳۶۰	-۳۵۳	%۲	-۳۶۰
متوسط	۱۸	۱۲	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۹	۹	۵۲۰۰	۲۱۳	-	-۶۱۳	-۶۱۹	%۱	-۶۱۳
	۱۹	۱۳	۱۳	۱۱	۱۱	۹	۱۰	۹	۶۵۳۰	۲۶۱	-	-۴۰۱	-۴۱۳	%۳	-۴۰۱
	۲۰	۱۸	۱۳	۱۰	۱۱	۱۱	۱۱	۱۰	۲۷۸۸۹	۴۳۵	-	-۶۷۰	-۶۶۳	%۱	-۶۷۰
	۲۱	۱۴	۱۴	۱۳	۱۱	۱۲	۱۲	۱۱	۲۹۷۴۹	۴۵۸	-	-۷۵۰	-۷۷۳	%۳	-۷۵۰
	۲۲	۲۰	۱۵	۱۵	۱۲	۱۳	۱۳	۱۲	۸۶۸۶۹	۸۹۱	-	-۸۹۰	-۹۲۴	%۳	-۸۹۰
	۲۳	۱۶	۱۶	۱۵	۱۳	۱۳	۱۳	۱۴	*	۹۳۸	-	-۶۶۴	-۶۹۴	%۴	-۶۶۴
	۲۴	۱۷	۱۷	۱۵	۱۳	۱۳	۱۳	۱۴	*	۱۰۹۴	-	-۷۶۴	-۷۹۵	%۴	-۷۶۴
	۲۵	۲۵	۲۰	۲۰	۱۵	۱۶	۱۵	۱۴	*	۳۲۰۳	-	-۱۲۵۰	-۱۲۱۳	%۴	*
	۲۶	۲۵	۲۵	۲۰	۱۶	۱۶	۱۶	۱۴	*	۴۵۸۲	-	-۷۸۸	-۸۲۷	%۵	-۷۸۸
	۲۷	۲۶	۲۶	۲۱	۱۶	۱۷	۱۶	۱۵	*	۵۹۱۸	-	-۸۳۸	-۸۷۲	%۴	-۸۳۳
	۲۸	۲۶	۲۶	۲۱	۱۷	۱۸	۱۶	۱۵	*	۶۵۵۶	-	-	-	%۵	*
	۲۹	۲۷	۲۷	۲۱	۱۷	۱۸	۱۷	۱۵	*	۷۶۴۳	-	-	-	%۵	*
	۳۰	۲۷	۲۷	۲۰	۱۸	۱۹	۱۸	۱۶	*	۸۹۱۱	-	-	-	%۵	*
	۳۱	۲۸	۲۸	۲۰	۱۹	۱۹	۱۹	۱۶	*	۱۰۳۹۰	-	-	-	%۵	*
بزرگ	۳۲	۲۸	۲۸	۲۰	۱۹	۱۹	۱۹	۱۷	*	۱۱۵۰۹	-	-	-	%۶	*
	۳۳	۲۸	۲۸	۲۱	۱۹	۲۰	۱۹	۱۷	*	۱۲۷۴۹	-	-	-	%۵	*
	۳۴	۲۹	۲۹	۲۱	۲۰	۲۰	۲۰	۱۷	*	۱۵۶۴۵	-	-	-	%۶	*
	۳۵	۲۹	۲۹	۲۲	۲۰	۲۱	۲۱	۱۸	*	۱۷۳۳۱	-	-	-	%۶	*
	۳۶	۳۰	۳۰	۲۳	۲۰	۲۰	۲۰	۱۸	*	۱۹۱۹۸	-	-	-	%۷	*
	۳۷	۳۵	۳۵	۲۵	۱۹	۲۰	۲۰	۱۷	*	-	-	-	-	-	*
	۳۸	۳۱	۳۱	۲۵	۲۱	۲۱	۲۱	۱۸	*	-	-	-	-	-	*

۴-۲. تحلیل نتایج

عامل‌ها نیز تعریف می‌گردد و AB اثر متقابل تقاضا و فاصله می‌باشد پس از حل مدل طراحی آزمایشات مقدار F مدل ۱۲/۳۵ به دست آمد که نشان می‌دهد مدل معنی‌دار است. تنها ۰/۰۵٪ احتمال وجود دارد که به علت این بزرگ بودن F -Value نویز یا به عبارتی خطا رخ دهد.

