نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید

نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید

سال نهم، شماره هجدهم، بهار و تابستان ۱۴۰۰، صفحه ۱۵-۴۵
www.ier.basu.ac.ir

ISSN: 2345-2269

DOI: 10.22084/IER.2021.22934.1997

تعیین تعداد دفعات بهینه تبلیغات و دوره سفارش‌دهی توزیع‌کننده با درنظر گرفتن محصولات دارای نقص، خطای انسانی حین بازرسی، سیاست پرداخت اعتباری دوسطحی و تقاضای وابسته به تبلیغات

سوسن مرادی[۱]، محمدرضا غلامیان[۲*]، مریم نوروزی[۳]

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی لجستیک و زنجیره تأمین، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران
۲. دانشیار گروه مهندسی لجستیک و زنجیره تأمین، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران
۳. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی لجستیک و زنجیره تأمین، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
دریافت ۱۳۹۹/۸/۱۴
پذیرش ۱۴۰۰/۲/۳۰
(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:
محصول ناقص
بازرسی
خطای انسانی
سیاست پرداخت اعتباری
دوسطحی
تبلیغات

خلاصه

این مقاله مدل موجودی سه‌سطحی (یک تأمین‌کننده-یک توزیع‌کننده-یک مشتری) دارای محصول ناقص را توسعه داده است که تأمین‌کننده مقدار سفارش را برای توزیع‌کننده ارسال می‌کند و توزیع-کننده این محصولات را بازرسی می‌کند. در این مدل موجودی دارای محصولات ناقص فرض می‌شود که (الف) بازرس در عملیات بازرسی دچار خطا می‌شود، (ب) پرداخت اعتباری دوسطحی درنظر گرفته شده است که در آن مشتریان ابتدا براساس پیشینه خرید به دو دسته جدید و قدیم تقسیم‌بندی شده‌اند. براین اساس پرداخت اعتباری به‌صورت کامل به مشتریان قدیمی و به‌صورت جزئی به مشتریان جدید ارائه شده است، (ج) مشتریان جدید براساس پرداخت هزینه‌های خرید، در دو گروه خوش‌حساب و بدحساب قرار داده شده‌اند و مشتریان بدحساب آن‌هایی هستند که از پرداخت قیمت محصول خریداری شده پس از اتمام دوره پرداخت اعتباری، امتناع می‌نمایند، و (د) تقاضا به دفعات تبلیغات وابسته است. در این تحقیق پنج مورد فرعی براساس رابطه دوره‌های اعتباری تأمین‌کننده به توزیع‌کننده بررسی شده و برای هریک تعداد بهینه دفعات تبلیغات و طول دوره سفارش بهینه تعیین شده است. به‌علاوه مدل ارائه شده با داده‌های مدل پایه مقایسه شده و سپس با داده‌هایی واقعی مطالعه موردی حل شده است. نتایج تحلیل حساسیت این مجموعه داده واقعی نشان داد که درصد محصولات ناقص، خطاهای بازرسی تأثیر قابل توجهی بر میزان تابع سودآوری دارند. نهایتاً براین اساس، دستاوردهای مدیریتی و پیشنهاداتی برای مطالعات آینده ارائه شده است.

۱. مقدمه

در حال حاضر تمامی عناصر تشکیل‌دهنده یک زنجیره به‌دنبال تأمین محصولات موردنیاز و خدمات برای مشتریان می‌باشند. هدف اصلی در هر زنجیره حداکثر کردن سود زنجیره از طریق افزایش فروش است. مدل‌های زنجیره تأمین سنتی براساس مفروضات محدودکننده بسیاری توسعه یافته‌اند. یکی از این مفروضات، سالم فرض کردن تمامی محصولات تولید شده می‌باشد که توسط مشتریان خریداری شده‌اند. دلایل بسیاری برای تولید محصولات ناقص وجود دارد، که از آن جمله می‌توان به کیفیت پایین مواد اولیه و پرسنل با سطح مهارت پایین اشاره کرد. نحوه برخورد با محصولات ناقص را می‌توان در سه گروه: تعمیرپذیر، قابل فروش با قیمت ناچیز و بازیافت با صرف هزینه مشخص، دسته‌بندی کرد. در برخی از صنایع به دلایل مختلف محصولات ناقص تنها بازیافت و یا دور ریخته می‌شوند. از این دلایل می‌توان به فسادپذیری و بالا بودن هزینه‌های تعمیر اشاره کرد. در مدل

* نویسنده مسئول: محمدرضا غلامیان
تلفن: ۷۳۲۲۵۰۶۷-۰۲۱؛ پست الکترونیکی: Gholamian@iust.ac.ir

موجودی ارائه شده مقدار سفارش شامل تعدادی محصول دارای نقص است. این محصولات از طریق بازرسی جدا شده و با قیمت کمتر به فروش می‌رسند، اما این بازرسی همراه با خطا است. نوآوری‌های مقاله درنظرگیری یادگیری برای بازرس در طی فعالیت تکرارپذیر بازرسی و درنتیجه افزایش سرعت بازرسی، درنظرگیری تقاضای وابسته به تبلیغات، ارائه پرداخت اعتباری دوسطحی براساس قدیمی و جدید بودن مشتریان و درنظرگیری مخاطره‌های پرداخت اعتباری است.

جابر و سلامه مدل سنتی مقدار سفارش اقتصادی را با درنظرگیری امکان تولید محصولات ناقص توسعه دادند. این محصولات از طریق بازرسی از محصولاتسالم جداسازی می‌شوند. این محصولات در پایان زمان بازرسی با قیمت کمتر به فروش می‌رسند [۱]. خان و همکاران مدل [۱] را با درنظرگیری یادگیری اپراتور توسعه دادند. در هربار بازرسی مهارت اپراتور بیشتر شده و سرعت بازرسی در هر دوره افزایش می‌یابد [۲]. وهاب و جابر مدل مقدار سفارش اقتصادی دارای محصولات ناقص را با درنظرگیری فرض یادگیری اپراتور حین بازرسی توسعه دادند. محصولات ناقص پس از پایان بازرسی با قیمت ناچیز به فروش می‌رسند [۳]. هسو و هسو مدل مقدار سفارش اقتصادی را با درنظرگیری مفروضاتی همچون خطا در بازرسی و کمبود توسعه دادند [۴]. اقبال و سارکار مدل مقدار سفارش اقتصادی دارای محصولات ناقص را برای محصولات فسادپذیر توسعه دادند. نرخ تولید محصولات ناقص متغیر تصادفی فرض شده است که از یکی از توزیع‌های: نرمال، مثلثی، مثلثی دوبل و بتا پیروی می‌کند [۵]. تیواری و همکاران مدل دوسطحی یک فروشنده-یک خریدار را برای یک سیستم تولیدی دارای محصولات فسادپذیر توسعه دادند. در این مدل بر اثر فساد محصولات هزینه آلودگی بر اثر تولید کربن به سیستم تحمیل می‌شود [۶]. کیم و سارکار برای یک سیستم تولیدی چندمرحله‌ای محدودیت بودجه را درنظر گرفتند. مدل ریاضی مقاله با درنظرگیری این محدودیت برای کاهش هزینه‌های مربوط به آماده‌سازی جهت تولید و افزایش کیفیت محصولات، بهینه‌سازی شده است [۷]. گاهی باتوجه به قیمت محصولات و نیاز مشتریان به‌صرفه است که محصولات ناقص تعمیر شوند. در دسته‌ای از مقالات اشاره شده است که فروشنده محصولات خود را تحت وارانتی رایگان تعمیر به فروش می‌رساند و از این طریق از هزینه‌های کمبود، آلودگی بر اثر تولید کربن و مواد اولیه لازم برای تولید مجدد کاسته می‌شود. کنستانتاراس و همکاران مدل موجودی دارای محصولات ناقص را با درنظرگیری بازرسی جهت جداسازی محصولات ناقص توسعه دادند. در این مدل باتوجه به نوع نقص در مورد تعمیر و یا فروش محصولات ناقص تصمیم گرفته می‌شود [۸]. پال و همکاران مدل یکپارچه و استکلبرگ را برای یک مدل سه‌سطحی (تأمین‌کننده-تولیدکننده-توزیع‌کننده) با محصولات ناقص تعمیرپذیر توسعه دادند. در این مقاله از طریق تعیین مقدار بهینه سفارش و مقدار بهینه تولید حالتی که کمترین هزینه را دارد مشخص می‌شود [۹]. کنگ و همکاران یک مدل تک‌کالایی و تک‌دوره‌ای را با درنظرگیری مجاز بودن کمبود به‌صورت پس‌افت و تقاضای احتمالی توسعه دادند. در این مدل با تعیین تعداد بهینه سفارشات، موجودی اطمینان و کمبود تابع هزینه حداقل شده است [۱۰]. مارچی و همکاران یک مدل تک‌محصولی و چندمرحله‌ای را برای یک سیستم تولیدی دارای محصولات ناقص توسعه دادند، در این مدل تقاضا دارای توزیع احتمالی می‌باشد [۱۱]. پسندیده و همکاران مدل تولیدی دارای محصولات ناقص را با فرض تعمیرپذیر بودن و دورریز بودن این محصولات توسعه دادند. در این مدل برحسب نوع نقص، تعمیرات متفاوتی وجود دارد. چندین محصول توسط یک ماشین تولید می‌شوند و هدف تعیین مقدار بهینه کمبود پس‌افت، مقدار سفارش و طول دوره بهینه است [۱۲]. هو و زانگ مدل موجودی را برای محصولات فسادپذیر توسعه دادند. در این مدل هدف بهینه‌سازی هزینه‌های سیستم موجودی از طریق تعیین زمان بهینه شروع بازرسی می‌باشد [۱۳]. گیری ودوهی یک مدل موجودی دارای محصولات ناقص را با فرض فروش محصولات تحت وارانتی تعمیر رایگان، برای محصولات ناقص توسعه دادند. در این مدل برای کاهش احتمال خروج سیستم از حالت تحت کنترل عملیات تعمیرات پیش‌گیرانه صورت می‌گیرد و با تعیین تعداد بهینه دفعات بازرسی و طول دوره بهینه هزینه‌های سیستم حداقل می‌شود [۱۴]. لوپز مدل تولیدی دارای محصولات ناقص را با فرض خطا حین بازرسی و سیستم نگهداری پیش‌گیرانه برای جلوگیری از خروج سیستم از حالت تحت کنترل توسعه داد [۱۵]. یو و چن یک مدل موجودی یکپارچه را با درنظرگیری سیاست سرمایه‌گذاری جهت بهبود کیفیت محصولات تولیدی توسعه دادند [۱۶].

بیشتر مقالاتی که در بالا اشاره شده است خطای انسانی حین بازرسی را درنظر نگرفته‌اند درحالی‌که این موضوع در سیستم‌های تولیدی دارای محصولات ناقص بر میزان سود سیستم بسیار اثرگذار است. سیستم‌هایی که نیروی انسانی در پروسه بازرسی محصولات تولید شده دخالت دارند، امکان دارد که خطای نوع یک (رد محصولات سالم) و نوع دو (پذیرش محصولات ناقص) رخ دهد و هزینه‌های بالایی را به سیستم موجودی تحمیل کند. کاظمی و همکاران چهار مدل مقدار سفارش اقتصادی دارای محصولات ناقص را با درنظرگیری مفروضات متفاوت از جمله خطای انسانی حین بازرسی، یادگیری حین بازرسی، انتشار آلودگی براثر جابه‌جایی و هزینه متفاوت نگهداری محصولات سالم و ناقص توسعه دادند [۱۷]. سارکار و سارن مدل [۱۳] را با درنظرگیری خطای انسانی توسعه دادند. در این مقاله برحسب زمان خروج سیستم از حالت تحت کنترل در سه مدل، بازه مناسب برای بازرسی مشخص شده است [۱۸]. گیری و شارما مدل موجودی تولیدی دارای محصولات ناقص را با درنظرگیری خطای انسانی و سرمایه‌گذاری جهت کاهش هزینه‌های سفارش‌دهی توسعه دادند [۱۹]. دی و گیری مدل تولیدی دوسطحی یک تولیدکننده-یک توزیع‌کننده را با درنظرگیری خطای انسانی و یادگیری حین بازرسی توسعه دادند [۲۰]. سارکار و همکاران در یک مدل موجودی تولیدی دارای محصولات ناقص با درنظرگیری خطا بازرسی و تعمیرپذیر بودن محصولات ناقص، به‌دنبال حداقل کردن هزینه‌های سیستم موجودی

بودند [۲۱]. خانا و همکاران مدل موجودی دوسطحی را با درنظرگیری تأثیر تورم و قیمت بر روی تقاضا مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این مدل تأثیر خطای انسانی نوع یک و دو بر میزان کمبود مورد بررسی قرار گرفته است [۲۲]. تیواری و همکاران در یک مدل موجودی یکپارچه احتمالی با درنظرگیری خطای انسانی سعی دارند تا از طریق کاهش هزینه‌های آماده‌سازی و ارائه تخفیف برای محصولاتی که با کمبود روبه‌رو شده‌اند هزینه‌های سیستم را حداقل کنند [۲۳].

تعدادی از مقالات فرض پروسه تولید دارای محصولات ناقص را مورد مطالعه قرار داده‌اند اما در گذشته کمتر مقاله‌ای به جنبه‌های مالی و بازاریابی پرداخته است. مدل سنتی مقدار سفارش اقتصادی تحت مفروضات غیرواقعی از جمله ثابت بودن تقاضا توسعه می‌یافتند. امروزه تقاضا برای یک کالای خاص تحت تأثیر فاکتورهای متفاوتی از جمله تعداد دفعات تبلیغات و کیفیت کالا قرار دارد. سارکار و همکاران یک مدل موجودی تولیدی دارای محصولات ناقص را با فرض وابستگی تقاضا به تبلیغات و قیمت محصول توسعه دادند [۲۴]. یداو و همکاران، راد و همکارن مدل [۲۴] را با مفروضات دیگری از جمله وابسته کردن تقاضا به دیگر آیتم‌ها از جمله طول دوره و تعمیرپذیر فرض کردن محصولات ناقص توسعه دادند [۲۵] و [۲۶]. طالعی‌زاده و نوری داریان یک مدل موجودی تولیدی چندمحصولی دارای محصولات ناقص را برای محصولات دارویی توسعه دادند. در این مدل تقاضا در دو حالت متمرکز و غیرمتمرکز وابسته به قیمت فروش می‌باشد [۲۷]. روی مدل موجودی تولیدی دارای محصولات ناقص را با مفروضات تقاضای احتمالی و مجاز بودن کمبود توسعه داد [۲۸]. تعدادی از مقالات تقاضا را به‌صورت فازی درنظر گرفته‌اند از جمله تیاب و همکاران؛ در این مقاله محصولات ناقص تعمیرپذیر می‌باشند [۲۹]. همچنین پال و همکاران، طالعی‌زاده و همکاران در یک مدل مقدار سفارش اقتصادی دارای محصولات ناقص، تقاضا را به‌صورت غیرقطعی درنظر گرفتند [۳۰] و [۳۱].

از طرفی، امروزه در بازار رقابتی تولیدکنندگان علاقمند هستند تا فروش محصولات خود را حداکثر کنند یکی از راه‌های دستیابی به این هدف ارائه پرداخت اعتباری به خریداران است. در صورت ارائه پرداخت اعتباری، خریداران این امکان را دارند که پس از پایان زمان پرداخت اعتباری، هزینه محصولات خریداری شده را پرداخت کنند، همین موضوع سبب ایجاد انگیزه در خریداران برای خرید بیشتر می‌شود. اویانگ و چانگ مدل موجودی تولیدی دارای محصولات ناقص را توسعه دادند، که کمبود به‌صورت پس‌افت و پرداخت اعتباری از جمله مفروضات اصلی مدل هستند [۳۲]. چانگ و همکاران در یک مدل تولیدی دارای محصولات ناقص خطای بازرسی و پرداخت اعتباری را درنظر گرفتند، هدف مقاله حداکثر کردن سود کل زنجیره‌تأمین از طریق تعیین زمان بهینه پرداخت اعتباری می‌باشد [۳۳]. یولی و همکاران، تنگ مدلی را ارائه کردند که در آن هدف بهینه‌سازی سود توزیع‌کننده از طریق تعیین زمان بهینه پرداخت اعتباری می‌باشد [۳۴] و [۳۵]. جایاسوال یک مدل ریاضی موجودی تولیدی دارای محصولات ناقص را بهبود دادند، در این مدل یادگیری اپراتور حین تولید سبب می‌شود تا درصد محصولات ناقص تولید شده کاهش یابد. فروشنده برای افزایش فروش، بازه‌ای را به‌عنوان پرداخت اعتباری برای خریدار درنظر گرفته است [۳۶]. خانا و همکاران یک مدل موجودی تولیدی سه‌سطحی تولیدکننده-عمده‌فروش-خرده‌فروش دارای محصولات ناقص توسعه دادند. در این مدل دو سطح پرداخت اعتباری برای عمده‌فروش و خرده‌فروشان درنظر گرفته شده است. تولیدکننده پرداخت اعتباری را به همه محصولات خریداری شده توسط عمده-فروش تخصیص می‌دهد. عمده‌فروش پرداخت اعتباری را فقط به بخشی از محصولات خریداری شده توسط خرده‌فروشان تخصیص می-دهد [۳۷].

این تحقیق تقاضا را به‌صورت ثابت درنظر نگرفته است. تعداد دفعات تبلیغات در میزان تقاضای مشتریان تأثیر داده شده است. تبلیغات برای سیستم هزینه‌هایی را دربر دارد و سیستم به‌دنبال تعیین تعداد دفعات بهینه تبلیغات است تا بتواند سود سیستم را حداکثر کند. در این مقاله کلیه محصولات خریداری شده بازرسی می‌شوند و محصولات ناقص با صرف هزینه‌ای برای تأمین‌کننده پس فرستاده می-شوند. عملیات بازرسی بی‌نقص نبوده و احتمال وجود دو نوع خطای یک و دو در بازرسی دیده شده است. به‌علاوه، این تحقیق به مسائل مالی و بازاریابی به‌صورت جامعی پرداخته است به این صورت که تأمین‌کننده بازه پرداخت اعتباریی را برای توزیع‌کننده درنظر گرفته است، این بازه به کلیه محصولات تعلق می‌گیرد. توزیع‌کننده نیز بازه پرداخت اعتباری را باتوجه به پیشینه مشتریان خود ارائه می‌دهد. مشتریان قدیمی تمامی محصولات خود را همراه با پرداخت اعتباری از توزیع‌کننده خریداری می‌کنند. توزیع‌کننده پرداخت اعتباری را به‌صورت جزئی به مشتریان جدید پیشنهاد می‌دهد و مشتریان جدید باید بخشی از قیمت محصولات را نقدی بپردازند. توزیع‌کننده در ابتدای دوره هیچ اطلاعی از خوش‌حساب و بدحساب بودن مشتریان ندارد. در زمان پرداخت اعتباری است که مشتریان جدید در دو گروه خوش‌حساب و بدحساب تقسیم می‌شوند. زیرا تنها مشتریان خوش-حساب پس از اتمام بازه پرداخت اعتباری قیمت خرید محصولاتی که پرداخت اعتباری به آن‌ها تعلق گرفته است را می‌پردازند. مشتریان بدحساب قیمت محصولات خریداری شده همراه با پرداخت اعتباری را پرداخت نمی‌کنند و در نتیجه جهت فرار از پیگردهای قانونی در دوره-های بعدی برای خرید مراجعه نمی‌کنند. سایر بخش‌های باقی‌مانده از این تحقیق به‌صورت زیر تقسیم‌بندی شده‌اند: در بخش ۲ مسأله شرح داده شده است. در بخش۲-۱ مفروضات مسأله، در بخش ۲-۲ پارامترها و متغیرهای مدل آورده شده است. در بخش ۲-۳ به شرح مدل‌سازی مسأله با جزئیات پرداخته می‌شود. همچنین در بخش ۲-۴، شرایط تقعر مدل مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش ۳ به مثال عددی و تحلیل حساسیت پرداخته شده است که در بخش ۳-۱ مدل ریاضی در قالب یک مثال عددی حل شده است و نتایج به‌دست آمده با نتایج مدل مقاله پایه مقایسه گردیده است. در بخش ۳-۲ اعتبارسنجی مدل

آورده شده است و در ادامه، بخش ۳-۳ به مطالعه موردی مربوط به چینی‌های بهداشتی پرداخته است. در نهایت در بخش ۳-۴ آنالیز حساسیت آورده شده و نتایج حاصل از پنج مورد فرعی ارائه شده در مقاله مقایسه شده است.

