

مدل‌سازی یک سیستم تولید ترکیبی احتمالی با در نظر گرفتن نوسازی و بازتولید

فروزان ناصری^۱، مریم اسمعیلی^{۲*}، مهدی سیف‌برقی^۳

۱. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران

۳. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران

خلاصه

از آنجایی که بازیابی اقلام تولیدشده به روش‌های متنوع در دنیای تولیدی، امروزه بسیار مهم است؛ این مقاله به بررسی تصمیمات هم‌زمان قیمت‌گذاری و کنترل موجودی در فضایی تصادفی برای یک سیستم تولید ترکیبی با دو گزینه‌ی بازیابی (بازسازی و نوسازی) می‌پردازد. تقاضا تابعی از قیمت است و از توزیع پواسن پیروی می‌کند. هر محصول بازگشتی می‌تواند بازسازی، نوسازی و یا دفن شود. زمان تولید، نوسازی و بازسازی محصول از توزیع نمایی پیروی می‌کند. با مدل‌سازی سیستم به‌عنوان یک فرایند «مارکوف»، سیاست بهینه‌ی تولید-بازتولید تعیین می‌شود. تابع سود مورد انتظار درازمدت به‌عنوان تابعی از سطح دورریزی، محصولات برگشتی و سطح سفارش و قیمت فروش محصولات قابل‌سرویس ۱ و ۲ است. تصمیمات قیمت‌گذاری و کنترل موجودی به‌طور هم‌زمان با لحاظ بازتولید و نوسازی محصولات برگشتی گنجانده شده است. فضای حالت سه‌بعدی زنجیره مارکف با وابستگی به قیمت فروش محصولات، ایجاد می‌شود. با توجه به پیچیدگی مدل (عدد صحیح مختلط) برای حل از الگوریتم ABC و روش جست‌وجوی کامل استفاده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد با افزایش قیمت خرید محصولات بازگشتی، مقدار آن‌ها افزایش می‌یابد. هم‌چنین چنان‌چه هزینه‌ی نوسازی محصولات بازگشتی بالا یا هزینه‌ی دورریزی آن‌ها پایین است، باید موجودی کمتری در سیستم نگهداری نمود و قیمت محصولات قابل‌سرویس را بالا در نظر گرفت. هم‌چنین با افزایش هزینه‌ی فروش از دست رفته، باید موجودی بیشتری در سیستم نگهداری نمود و نیز با کاهش حساسیت تقاضا به قیمت، باید موجودی بیشتری در سیستم نگهداری نمود.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۱۳۹۸/۳/۸

پذیرش: ۱۳۹۸/۷/۱۱

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

سیستم تولید ترکیبی احتمالی

الگوریتم ABC

سیاست موجودی پایه

۱. مقدمه

فعالیت‌های لجستیک معکوس شامل جمع‌آوری، بازرسی، جداسازی، پردازش مجدد/بازیابی و توزیع مجدد است [۱،۳۷]. پنج گزینه برای بازیابی وجود دارد: تعمیر، نوسازی، بازتولید، کانا‌بالیزم و بازیافت. فرایندهای تعمیر شامل تعویض یا تعمیر قطعات معیوب است. فرایندهای نوسازی محصولات برگشتی را با جایگزینی قطعات و ماژول‌های قدیمی با فناوری برتر به کیفیت مشخصی می‌رساند. فرایندهای بازتولید، محصولات برگشتی کاملاً بازیابی می‌شوند و کیفیت آن‌ها پس از بازتولید به اندازه کیفیت محصولات جدید است.

«لجستیک معکوس» فرایند برنامه‌ریزی، اجرا و کنترل کارا و جریان مؤثر هزینه‌ی مواد اولیه، موجودی در جریان ساخت، محصولات نهایی و اطلاعات مرتبط از نقطه‌ی مصرف تا نقطه‌ی مبدأ ساخت برای بازیابی ارزش یا دفع مناسب است [۱]. لجستیک معکوس به‌عنوان یک استراتژی سودآور و پایدار در جهان صنعتی، توجه روزافزونی را به خود جلب کرده است [۲]. علاوه بر این، لجستیک معکوس ممکن است به‌دلایل اقتصادی، قانونی یا زیست محیطی تحت تأثیر واقع گردد [۳].