مقادیر P کمتر از ۰/۰۵ نشان‌دهنده شرایط مدل هستند. در این مورد، C ، D ، AB ، $ABCD$ معنی‌دار هستند. به عبارت دیگر مقادیر بیش از ۰/۱ نشان می‌دهد که پارامترهای مدل معنی‌دار نیستند.

ماتریس طراحی آزمایشات براساس طرح فاکتوریل 2^k (بادر نظرگیری ۲ سطح -۱ و +۱) برای آزمون اثرات فاکتورها (پارامترهای اصلی مدل ریاضی) بر آزمایشات (متغیرهای پاسخ) تشکیل شد. این ماتریس تک‌سطحی دارای ۱ سطح پاسخ (تابع هدف مدل) می‌باشد که یک‌بار تکرار آزمایشات در نظر گرفته شد و محاسبه متغیر پاسخ براساس مدل ریاضی و تغییرات عامل‌ها به دست آمده است. تعداد آزمایشات ۱۶ عدد در نظر گرفته شد. این مقدار براساس 2^4 به دست آمده است.

عامل‌های A ، B ، C و D به ترتیب تقاضا، فاصله دو نقطه، حداکثر سرعت مجاز و حداکثر زمان تحویل مشتریان می‌باشد. اثرات متقابل

برتابع هدف نیز بیشتر از سرعت حرکت وسیله نقلیه می‌باشد. بنابراین در این مطالعه لازم است بیشتر از هر پارامتری، حداکثر زمان تحویل کالا به مشتریان افزایش یابد.

۴-۳. نتیجه و جمع‌بندی

این پژوهش مدل مسیریابی وسایل حمل‌ونقل چنددوره‌ای با پنجره زمانی و با محدودیت در زمان تحویل، توانایی تنظیم سرعت وسایل حمل‌ونقل، محدودیت در انتخاب رانندگان و امکان ایجاد کمبود را با استفاده از الگوریتم لاگرانژ حل می‌کند. مسائل مسیریابی به NP - $hard$ بودن اکثراً با الگوریتم‌های فراابتکاری حل می‌شوند. در این پژوهش نشان داده شد که می‌توان با به‌کارگیری درست بعضی الگوریتم‌های دقیق در صورت امکان از حل پیچیده و غیربهبوده این مسائل جلوگیری کرد. جدول (۹) تفاوت زیاد زمان حل این مدل در روش بارون و لاگرانژ را نشان می‌دهد به طوری که برای تعداد ورودی‌های زیاد بارون نمی‌تواند حتی در مدت زمان چندین ساعت به جواب برسد در حالی که با الگوریتم لاگرانژ در زمان بسیار مناسب‌تری به جواب می‌رسیم. نکته مهم این‌که ضرایب تابع هدف و مقادیر پارامترها می‌تواند در زمان به‌دست آمده مؤثر باشد و روش حل لاگرانژ با دو طراحی مختلف که نتیجه آزادسازی دو محدودیت به صورت مجزا می‌باشد. انتخاب محدودیت‌ها بر اساس تغییرات زمان حل (در صورت حذف آن محدودیت) انجام شد. در این پژوهش اهمیت و اثرات وزن کالا، تخصیص راننده، امکان کنترل سرعت و مدت زمان سفر بر هزینه‌های مسیریابی حمل‌ونقل بررسی شد. طراحی آزمایشات برای اصلی‌ترین این پارامترها استفاده شد و حداکثر زمان تحویل به‌عنوان تأثیرگذارترین عامل بر تابع هدف نهایی تشخیص داده شد. افزایش زمان تحویل می‌تواند موجب کاهش تعداد وسایل حمل‌ونقل، کاهش جریمه‌های دیرکرد، افزایش منافع به‌دست آمده ناشی از تحویل به‌موقع و یا زودتر بیانجامد. دیگر عامل مهم حداکثر سرعت حرکت وسایل نقلیه می‌باشد. سرعت بیشتر موجب تحویل به‌موقع کالا و کاهش هزینه‌های آلودگی می‌شود. عامل‌هایی نظیر تقاضا و فاصله به‌تنهایی اثر بالایی ندارند اما افزایش هم‌زمان آن‌ها بسیار بر تابع هدف مؤثر می‌باشد. به‌علت ضرایب هزینه تابع هدف و بعد اقتصادی حمل‌ونقل کالا خاص این مطالعه موردی افزایش فاصله و افزایش تعداد تقاضا به‌علت افزایش جریمه‌های دیرکرد و افزایش هزینه‌های آلودگی هوا می‌تواند افزایش شدید هزینه‌ها را در تابع هدف ایجاد کند. افزایش هم‌زمان دوبرابری تمامی پارامترهای اصلی در مجموع اثر مثبت و از نوع هزینه بر تابع هدف خواهد داشت.