۲. تشریح مسأله

مقایسه‌ای از مدل ارائه شده در تحقیق حاضر با مقاله‌های پایه در جدول (۲) آورده شده است و نشان داده شده است که مقاله حاضر شامل مجموعه‌ای از مفروضاتی است که تأثیرات آن‌ها هم‌زمان باهم در یک مدل دیده نشده است. در مقاله پایه [۳۳]، پرداخت اعتباری توسط تأمین‌کننده به توزیع‌کننده برای کلیه‌ی محصولات خریداری شده ارائه شده است و همچنین بازرسی همراه با خطا صورت می‌گیرد و تابع سود توزیع‌کننده با تعیین مقدار بهینه طول دوره حداکثر می‌شود. براین اساس، آنچه نوآوری مدل حاضر است ارائه پرداخت اعتباری به‌صورت دوسطحی و درنظر گرفتن هزینه مشتریان بدحساب، همچنین وابسته کردن تقاضا به تبلیغات و تأثیر یادگیری بر سرعت بازرسی است. نوآوری مربوط به گروه‌بندی مشتریان براساس قدیمی و جدید بودن آن‌ها از مقاله [۳۵] و تقسیم‌بندی مشتریان جدید در دو گروه خوش-حساب و بدحساب از مقاله [۳۷] گرفته شده است. در این مقاله تنها به حداکثرسازی سود تابع سود توزیع‌کننده پرداخته شده است و از دید توزیع‌کننده تابع هدف حداکثرسازی شده است. توضیحات مربوط به کارکرد مابقی مدل‌های پایه‌ای در بخش مفروضات ارائه شده است.

جدول (۱): مرور ادبیات

نویسنده‌ها	تقاضا				خطای بازرسی	سیاست پرداخت اعتباری		تقسیم مشتریان به دو شاخه	
	وابسته به دیگر موارد			قطعی	احتمالی		سطوح بالایی	سطوح پایینی	جدید و قدیمی	خوش‌حساب و بدحساب
	قیمت	تبلیغات	زمان							
طالعی‌زاده و همکاران [۳۱]					✓					
پال و همکاران [۳۰]	✓									
راد و همکاران [۲۶]	✓	✓								
روی [۲۸]					✓	✓				
یداو و همکاران [۲۵]	✓	✓								
لوپز [۱۵]				✓		✓				
جایاسوال و همکاران [۳۶]				✓				✓		
چانگ و همکاران [۳۳]				✓		✓		✓		
یولی و همکاران [۳۴]				✓				✓		
کاظمی و همکاران [۱۷]				✓		✓				
اویانگ و چانگ [۳۲]				✓				✓		
تنگ [۳۵]				✓			✓	✓		
سارکار و سارن [۱۸]				✓		✓				
خانا و همکاران [۳۷]				✓			✓	✓	✓	✓
تیواری و همکاران [۲۳]				✓		✓				
خانا و همکاران [۲۲]	✓					✓				
این تحقیق		✓				✓	✓	✓	✓	✓

۲-۱. پارامترها و متغیرها

D	نرخ تقاضای سالیانه	C	قیمت خرید هر محصول توسط توزیع‌کننده
p	درصد محصولات ناقص تولید شده $0 < p < 1$	S	قیمت فروش هر محصول سالم توسط توزیع‌کننده $S > C$
ε	شاخص کشش تقاضا $\varepsilon \geq 1$	v	قیمت فروش هر محصول ناقص توسط توزیع‌کننده $v < C$
x	نرخ بازرسی سالیانه	d	هزینه بازرسی هر محصول
y	درصد یادگیری مؤثر بر سرعت بازرسی در هر دوره	C_1	هزینه رد محصول سالم (خطای انسانی حین بازرسی نوع یک)
μ	شاخص کشش یادگیری مؤثر بر سرعت بازرسی $\mu \geq 1$	C_2	هزینه پذیرش محصول ناقص (خطای انسانی حین بازرسی نوع دو)
q_1	احتمال خطای بازرسی نوع یک (رد محصول سالم)		
q_2	احتمال خطای بازرسی نوع دو (پذیرش محصول ناقص)		

O	هزینه سفارش‌دهی برای هر بار سفارش
Q	اندازه سفارش در هر بار سفارش
t_1	طول دوره بازرسی در هر دوره، $t_1 > 0$
h	هزینه نگهداری هر محصول
M	طول دوره پرداخت اعتباری که توسط تأمین‌کننده به توزیع‌کننده پیشنهاد داده می‌شود
N	طول دوره پرداخت اعتباری که توسط توزیع‌کننده به مشتریان پیشنهاد داده می‌شود
I_e	سود کسب شده بابت فروش محصولات سالم
I_p	ضرر پرداخت شده بابت تولید محصول ناقص $I_e \leq I_p$
G	هزینه تبلیغات
K	درصد مشتریان قدیمی
δ	درصد محصولاتی که به مشتریان جدید تعلق دارد و در زمان خرید کلیه قیمت مربوطه پرداخت می‌شود
R	درصد مشتریان خوش‌حساب
AOC	هزینه سالیانه سفارش‌دهی
APC	هزینه سالیانه خرید
AHC	هزینه سالیانه نگهداری
AMC	هزینه سالیانه خطای بازرسی
ADC	هزینه سالیانه تبلیغات
AIC	هزینه سالیانه بازرسی
TC	هزینه سالیانه کل
TP	تابع سود کل
$I_{Pt_{1,(1-1)}}$	سود پرداخت شده توسط توزیع‌کننده در بازه بازرسی t_1 برای مورد فرعی ۱-۱
$I_{e(1-1),1}, I_{p(1-1),1}$	سود دریافت شده و پرداخت شده از مشتریان قدیمی بابت خرید اعتباری توسط توزیع‌کننده برای مورد فرعی ۱-۱
$I_{e(1-1),2}, I_{p(1-1),2}$	سود دریافت شده و پرداخت شده از مشتریان جدید بابت پرداخت نقدی توسط توزیع‌کننده برای مورد فرعی ۱-۱

متغیرهای تصمیم:

e	تعداد دفعات تبلیغات در هر دوره
T	طول دوره برحسب زمان

۲-۲. مفروضات مسأله

۱) عملیات بازرسی بی‌نقص نیست و سبب دو نوع خطای بازرسی نوع یک (رد محصول سالم) و نوع دو (پذیرش محصول دارای نقص) می‌گردد. نرخ بازرسی بیشتر از نرخ تقاضا است.

۲) نرخ تقاضا به تعداد دفعات تبلیغات بستگی دارد و از رابطه $D = a + be^{\varepsilon}$ پیروی می‌کند، برای راحتی محاسبات و براساس انطباق با مورد مطالعاتی، $\varepsilon = 4$ درنظر گرفته شده است. این رابطه برگرفته از مقاله راد و همکاران [۲۶] می باشد که در آن تقاضا به تبلیغات وابسته شده است که البته در تناسب با مدل حاضر تغییرات جزئی در رابطه ارائه شده است.

۳) بر طبق مقاله تنگ [۳۵] تأمین‌کننده بازه پرداخت اعتباری M که متعلق به همه محصولات خریداری شده توسط توزیع‌کننده است را پیشنهاد می‌دهد. توزیع‌کننده بازه پرداخت اعتباری N را به کلیه محصولات خریداری شده توسط مشتریان قدیمی پیشنهاد می‌دهد، این درحالی است که بازه پرداخت اعتباری N تنها به بخشی از محصولات خریداری شده توسط مشتریان جدید تعلق می‌گیرد.

۴) بر طبق مقاله خانا و همکاران [۳۷] مشتریان جدید در دو گروه خوش‌حساب و بدحساب دسته‌بندی شده‌اند. این دسته‌بندی براساس پرداخت کردن و پرداخت نکردن قیمت خرید در پایان زمان پرداخت اعتباری می‌باشد. مشتریان جدیدی که در زمان اتمام پرداخت اعتباری قیمت خرید را پرداخت نمی‌کنند برای هر محصول به اندازه I_p به سیستم موجودی ضرر تحمیل می‌کنند.

۵) باتوجه به مقاله تنگ [۳۵] اگر $M \geq N$ باشد، آنگاه توزیع‌کننده پس از دریافت درآمد حاصل از فروش محصولات به‌اندازه $M - N$ زمان دارد تا سود کسب کند، پس از اتمام دوره M کلیه قیمت خرید را به تأمین‌کننده پرداخت می‌کند. در حالت ۱-۱ $M \leq T$ تقریباً کمترین سوددهی را برای توزیع‌کننده دارد زیرا دوره پرداخت اعتباری آن حتی به یک دوره هم نرسیده است. در حالت ۱-۲ $M \leq T + N$ پس از این‌که دوره پرداخت اعتباری N برای مشتری اتمام می‌یابد دریافت سود توزیع‌کننده شروع می‌شود. این سود در حالت ۱-۲ $T \leq M \leq T + N$ تا M ادامه دارد تفاوت حالت ۱-۱ و ۱-۲ در نمودار مربوط پرداخت نقدی است جایی‌که در حالت ۱-۲ گفته شده است که $T \leq M$ در زمان صفر که مشتری جدید نقدی قیمت را پرداخت می‌کند، تا بعد از T توزیع‌کننده سود می‌برد. تفاوت حالت ۱-۲ و ۱-۳ $M \geq T + N$ در نمودار مربوط به پرداخت اعتباری است. حالت ۱-۲ بخش پرداخت اعتباری توزیع‌کننده از N تا M (قبل از زمان $T + N$) سود دریافت می‌کند ولی در حالت ۱-۳ بازه M بزرگتر از $T + N$ است و درواقع از بقیه حالات برای توزیع‌کننده سوددهی بیشتری دارد.

۶) طبق مقاله تنگ [۳۵] اگر $N \geq M$، آنگاه سود توزیع‌کننده کم می‌شوند زیرا باید قبل از این‌که مشتریان قیمت بخشی از کالا را که با پرداخت اعتباری خریداری کرده‌اند پرداخت کنند، کلیه قیمت خرید را بپردازد. زیرمجموعه $N \geq M$ دو مورد فرعی $M \leq T$ و $M \geq T$ است و تفاوت آن‌ها در مقدار سود حاصل شده از پرداخت‌های فوری است و حالت فرعی ۲-۲ بر ۲-۱برتری دارد.

۷) کمبود مجاز نیست.

۸) باتوجه به مقاله تنگ [۳۵] مدل تک‌دوره‌ای، تک‌محصولی و تک‌مشتری و با هدف حداکثرسازی تابع سود توزیع‌کننده است.

۹) باتوجه به مقاله چانگ و همکاران [۳۳] همه محصولات تولیدشده باید بازرسی و در دو گروه سالم و ناقص دسته‌بندی شوند. برای

جلوگیری از کمبود، تعداد محصول سالم باید حداقل برابر با تقاضا به‌علاوه محصولاتی باشند که به اشتباه ناقص درنظر گرفته شده‌اند، که برابر است با $Q(1-p) \geq (a+be^4)T + Q(1-p)q_1$، به این صورت مقدار سفارش به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Q = \frac{(a+be^4)T}{[(1-p)(1-q_1)]} \quad (۱)$$

۱۰) طبق مقاله خان و همکاران [۲] سرعت بازرسی بر اثر تکرار عملیات بازرسی در دوره‌های متوالی افزایش می‌یابد و نرخ بازرسی در اثر یادگیری از رابطه (۲) پیروی می‌کند البته در مدل‌سازی‌ها برای سادگی محاسبات از رابطه (۳) استفاده می‌شود.

$$x = x_0(1 + \frac{bye^{\mu}}{T}) \quad (۲)$$

$$E(T) = (1 + \frac{bye^{\mu}}{T}) \quad (۳)$$

۲-۳. مدل‌سازی مسأله

هزینه‌های تشکیل‌دهنده تابع هدف:

هزینه سفارش‌دهی سالیانه برابر است با:

$$AOC = \frac{O}{T} \quad (۴)$$

هزینه خرید سالیانه برابر است با:

$$PC = \frac{CQ}{T} \quad (۵)$$

هزینه بازرسی سالیانه برابر است با:

$$IC = \frac{dQ}{T} \quad (۶)$$

هزینه نگهداری سالیانه برابر است با:

$$AHC = \frac{h}{T}\left\{\frac{DT^2}{2} + t_1[Q(1-p)q_1 + pQ(1-q_2)] + \frac{pQq_2T}{2}\right\} \quad (۷)$$

$$t_1 = \frac{Q}{x} \quad (۸)$$

هزینه خطای بازرسی سالیانه برابر است با:

$$AMC = \frac{[C_1Q(1-p)q_1 + C_2pQq_2]}{T} \quad (۹)$$

هزینه سالیانه تبلیغات برابر است با:

$$ADC = G\frac{e^4}{T} \quad (۱۰)$$

هزینه سالیانه کل برابر است با:

$$TC = AOC + APC + AIC + AHC + AMC + ADC \quad (۱۱)$$

- **درآمد حاصل از فروش**

درآمد حاصل از فروش شامل چهار بخش است:

۱) درآمد سالیانه حاصل از فروش محصول سالم:

$$R_1 = \frac{S(1-p)(1-q_1)Q + Spq_2Q}{T} \quad (۱۲)$$

۲) درآمد سالیانه ازدست‌رفته به‌دلیل فروش محصول ناقص

$$R_2 = \frac{-Spq_2Q}{T} \quad (۱۳)$$

۳) درآمد ازدست‌رفته به‌دلیل پرداخت نکردن قیمت خرید توسط مشتریان بدحساب

$$R_3 = \frac{-[S(1-\delta)][(1-p)(1-q_1)][(1-R)(1-K)]Q}{T} \quad (۱۴)$$

۴) درآمد حاصل از فروش محصول ناقص با قیمت ناچیز

$$R_4 = \frac{vQ[p(1-q_2) + (1-p)q_1 + pq_2]}{T} \quad (۱۵)$$

بر طبق عبارات (۱۲) تا (۱۵) درآمد کل در هر دوره برابر است با:

$$(\mathrm{T.R.}) = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \quad (۱۶)$$

در تمامی مواردی که در ادامه به آن پرداخته می‌شود هدف حداکثرسازی تابع هدف توزیع‌کننده است. برطبق روابط طول دوره N, M با یکدیگر، روابط اصلی و فرعی زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} \text{مورد 1} \ . (N \leq M) \begin{cases} \text{مورد فرعی 1.1} \ . (M \leq t_1 \leq T) \\ \text{مورد فرعی 1.2} \ . (t_1 \leq T \leq M \leq T+N) \\ \text{مورد فرعی 1.3} \ . (T \leq T+N \leq T+t_1 \leq M) \end{cases} \\ \text{مورد 2} \ . (M \leq N) \begin{cases} \text{مورد فرعی 2.1} \ . (M \leq t_1 \leq T) \\ \text{مورد فرعی 2.2} \ . (t_1 \leq T \leq M) \end{cases} \end{cases} \quad (۱۷)$$

- **مورد ۱. $N \leq M$**

در این مورد بازه پرداخت اعتباری توزیع‌کننده بیشتر از بازه پرداخت اعتباری مشتریان است. پس از آن‌که تمامی مشتریان قیمت محصول را پرداخت کردند و زمان پرداخت اعتباری M اتمام یافت، توزیع‌کننده قیمت محصول را پرداخت می‌کند. براساس طول بازه M، T و $T+N$ سه حالت زیر ممکن است رخ دهد.

مورد فرعی ۱-۱. $M \leq T$

مورد فرعی ۱-۲. $T \leq M \leq T+N$

مورد فرعی ۱-۳ $M \geq T+N$

در ادامه به مورد فرعی اول در شرایط $N \leq M$ پرداخته شده است.

- **مورد فرعی ۱-۱، $M \leq t_1 \leq T$ تحت شرط $N \leq M$**

باتوجه به این‌که بازه پرداخت اعتباری توزیع‌کننده قبل از اتمام زمان بازرسی به پایان می‌رسد در نتیجه باتوجه به شکل (۱) توزیع‌کننده باید مقدار سود برابر با حاصلضرب CI_P در متوازی‌الاضلاع $EFGH$ را پرداخت کند که این مقدار برابر است با

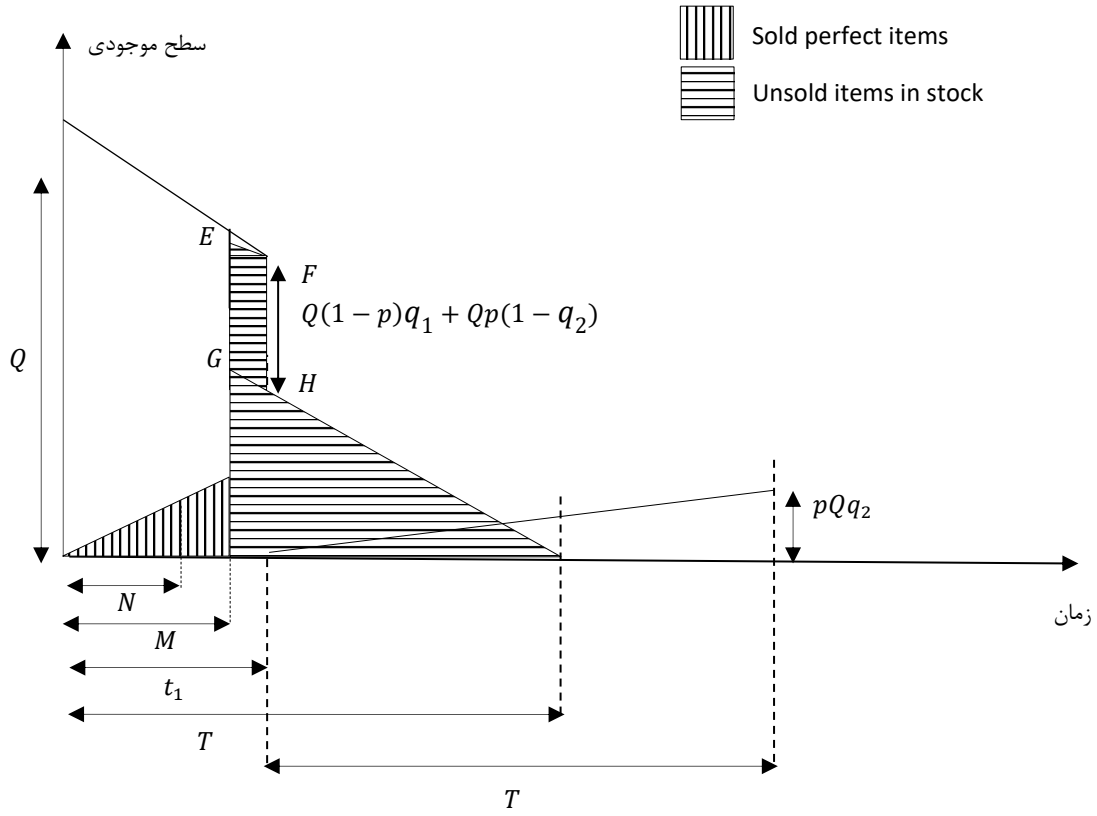
$$I_{Pt_{1,(1-1)}} = \frac{CI_P}{T}(t_1 - M)Q((1-p)q_1 + p(1-q_2)) \quad (۱۸)$$

شکل (۲)، شکل مربوط به مقدار درآمد باتوجه به شرایط ارائه پرداخت اعتباری می‌باشد.