* نویسنده‌ی مسئول: مریم اسمعیلی

تلفن: ۰۲۱-۸۸۰۴۴۰۴۰؛ پست الکترونیکی: esmaeili_m@alzahra.ac.ir

سیاست تولید بهینه را در هر دوره به دست آورده‌اند [۱۵]. بعداً، «ذوالفقاری‌نیا» و همکاران تصور کرده‌اند که نرخ بازگشت به تقاضا بستگی دارد و نرخ تقاضا در طول چرخه عمر محصول متفاوت است. آن‌ها سطح سفارش برای هر مرحله از چرخه عمر محصول را به دست آورده‌اند [۱۶].

سیستم کنترل موجودی مرور دائم با بازگشت ابتدا توسط «همین» پیشنهاد شد. او زمان تدارک صفر و هزینه‌ی خطی را برای تولید و بازتولید در جهت تعیین سطح بهینه‌ی دفع در نظر گرفت [۱۷]. «موکستادت» و «اسحاق» مدل مشابهی را با زمان تدارک مثبت بدون در نظر گرفتن گزینه‌ی دفع، بررسی کرده‌اند [۱۸]. چندین محقق تأثیر سیاست‌های مختلف کنترل موجودی را بر هزینه‌های سیستم بررسی کرده‌اند. «ون‌درلان» و همکاران تسهیلات بازتولید را به صورت صف M با C/N / C / M / C / N سرور موازی مدل‌سازی کرده‌اند. آن‌ها سیاست (S_p, Q_p, N) را توسعه دادند که S_p نقطه‌ی سفارش مجدد، Q_p مقدار سفارش و هر برگشتی هنگامی که تعداد محصولات منتظر برای تعمیر برابر N است، دفع می‌شود [۱۹]. هم‌چنین، ون‌درلان و همکاران این سیاست را با سیاست (S_p, Q_p, S_d, N) توسعه داده‌اند که برگشتی‌ها هر زمان که سطح موجودی آن‌ها بیشتر از S_d است، دفع می‌شوند [۲۰]. بعداً، ون‌درلان و «سالومون» دو سیاست کنترل موجودی به نام «دفع کششی» و «دفع فشاری» را در سیستم تولید ترکیبی ارائه داده‌اند [۲۱].

علاوه بر این، «تاکاهاشی» و همکاران سیاست کششی انطباقی را برای کنترل نرخ‌های تولید و بازتولید در سیستم تولید-بازتولید ارائه داده‌اند [۲۲]. علاوه بر در نظر گرفتن سیاست‌های مختلف کنترل موجودی، ون‌درلان و همکاران تأثیر طول و تنوع زمان تدارک را بر هزینه‌ی مورد انتظار سیستم مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که برای سیاست‌های فشاری و کششی، زمان تدارک تولید در مقایسه با زمان تدارک بازتولید تأثیر قابل توجهی بر هزینه‌ی مورد انتظار دارد [۲۳]. ایندرفرت و ون‌درلان هم‌چنین نشان داده‌اند که ساختار سیاست بهینه اگر زمان تدارک تولید و بازتولید متفاوت باشد به طور قابل ملاحظه‌ای پیچیده است [۲۴].

در نظر گرفتن کیفیت مشابه برای محصولات تولیدی و بازتولیدی و انجام عملیات تولید و بازتولید توسط دو سرور فرضیه‌های رایج گروه مقاله‌ی قبلی است. با این حال، ایندرفرت فرض کرد که محصولات تولیدی جدید از کیفیت بالاتری نسبت به محصولات بازتولیدی برخوردار هستند و محصولات جدید می‌توانند جایگزین محصولات بازتولیدی شوند. این سیاست، سیاست جایگزینی رو به پایین نامیده‌اند [۲۵]. مشابه ایندرفرت، «باین‌دیر» و همکاران سیاست جایگزینی رو به پایین را با زمان تدارک تولید و بازتولید نمایی در نظر گرفته‌اند [۲۶]. هم‌چنین، «فلپر» و همکاران یک سیستم تولید-بازتولید را مطالعه کردند که سرور واحد یکسان عملیات تولید و باز تولید را انجام می‌داد. سرور قادر بود فقط یک عملیات را در هر زمان انجام دهد. از طریق مدل‌سازی سیستم به عنوان یک فرایند تصمیم‌گیری مارکوف، سیاست