۵. مطالعات آتی

مطالعه موردنظر محدودیت‌های بیشتری از مسائل مسیریابی وسایل نقلیه در دنیای واقعی مدل می‌کند که موجب سخت‌تر شدن حل مسأله می‌گردد بنابراین از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ استفاده شد تا کارایی الگوریتم حل بهبود یابد. جای کار بسیاری برای استفاده از سایر الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری مناسب و همچنین استفاده از

جدول (۹): محاسبات شاخص‌های آنالیز واریانس

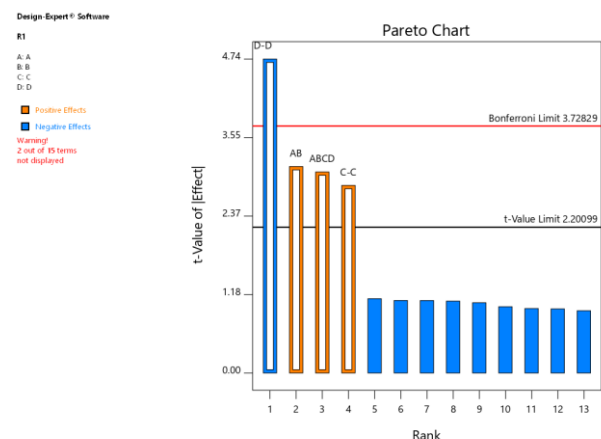
Std. Dev.	۴۵.۶۰	R ²	۰.۸۱۷۹
Mean	-۲۷۱.۰۶	Adjusted R ²	۰.۷۵۱۶
C.V. %	۱۶.۸۲	Predicted R ²	۰.۶۱۴۷
		Adeq Precision	۷.۲۰۶۹

R^2 پیش‌بینی شده مقداری برابر ۰/۸۱ دارای فاصله صحیحی با R^2 تعدیل شده (۰/۶۱) است؛ یعنی تفاوت کمتر از ۰,۲ است (جدول (۹)) را ملاحظه کنید). $Adeq Precision$ نسبت سیگنال به نویز را اندازه‌گیری می‌کند. نسبت بیش از ۴ مطلوب است. نسبت مدل ۷/۲ است که نشان‌دهنده سیگنال مناسب است.

باتغییر در مقادیر ورودی‌های مدل می‌توان تغییرات در خروجی مدل را بررسی کرد و از این طریق پارامترها و محدودیت‌هایی که در خروجی مدل اثرات بالایی دارند از طریق این تحلیل مشخص گردد.

جدول (۱۰): تحلیل واریانس

p-value	Mean Square	df	Sum of Squares	Source
۰/۰۰۰۵	۲۵۶۸۱	۴	۱/۰۲۷E+۰۵	Model
۰/۰۱۶۳	۱۶۶۷۷	۱	۱۶۶۷۷	C
۰/۰۰۰۶	۴۶۷۱۲	۱	۴۶۷۱۲	D
۰/۰۰۹۸	۲۰۱۹۳	۱	۲۰۱۹۳	AB
۰/۰۱۱۴	۱۹۱۴۲	۱	۱۹۱۴۲	ABCD
	۲۰۷۹	۱۱	۲۲۸۷۵	Residual
		۱۵	۱/۲۵۶E+۰۵	Cor Total



شکل (۳): میزان تأثیر پارامترهای اصلی مدل ریاضی

بر اساس نتایج آزمون t و نمودار پارتو (شکل (۳))، مطابق جدول ۱۰، حداکثر زمان تحویل کالا به مشتریان بیشترین اثر را دارد و این اثر به‌صورت منفی در تابع هدف می‌باشد؛ تقاضا و فاصله در کنار هم اثر مثبت بالایی بر تابع هدف دارد. تغییر تمامی پارامترها به‌صورت هم‌زمان