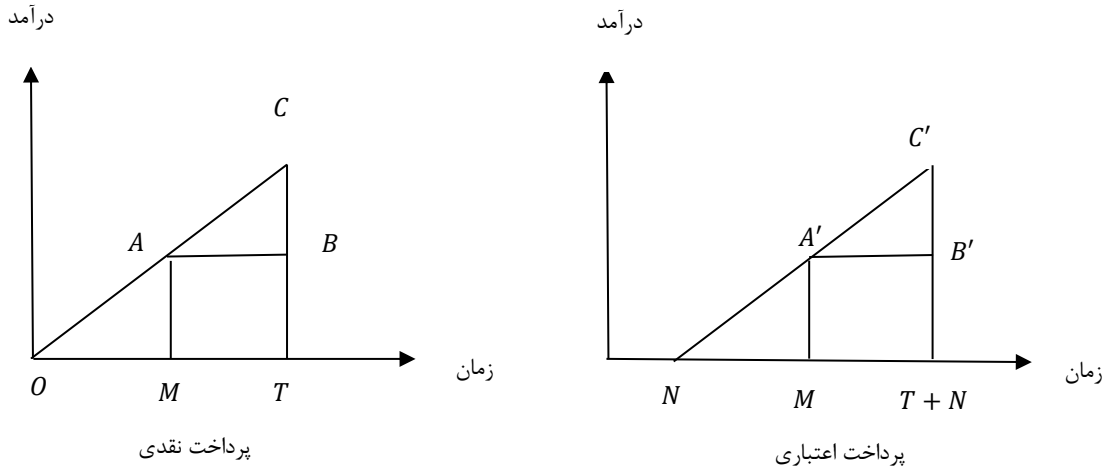
در این مورد، باتوجه به شکل (۲) بخش پرداخت اعتباری، توزیع‌کننده قبل از اتمام بازه تأخیر در پرداخت M از مشتریان قدیمی خود سود دریافت می‌کند که این مقدار برابر است با حاصلضرب KSI_e در

مساحت مثلث NMA'.

$$I_{e(1-1),1} = \frac{SI_e DK(M-N)^2}{2T} \qquad (۱۹)$$



شکل (۱): سطح موجودی در طول دوره باتوجه به شرایط پرداخت اعتباری برای مورد فرعی ۱-۱



شکل (۲): مقدار درآمد در طول زمان باتوجه به شرایط پرداخت اعتباری: $M \leq T, N \leq M$ از مقاله [۳۵]

همچنین باتوجه به شکل (۲) در بخش پرداخت اعتباری، پس از اتمام بازه پرداخت اعتباری M، توزیع‌کننده باید هزینه‌های خرید مشتریان قدیمی را پرداخت کند و سود پرداختی برابر است با KCI_p در مساحت مثلث $A'B'C'$.

$$I_{P(1-1),1} = \frac{CI_P DK(T+N-M)^2}{2T} \qquad (۲۰)$$

باتوجه به شکل (۲) در بخش پرداخت نقدی، بنابر آنچه قبلاً اشاره شد، توزیع‌کننده از مشتریان جدید خود برای آن بخش از محصولات که هزینه خرید نقدی پرداخت می‌شود، سود دریافت می‌کند که این

مقدار برابر است با $SI_e\delta(1-K)$ در مثلث OMA.

$$I_{e(1-1),2} = \frac{SI_eD\delta(1-K)M^2}{2T} \quad (۲۱)$$

باتوجه به شکل (۲) در بخش پرداخت نقدی، توزیع‌کننده پس از اتمام بازه پرداخت اعتباری M باید قیمت خرید را به تأمین‌کننده پرداخت کند. سود پرداختی حاصل از این موضوع در عبارت (۲۲) آورده شده است.

$$I_{P(1-1),2} = \frac{CI_PD\delta(1-K)(T-M)^2}{2T} \quad (۲۲)$$

باتوجه به شکل (۲) در بخش پرداخت اعتباری، توزیع‌کننده پس از اتمام دوره تأخیر در پرداخت N از مشتریان جدید (فقط خوش‌حساب) برای آن بخش از محصولاتی که با تأخیر هزینه خریدشان پرداخت می‌شود، سود کسب می‌کند که این مقدار برابر است با حاصلضرب $SI_e(1-K)(1-\delta)R$ در مثلث NMA'.

$$I_{e(1-1),3} = \frac{SI_eD(1-K)(1-\delta)R(M-N)^2}{2T} \quad (۲۳)$$

باتوجه به شکل (۲) در بخش پرداخت اعتباری، توزیع‌کننده پس از اتمام بازه پرداخت اعتباری M باید بابت مشتریان جدید (بدحساب و خوش‌حساب) برای آن بخش از محصولاتی که با تأخیر هزینه خریدشان پرداخت می‌شود، مقدار سودی برابر با حاصلضرب $CI_P(1-K)(1-\delta)$ در مثلث $A'B'C'$ را پرداخت کند.

$$I_{P(1-1),3} = \frac{CI_PD(1-K)(1-\delta)(T+N-M)^2}{2T} \quad (۲۴)$$

در عبارت (۲۶) چندجمله‌ای برحسب متغیرهای مدل ارائه شده است تا بتوان از این طریق تابع سود کل را خلاصه‌سازی کرد و همچنین تأثیرپذیری متغیرهای مسأله از G_iها روشن باشد، مقادیر مربوط به G_i در پیوست A آورده شده است.

$$Max\ TP_{(1-1)}(T,e) = T.R.-T.C.+I_{e11}+I_{e12}+I_{e13}-I_{pt_{1,(1-1)}}-I_{p11}-I_{p12}-I_{p13} \quad (۲۵)$$

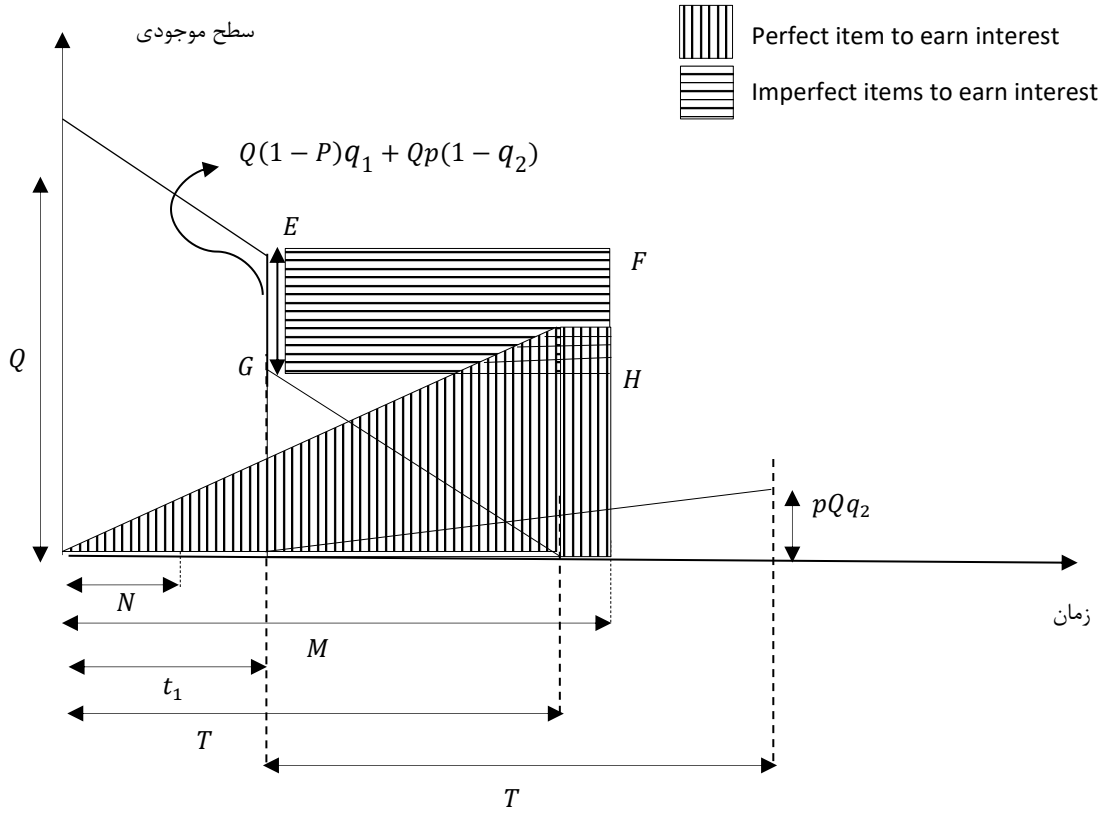
$$Max\ TP_{(1-1)}(T,e) = (be^4+a)G_1 - \frac{T(a+be^4)^2G_2}{E(T)} - T(e^4b+a)G_3 - \frac{1}{T}(e^4(G+bG_4)+(O+aG_4)) \quad (۲۶)$$

- **مورد فرعی ۱-۲ تحت شرط $\mathbf{t_1 \le T \le M \le T+N}$ $\mathbf{N \le M}$**

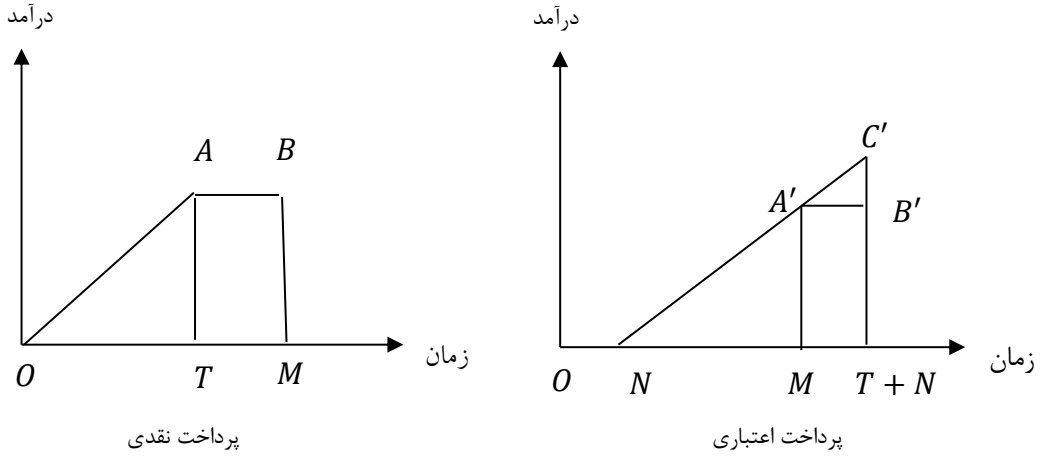
باتوجه به این‌که بازه پرداخت اعتباری توزیع‌کننده تا بعد از زمان بازرسی ادامه دارد درنتیجه باتوجه به شکل (۳) توزیع‌کننده بابت فروش محصول ناقص یافته شده در بازه پرداخت اعتباری مقدار سود برابر با حاصلضرب vI_e در مستطیل $EFGH$ را دریافت می‌کند که این مقدار برابر است با

$$I_{et_{1,(1-2)}} = \frac{vI_e}{T}(M-t_1)Q((1-p)q_1+p(1-q_2)) \quad (۲۷)$$

شکل (۴)، شکل مربوط به درآمد باتوجه به شرایط پرداخت اعتباری در طول دوره می‌باشد.



شکل (۳): سطح موجودی در طول دوره با توجه به شرایط پرداخت اعتباری برای مورد فرعی ۱-۲



شکل (۴): مقدار درآمد در طول زمان با توجه به شرایط پرداخت اعتباری: $\mathbf{N \le T \le M \le T + N}$ و $\mathbf{M \ge N}$ از مقاله [۳۵]

عبارت‌های مربوط به مشتریان جدید برای آن بخش از محصولات که قیمت خرید به‌صورت اعتباری پرداخت می‌شود شبیه به مورد ۱-۱ و عیناً تکرار عبارت‌های ۲۳ و ۲۴ است.

در عبارت (۳۱) چندجمله‌ای برحسب متغیرهای مدل ارائه شده است تا بتوان از این طریق تابع سود کل را خلاصه‌سازی کرد و همچنین تأثیرپذیری متغیرهای مساله از G_iها روشن باشد.

$$\begin{aligned} Max\ TP_{(1-2)}(T,e) &= T.R. - T.C. + I_{e21} + I_{e22} \\ &+ I_{e23} + I_{et_{1,(1-2)}} - I_{p21} \\ &- I_{p22} - I_{p23} \end{aligned} \quad (۳۰)$$

$$Max\ TP_{(1-2)}(T,e) = (be^4 + a)G_5 - \frac{T(a+be^4)^2 G_6}{E(T)} - T(e^4 b + a)G_7 - \frac{1}{T}(e^4(G + bG_8) + (O + aG_8)) \quad (۳۱)$$

- **مورد فرعی ۱-۳: $\mathbf{T \le T + N \le T + t_1 \le M}$ تحت شرط $\mathbf{N \le M}$**

باتوجه به این‌که بازه پرداخت اعتباری توزیع‌کننده تا بعد از مجموع زمان بازرسی و طول دوره ادامه دارد درنتیجه باتوجه به شکل (۵) توزیع‌کننده بابت فروش محصول ناقص یافته شده در بازه پرداخت اعتباری مقداری سود دریافت می‌کند که برابر است با عبارت (۳۲)

$$\begin{aligned} I_{et_{1,(1-3)}} = \frac{1}{T} v I_e Q((M - t_1)\big((1-p)q_1 \\ + p(1-q_2)\big) \\ + (M - T - t_1)pq_2) \end{aligned} \quad (۳۲)$$

شکل (۶)، شکل مربوط به درآمد باتوجه به شرایط پرداخت اعتباری در طول دوره می‌باشد.

باتوجه به شکل (۶) در بخش مربوط به پرداخت اعتباری، باتوجه به این‌که بازه پرداخت اعتباری توزیع‌کننده بزرگتر یا مساوی مجموع طول دوره سفارش‌دهی و طول دوره پرداخت اعتباری مشتریان است درنتیجه توزیع‌کننده سودی برابر با حاصلضرب SI_eK در ذوزنقه $NA'B'M$ را پس از اتمام دوره پرداخت اعتباری N دریافت خواهد کرد.

$$I_{e(1-3),1} = \frac{SI_e DKT^2}{2T} + \frac{2SI_e DKT(M - T - N)}{2T} \quad (۳۳)$$

باتوجه به شکل (۶) در بخش مربوط به پرداخت اعتباری، از آن جهت که $M \ge N$ و طول بازه پرداخت اعتباری توزیع‌کننده بزرگتر از طول دوره سفارش‌دهی می‌باشد، درنتیجه توزیع‌کننده سودی را بابت مشتریان قدیمی به تأمین‌کننده پرداخت نمی‌کند.

$$I_{P(1-3),1} = 0 \quad (۳۴)$$

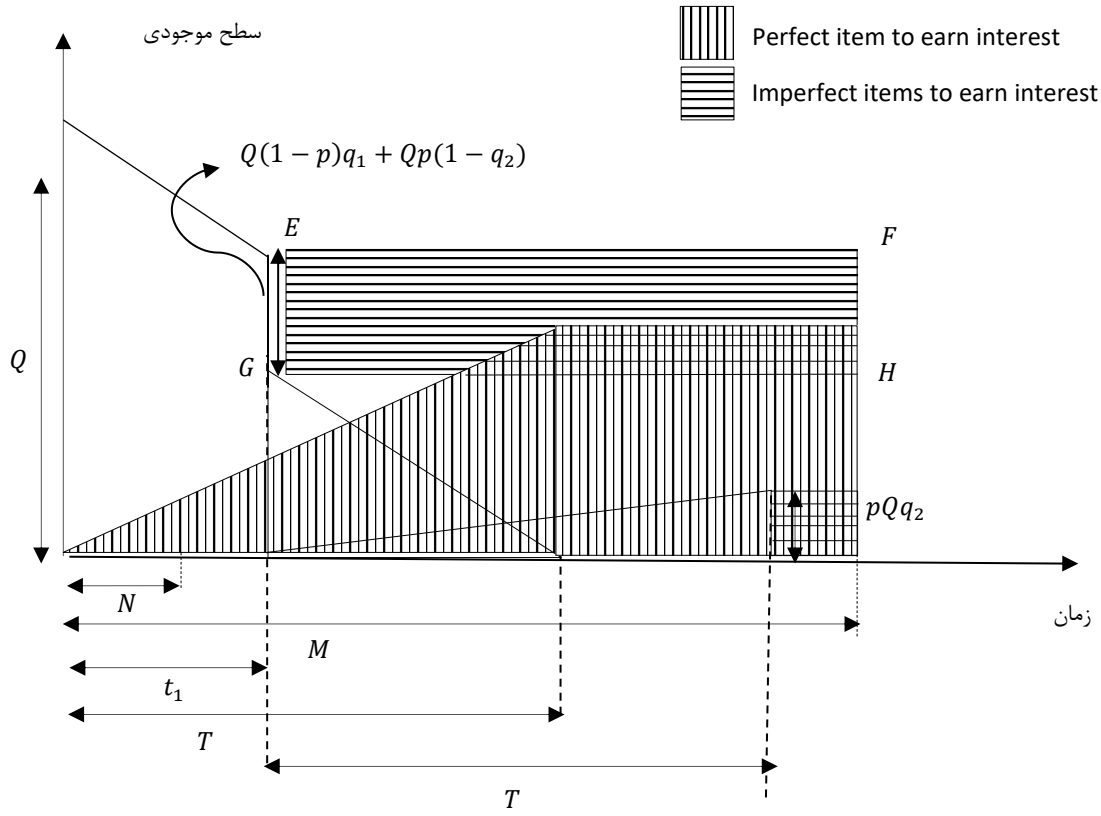
عبارت‌های مربوط به مشتریان جدیدی که نقدی هزینه‌های خرید را پرداخت می‌کنند شبیه به مورد ۱-۲ و عیناً تکرار عبارت‌های (۲۸) و (۲۹) است.

باتوجه به شکل (۶) در بخش مربوط به پرداخت اعتباری، توزیع‌کننده پس از اتمام دوره تأخیر در پرداخت N از مشتریان جدید (فقط خوش‌حساب) بابت آن بخش از محصولاتی که با تأخیر قیمت خریدشان پرداخت می‌شود، سود کسب می‌کند که این مقدار برابر است با حاصلضرب $SI_e(1-K)(1-\delta)R$ در ذوزنقه $NA'B'M$.