کانابالیزم قطعات محصولات برگشتی را بازیابی می‌کند و این قطعات در تعمیر، نوسازی یا بازتولید محصولات دیگر مورد استفاده مجدد قرار می‌گیرند. در فرایندهای بازیافت، محصولات برگشتی خرد می‌شوند و مواد آن‌ها می‌توانند مواد اولیه‌ی ورودی، مانند خمیرهای کاغذی و شیشه‌ها باشند [۴]. سیستم‌هایی که هم شامل فعالیت‌های تولیدی و هم بازیابی هستند، سیستم‌های «تولید ترکیبی» نامیده می‌شوند [۵، ۳۴]. مقالات زیادی در زمینه‌ی کنترل موجودی سیستم‌های تولید ترکیبی وجود دارد. کنترل موجودی سیستم‌های تولیدی به مدل‌های قطعی و تصادفی طبقه‌بندی می‌شود. مدل‌های تصادفی نیز به مدل‌های مرور دوره‌ای و مدل‌های مرور دائم تقسیم می‌شوند [۶]. در ادامه، ابتدا مدل‌های مرور دوره‌ای و سپس مدل‌های مرور دائم بررسی می‌شوند.

در ادبیات، تقاضای برخی از مدل‌های موجودی در طول چرخه‌ی عمر محصول تغییر نمی‌کند. این تغییرات می‌تواند از طریق قیمت فروش، قابلیت اطمینان، کیفیت محصول یا هزینه بازیابی سبز، باشد [۷، ۸، ۳۶]. در مدل‌های مرور دوره‌ای نیز فرض مشترک، تقاضا است و محصولات برگشتی مستقل بوده و از توزیع پواسون پیروی می‌کنند؛ به عنوان مثال، سیمپسون سیستمی را در نظر گرفته است که دارای زمان تدارک تولید و بازتولید صفر است و در آن برگشتی‌ها در یک بافر جداگانه نگهداری شده تا زمانی که بازتولید یا دفع شوند. او نشان داده است که با در نظر گرفتن زمان تدارک تولید و بازتولید صفر، سیاست سه‌گانه شامل: سطح تعمیر، سطح خرید و سطح دورریز بهینه است [۹]. «ایندرفرت» زمان تدارک تولید و بازتولید یکسان را در نظر گرفته است. او نشان داد که سیاست بهینه‌ی برای زمان تدارک برابر همانند زمان تدارک صفر است [۱۰]. «دکروکس» نتایج ایندرفرت را به یک سیستم چندمرحله‌ای توسعه داده است که در آن محصولات برگشتی بازتولید شده و سپس آن‌ها وارد یک فرایند تولید متوالی می‌شوند [۱۱]. براساس مدل ایندرفرت، «کیز مولر» یک سیستم تولید و بازتولید با زمان تدارک تولید و بازتولید ثابت را در نظر گرفته است. او نشان داد که زمان تدارک تولید و بازتولید در تعیین وضعیت موجودی مفید است [۱۲]. بعداً، «آهیسکا» و «کینگ» یک سیستم تولید-بازتولید با زمان تدارک ثابت را در نظر گرفته‌اند. آن‌ها سه حالت برای زمان تدارک پیدا کردند؛ زمان تدارک تولید و بازتولید یکسان، زمان تدارک تولید بیشتر از زمان تدارک بازتولید و زمان تدارک بازتولید بیشتر از زمان تولید. نتایج به دست آمده نشان داد که سیاست بهینه در مورد زمان‌های تدارک مختلف و هزینه‌های برابر تغییری نکرده است. زمان تدارک نیز بر وضعیت موجودی تأثیر می‌گذارد [۱۳].

برخلاف گروه اول مقاله، آهیسکا و کینگ با در نظر گرفتن زمان تولید و بازتولید یکسان، تغییرات تقاضا و نرخ بازگشت را در طول چرخه‌ی عمر محصول مورد مطالعه قرار داده‌اند [۱۴]. هم‌چنین، «بندیتو» و «کورومیناس» یک سیستم تولید-بازتولید را در نظر گرفته‌اند که در آن نرخ بازگشت هر دوره به تقاضای دوره‌های قبلی وابسته بود. آن‌ها با مدل‌سازی سیستم به عنوان یک زنجیره‌ی مارکوف،

بهینه‌ی تولید-بازتولید تعیین شده است [۳].