- Science and Systems, Volume 16),” J Oper Res Soc, 1988, doi: 10.2307/2583052.
- [11] S. S.; Srivastava, S. Kumar, R. C.; Garg, and P. Sen, “GENERALIZED TRAVELLING SALESMAN PROBLEM THROUGH n SETS OF NODES,” CORS Journal, 1969.
- [12] C. E. Noon and J. C. Bean, “An Efficient Transformation of the Generalized Traveling Salesman Problem,” INFOR: Information Systems and Operational Research, 1993, doi: 10.1080/03155986.1993.11732212.
- [13] M. Fischetti, J. J. Salazar González, and P. Toth, “A Branch-and-Cut Algorithm for the Symmetric Generalized Traveling Salesman Problem,” Operations Research, vol. 45, no. 3, pp. 378–394, 1997, doi: 10.1287/opre.45.3.378.
- [14] G. Gutin and D. Karapetyan, “A memetic algorithm for the generalized traveling salesman problem,” Natural Computing, vol. 9, no. 1, 2010, doi: 10.1007/s11047-009-9111-6.
- [15] K. Helsgaun, “Solving the equality generalized traveling salesman problem using the Lin–Kernighan–Helsgaun Algorithm,” Mathematical Programming Computation, vol. 7, no. 3, 2015, doi: 10.1007/s12532-015-0080-8.
- [16] S. L. Smith and F. Imeson, “GLNS: An effective large neighborhood search heuristic for the Generalized Traveling Salesman Problem,” Computers and Operations Research, vol. 87, 2017, doi: 10.1016/j.cor.2017.05.010.
- [17] Y. Yuan, D. Cattaruzza, M. Ogier, and F. Semet, “A branch-and-cut algorithm for the generalized traveling salesman problem with time windows,” European Journal of Operational Research, vol. 286, no. 3, 2020, doi: 10.1016/j.ejor.2020.04.024.
- [18] A. C. McKinnon and M. I. Piecyk, “Measurement of CO2 emissions from road freight transport: A review of UK experience,” Energy Policy, 2009, doi: 10.1016/j.enpol.2009.07.007.
- [19] A. A. Juan, J. Goentzel, and T. Bektaş, “Routing fleets with multiple driving ranges: Is it possible to use greener fleet configurations?,” Applied Soft Computing Journal, 2014, doi: 10.1016/j.asoc.2014.03.012.
- [20] Ç. Koç, T. Bektaş, O. Jabali, and G. Laporte, “The fleet size and mix pollution-routing problem,” Transportation Research Part B: Methodological, 2014, doi: 10.1016/j.trb.2014.09.008.
- [21] M. Salehi, M. Jalalian, and M. M. Vali Siar, “Green transportation scheduling with speed control: trade-off between total transportation cost and carbon emission,” Computers and Industrial Engineering, vol. 113, 2017, doi: 10.1016/j.cie.2017.09.020.
- [22] S. Erdoğan and E. Miller-Hooks, “A Green Vehicle Routing Problem,” Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2012, doi: 10.1016/j.tre.2011.08.001.
- [23] J. F. Bard, L. Huang, M. Dror, and P. Jaillet, “A branch and cut algorithm for the VRP with satellite facilities,” IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers), 1998, doi: 10.1080/07408179808966528.