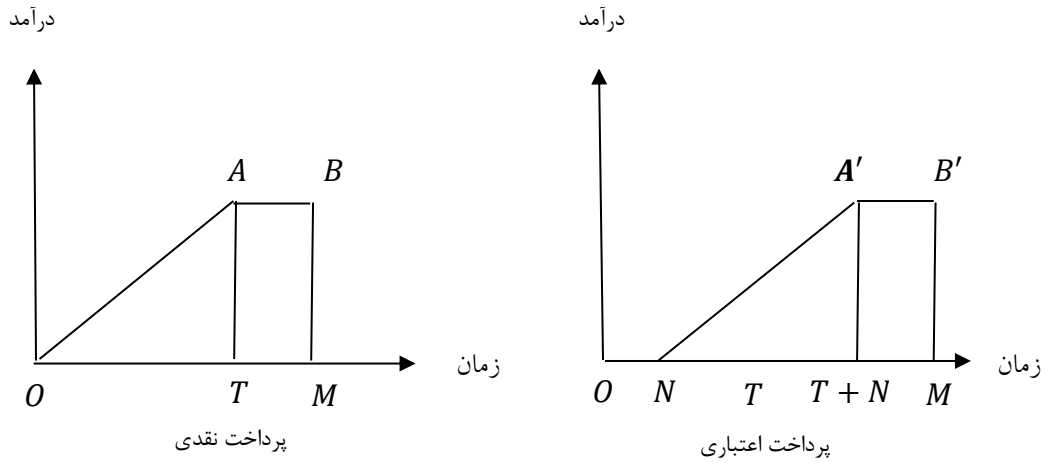
$$I_{e(1-3),3} = \frac{SI_e D(1-K)(1-\delta)RT^2}{2T} + \frac{SI_e D(1-K)(1-\delta)RT(M - T - N)}{T} \quad (۳۵)$$

باتوجه به شکل (۶) در بخش مربوط به پرداخت اعتباری به‌دلیل آن‌که طول دوره پرداخت اعتباری M بزرگتر از مجموع طول دوره سفارش‌دهی توزیع‌کننده و طول دوره پرداخت اعتباری مشتریان است. درنتیجه توزیع‌کننده بابت مشتریان جدید برای آن بخش از محصولاتی که با تأخیر قیمت خریدشان پرداخت می‌شود، هیچ سودی را به تأمین‌کننده پرداخت نمی‌کند.

$$I_{P(1-3),3} = 0 \quad (۳۶)$$



شکل (۵): سطح موجودی در طول دوره با توجه به شرایط پرداخت اعتباری برای مورد ۱-۳



شکل (۶): مقدار درآمد در طول زمان با توجه به شرایط پرداخت اعتباری: $\mathbf{M \geq N}$ و $\mathbf{T \leq T+N \leq M}$ ازمقاله[۳۵]

در عبارت (۳۸) چندجمله‌ای برحسب متغیرهای مدل ارائه شده است تا بتوان از این طریق تابع سود کل را خلاصه‌سازی کرد و همچنین تأثیرپذیری متغیرهای مسأله از G_iها روشن باشد، مقادیر مربوط به G_i در پیوست A آورده شده است.

$$Max\ TP_{(1-3)}(T,e) = T.R. - T.C. + I_{e31} + I_{e32} + I_{e33} + I_{et_{1,(1-3)}} - I_{p31} - I_{p32} - I_{p33} \quad (۳۷)$$

$$Max\ TP_{(1-3)}(T,e) = (be^4 + a)G_9 - \frac{T(a+be^4)^2 G_{10}}{E(T)} - T(e^4 b + a)G_{11} - \frac{1}{T}(e^4 G + O) \quad (۳۸)$$

- **مورد ۲. $N \geq M$**

براساس طول دوره T و M، حالت‌های زیر ممکن رخ دهد:

- **مورد فرعی ۲-۱ $M \le t_1 \le T$ تحت شرط $M \le N$**

پرداخت اعتباری مربوط به زمان بازرسی در مورد ۲-۱ همان عبارت (۱۸) در مدل ۱-۱ است و برای جلوگیری از تکرار مطالب در این قسمت تنها شکل سطح موجودی در طول دوره مربوط به این مورد آورده شده است.

شکل (۸) مربوط به پرداخت اعتباری و نقدی در مورد ۲-۱ است.

باتوجه به شکل (۸) در بخش پرداخت اعتباری، بدلیل آن‌که طول بازه پرداخت اعتباری توزیع‌کننده کمتر از طول بازه پرداخت اعتباری مشتریان است در نتیجه توزیع‌کننده هیچ سودی را بابت مشتریان قدیمی دریافت نمی‌کند.

$$I_{e(2-1),1} = 0 \qquad (۳۹)$$

ازآنجایی‌که $M \le N$ است در شکل (۸) بخش پرداخت اعتباری، توزیع‌کننده بدون آن‌که قیمت خرید را از مشتریان دریافت کند، مجبور است هزینه‌های خرید را به تأمین‌کننده پرداخت کند. درنتیجه در شکل (۸) تحت عنوان قرض به آن اشاره شده است. پس از اتمام بازه N مشتریان هزینه‌های خرید را پرداخت می‌کنند و نمودار درآمد توزیع‌کننده صعودی می‌شود با این وجود باید مقدار سودی برابر با حاصلضرب CI_PK در ذوزنقه $MA'B'T + N$ را به تأمین‌کننده پرداخت کند.

$$I_{P(2-1),1} = \frac{CI_PDKT^2}{2T} + \frac{CI_PDKT(N-M)}{T} \qquad (۴۰)$$

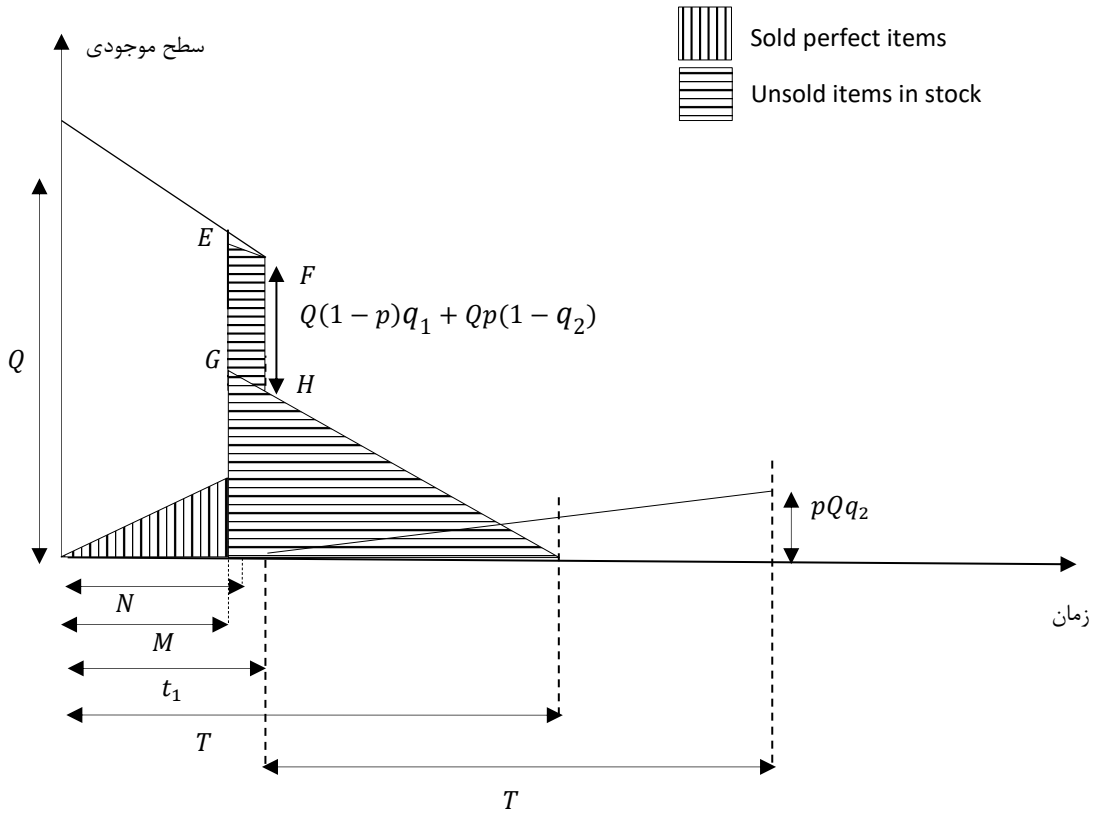
عبارت‌های مربوط به مشتریان جدید برای آن بخش از محصولات که قیمت خرید نقدی می‌شود شبیه به مورد ۱-۱ و عیناً تکرار عبارت‌های ۲۱ و ۲۲ است.

باتوجه به شکل (۸) در بخش مربوط به پرداخت اعتباری، توزیع-کننده پس از اتمام دوره تأخیر در پرداخت N باتوجه به شرط $N \ge M$ از مشتریان جدید (فقط خوش‌حساب) بابت آن بخش از محصولاتی که با تأخیر هزینه خریدشان پرداخت می‌شود، هیچ سودی را دریافت نمی‌کند.

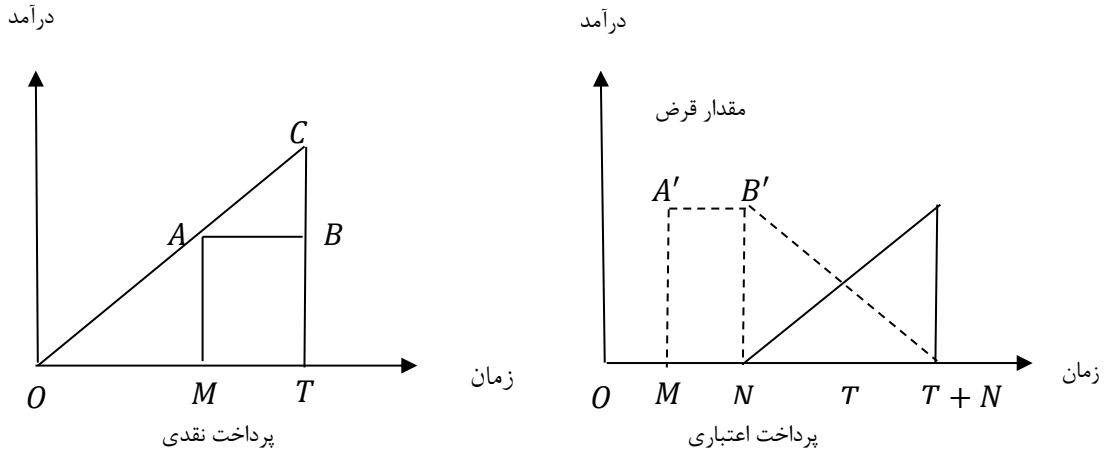
$$I_{e(2-1),3} = 0 \qquad (۴۱)$$

باتوجه به شکل (۸) در بخش مربوط به پرداخت اعتباری، به‌دلیل آن‌که طول دوره پرداخت اعتباری M کوچکتر از طول دوره پرداخت اعتباری مشتریان است، درنتیجه توزیع‌کننده بابت مشتریان جدید بدحساب برای آن بخش از محصولاتی که با تأخیر هزینه خریدشان پرداخت می‌شود، مقدار سود برابر با حاصلضرب $CI_P(1-K)(1-\delta)$ در مساحت ذوزنقه $A'B'MT + N$ را پرداخت می‌کند.

$$I_{P(2-1),3} = \frac{CI_PD(1-K)(1-\delta)T^2}{2T} + \frac{CI_PDT(1-K)(1-\delta)(N-M)}{T} \qquad (۴۲)$$



شکل (۷): سطح موجودی در طول دوره باتوجه به شرایط پرداخت اعتباری مورد فرعی ۲-۱



شکل (۸): مقدار درآمد در طول زمان با توجه به شرایط پرداخت اعتباری $M \le T$ و $M \le N$ از مقاله [۳۵]

در عبارت (۴۴) چندجمله‌ای برحسب متغیرهای مدل ارائه شده است تا بتوان از این طریق تابع سود کل را خلاصه‌سازی کرد و همچنین تأثیرپذیری متغیرهای مسأله از G_iها روشن باشد، مقادیر مربوط به G_i در پیوست A آورده شده است.

$$MaxTP_{(2-1)}(T,e) = T.R.-T.C.+I_{e41}+I_{e42}+I_{e43}-I_{pt_{1,(1-1)}}-I_{p41}-I_{p42}-I_{p43} \quad (۴۳)$$

$$MaxTP_{(2-1)}(T,e) = (be^4+a)G_1 - \frac{T(a+be^4)^2 G_2}{E(T)} - T(e^4b+a)G_3 - \frac{1}{T}(e^4(G+bG_{12})+(O+aG_{12})) \quad (۴۴)$$

- **مورد فرعی ۲-۲ $M \le t_1 \le T$ تحت شرط $M \le N$**

پرداخت اعتباری مربوط به زمان بازرسی در مورد ۲-۲ همان عبارت (۲۷) در مدل ۱-۲ است و برای جلوگیری از تکرار مطالب در این قسمت تنها شکل سطح موجودی در طول دوره مربوط به این مورد آورده شده است.

شکل (۱۰) مربوط به مقدار درآمد در طول زمان باتوجه به شرایط پرداخت اعتباری و نقدی برای مورد ۲-۲ است.

باتوجه به شکل (۱۰) در بخش پرداخت اعتباری، عبارت‌های مربوط به مشتریان قدیمی و مشتریان جدید برای آن بخش از محصول که قیمت خرید همراه با تأخیر پرداخت می‌شوند شبیه به مورد ۲-۱ و عیناً تکرا عبارت‌های (۳۹) تا (۴۲) است. باتوجه به شکل (۱۰) در بخش پرداخت نقدی، عبارت‌های مربوط به مشتریان جدید برای آن بخش از محصول که قیمت خرید نقدی پرداخت می‌شود شبیه به مورد ۱-۲ و عیناً تکرار عبارت‌های (۲۸) و (۲۹) است.

در عبارت (۴۶) چندجمله‌ای برحسب متغیرهای مدل ارائه شده است تا بتوان از این طریق تابع سود کل را خلاصه‌سازی کرد و همچنین تأثیرپذیری متغیرهای مسأله از G_iها روشن باشد، مقادیر مربوط به G_i در پیوست A آورده شده است.

$$MaxTP_{(2-2)}(T,e) = T.R.-T.C.+I_{e51}+I_{e52}+I_{e53}+I_{et_{1,(1-2)}}-I_{p51}-I_{p52}-I_{p53} \quad (۴۵)$$

$$Max\ TP_{(2-2)}(T,e) = (be^4+a)G_5 - \frac{T(a+be^4)^2 G_6}{E(T)} - T(e^4b+a)G_7 - \frac{1}{T}(e^4G+O) \quad (۴۶)$$

۲-۳. نتایج اثبات بهینگی

توزیع‌کننده تمایل دارد تا تابع سود را با مقادیر بهینه تعداد دفعات تبلیغات و طول دوره بهینه حداکثر کند. در این بخش، شرایط تابع سود بهینه نتایج موارد مشتق‌های مربوط به موارد مختلف در پیوست B آورده شده است. برای اثبات تقعر تابع هدف توزیع‌کننده، روابط زیر باید برای هر پنج حالت برقرار باشد:

$$\frac{\partial^2 TP_i(e,T)}{\partial T^2} \le 0 \quad (۴۷)$$

$$\frac{\partial^2 TP_i(e,T)}{\partial e^2} \le 0 \quad (۴۸)$$

$$\frac{\partial^2 TP_i(e,T)}{e^2} * \frac{\partial^2 TP_i(e,T)}{\partial T^2} - \left(\frac{\partial^2 TP_i(e,T)}{\partial e \partial T}\right)^2 \ge 0 \quad (۴۹)$$

متغیرهای زمان و تابع سود کل در موارد متفاوت با پرداخت اعتباری یک‌سطحی و بدون درنظرگیری نوآوری‌ها از عبارت‌های زیر پیروی می‌کنند.

مدل پایه برای مورد (۱-۱) و مورد (۲-۱) به‌صورت زیر است

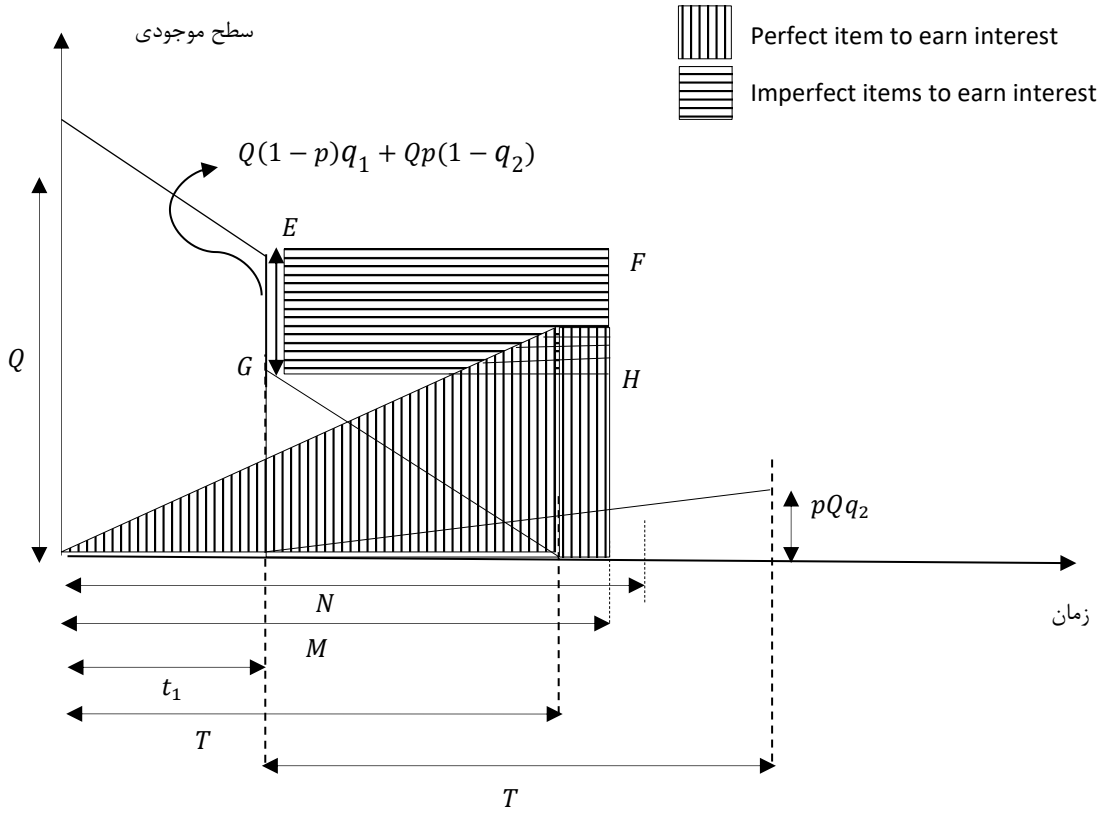
$$T = \frac{\sqrt{G_{13}}}{\sqrt{G_{14}}} \quad (۵۰)$$

$$TPBase_{(1-1),(2-1)}(T) = -\frac{1}{T}G_{13} - TG_{14} + G_{15} \quad (۵۱)$$

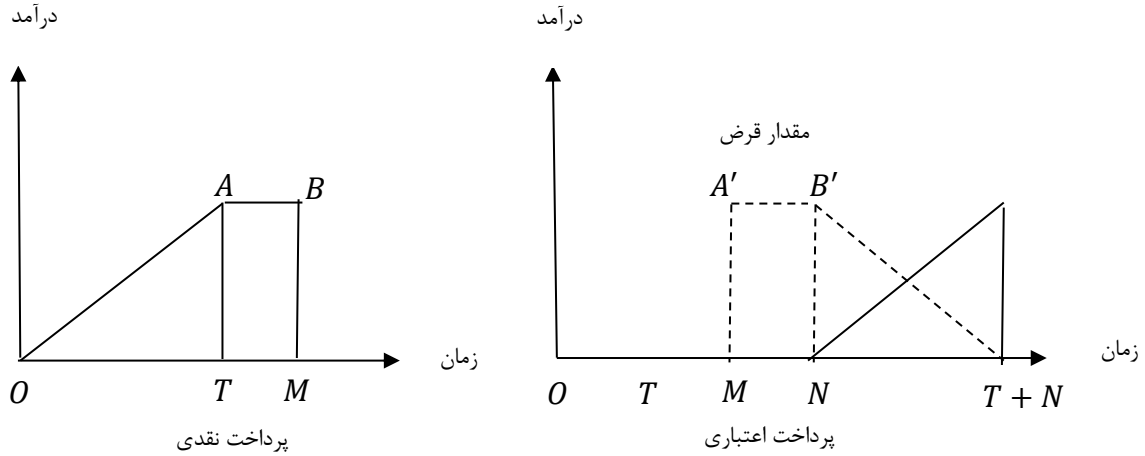
مدل پایه برای مورد (۱-۲) و (۲-۲) به‌صورت زیر است.

$$T = \frac{\sqrt{G_{16}}}{\sqrt{G_{17}}} \quad (۵۲)$$

$$TPBase_{(1-2),(2-2)}(T) = -\frac{1}{T}G_{16} - TG_{17} + G_{18} \quad (۵۳)$$



شکل (۹): سطح موجودی در طول دوره باتوجه به شرایط پرداخت اعتباری برای مورد فرعی ۲-۲



شکل (۱۰): مقدار درآمد در طول زمان باتوجه به شرایط پرداخت اعتباری: $\mathbf{M \leq T}$ و $\mathbf{N \leq M}$ از مقاله [۳۵]

مدل پایه برای مورد (۱-۳) به‌صورت زیر است.

$$T = \frac{\sqrt{G_{19}}}{\sqrt{G_{20}}} \quad (۵۴)$$

$$TPBase_{(1-3)}(T) = -\frac{1}{T}G_{19} - TG_{20} + G_{21} \quad (۵۵)$$

۳. نتایج عددی، مطالعه موردی و تحلیل حساسیت

۳-۱. نتایج عددی

اعتبار مدل ریاضی از طریق مثال عددی زیر نشان داده شده است. مقدار بهینه طول دوره (T^*)، مقدار بهینه تعداد دفعات تبلیغات (e^*) و درنتیجه مقدار بهینه تابع هدف $TP^*(e,T)$ در مثال زیر برای مدل اول آورده شده است. در جداول (۳) و (۴) مقادیر پارامترها آورده شده است. بخشی از اطلاعات مثال عددی از مقاله [۳۳] گرفته شده است.

در ادامه مقادیر متغیرها در مدل توسعه داده شده با مدل مقاله پایه مقایسه شده است. باید دقت داشت که در مدل ارائه شده سرعت

بازرسی متأثر از یادگیری در دوره‌های متوالی افزایش می‌یابد و پرداخت اعتباری دوسطحی شده است. توزیع‌کننده پرداخت اعتباری را به‌صورت کلی به مشتریان قدیمی و به‌صورت جزئی به مشتریان جدید ارائه می‌دهد؛ علاوه بر آن هزینه‌های مشتریان بدحساب و تبلیغات در تابع هدف مدل دیده شده است و با توجه به تأثیرات متغیر تبلیغات بر روی تقاضا و تأثیر آن بر کلیه‌ی عبارت‌های تابع هدف می‌توان ادعا کرد که مدل پایه به مدلی کاربردی‌تر توسعه داده شده است. داده‌ها و پارامترهای مدل به‌شکل تابع سود چندجمله‌ای برحسب متغیرهای مدل به نرم‌افزار متمتیکا[2] داده شده و خروجی آن در جدول (۵) به‌صورت مقایسه‌ای بین مدل پایه و مدل توسعه داده شده آورده شده است.

جدول (۳): مقادیر پارامترها برای مورد ۱-۱ از مقاله [۳۳]

شرح	علامت اختصاری	ارزش	واحد
هزینه سفارش‌دهی	O	۴۰۰	دلار/ دوره
هزینه خرید	C	۱۰	دلار/عدد
هزینه نگهداری	h	۱/۵	دلار/عدد
هزینه بازرسی	d	۱	دلار/عدد
قیمت فروش محصولات ناقص	v	۸	دلار/عدد
درصد محصولات ناقص	P	۰/۰۵	٪
درصد خطای نوع یک	q_1	۰/۰۵	٪
درصد خطای نوع دو	q_2	۰/۰۵	٪
هزینه خطای نوع یک	C_1	۴۰	دلار/عدد
هزینه خطای نوع دو	C_2	۲۰۰	دلار/عدد
نرخ بازرسی	x_0	۴۳۸۰۰	عدد/سال
مقدار تقاضا	a	۳۶۵۰۰	عدد

جدول (۴): دیگر پارامترهای مثال عددی برای مورد ۱-۱

شرح	علامت اختصاری	ارزش	واحد
سود پرداخت شده	I_p	۰/۰۵	
سود دریافت شده	I_e	۰/۰۲	
قیمت محصول سالم	S	۲۴	دلار/عدد
درصد محصول که قیمت آن‌ها در زمان خرید پرداخت می‌شود	δ	۲۰	٪
درصد مشتریان قدیمی	K	۴۰	٪
درصد مشتریان خوش‌حساب	R	۹۵	٪
پرداخت اعتباری متعلق به توزیع‌کننده	M	۰/۰۸۳	سال
پرداخت اعتباری متعلق به مشتریان	N	۰/۰۷	سال
هزینه هر بار تبلیغات	G	۰/۰۰۱	دلار/عدد
مقدار افزایش تقاضا در هر بار تبلیغ	b	۰/۰۱	٪
درصد یادگیری موثر در سرعت بازرسی	y	۰/۱	٪
شاخص کشش یادگیری موثر در سرعت بازرسی	μ	۳	

جدول (۵): مقایسه مقادیر بهینه متغیرها در مثال عددی برای مورد ۱-۱ برای مدل پایه و مدل توسعه داده شده

شرح	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری یک‌سطحی	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری دوسطحی و درنظرگیری مخاطرات ارائه این روش–تقاضای وابسته به تبلیغات و زمان بازرسی متأثر از یادگیری	واحد
تقاضا	۳۶۵۰۰	۳۶۷۳۴	عدد
نرخ بازرسی	۴۳۸۰۰	۴۸۰۰۱	عدد/سال
زمان بازرسی	۰/۰۸۹	۰/۰۹۹	سال
M	۰/۰۸۳۲	۰/۰۸۳۲	سال

2. mathematica

N	۰	۰/۰۷	سال
تبلیغات	۰	۲۲	عدد/دوره
طول دوره	۰/۰۹	۰/۱۱۱	سال
مقدار تابع هدف	۳۲۹۲۴۴	۳۰۷۰۳۶	دلار/سال
هزینه نگهداری	-۳۳۳۷	-۳۹۷۲	دلار/سال
هزینه خطای نوع یک و دو	-۱۱۹۵۳۲	-۱۲۰۲۹۹	دلار/سال
هزینه خرید	-۴۲۶۹۰۰	-۴۲۹۶۴۰	دلار/سال
هزینه سفارش‌دهی	-۴۳۴۸	-۳۶۰۳	دلار/سال
هزینه بازرسی	-۴۲۶۹۰	-۴۲۹۶۴	دلار/سال
هزینه تبلیغات	۰	-۲۱۱۰/۴	دلار/سال
مقدار درآمد حاصل از فروش محصول سالم و ناقص	۹۲۵۵۲۰	۸۹۰۲۰۱	دلار/سال
درآمد ازدست‌رفته به‌دلیل مشتریان بدحساب	۰	-۲۰۱۰۱	دلار/سال
سود دریافت شده و پرداخت شده	۶۳۱	-۶۷۵	دلار/سال

با مقایسه نتایج به‌دست آمده در جدول (۵) می‌توان دریافت مدل ارائه شده نسبت به مدل پایه کاربردی‌تر است. با اضافه شدن متغیر تبلیغات میزان تقاضا افزایش یافته است و با درنظر گرفتن تأثیر یادگیری در سرعت بازرسی توزیع‌کننده می‌تواند در زمان کمتری همان تعداد از محصول را بازرسی کند. البته در مدل ارائه شده چون مقدار تقاضا افزایش یافته است، زمان بازرسی هم طولانی‌تر شده است. پرداخت اعتباری باتوجه به پیشینه مشتریان به آن‌ها تعلق گرفته است. تابع سود مدل ارائه شده با وجود هزینه‌های مربوط به ارائه پرداخت اعتباری هوشمندانه و هزینه‌های مربوط به مشتریان بدحساب و تبلیغات، تنها به مقدار جزئی از تابع سود مدل پایه کمتر شده است. در عوض، مفروضات مدل ارائه شده به دنیای واقعی نزدیک‌تر و توانایی پاسخ‌گویی به مقدار تقاضای بیشتری را دارد.

۳-۳. مطالعه موردی

مطالعه موردی محصولات چینی‌های بهداشتی می‌باشد که برای نمونه سینک روشویی تنسر انتخاب شده است. تنسر برندی معتبر در زمینه چینی‌های بهداشتی می‌باشد و تمامی محصولات را پوشش می‌دهد. این شرکت به‌صورت آنلاین و یا از طریق نمایندگی‌های خود در سراسر کشور توانایی ارائه محصولات با کیفیت‌های متفاوت را دارا است. تنسر به‌عنوان برندی نوآور و مورداعتماد در سال ۲۰۰۸ موفق به دریافت گواهینامه فعالیت تولید شد و مفتخر به دریافت پروانه بهره‌برداری از وزارت صنایع گردید. نشان بازرگانی اتحادیه اروپا (CE) و گواهی مدیریت کیفیت از موسسه QAL انگلستان نمایان‌گر تلاش مدیران ارشد تنسر با هدف استمرار حرکت در مدار حفظ برتری کیفیت و رضایتمندی مشتریان می‌باشد. باتوجه به قیمت بالای کالا و خاصیت شکنندگی این محصول بازرسی نقشی بسیار مهم را در کاهش هزینه‌های سیستم دارد. از طرفی، برای افزایش تقاضا در جهت افزایش سودآوری، تبلیغات مرسوم‌ترین و مؤثرترین راهکار است. با کمک گرفتن از سیاست‌های مالی و بازاریابی مؤثر همانند پرداخت اعتباری هوشمندانه که براساس پیشینه مشتریان باشد، می‌توان کالا را به مشتری کرد و همچنین در شرایط سخت اقتصادی کنونی وضعیتی را فراهم نمود تا مشتریان قدرت خرید بیشتری داشته باشند. گرچه افزودن تبلیغات و درنظر گرفتن احتمال وجود مشتریان بدحساب برای سیستم، هزینه‌های زیادی را دربردارد، اما مدل را به آن‌چه در واقعیت رخ می‌دهد نزدیک‌تر کرده است و همچنین مدل تقاضای بیشتری را پاسخ‌گو می‌باشد.

علاوه‌براین، فرض واقعی که یادگیری بازرس سبب افزایش سرعت بازرسی می‌شود، در مدل درنظر گرفته شده است. نتایج عددی برای تمامی موارد به‌صورت مقایسه‌ای بین مدل توسعه داده شده با مدل پایه آورده شده است و جهت خلاصه‌سازی مطالب، تنها مورد ۱-۱ در جدول (۷) و بقیه‌ی موارد در پیوست C ارائه شده اند. البته در بخش آنالیز حساسیت، تمامی موارد ارائه پرداخت اعتباری با داده‌های جدول (۶) حل شده و مقایسه کلیه موارد باهم و با خروجی‌های مقاله پایه در قالب نمودار نشان داده شده است. در جدول (۶) $R, N, G, b, K, \delta, w_1, w_2, y, \mu$ پارامترهایی هستند که به مدل پایه اضافه شده‌اند تا بتوان پرداخت اعتباری را به‌صورت دوسطحی، همچنین تقاضایی وابسته به تبلیغات و کاهش زمان بازرسی بر اثر یادگیری را به مدل پایه اضافه کرد.

در ادامه در جدول (۷) به مقایسه بین مقادیر به‌دست آمده برای تقاضا، متغیرهای مسأله، مقدار تابع هدف و هزینه‌ها در مدل توسعه داده شده پرداخته شده است. مدل پایه تک‌متغیره است اما مدل توسعه داده شده دارای دو متغیر طول دوره و تعداد دفعات تبلیغات است.

ابتدا ورودی‌ها و داده‌های جدول (۶) در تابع هدف مدل پایه قرار داده شده است و خروجی نرم‌افزار متمتیکا که طول دوره است، به‌عنوان متغیر مدل پایه آورده شده است، البته متغیرهای وابسته به طول دوره از جمله زمان بازرسی و تابع سود و هزینه‌های تشکیل‌دهنده تابع هدف نیز در جدول (۷) مورد اشاره قرار گرفته‌اند. در مرحله دوم متغیر تبلیغات به مدل اضافه شده است تا از این طریق بتوان تقاضا را به تبلیغات وابسته کرد؛ همچنین پرداخت اعتباری

دوسطحی شده است و در مدل ارائه شده توزیع‌کننده علاوه‌بر پرداخت اعتباری که از تأمین‌کننده دریافت می‌کند، به مشتریان خود براساس قدیم و جدید بودن آن‌ها پرداخت اعتباری را به‌صورت کلی و جزئی ارائه می‌دهد. توزیع‌کننده مشتریان جدید را در دو گروه خوش‌حساب و بدحساب قرار داده است تا هزینه‌های مربوط به مشتریان بدحساب هم در مدل دیده شود. در این مدل، نرخ بازرسی در هر دوره باتوجه به یادگیری بازرس افزایش یافته و عملیات بازرسی در زمان کوتاه‌تری به اتمام می‌رسد. تغییرات اعمال شده سبب شده است تا براثر تبلیغات، به مقدار تقاضا افزوده شود، این تغییر تمام هزینه‌هایی که تحت تأثیر مقدار تقاضا هستند را افزایش می‌دهد. با افزودن تبلیغات و افزایش تقاضا انتظار می‌رود زمان بازرسی افزایش یابد، اما تأثیر یادگیری سبب می‌شود تا بازرس بتواند بازرسی را در زمان کمتری به اتمام برساند. البته ارائه پرداخت اعتباری به‌صورت دوسطحی سبب می‌شود تا حدودی از سودآوری مدل کاسته شود. به‌علاوه در مدل ارائه شده طول دوره کاهش یافته است و این موضوع سبب شده تا به مقدار جزئی، هزینه‌های سفارش‌دهی افزایش یابد.

جدول (۶): مقادیر پارامترها در مطالعه موردی برای مورد ۱-۱

شرح	علامت اختصاری	ارزش	واحد
هزینه سفارش‌دهی	O	۱۰۰۰	۱۰۰۰ تومان/دوره
هزینه خرید	C	۴۰۰	۱۰۰۰ تومان/عدد
هزینه نگهداری	h	۱۲	۱۰۰۰ تومان/عدد
هزینه بازرسی	d	۸	۱۰۰۰ تومان/عدد
قیمت فروش محصولات ناقص	v	۳۷۰	۱۰۰۰ تومان/عدد
درصد محصولات ناقص	P	۰/۱	-
درصد خطای نوع یک	q_1	۰/۰۵	-
درصد خطای نوع دو	q_2	۰/۰۵	-
هزینه خطای نوع یک	C_r	۸۰۰	۱۰۰۰ تومان/عدد
هزینه خطای نوع دو	C_a	۱۰۰۰	۱۰۰۰ تومان/عدد
نرخ بازرسی	x	۱۰۰۰	عدد/سال
مقدار تقاضا	a	۵۰۰	عدد
سود پرداخت شده	I_p	۰/۰۵	
سود دریافت شده	I_e	۰/۰۲	
قیمت محصول سالم	S	۵۶۰	۱۰۰۰ تومان/عدد
درصد محصولاتی که هزینه آن‌ها فوراً پرداخت می‌شود	δ	۲۰	٪
درصد مشتریان قدیمی	K	۴۰	٪
درصد مشتریان خوش‌حساب	R	۷۰	٪
پرداخت اعتباری متعلق به توزیع‌کننده	M	۰/۱	سال
پرداخت اعتباری متعلق به مشتریان	N	۰/۰۸	سال
هزینه هربار تبلیغات	G	۰/۰۴۵	۱۰۰۰ تومان
مقدار افزایش تقاضا در هر بار تبلیغ	b	۰/۰۱	عدد
شاخص یادگیری مؤثر در سرعت بازرسی	y	۰/۱	%

جدول (۷): مقایسه مقادیر بهینه متغیرها در مطالعه عددی برای مورد ۱-۱ برای مدل پایه

شرح	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری یک‌سطحی	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری دوسطحی و درنظرگیری مخاطرات ارائه این روش–تقاضای وابسته به تبلیغات و زمان بازرسی متأثر از یادگیری	واحد
تقاضا	۵۰۰	۵۰۸	عدد
نرخ بازرسی	۱۰۰۰	۱۴۸۶/۶	عدد/سال
زمان بازرسی	۰/۱۹۹	۰/۱۹	سال
M	۰/۰۸۳۲	۰/۰۸۳۲	سال
N	۰	۰/۰۷	سال
تبلیغات	۰	۵.۳۸	عدد/دوره
طول دوره	۰/۳۴	۰/۳۲	سال
مقدار تابع هدف	۴۳۷۳۹	۳۶۳۰۵	۱۰۰۰ تومان/سال

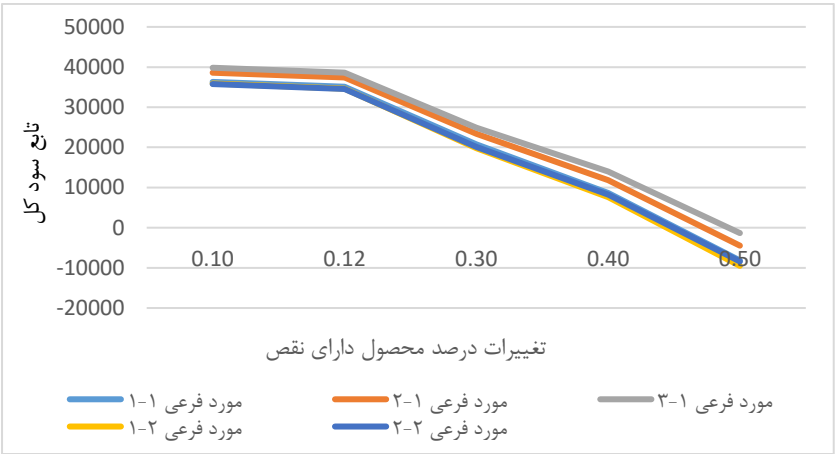
هزینه نگهداری	-۱۰۱۷	-۹۲۴/۷	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خطای نوع یک و دو	-۲۳۹۷۶/۶	-۲۴۳۷۸	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خرید	-۲۳۳۹۱۸/۱۳	-۲۳۷۸۳۷/۶	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه سفارش‌دهی	-۲۹۴۱/۱۸	-۳۱۲۵	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه بازرسی	-۴۶۷۸/۳۶	-۴۷۵۶/۷	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه تبلیغات	۰	-۹۴۲	۱۰۰۰ تومان/سال
مقدار درآمد حاصل از فروش محصول سالم و ناقص	۳۱۱۳۷۴/۲۷	۳۰۳۲۶۸	۱۰۰۰ تومان/سال
درآمد ازدست‌رفته به‌دلیل مشتریان بدحساب	۰	-۶۴۹۱	۱۰۰۰ تومان/سال
سود دریافت شده و پرداخت شده	-۱۱۰۲/۳	-۱۴۸۸	۱۰۰۰ تومان/سال

۳-۴. آنالیز حساسیت و صحت‌سنجی

در بخش آنالیز حساسیت به مطالعه تأثیرپذیری متغیرهای مدل ریاضی از پارامترهای ورودی پرداخته می‌شود؛ به‌عبارت دیگر ضرورت این بخش پیش‌بینی خروجی‌های مدل تحت تأثیر تغییر ورودی‌های مدل ریاضی به‌صورت سازمان‌یافته در بازه‌ای که از خبرگان گرفته شده است و تحلیل تأثیرات آن می‌باشد. برای آنالیز تأثیرات پارامترهای q_1, q_2p, بر مقادیر متغیرهای e^* و T^* بازه‌های مشخص شده است و تأثیرات آن‌ها بر مقادیر متغیرهای مدل ارائه شده آورده شده است. برای مقایسه آسان و آنالیز بهتر موردها هر کدام از نمودارها شامل تمامی موارد در رابطه با یک متغیر خاص هستند.

$P \in \{0.1, 0.12, 0.3, 0.4, 0.5\}$,
$q_1 \in \{0.06, 0.07, 0.08, 0.12, 0.13\}$,
$q_2 \in \{0.07, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4\}$.