- [24] M. L. Fisher, “LAGRANGIAN RELAXATION METHOD FOR SOLVING INTEGER PROGRAMMING PROBLEMS,” Management Science, 1981, doi: 10.1287/mnsc.27.1.1.
- [25] N. Kohl and O. B. G. Madsen, “An optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows based نگاه‌های متفاوتی در مدل‌سازی این محدودیت‌ها وجود دارد؛ می‌توان در کنار کنترل سرعت از مدیریت حمل‌ونقل در زمان‌های ترافیک بالا و یا از نوآوری‌هایی مانند پهپادها یا دوچرخه‌های الکتریکی قابل حرکت در ترافیک استفاده کرد. از طرفی می‌توان از تکنیک‌های مدل‌های چندمرحله‌ای نیز برای بهبود کارایی مدل استفاده کرد. به‌طور مثال می‌توان تخصیص راننده به وسایل حمل‌ونقل براساس اولویت به‌دست آمده از روش‌های تصمیم‌گیری انجام شود.
- مکان‌یابی محل دپو در کنار سایر محدودیت‌های این مدل به‌نظر می‌تواند در کاهش هزینه‌ها بسیار مؤثر واقع شود.
- مدل‌سازی غیرقطعی این مسأله می‌تواند مسأله را به دنیای واقعی بیشتر نزدیک کند بنابراین می‌تواند از مدل‌های استوار، سناریومحور، فازی و یا سایر روش‌های موجود نیز استفاده کرد. جای کار بسیاری برای استفاده از سایر جنبه‌های سبز بودن مسیریابی و حتی محدودیت‌های برگشت محصول نیز استفاده کرد.
- ### مراجع
- [1] E. Morganti, S. Seidel, C. Blanquart, L. Dablanc, and B. Lenz, “The Impact of E-commerce on Final Deliveries: Alternative Parcel Delivery Services in France and Germany,” 2014. doi: 10.1016/j.trpro.2014.11.014.
- [2] M. Janjevic, M. Winkenbach, and D. Merchán, “Integrating collection-and-delivery points in the strategic design of urban last-mile e-commerce distribution networks,” Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2019, doi: 10.1016/j.tre.2019.09.001.
- [3] Y. H. Lin, Y. Wang, D. He, and L. H. Lee, “Last-mile delivery: Optimal locker location under multinomial logit choice model,” Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2020, doi: 10.1016/j.tre.2020.102059.
- [۴] ع. علی زاده، م. عابدیان، م. خونساری. (۱۳۹۹). “پایاده‌سازی الگوریتم آژادسازی لاگرانژ در مدل مسیریابی سبز.” [Online]. Available: <https://civilica.com/doc/1124924>
- [5] G. B. Dantzig and J. H. Ramser, “The Truck Dispatching Problem,” Management Science, 1959, doi: 10.1287/mnsc.6.1.80.
- [6] G. Laporte, “The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms,” European Journal of Operational Research, 1992, doi: 10.1016/0377-2217(92)90192-C.
- [7] M. W. P. Savelsbergh, “Local search in routing problems with time windows,” Annals of Operations Research, 1985, doi: 10.1007/BF02022044.
- [8] D. Simchi-Levi, X. Chen, and J. Bramel, “The logic of logistics: Theory, algorithms, and applications for logistics and supply chain management: Second edition,” in Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, 2005.
- [9] M. M. Solomon, “ALGORITHMS FOR THE VEHICLE ROUTING AND SCHEDULING PROBLEMS WITH TIME WINDOW CONSTRAINTS,” Operations Research, 1987, doi: 10.1287/opre.35.2.254.
- [10] G. K. Rand, B. L. Golden, and A. A. Assad, “Vehicle Routing: Methods and Studies (Studies in Management