مقادیر دیگر پارامترها برابر با مقادیری است که در جدول (۶) آورده شده است.



شکل (۱۱): تأثیر تغییرات درصد محصول ناقص بر تابع سود کل در مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی

در شکل (۱۱) با افزایش درصد محصول ناقص به هزینه‌های مدل افزوده می‌شود و تابع سود روند نزولی دارد؛ همان‌طور که در نمودار مشخص است مدل ۱-۳ و ۱-۲ به‌ترتیب مدل‌هایی هستند که بیشترین سوددهی را برای توزیع‌کننده دارند و بقیه‌ی مدل‌ها تقریباً سوددهی مشابه و کمتر از دو مدلی قبلی را دارند. در رابطه با شکل (۱۱) و تأثیر درصد محصولات ناقص، توصیه مدیریتی یافتن راهکارهایی برای کاهش درصد محصولات ناقص است، از جمله این راهکارها استفاده از مواد اولیه باکیفیت، حمل‌ونقل مطمئن محصولات، سرمایه گذاری جهت کاهش خروج سیستم از حالت تحت کنترل و همچنین تعمیر محصولات دارای نقص است. زیرا افزایش محصولات ناقص در سفارش به‌شدت سبب کاهش سوددهی زنجیره خواهد شد. در جدول (۸) به تحلیل تغییرات تعداد دفعات تبلیغات پرداخته شده است.

جدول (۸): آنالیز تأثیر تغییرات درصد محصول ناقص بر متغیر دفعات تبلیغات

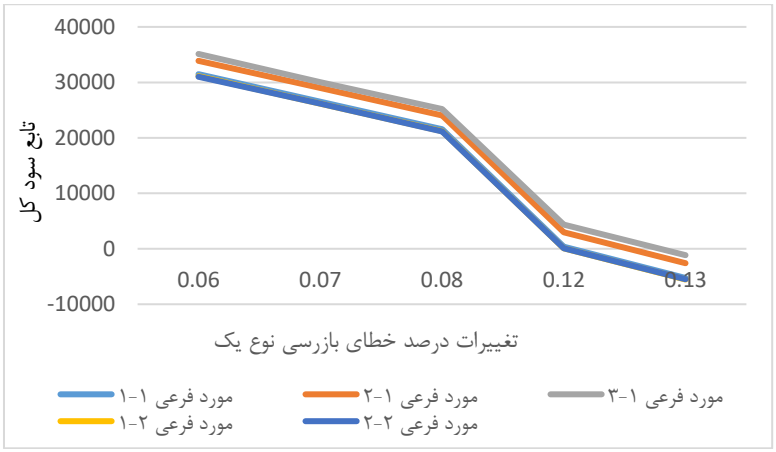
p	۰/۱	۰/۱۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
	e	e	e	e	e
مورد ۱-۱	۵/۳۸	۵/۳	۵/۲۹	۵/۲۶	۵/۲۴
مورد ۱-۲	۴/۹	۴/۸	۴/۵	۴/۲	۴
مورد ۱-۳	۰	۵/۴	۵/۳۶۷	۵/۱۹	۵/۱
مورد ۲-۱	۵/۷۳	۵/۵۳	۵/۲۶	۵/۲۴	۵/۲۳
مورد ۲-۲	۴/۹۴	۴/۸۹	۴/۸۶	۴/۸۵	۴/۸

از خروجی‌های مربوط به حل مدل که در جدول (۸) به آن اشاره شده است نتیجه می‌شود، هرچقدر درصد محصول ناقص بیشتر می‌شود روند تبلیغات نزولی می‌شود ولی تعداد دفعات تبلیغات تأثیر بسیار کمی را از درصد محصول ناقص می‌پذیرد. توصیه مدیریتی در رابطه با جدول (۸) این است که با افزایش درصد محصولات ناقص در سفارش، بهتر است تعداد دفعات تبلیغات کاهش یابد و در نتیجه آن، مقدار سفارش نیز کاهش می‌یابد.

جدول (۹) نشان می‌دهد که با افزایش درصد محصول ناقص، تابع سود کاهش می‌یابد. براین اساس، توصیه مدیریتی این است که با افزایش درصد محصولات ناقص در سفارش دریافتی برای دستیابی به سود بیشتر باید تعداد دفعات تبلیغات و طول دوره کاهش داده شود.

جدول (۹): آنالیز تأثیر تغییرات درصد محصول ناقص بر متغیر طول دوره

p	۰/۱	۰/۱۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
	T	T	T	T	T
مورد ۱-۱	۰/۲۳	۰/۳	۰/۲۲	۰/۱۸	۰/۱۵
مورد ۱-۲	۰/۲۳	۰/۳۱	۰/۲۶	۰/۲۲	۰/۱۸
مورد ۱-۳	۳۵/۰	۰/۳۲	۰/۲۸	۰/۲۳	۱۸/۰
مورد ۲-۱	۳۳/۰	۰/۳۱	۰/۲۲	۰/۱۸	۰/۱۵
مورد ۲-۲	۰/۳۴	۰/۳۳	۰/۲۵	۰/۲۱	۰/۱۷



شکل (۱۲): تأثیر تغییرات درصد خطای بازرسی نوع یک بر تابع سود کل در مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی

در شکل (۱۲) ترتیب بهینه بودن ۵ مورد با شرایط متفاوت پرداخت اعتباری نشان داده شده است. با تغییر در مقدار درصد احتمال خطای بازرسی نوع یک، در مورد فرعی ۱-۳ به‌دلیل آن‌که توزیع‌کننده بازه پرداخت اعتباری طولانی‌تری نسبت به سایر موارد دارد در نتیجه سودآوری این مورد برای توزیع‌کننده بیشتر از سایر موارد است و این ترتیب در موردهای دیگر به‌صورت زیر است: دومین مورد بهینه مورد ۱-۲ است و موردهای ۲-۲، ۲-۱ و ۱-۱ تقریبا سودآوری یکسانی نسبت به تغییرات درصد خطای بازرسی نوع یک را دارند. زمانی که درصد خطای بازرسی نوع یک به مقدار ۰/۱۳ می‌رسد تقریبا سودآوری کلیه موردها به صفر می‌رسد و این موضوع نشان‌دهنده‌ی اهمیت درصد خطای بازرسی نوع یک است و توصیه مدیریتی به حداقل رساندن این نوع از خطای بازرسی از طریق ارائه آموزش‌های لازم به بازرس و حذف علل رخ دادن این نوع از خطا به جای نادیده گرفتن این نوع از خطا و هزینه‌های آن در مدل است.

در جدول (۱۰) افزایش درصد خطای بازرسی نوع یک تأثیرات شدیدتری نسبت به درصد محصول ناقص بر روی مقدار سود کل و در نتیجه بر روی تعداد دفعات تبلیغات مدل دارد؛ در ابتدا تعداد دفعات تبلیغات برای جبران هزینه‌های مربوط به افزایش درصد خطای بازرسی نوع یک روند صعودی دارد اما پس از این‌که هزینه‌های مدل به مقدار زیادی بالا می‌رود از توان تبلیغات مدل کاسته می‌شود. همان‌طور که در نمودار (۴-۲) نشان داده شد مدل ۱-۳ و ۱-۲ سوددهی بیشتری نسبت به بقیه مدل‌ها دارند. در نتیجه تعداد دفعات تبلیغات آن‌ها نسبت به دیگر مدل‌ها دیرتر روند نزولی می‌گیرد.

جدول (۱۰): آنالیز تأثیر تغییرات خطای بازرسی نوع یک بر تعداد دفعات تبلیغات

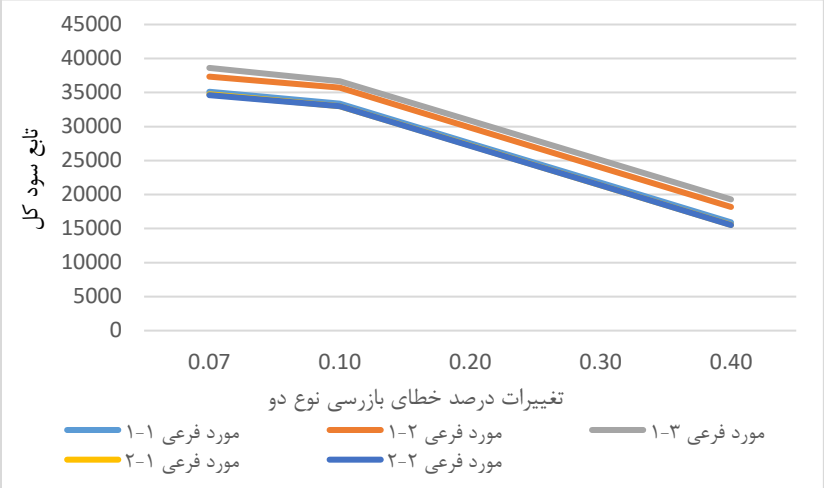
q_1	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۱۳
	e	e	e	e	e
مورد ۱-۱	۴/۸۸	۴/۴۹	۴/۲۴	۳/۷۲	۳/۶
مورد ۱-۲	۴/۰۴	۳/۹۵	۳/۷۲	۳/۰۶	۲/۹۷
مورد ۱-۳	۰	۵/۱۲۷	۴/۳۴۵	۳/۳۲۵	۳/۲
مورد ۲-۱	۴/۸۲	۴/۴۶	۴/۲۲	۳/۷	۳/۶
مورد ۲-۲	۴/۱۵	۳/۶۵	۳/۵۱	۲/۹۵	۲/۸۸

جدول (۱۱): آنالیز تأثیر تغییرات درصد خطای بازرسی نوع یک بر طول دوره

q_1	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۱۳
	T	T	T	T	T
مورد ۱-۱	۳/۰	۰/۲۸	۰/۲۸	۰/۲۵	۰/۲۴
مورد ۱-۲	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳	۰/۲۹	۰/۲۸
مورد ۱-۳	۰/۳۳	۰/۳۷	۰/۳۴	۰/۳	۰/۳
مورد ۲-۱	۰/۳	۰/۲۸	۰/۲۸	۰/۲۵	۰/۲۴
مورد ۲-۲	۰/۳۲	۰/۳۱	۰/۳	۰/۲۸	۰/۲۸

در جدول (۱۱) همانند تغییرات درصد محصول ناقص، با افزایش درصد خطای بازرسی نوع یک تابع سود به‌شدت کاهش می‌یابد و در این شرایط توصیه مدیریتی این است که برای دستیابی به سود بیشتر باید تعداد دفعات تبلیغات و طول دوره را کاهش داد.

از طریق بررسی شکل (۱۳) و جداول (۱۲) و (۱۳) مشاهده می‌شود که حساسیت مدل نسبت به درصد احتمال خطای بازرسی نوع دو تقریباً کمتر از درصد محصول ناقص و درصد احتمال خطای نوع یک است. اما تأثیر افزایش درصد خطای بازرسی نوع دو روند مشابهی با درصد خطای بازرسی نوع یک و درصد محصول ناقص را در متغیرهای مدل ایجاد می‌کند. توصیه مدیریتی در رابطه با خطای بازرسی نوع دو درنظرگیری هزینه‌های این نوع خطا و چشم پوشی نکردن از آن است و البته سرمایه‌گذاری در جهت آموزش بازرس است. البته باید متذکر شد که فرایند تکراری بازرسی می‌تواند همراه با یادگیری باشد که این مورد می‌تواند عاملی برای کاهش این نوع از خطا باشد.



شکل (۱۳): تأثیر تغییرات درصد خطای بازرسی نوع دو بر تابع سود کل

جدول (۱۲): آنالیز تأثیر تغییرات خطای بازرسی نوع دو بر تعداد دفعات تبلیغات

q_2	۰/۰۷	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴
	e	e	e	e	e
مورد ۱-۱	۵/۴	۴/۹۸	۴/۱۹	۳/۶۴	۳/۱۶
مورد ۱-۲	۵	۴/۸۳	۳/۷	۳	۲/۴۶
مورد ۱-۳	۰	۴/۹	۴/۸	۳/۶۷	۲/۹۸
مورد ۲-۱	۵/۳	۴/۹	۴/۱۵	۳/۶	۳/۱۴
مورد ۲-۲	۴/۵۷	۴/۲۶	۳/۴	۲/۸۲	۲/۳

جدول (۱۳): آنالیز تأثیر تغییرات خطای بازرسی نوع دو بر طول دوره

q_2	۰/۰۷	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴
	T	T	T	T	T
مورد ۱-۱	۰/۳۲	۰/۳۱	۰/۲۹	۰/۲۹	۰/۲۹
مورد ۱-۲	۰/۳۴	۰/۳۴	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳۲
مورد ۱-۳	۰/۴	۰/۳۶	۰/۳۶	۰/۳۵	۰/۳۵
مورد ۲-۱	۰/۳۲	۰/۳۱	۰/۳	۰/۲۹	۰/۲۹
مورد ۲-۲	۰/۳۳	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳۲	۰/۳۱

۴. نتیجه‌گیری

امروزه بازار رقابتی سبب شده است تا سرمایه‌گذاری‌های بزرگی جهت افزایش تقاضا و به‌دست آوردن سهم بیشتری از بازار صورت گیرد. در این مقاله تقاضا به عامل بسیار مهم تبلیغات وابسته شده است تا تأثیر آن بر افزایش تقاضا مورد بررسی قرار گیرد. جهت ارضای تقاضا کلیه محصولاتی که پس از هر بار سفارش دریافت می‌شوند سالم نمی‌باشند و بخشی از سفارش را محصولات ناقص تشکیل داده‌اند. برای جداسازی این محصولات در یک مدل سه‌سطحی (یک تأمین‌کننده-یک توزیع‌کننده-یک مشتری) توزیع‌کننده محصولات را بازرسی کرده و محصول ناقص را جداسازی می‌کند و با قیمت ناچیز به‌فروش می‌رساند. این بازرسی عاری از خطا نمی‌باشد و ممکن است خطای انسانی حین بازرسی رخ دهد و هزینه‌هایی را به تابع هدف مدل اضافه کند. توزیع‌کننده از تأمین‌کننده پرداخت اعتباری را برای کلیه محصولات دریافت می‌کند. توزیع‌کننده پرداخت اعتباری را به مشتریان قدیمی برای کلیه محصولات خریداری شده و به مشتریان جدید به‌صورت جزئی پیشنهاد می‌دهد. در واقع مشتریان جدید در

دو دسته خوش‌حساب و بدحساب قرار دارند که تنها مشتریان خوش-حساب برای آن بخش از محصولاتی که پرداخت اعتباری شامل آن‌ها شده است هزینه پرداخت می‌کنند.

نتایج عددی نشان داد که مدل نسبت به خطای بازرسی نوع یک بسیار حساس بوده و با افزایش این خطا، به خصوص در محصولات سرامیکی، سودآوری به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد. عموماً برای کاهش این هزینه‌ها اقداماتی از جمله استفاده از مواد اولیه مرغوب، نیروی کار و بازرس ماهر و پایه‌ریزی سیستم نگهداری و تعمیرات مؤثر صورت می‌پذیرد، اما آن‌چه اهمیت زیادی دارد و اتفاقاً هزینه زیادی برای سازمان ندارد، تأثیر نقش یادگیری نیروی کار در کلیه‌ی بخش ها از جمله بخش بازرسی و کاهش خطای بازرسی است. لذا به‌عنوان یکی از دستاوردهای این تحقیق توصیه می شود تا تأثیر یادگیری علاوه‌بر کاهش خطای بازرسی و سرعت بازرسی در موارد دیگر از جمله تأثیر آن در سرعت تولید و همچنین کاهش درصد تولید محصولات ناقص نیز دیده شود و سرمایه‌هایی برای آموزش کارکنان درنظرگرفته شود.

همچنین نتایج نشان داد که افزایش درصد محصولات ناقص نیز در کاهش سودآوری بسیار تأثیرگذار است. این درحالی است که باتوجه به شرایط کنونی حاکم بر بازار، توزیع‌کنندگانی که در محل‌های با فاصله دور از تولیدکننده هستند، مخصوصاً در محصولات چینی‌های بهداشتی با مشکل درصد بالای محصولات معیوب مواجه می‌گردند. هرچند تولیدکننده محصولات معیوب مرجوع شده را می‌پذیرد اما توزیع‌کنندگان تا دریافت سفارش بعدی ممکن است دچار کمبود شوند و فروش خود را از دست بدهند و از طرفی هزینه‌ی بالای نگهداری و خواب سرمایه اجازه خرید با مقدار زیاد را نمی‌دهد. برای حل این مشکل و کاهش هزینه‌های ارسال، بهتر است عمده‌فروش با یک شرکت بازرسی نزدیک به محل تولیدکننده قرارداد ببندد و همچنین شرکت حمل را نیز وابسته به همان شرکت بازرسی کند و از این طریق بتواند تا حدودی از هزینه‌های بالای خود بکاهد.

همان‌طور که در مثال عددی نشان داده شده است تقاضا وابسته به تعداد دفعاتی است که تبلیغات انجام می‌شود. در بخش آنالیز حساسیت تأثیر پارامترهای کلیدی مثل درصد محصولات دارای نقص و خطای بازرسی در پنج مورد فرعی بررسی شده است. درواقع در مطالعات آینده بهتر است که خطای نوع یک و دو برحسب میزان یادگیری بازرسی در هر بار بازرسی کاهش یابند البته برای نزدیک شدن مدل به واقعیت می‌توان برای این یادگیری نرخ فراموشی را درنظر گرفت. نکته‌ای که در آنالیز حساسیت مشهود است تأثیر کمتر افزایش خطای نوع دو نسبت به خطای نوع یک بر تابع سود است، درحالی‌که این خطا در بازار رقابتی امروز بر اعتماد مشتریان نسبت به محصولات تأثیر بد زیادی دارد و بهتر است تقاضای مشتریان تحت تأثیر اهمیت کاهش خطای انسانی نوع دو قرار گیرد. بهتر است مدل را همراه با کمبود در گرفت و تقاضا را به عوامل تأثیرگذار دیگر از جمله قیمت و کیفیت کالا وابسته کرد. ازآنجاکه تولید محصول ناقص تأثیر چشم‌گیری در کاهش تابع سود دارد بهتر است جهت کاهش تولید محصول ناقص سرمایه‌گذاری صورت گیرد.

نقص‌ها می‌توانند انواع مختلفی داشته باشد و بر طبق آن‌ها قیمت فروش محصول ناقص متفاوت فرض شود و یا این‌که نقص تعمیر شود. یکی از مواردی که قیمت محصول ناقص را کاهش می‌دهد حذف هزینه‌های جابه‌جایی آن است که این امر زمانی به‌وقوع می‌پیوندد که بازرسی با توافق طرفین در محل تولیدکننده انجام شود. پارامترهایی مثل درصد محصولات ناقص و خطای بازرسی از جمله مواردی هستند که می‌توان در مطالعات آینده همراه با عدم قطعیت در مدل دیده شوند.

مراجع

[1] M. K. and M. Y. J. Salameh, "Economic production quantity model for items with imperfect quality, Int. J. of Production Economics, vol.64, pp.59-64, 2000.

[2] M. Khan, M. Y. Jaber, and M. I. M. Wahab, "Economic order quantity model for items with imperfect quality with learning in inspection," Int. J. Prod. Econ., vol. 124, no. 1, pp. 87–96, 2010.

[3] M. I. M. Wahab and M. Y. Jaber, "Economic order quantity model for items with imperfect quality, different holding costs, and learning effects: A note," Comput. Ind. Eng., vol. 58, no. 1, pp. 186–190, 2010.

[4] L. F. Hsu and J. T. Hsu, "Economic production quantity (EPQ) models under an imperfect production process with shortages backordered," Int. J. Syst. Sci., vol. 47, no. 4, pp. 852–867, 2016.

[5] M. Waqas Iqbal and B. Sarkar, "A Model for Imperfect Production System with Probabilistic Rate of Imperfect Production for Deteriorating Products," DJ J. Eng. Appl. Math., vol. 4, no. 2, pp. 1–12, 2018.

[6] S. Tiwari, Y. Daryanto, and H. M. Wee, "Sustainable inventory management with deteriorating and imperfect quality items considering carbon emission," J. Clean. Prod., vol. 192, pp. 281–292, 2018.

[7] M. S. Kim and B. Sarkar, "Multi-stage cleaner production process with quality improvement and lead time dependent ordering cost," J. Clean. Prod., vol. 144, pp. 572–590, 2017.

[8] I. Konstantaras, S. K. Goyal, and S. Papachristos, "Economic ordering policy for an item with imperfect quality subject to the in-house inspection," Int. J. Syst. Sci., vol. 38, no. 6, pp. 473–482, 2007.

[9] B. Pal, S. S. Sana, and K. Chaudhuri, "Three-layer supply chain - A production-inventory model for reworkable items," Appl. Math. Computer, vol. 219, no. 2, pp. 530–543, 2012.

[10] C. W. Kang, M. Ullah, and B. Sarkar, "Optimum ordering policy for an imperfect single-stage manufacturing system with safety stock and planned backorder," Int. J. Adv. Manuf. Technol.,

Production Economics, vol. 226, pp. 107643, (2020).
[24] B. Sarkar, P. Mandal, and S. Sarkar, "An EMQ model with price and time dependent demand under the effect of reliability and inflation," Appl. Math. Computer, vol. 231, pp. 414–421, 2014.
[25] R. Yadav, S. Pareek, and M. Mittal, "Supply chain models with imperfect quality items when end demand is sensitive to price and marketing expenditure," RAIRO - Oper. Res., vol. 52, no. 3, pp. 725–742, 2018.
[26] M. A. Rad, F. Khoshalhan, and C. H. Glock, "Optimal production and distribution policies for a two-stage supply chain with imperfect items and price- and advertisement-sensitive demand: A note," Appl. Math. Model, vol. 57, pp. 625–632, 2018.
[27] A. A. Taleizadeh and M. Noori-daryan, "Pricing, inventory and production policies in a supply chain of pharmacological products with rework process: a game theoretic approach," Oper. Res., vol. 16, no. 1, pp. 89–115, 2016.
[28] Monami Das Roy, "Random sales price-sensitive stochastic demand an imperfect production model with free repair warranty," J. Adv. Manag. Res., vol. 14, no. 4, pp. 408–424, 2017.
[29] M. Tayyab, B. Sarkar, and B. Yahya, "Imperfect Multi-Stage Lean Manufacturing System with Rework under Fuzzy Demand," Mathematics, vol. 7, no. 1, p. 13, 2018.
[30] B. Pal, S. S. Sana, and K. Chaudhuri, "A mathematical model on EPQ for stochastic demand in an imperfect production system," J. Manuf. Syst., vol. 32, no. 1, pp. 260, 2013
[31] A. A. Taleizadeh, P. Pourrezaie Khaligh, and I. Moon, "Hybrid NSGA-II for an imperfect production system considering product quality and returns under two warranty policies," Appl. Soft Comput. J., vol. 75, pp. 333–348, 2019.
[32] L. Y. Ouyang and C. T. Chang, "Optimal production lot with imperfect production process under permissible delay in payments and complete backlogging," Int. J. Prod. Econ., vol. 144, no. 2, pp. 610–617, 2013.
[33] C. T. Chang, M. C. Cheng, and P. Y. Soong, "Impacts of inspection errors and trade credits on the economic order quantity model for items with imperfect quality," Int. J. Syst. Sci. Oper. Logistics. vol. 3, no. 1, pp. 34–48, 2016.
[34] L. Yueli, M. Jiangtao, and Z. Hengming, "Optimal replenishment policy for items with imperfect quality and shortages under permissible delay in payments," Proc. 30th Chinese Control Decis. Conf. CCDC 2018, pp. 1181–1186, 2018.
[35] J. T. Teng, Optimal ordering policies for a retailer who offers distinct trade credits to its good and bad credit customers," Intern. J. Prod. Econ., vol. 119, no. 2, pp. 415–423, 2009.
[36] M. K. Jayaswal, I. Sangal, M. Mittal, and S. Malik, "Effects of learning on retailer ordering policy for imperfect quality items with trade credit vol. 95, no. 1–4, pp. 109–120, 2018.
[11] B. Marchi, S. Zanoni, L. E. Zavanella, and M. Y. Jaber, "Supply chain models with greenhouse gases emissions, energy usage, imperfect process under different coordination decisions," Int. J. Prod. Econ., vol. 211, pp. 145–153, 2019.
[12] S. H. R. Pasandideh, S. T. A. Niaki, A. H. Nobil, and L. E. Cárdenas-Barrón, "A multiproduct single machine economic production quantity model for an imperfect production system under warehouse construction cost," Int. J. Prod. Econ., vol. 169, pp. 203–214, 2015.
[13] F. Hu and Q. Zong, "Optimal production run time for a deteriorating production system under an extended inspection policy," Eur. J. Oper. Res., vol. 196, no. 3, pp. 979–986, 2009.
[14] B. C. Giri and T. Dohi, "Inspection scheduling for imperfect production processes under free repair warranty contract," Eur. J. Oper. Res., vol. 183, no. 1, pp. 238–252, 2007.
[15] R. Lopes, "Integrated model of quality inspection, preventive maintenance and buffer stock in an imperfect production system," Comput. Ind. Eng., vol. 126, pp. 650–656, 2018.
[16] H. F. Yu and Y. Chen, "An integrated inventory model for items with acceptable defective items under warranty and quality improvement investment," Qual. Technol. Quant. Manag., vol. 15, no. 6, pp. 702–715, 2018.
[17] N. Kazemi, S. H. Abdul-Rashid, R. A. R. Ghazilla, E. Shekarian, and S. Zanoni, "Economic order quantity models for items with imperfect quality and emission considerations," Int. J. Syst. Sci. Oper. Logistic, vol. 5, no. 2, pp. 99–115, 2018.
[18] B. Sarkar and S. Saren, "Product inspection policy for an imperfect production system with inspection errors and warranty cost," Eur. J. Oper. Res., vol. 248, no. 1, pp. 263–271, 2016.
[19] B. C. Giri and S. Sharma, "Integrated model for an imperfect production-inventory system with a generalised shipment policy, errors in quality inspection and ordering cost reduction," Int. J. Syst. Sci. Oper. Logistic, vol. 4, no. 3, pp. 260–274, 2017.
[20] O. Dey and B. C. Giri, "A new approach to deal with learning in inspection in an integrated vendor-buyer model with imperfect production process," Comput. Ind. Eng., no. xxxx, pp. 1–9, 2018.
[21] B. Sarkar, B. Kumar Sett, and S. Sarkar, "Optimal production run time and inspection errors in an imperfect production system with warranty," J. Ind. Manag. Optim. vol. 14, no. 1, pp. 267–282, 2017.
[22] Khanna, A., Kishore, A., Sarker, B., & Jaggi, C. K. Inventory and pricing decisions for imperfect quality items with inspection errors, sales returns, and partial backorders under inflation. RAIRO - Operations Research, vol. 54, pp. 287–306, 2020.
[23] Tiwari S, Kazemi N, Modak NM, Cárdenas-Barrán LE, Sarkar S. The effect of human errors on an integrated stochastic supply chain model with setup cost reduction and backorder price discount. Int J

financing," Uncertain Supply Chain Manag., vol. 7, pp. 49–62, 2018.
[37] A. Khanna, A. Kishore, B. Sarkar, and C. Jaggi, "Supply Chain with Customer-Based Two-Level Credit Policies under an Imperfect Quality Environment," Mathematics, vol. 6, no. 12, pp. 299, 2018.

پیوست A

در ادامه G_iهای مربوط به مدل ۱-۱ که شامل G_1 تا G_7 هستند به‌ترتیب آورده شده است:

$$G_1 = \frac{1}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-p)(1-q_1) + v[p(1-q_2) + (1-p)q_1 + pq_2] - [S(1-\delta)][(1-p)(1-q_1)][(1-R)(1-K)] - C - d - C_1(1-p)q_1 - C_2pq_2 + CI_PM((1-p)q_1 + p(1-q_2))\} + (CI_P(\delta(1-K)M - K(N-M) - (1-K)(1-\delta)(N-M))) \quad (A1)$$

$$G_2 = \frac{(h+CI_P)}{x_0((1-p)(1-q_1))^2}[(1-p)q_1 + p(1-q_2)] \quad (A2)$$

$$G_3 = \frac{1}{2}\left(h + \frac{pq_2h}{(1-p)(1-q_1)} + CI_P((1-k)(1-\delta) + k + \delta(1-k))\right) \quad (A3)$$

$$G_4 = \frac{1}{2}(CI_P(\delta(1-k)M^2 + (1-K)(1-\delta)(N-M)^2 + K(N-M)^2) - SI_e(\delta(1-k)M^2 + K(M-N)^2 + (1-k)(1-\delta)R(M-N)^2) \quad (A4)$$

G_iهای مربوط به مدل ۱-۲ که شامل G_5 تا G_8 هستند به‌ترتیب آورده شده است:

$$G_5 = \frac{1}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-p)(1-q_1) + v[p(1-q_2) + (1-p)q_1 + pq_2] - C - d - C_1(1-p)q_1 - C_2pq_2 - S(1-\delta)(1-p)(1-q_1)(1-R)(1-K) + vI_eM((1-p)q_1 + p(1-q_2))\} + \left(SI_e\delta(1-K)M - CI_PK(N-M) - CI_P(1-K)(1-\delta)(N-M)\right) \quad (A5)$$

$$G_6 = \frac{(h+vI_e)}{x_0(1-p)(1-q_1))^2}[(1-p)q_1 + p(1-q_2)] \quad (A6)$$

$$G_7 = \frac{1}{2}\left(h + \frac{pq_2h}{(1-p)(1-q_1)} + SI_e\delta(1-K) + CI_P((1-K)(1-\delta) + k)\right) \quad (A7)$$

$$G_8 = \frac{1}{2}\left(-SI_e(K(M-N)^2 + (1-K)(1-\delta)R(M-N)^2) + CI_P\left((1-K)(1-\delta)(N-M)^2 + K(N-M)^2\right)\right) \quad (A8)$$

G_iهای مربوط به مدل ۱-۳ که شامل G_9 تا G_{11} هستند به‌ترتیب آورده شده است:

$$G_9 = \frac{1}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-p)(1-q_1) + v[p(1-q_2) + (1-p)q_1 + pq_2] - C - d - C_1(1-p)q_1 - C_2pq_2 - S(1-\delta)(1-p)(1-q_1)(1-R)(1-K) + vI_eM\left((1-p)q_1 + p(1-q_2)\right) + vI_eMpq_2\}) + (SI_e(K(M-N) + (1-K)\delta M + (1-K)(1-\delta)R(M-N))) \quad (A9)$$

$$G_{10} = \frac{(h+vI_e)}{x_0((1-p)(1-q_1))^2}[(1-p)q_1 + p(1-q_2)] + \frac{vI_epq_2}{x_0((1-p)(1-q_1))^2} \quad (A10)$$

$$G_{11} = \frac{vI_epq_2}{(1-p)(1-q_1)} + \left(\frac{h}{2} + \frac{pq_2h}{2(1-p)(1-q_1)} + \frac{SI_e}{2}(K + (1-\delta)(1-k)R + \delta(1-k))\right) \quad (A11)$$

برای مدل ۲-۱ که G_{20} به‌عنوان پارامتر جدید معرفی شده است.

$$G_{12} = \left(\frac{CI_P\delta(1-K)M^2}{2} - \frac{SI_e\delta(1-K)M^2}{2}\right) \quad (A12)$$

G_iهای مربوط به مدل پایه برای مورد ۱-۱ و ۲-۱ G_{13} تا G_{15} هستند به‌ترتیب آورده شده است:

$$G_{13} = (O - SI_e\frac{DM^2}{2} + \frac{CI_pDM^2}{2}) \quad (A13)$$

$$G_{14} = (\frac{hD}{2} + \frac{(h+CI_P)D^2}{x_0\left((1-p)(1-q_1)\right)^2}[(1-p)q_1 + p(1-q_2)] + \frac{hpDq_2}{2(1-\mathrm{p})(1-q_1)} + \frac{CI_pD}{2}) \quad (A14)$$

$$G_{15} = \frac{\mathrm{D}}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-p)(1-q_1) + v[p(1-q_2) + (1-p)q_1 + pq_2] - C - d - C_1(1-p)q_1 - C_2pq_2 + CI_PM\left((1-p)q_1 + p(1-q_2)\right)\} + CI_pDM \quad (A15)$$

G_iهای مربوط به مدل پایه برای مورد ۱-۲ و ۲-۲ G_{16} تا G_{18} هستند به‌ترتیب آورده شده است:

$$G_{16} = O \quad (A16)$$

$$G_{17} = (\frac{hD}{2} + \frac{(h+vI_e)D^2}{x_0\left((1-p)(1-q_1)\right)^2}[(1-p)q_1 + p(1-q_2)] + \frac{hpDq_2}{2(1-\mathrm{p})(1-q_1)} + \frac{SI_eD}{2}) \quad (A17)$$

$$G_{18} = \frac{\mathrm{D}}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-p)(1-q_1) + v[p(1-q_2) + (1-p)q_1 + pq_2] - C - d - C_1(1-p)q_1 - C_2pq_2 + vI_eM\big((1-p)q_1 + p(1-q_2)\big)\} + SI_eDM \quad (A18)$$

G_iهای مربوط به مدل پایه برای مورد ۱-۳ G_{19} تا G_{21} هستند به‌ترتیب آورده شده است:

$$G_{19} = O \quad (A19)$$

$$G_{20} = (\frac{hD}{2} + \frac{(h+vI_e)D^2}{x_0\big((1-p)(1-q_1)\big)^2}[(1-p)q_1 + p(1-q_2)] + \frac{vI_eD^2pq_2}{x_0\big((1-p)(1-q_1)\big)^2} + \frac{vI_epDq_2}{(1-\mathrm{p})(1-q_1)} + \frac{hpDq_2}{2(1-\mathrm{p})(1-q_1)} + \frac{SI_eD}{2}) \quad (A20)$$

$$G_{21} = \frac{\mathrm{D}}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-p)(1-q_1) + v[p(1-q_2) + (1-p)q_1 + pq_2] - C - d - C_1(1-p)q_1 - C_2pq_2 + vI_eM\big((1-p)q_1 + p(1-q_2)\big) + vI_epq_2M\} \quad (A21)$$

پیوست B

شروط زیر برای موارد ۱-۱ و ۱-۲ و ۱-۳ باید برقرار باشد تا بتوان تقعر تابع هدف را اثبات کرد.

$$0 \le \delta, R, K, w_1, w_2, p, y, q_1, q_2 \le 1, M > N, CI_P \ge SI_e$$

از عبارت زیر برای خلاصه‌سازی عبارت‌های مربوط به تعیین تقعر استفاده شده است.

$$E(T) = 1 + \frac{\mathrm{bye}^3}{T} \tag{B1}$$

شرط اول بهینگی برای مورد (۱-۱) از مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی: مشتق دوم نسبت به متغیر طول دوره برای اثبات تقعر باید منفی باشد و روابط زیر باید برقرار باشد.

$$\frac{\partial^2 TP_{(1-1)}(e,T)}{\partial T^2} = -\frac{2b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_2}{T^3(E(T))^3} - \frac{2(O+aG_4+be^4GG_4)}{T^3} \tag{B2}$$

$$\frac{\partial^2 TP_{(1-1)}(e,T)}{\partial T^2} \le 0 \tag{B3}$$

G_i همگی مثبت هستند.

$$\begin{aligned}\frac{1}{(1-p)(1-q_1)}&\{S(1-p)(1-q_1)+v[p(1-q_2)+(1-p)q_1+pq_2]+CI_PM((1-p)q_1+p(1-q_2))\}\\&+(CI_P\delta(1-K)M)\\&\ge\frac{1}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-\delta)(1-p)(1-q_1)(1-R)(1-K)+C+d+C_1(1-p)q_1\\&+C_2pq_2\}+(CI_PK(N-M)+CI_P(1-K)(1-\delta)(N-M)))\end{aligned} \tag{B4}$$

$$G_1 \ge 0$$

$$G_2 = \frac{(h+CI_P)}{x_0((1-p)(1-q_1))^2}[(1-p)q_1+p(1-q_2)] \ge 0 \tag{B5}$$

$$G_3 = \frac{1}{2}\left(h + \frac{pq_2h}{(1-p)(1-q_1)} + CI_P((1-k)(1-\delta)+k+\delta(1-k))\right) \ge 0 \tag{B6}$$

$$\begin{aligned}G_4 = \frac{1}{2}&(CI_P(\delta(1-k)M^2+(1-K)(1-\delta)(N-M)^2+K(N-M)^2)-SI_e(\delta(1-k)M^2+K(M-N)^2\\&+(1-k)(1-\delta)R(M-N)^2)\ge 0\end{aligned} \tag{B7}$$

شرط دوم بهینگی برای مورد ۱-۱ تحت شرط مثبت بودن مقدار هشین متغیرهای مدل برقرار است.

$$\begin{aligned}-\frac{1}{(E(T))^6T^4}&8be(be^5\left(4(a+be^4)(E(T))^2T^2G_2+4be^3(a+be^4)E(T)TyG_2-3be^2(a+be^4)^2y^2G_2\right.\\&\left.+2(E(T))^3T^2G_3-2G(E(T))^3G_4\right)^2+(6e(E(T))^3TG_1-(3a^2y(-E(T)T+3be^3y)\\&+be^5(28(E(T))^2T^2-27be^3E(T)Ty+9b^2e^6y^2)+6a(2e(E(T))^2T^2\\&-5be^4E(T)Ty+3b^2e^7y^2))G_2-6e(E(T))^3(T^2G_3+GG_4))(b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_2\\&+(E(T)^3(O+(a+be^4G)G_4)))\ge 0\end{aligned} \tag{B8}$$

$$\frac{\partial^2 TP_{(1-1)}(e,T)}{\partial e^2} * \frac{\partial^2 TP_{(1-1)}(e,T)}{\partial T^2} - \left(\frac{\partial^2 TP_{(1-1)}(e,T)}{\partial e \partial T}\right)^2 \ge 0 \tag{B9}$$

برای تعیین تقعر مورد ۱-۲ لازم است که شرایط زیر برقرار باشد

$$0 \le \delta, R, K, w_1, w_2, p, y, q_1, q_2 \le 1, M > N, CI_P \ge SI_e$$

شرط اول بهینگی برای مورد (۱-۲) از مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی: مشتق دوم نسبت به متغیر طول دوره برای اثبات تقعر باید منفی باشد و روابط زیر باید برقرار باشد.

$$\frac{\partial^2 TP_{(1-2)}(e,T)}{\partial T^2} = -\frac{2b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_6}{T^3(E(T))^3} - \frac{2(O+aG_8+be^4GG_8)}{T^3} \tag{B10}$$

$$\frac{\partial^2 TP_{(1-2)}(e,T)}{\partial T^2} \le 0 \tag{B11}$$

G_i همگی مثبت هستند و رابطه هشین برقرار است.