<https://civilica.com/doc/409442>

- [32] E. Messaoud, A. el Bouzekri El Idrissi, and A. E. Alaoui, "A hybrid metaheuristic algorithm for the green vehicle routing problem in the dynamic environment," *International Journal of Applied Metaheuristic Computing*, vol. 12, no. 4, 2021, doi: 10.4018/IJAMC.2021100102.
- [33] C. Chen, E. Demir, and Y. Huang, "An adaptive large neighborhood search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and delivery robots," *European Journal of Operational Research*, vol. 294, no. 3, 2021, doi: 10.1016/j.ejor.2021.02.027.
- [۳۴] ن. نوروزی، م. صادق عمل نیک، ر. توکلی مقدم، (۲۰۱۷). "کاهش انرژی مصرفی و زمان سفر در مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن سرعت‌های سفر وابسته به زمان توسط الگوریتم رقابت استعماری." *نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید*. ۴(۹): ۲۱۳-۲۱۹. doi: 10.22084/ier.2017.1810.۲۱۹
- [۳۵] ر. توکلی مقدم، ش. مسعودی، ح. اقبالی، (۲۰۱۶). "حل مدل ریاضی جدید برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه چندهدفه و چند قرارگاهی با الگوریتم ژنتیک مرتب شده غیرمغلوب"، *نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید*. ۳(۶): ۱۶۷-۱۷۵. [Online]. Available: https://ier.basu.ac.ir/article_1353.html
- [۳۶] ا. شفائی، م. اکبری جوکار، م. رفیعی، (۲۰۲۱). "بررسی اثرات استفاده از مدل VRP بر کاهش هزینه‌های توزیع قطعات یدکی بین خودروهای امدادی." *نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید*. ۹(۱۸): ۱۱۱-۱۲۵. ۲۰۲۵. 24224.2025. 10.22084/ier.2021.24224.2025
- on Lagrangian relaxation," *Operations Research*, 1997, doi: 10.1287/opre.45.3.395.
- [26] M. Jepsen, B. Petersen, S. Spoorendonk, and D. Pisinger, "Subset-row inequalities applied to the vehicle-routing problem with time windows," *Operations Research*, vol. 56, no. 2, 2008, doi: 10.1287/opre.1070.0449.
- [27] Ç. Koç and I. Karaoglan, "The green vehicle routing problem: A heuristic based exact solution approach," *Applied Soft Computing Journal*, 2016, doi: 10.1016/j.asoc.2015.10.064.
- [28] G. Policroniades Chípuli and I. Flores de la Mota, "Analysis, design and reconstruction of a VRP model in a collapsed distribution network using simulation and optimization," *Case Studies on Transport Policy*, vol. 9, no. 4, 2021, doi: 10.1016/j.cstp.2021.07.002.
- [۲۹] توکلی مقدم، رضا، ر. مسعود، ش. محمدعلی، ص. نیما. "حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره های زمانی نرم با استفاده از یک الگوریتم فرا ابتکاری تلفیقی". *دانشکده فنی دانشگاه تهران*، ۴۶۹-۴۷۶
- [۳۰] ع. بابایی تیرکلابی، ش. هادیان، ا. مهدوی، م. م. سیداصفهان‌ی. (۲۰۱۹). "حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه سبز با در نظر گرفتن وضعیت ترافیک شهری و کاهش سوخت مصرفی در توزیع کالاهای فاسدشدنی." *فصلنامه مهندسی حمل و نقل*. ۱۱(۱): ۱۸۰-۱۶۳. [Online]. Available: http://jte.sinaweb.net/article_79654.html
- [۳۱] ز. نورمحمدزاده، "الگوریتم آزادسازی لاگرانژ جهت یکپارچه‌سازی مسائل زمان‌بندی تولید و تحویل بارویکرد مسیریابی وسیله نقلیه." [Online]. Available: ۱۳۹۴



DOI: 10.22084/IER.2022.26083.2079

Lagrangian Relaxation for Green Vehicle Routing Problem with Time Windows and Speed Limitations: A Case Study

A. Pazhouhandeh¹, J. Behnamian^{2*}

¹ Ph.D. Student of Industries, Department of industries, Faculty of Technology and Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamadan, Iran

² Associate Professor, Department of Industries, Faculty of Technology and Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamadan, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 11 July 2021

Accepted 19 February 2022

Keywords:

Green Vehicle routing
Lagrangian Relaxation
Time Window
Speed Constraint
Capacity Constraint

ABSTRACT

As a relatively emerging topic in optimization, green routing could reduce the fixed and variable costs induced by different parts of a routing and transportation system and the costs imposed by pollution. This study proposes green transportation routing with a time window under confirmed stable conditions that consider transportation capacity restrictions, speed and time of delivery, and allocation of authorized drivers. This being the case, the goals of selecting the shortest route to goods transfer with the lowest costs caused by pollution, overdue fines, and maintenance of costs could be attained. Accordingly, the Lagrangian relaxation algorithm was employed, and the mathematical model of mixed-integer was developed to address the problem. Lagrange coefficient takes advantage of subgradient methods and closed methods. Lagrangian relaxation is applied separately to address two restrictions. The algorithm saves time by immediate problem solving than the Baron approach. These papers seek to simultaneously use complex restrictions close to actual incidents and could be more similar to natural conditions than other developed models.

* Corresponding author. J. Behnamian
Tel.: 081-38292505; E-mail address: Behnamian@Basu.ac.ir