$$\frac{1}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-p)(1-q_1)+v[p(1-q_2)+(1-p)q_1+pq_2]+vI_PM((1-p)q_1+p(1-q_2))\}+SI_e(\delta(1-K)M \geq \frac{1}{(1-p)(1-q_1)}\{[S(1-\delta)][(1-p)(1-q_1)][(1-R)(1-K)]+C+d+C_1(1-p)q_1+C_2pq_2\}+CI_P(K(N-M)+(1-K)(1-\delta)(N-M))) \quad (B12)$$

$$G_5 \geq 0 \quad (B13)$$

$$G_6=\frac{(h+vI_P)}{x_0((1-p)(1-q_1))^2}[(1-p)q_1+p(1-q_2)] \geq 0 \quad (B14)$$

$$G_7=\frac{1}{2}\left(h+\frac{pq_2h}{(1-p)(1-q_1)}+SI_e\delta(1-K)+CI_P((1-K)(1-\delta)+k)\right) \geq 0 \quad (B15)$$

$$G_8=-\frac{1}{2}(SI_e(K(M-N)^2+(1-k)(1-\delta)R(M-N)^2)-CI_P((1-K)(1-\delta)(N-M)^2+K(N-M)^2) \geq 0 \quad (B16)$$

شرط دوم بهینگی برای مورد ۱-۲ تحت شرط مثبت بودن مقدار هشین متغیرهای مدل برقرار است

$$-\frac{1}{(E(T))^6T^4}8be(be^5\left(4(a+be^4)(E(T))^2T^2G_6+4be^3(a+be^4)E(T)TyG_6-3be^2(a+be^4)^2y^2G_6+2(E(T))^3T^2G_7-2G(E(T))^3G_8\right)^2+(6e(E(T))^3TG_5-(3a^2y(-E(T)T+3be^3y)+be^5(28(E(T))^2T^2-27be^3E(T)Ty+9b^2e^6y^2)+6a(2e(E(T))^2T^2-5be^4E(T)Ty+3b^2e^7y^2))G_6-6e(E(T))^3(T^2G_7+GG_8))(b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_6+(E(T)^3(O+(a+be^4G)G_8))) \geq 0 \quad (B17)$$

$$\frac{\partial^2TP_{(1-2)}(e,T)}{\partial e^2}*\frac{\partial^2TP_{(1-2)}(e,T)}{\partial T^2}-(\frac{\partial^2TP_{(1-2)}(e,T)}{\partial e\partial T})^2 \geq 0 \quad (B18)$$

شرط اول بهینگی برای مورد (۱-۳) از مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی: مشتق دوم نسبت به متغیر طول دوره برای اثبات تقعر باید منفی باشد و روابط زیر باید برقرار باشد.

$$\frac{\partial^2TP_{(1-3)}(e,T)}{\partial T^2}=\frac{2(O+e^4GG_4)}{T^3}-\frac{2b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_{10}}{T^3(E(T))^3} \quad (B19)$$

$$\frac{\partial^2TP_{(1-3)}(e,T)}{\partial T^2} \leq 0 \quad (B20)$$

G_i همگی مثبت هستند.

$$\frac{1}{(1-p)(1-q_1)}\{S(1-p)(1-q_1)+v[p(1-q_2)+(1-p)q_1+pq_2]+vI_eM((1-p)q_1+p(1-q_2))+vI_eMpq_2\})+(SI_e(K(M-N)+(1-K)\delta M+(1-K)(1-\delta)R(M-N))) \geq \frac{1}{(1-p)(1-q_1)}(C+d+C_1(1-p)q_1+C_2pq_2+S(1-\delta)(1-p)(1-q_1)(1-R)(1-K)) \quad (B21)$$

$$G_9 \geq 0$$

$$O+\frac{a}{2}(CI_P((1-K)(1-\delta)(1-R)(N-M)^2+K(N-M)^2)) \geq \frac{b}{2}SI_e(K(M-N)^2+(1-K)(1-\delta)R(M-N)^2) \quad (B22)$$

$$G_{11}=\frac{vI_epq_2}{(1-p)(1-q_1)}+\left(\frac{h}{2}+\frac{pq_2h}{2(1-p)(1-q_1)}+\frac{SI_e}{2}(K+(1-\delta)(1-k)R+\delta(1-k))\right) \geq 0 \quad (B23)$$

شرط دوم بهینگی برای مورد (۱-۳) از مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی: در نتیجه برقرار بودن روابط زیر مقدار هشین باید مثبت باشد.

$$-4e^6(-\frac{2GG_4}{T^2}+\frac{4b^2e^3(a+be^4)yG_{10}}{R^2T}-\frac{3b^2e^2(a+be^4)^2y^2G_{10}}{R^3T^2}+\frac{4b(a+be^4)TG_{10}}{T+be^3y}+2bG_{11})^2+4\frac{e}{R^6T^4}(OR^3+e^4GR^3G_4+b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_{10})(6eGR^3G_4+b(-6eR^3TG_9+(3a^2y(-RT+3be^3y)+be^5(28R^2T^2-27be^3RTy+9b^2e^6y^2)+6a(2eR^2T^2-5be^4RTy+3b^2e^7y^2))G_{10}+6eR^3T^2G_{11})) \geq 0 \quad (B24)$$

$$\frac{\partial^2 TP_{(1-3)}(e,T)}{\partial e^2} * \frac{\partial^2 TP_{(1-3)}(e,T)}{\partial T^2} - (\frac{\partial^2 TP_{(1-3)}(e,T)}{\partial e \partial T})^2 \geq 0 \quad \text{(B25)}$$

برای تعیین تقعر مورد۲-۱ لازم است که شرایط زیر برقرار باشد

$$0 \leq \delta, R, K, w_1, w_2, p, y, q_1, q_2 \leq 1, M < N, CI_P \geq SI_e$$

شرط اول بهینگی برای مورد (۲-۱) از مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی: مشتق دوم نسبت به متغیر طول دوره برای اثبات تقعر باید منفی باشد و روابط زیر باید برقرار باشد.

$$\frac{\partial^2 TP_{(2-1)}(e,T)}{\partial T^2} = -\frac{2b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_2}{T^3(E(T))^3} - \frac{2(O+aG_4+be^4GG_{12})}{T^3} \quad \text{(B26)}$$

$$\frac{\partial^2 TP_{(2-1)}(e,T)}{\partial T^2} \leq 0 \quad \text{(B27)}$$

شرط دوم بهینگی برای مورد (۲-۱) از مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی: در نتیجه برقرار بودن روابط زیر مقدار هشین باید مثبت باشد.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{(E(T))^6T^4}8be(be^5\Big(&4(a+be^4)(E(T))^2T^2G_2+4be^3(a+be^4)E(T)TyG_2 \\ &-3be^2(a+be^4)^2y^2G_2+2(E(T))^3T^2G_3-2G(E(T))^3G_{12}\Big)^2+(6e(E(T))^3TG_1 \\ &-(3a^2y(-E(T)T+3be^3y)+be^5(28(E(T))^2T^2-27be^3E(T)Ty+9b^2e^6y^2) \\ &+6a(2e(E(T))^2T^2-5be^4E(T)Ty+3b^2e^7y^2))G_2-6e(E(T))^3(T^2G_3 \\ &+GG_{12}))(b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_2+(E(T)^3(O+(a+be^4G)G_{12}))) \geq 0 \end{aligned} \quad \text{(B28)}$$

$$\frac{\partial^2 TP_{(2-1)}(e,T)}{\partial e^2} * \frac{\partial^2 TP_{(2-1)}(e,T)}{\partial T^2} - (\frac{\partial^2 TP_{(2-1)}(e,T)}{\partial e \partial T})^2 \geq 0 \quad \text{(B29)}$$

G_{12} مثبت است و رابطه هشین برقرار است.

$$G_{12} = \left(\frac{CI_P\delta(1-K)M^2}{2} - \frac{SI_e\delta(1-K)M^2}{2}\right) \geq 0 \quad \text{(B30)}$$

برای تعیین تقعر مورد ۲-۲ لازم است که شرایط زیر برقرار باشد

$$0 \leq \delta, R, K, w_1, w_2, p, y, q_1, q_2 \leq 1, M < N, CI_P \geq SI_e$$

شرط اول بهینگی برای مورد (۲-۲) از مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی: مشتق دوم نسبت به متغیر طول دوره برای اثبات تقعر باید منفی باشد و روابط زیر باید برقرار باشد.

$$\frac{\partial^2 TP_{(2-2)}(e,T)}{\partial T^2} = \frac{2(O+e^4GG_4)}{T^3} - \frac{2b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_6}{T^3(E(T))^3} \quad \text{(B31)}$$

$$\frac{\partial^2 TP_{(2-2)}(e,T)}{\partial T^2} \leq 0 \quad \text{(B32)}$$

شرط دوم بهینگی برای مورد (۲-۲) از مدل بدون یادگیری مؤثر در کاهش خطای بازرسی: در نتیجه برقرار بودن روابط زیر مقدار هشین باید مثبت باشد.

$$\frac{\partial^2 TP_{(2-2)}(e,T)}{\partial e^2} * \frac{\partial^2 TP_{(2-2)}(e,T)}{\partial T^2} - (\frac{\partial^2 TP_{(2-2)}(e,T)}{\partial e \partial T})^2 \geq 0 \quad \text{(B33)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(E(T))^6T^4}4(-e^6\Big(&-2G(E(T))^3G_4+4b(a+be^4)(E(T))^2T^2G_6+4b^2e^3(a+be^4)E(T)TyG_6 \\ &-3b^2e^2(a+be^4)^2y^2G_6+2b(E(T))^3T^2G_7\Big)^2+e((E(T))^3(O+e^4GG_4) \\ &+b^2e^6(a+be^4)^2y^2G_6)(6eG(E(T))^3G_4-6be(E(T))^3TG_5 \\ &+16b^2e^5(E(T))^2T^2G_6+12be(a+be^4)(E(T))^2T^2G_6-24b^2e^4(a \\ &+be^4)E(T)TyG_6-3b(a+be^4)^2E(T)TyG_6+9b^2e^3(a+be^4)^2y^2G_6 \\ &+6be(E(T))^3T^2G_7)) \geq 0 \end{aligned} \quad \text{(B34)}$$

پیوست C

در متن اشاره شد که نتایج عددی دیگر موارد مربوط به حل مدل توسط ورودی‌های مطالعه موردی در پیوست C آورده شده است که این نتایج به‌صورت زیر است. خروجی‌های مربوط به مورد ۱-۲

جدول (C-۱): مقایسه مقادیر بهینه متغیرها برای مورد ۱-۲ برای مدل پایه و مدل توسعه داده شده

شرح	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری یک‌سطحی	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری دوسطحی و درنظرگیری مخاطرات ارائه این روش–تقاضای وابسته به تبلیغات و زمان بازرسی متأثر از یادگیری	واحد
تقاضا	۵۰۰	۵۰۵/۷۶	عدد
نرخ بازرسی	۱۰۰۰	۱۳۶۷/۷۶	عدد/سال
زمان بازرسی	۰/۲۳۴	۰/۱۴	سال
M	۰/۴	۰/۴	سال
N	۰	۰/۱۵	سال
تبلیغات	۰	۴/۹	عدد/ دوره
طول دوره	۰/۴	۰/۳۲	سال
مقدار تابع هدف	۴۶۳۲۴	۳۸۵۹۳	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه نگهداری	-۱۱۹۷	-۹۲۸/۶	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خطای نوع یک و دو	-۲۳۹۷۶	-۲۴۲۵۳	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خرید	-۲۳۳۹۱۸	-۲۵۳۰۸۱	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه سفارش‌دهی	-۲۵۰۰	-۳۱۲۵	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه بازرسی	-۴۶۷۸	-۵۰۶۱	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه تبلیغات	۰	-۶۴۸	۱۰۰۰ تومان/سال
مقدار درآمد حاصل از فروش محصول سالم و ناقص	۳۱۱۳۷۴	۳۰۱۷۰۹	۱۰۰۰ تومان/سال
درآمد ازدست‌رفته به‌دلیل مشتریان بدحساب	۰	-۶۴۵۷	۱۰۰۰ تومان/سال
سود دریافت شده و پرداخت شده	۱۲۲۰	۷۲۹	۱۰۰۰ تومان/سال

خروجی‌های مربوط به مورد ۱-۳

جدول (C-۲): مقایسه مقادیر بهینه متغیرها برای مورد ۱-۳ برای مدل پایه و مدل توسعه داده شده

شرح	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری یک‌سطحی	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری دوسطحی و درنظرگیری مخاطرات ارائه این روش–تقاضای وابسته به تبلیغات و زمان بازرسی متأثر از یادگیری	واحد
تقاضا	a=۵۰۰	$a + e^4 b$ =۵۰۰	عدد
نرخ بازرسی	۱۰۰۰	۱۰۰۰	عدد/سال
زمان بازرسی	۰/۲۳۴	۰/۲	سال
M	۰/۵	۰/۵	سال
N	۰	۰/۱	سال
تبلیغات	۰	۰	عدد/دوره
طول دوره	۰/۴	۰/۳۵	سال
مقدار تابع هدف	۴۶۹۴۲	۳۹۸۳۲	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه نگهداری	-۱۱۹۷	-۱۰۴۸	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خطای نوع یک و دو	-۲۳۹۷۶	-۲۳۹۷۷	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خرید	-۲۳۳۹۱۸	-۲۳۳۹۱۸	۱۰۰۰ تومان/ سال

هزینه سفارشدهی	-۲۵۰۰	-۲۸۵۷	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه بازرسی	-۴۶۷۸	-۴۶۷۸	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه تبلیغات	۰	۰	۱۰۰۰ تومان/سال
مقدار درآمد حاصل از فروش محصول سالم و ناقص	۳۱۱۳۷۴	۲۹۸۲۷۰	۱۰۰۰ تومان/سال
درآمد از دست رفته به‌دلیل مشتریان بد حساب	۰	-۶۳۸۴	۱۰۰۰ تومان/سال
سود دریافت شده و پرداخت شده	۱۸۳۸	۱۶۵۶	۱۰۰۰ تومان/سال

خروجی‌های مربوط به مورد ۲-۱

جدول (C-۳): مقایسه مقادیر بهینه متغیرها برای مورد ۲-۱ برای مدل پایه و مدل توسعه داده شده

شرح	ارزش متغیرها و پارامترها با فرض پرداخت اعتباری یک سطحی	ارزش متغیرها و پارامترها با فرض پرداخت اعتباری دو سطحی و در نظرگیری مخاطرات ارائه این روش – تقاضای وابسته به تبلیغات و زمان بازرسی متاثر از یادگیری	واحد
تقاضا	a=۵۰۰	$a + e^4 b$ =۵۱۱	عدد
نرخ بازرسی	۱۰۰۰	۱۵۷۰	عدد/سال
زمان بازرسی	۰/۱۹۹	۰/۱۲۶	سال
M	۰/۰۸۳۲	۰/۰۸۳۲	سال
N	۰	۰/۱۲	سال
تبلیغات	۰	۵/۷۳	عدد/دوره
طول دوره	۰/۳۴	۰/۳۳	سال
مقدار تابع هدف	۴۳۷۳۹	۳۵۹۳۹	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه نگهداری	-۱۰۱۷	-۹۵۲	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خطای نوع یک و دو	-۲۳۹۷۶/۶	-۲۴۴۹۴	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خرید	-۲۳۳۹۱۸/۱۳	-۲۳۸۹۶۱	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه سفارش‌دهی	-۲۹۴۱/۱۸	-۳۰۳۰	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه بازرسی	-۴۶۷۸/۳۶	-۴۷۷۹	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه تبلیغات	۰	-۱۱۷۶	۱۰۰۰ تومان/سال
مقدار درآمد حاصل از فروش محصول سالم و ناقص	۳۱۱۳۷۴/۲۷	۳۰۴۷۰۱	۱۰۰۰ تومان/سال
درآمد ازدست‌رفته به‌دلیل مشتریان بدحساب	۰	-۶۵۲۲	۱۰۰۰ تومان/سال
سود دریافت شده و پرداخت شده	-۱۱۰۲/۳۶	-۱۹۱۹	۱۰۰۰ تومان/سال

خروجی‌های مربوط به مورد ۲-۲

جدول (C-۴): مقایسه مقادیر بهینه متغیرها برای مورد ۲-۲ برای مدل پایه و مدل توسعه داده شده

شرح	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری یک‌سطحی	ارزش متغیرها و پارامترها بافرض پرداخت اعتباری دوسطحی و درنظرگیری مخاطرات ارائه این روش–تقاضای وابسته به تبلیغات و زمان بازرسی متأثر از یادگیری	واحد
تقاضا	۵۰۰	۵۰۶	عدد
نرخ بازرسی	۱۰۰۰	۱۳۵۴	عدد/سال
زمان بازرسی	۰/۲۳۴	۰/۱۵	سال
M	۰/۴	۰/۴	سال
N	۰	۰/۵	سال
تبلیغات	۰	۹۴/۴	عدد/دوره
طول دوره	۰/۴	۰/۳۴	سال
مقدار تابع هدف	۴۶۳۲۴	۳۵۷۷۴	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه نگهداری	-۱۱۹۷	-۹۸۸	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خطای نوع یک و دو	-۲۳۹۷۶	-۲۴۲۶۲	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه خرید	-۲۳۳۹۱۸	-۲۳۶۷۰۴	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه سفارش‌دهی	-۲۵۰۰	-۲۹۴۱	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه بازرسی	-۴۶۷۸	-۴۷۳۴	۱۰۰۰ تومان/سال
هزینه تبلیغات	۰	-۶۳۰	۱۰۰۰ تومان/سال
مقدار درآمد حاصل از فروش محصول سالم و ناقص	۳۱۱۳۷۴	۳۰۱۸۲۳	۱۰۰۰ تومان/سال
درآمد ازدست‌رفته به‌دلیل مشتریان بدحساب	۰	-۶۴۶۰	۱۰۰۰ تومان/سال
سود دریافت شده و پرداخت شده	۱۲۲۰	-۲۲۴۷	۱۰۰۰ تومان/سال

IERPS Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

ISSN: 2345-2269

Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

Spring and Summer 2021, Volume 9., No. 18., pp. 15-45
www.ier.basu.ac.ir

DOI: 10.22084/IER.2021.22934.1997

The Optimal Number of Distributor's Advertisements and Distributor's Optimal Cycle Time by Considering Defective Products, Human Errors During the Inspection, Two-level Credit Payment Policy, and Advertisement-dependent Demand

S. Moradi[1*], M.R. Gholamian [2], M. Noroozi[3]

[1] M.A. Student, Department of Logistics and Supply Chain Engineering, Faculty of Industrial Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran

[2]Associate Professor, Department of Logistics and Supply Chain Engineering, Faculty of Industrial Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran.

[3]Ph.D. Student, Department of Logistics and Supply Chain Engineering, Faculty of Industrial Engineering, University of Science and Technology, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

***Article history*:**

Received 4 Novembr 2020
Accepted 20 May 2021

***Keywords*:**

Imperfect products
Inspection
Human Errors
Two-Level Credit Policy
Advertising

ABSTRACT

This article has developed a three-level (single supplier-single distributor-single customer) inventory model with defective products in which the supplier delivers the distributor's ordering quantity and the distributor inspects the finished products. In this inventory model in which order includes some imperfect products, it is assume that (a) Inspectors make mistakes during the inspection process. (b) Two-level credit payment is considered to the customers, in which customers are first divided into new and old categories. Accordingly, trade credit is assigned fully to old customers and partially to new customers. (c) New customers are also divided into well-accounted and bad accounted customers in which bad accounted customers are those who refuse to pay the price of purchased finished products after ending the credit payment period. (d) Demand is dependent on number of advertisements. In this research, five subcase problems have been investigated based on the trade credit relation of supplier and distributor and for each case, the optimal number of promotional efforts and optimal length of the order cycle have been determined. In addition, the proposed model has numerically compared with the basic model and then solved with actual case study data. The results of sensitivity analysis of this real data set showed that the effect of the percentage of imperfect products and type one inspection error have a significant impact on the total profit function. Eventually, based on these results, managerial insights and some implications for future contributions are outlined.

[*] Corresponding author. Mohammad Reza Gholamian
Tel.: 021-73225067; E-mail address: Gholamian@iust.ac.ir