تعداد کمی تحقیقات در مورد قیمت‌گذاری در سیستم‌های تولید-بازتولید با تقاضا پواسون و برگشت وجود دارد. به‌عنوان مثال، «سیانگ» ولی یک سیستم بازتولید را در نظر گرفته‌اند که نرخ بازگشت محصولات استفاده شده به قیمت وابسته است [۲۷]. تولیدکننده محصولات برگشتی را بازتولید می‌کند و در دوره‌ی دوم به فروش می‌رساند. تعامل بین تولیدکننده و خرده‌فروش به‌عنوان «استکلبرگ» تولیدکننده مدل‌سازی شده است. تقاضا برای هر کانال تابعی از قیمت‌های فروش و سطح سبز است. آن‌ها با به حداکثر رساندن سود تولیدکننده و خرده‌فروش، کیفیت بهینه محصول، قیمت بازپرداخت، قیمت فروش و قیمت عمده‌فروشی دوره‌های اول و دوم را تعیین کردند. «جیری» و همکاران به یک زنجیره‌ی تأمین حلقه بسته‌ی دو دوره‌ای پرداخته‌اند [۲۸]. در تحقیق دیگری، «سیانگ» و همکاران (۲۰۱۳) سیاست قیمت‌گذاری پویا برای هسته‌ها را پیشنهاد کرده‌اند [۲۹]. بعداً، «گائو» و همکاران (۲۰۱۵) یک سیستم تولید-بازتولید را در نظر گرفته‌اند که تقاضا از توزیع پواسون با نرخ تقاضای وابسته به قیمت پیروی می‌کند. آن‌ها سطح موجودی پایه و قیمت فروش محصولات را به‌دست می‌آورند تا سود مورد انتظار در افق برنامه‌ریزی نامحدود به حداکثر برسد [۳۰]. در این مقالات، مدل‌های آن‌ها به‌عنوان یک فرایند زنجیره‌ی مارکوف زمان پیوسته در نظر گرفته شده است.

dispose –down-to level

the order-up-to level

از آنجایی که در دنیای واقعی تولیدکنندگان بسیاری از جمله تولیدکنندگان تلفن‌های همراه همچون آیفون و سامسونگ، تولیدکنندگان برخی قطعات الکترونیکی و لوازم خانگی و صنعتی با تعیین سیاست‌هایی مصرف‌کنندگان را ترغیب به تحویل کالای کارکرده خود برای انواع بازیابی می‌نمایند. یک نقص قابل توجه در همه‌ی مدل‌های ارائه شده در مرور ادبیات این است که آن‌ها گزینه‌ی بازیابی را کلی با هزینه و زمان یکسان برای همه‌ی اقلام و بدون در نظر گرفتن روش‌های دیگر برای استفاده از محصول برگشتی در نظر می‌گیرند. لذا در این تحقیق بر آن شدیم تا با ارائه مدلی مطابق با دنیای واقعی که شامل بررسی انواع روش‌های بازیابی (بازتولید و نوسازی) که مشخصات مختص خود را دارند، پرداخته شود و به این ترتیب به شکاف تحقیقاتی عنوان شده بپردازیم.

نوآوری این مقاله به شرح زیر است:

- در نظر گرفتن یک سیستم تولیدترکیبی با دو گزینه‌ی بازیابی (بازتولید و نوسازی)
- در نظر گرفتن نرخ تقاضا وابسته به قیمت
- بررسی هم‌زمان تصمیمات قیمت‌گذاری و کنترل موجودی
- در نظر گرفتن یک زنجیره‌ی مارکف با فضای حالت وابسته به قیمت.

سؤالات به شرح زیر باید پاسخ داده شوند:

- محصولات برگشتی چه زمانی باید در موجودی نگهداری شوند و چه زمانی باید آن‌ها را دفع کرد؟
 - سطح موجودی پایه‌ی محصولات قابل سرویس چه تعداد است؟
 - قیمت فروش محصولات قابل سرویس چه میزان است؟
- این مقاله از بخش‌های زیر تشکیل شده است. در بخش دوم، توضیحات مدل آورده شده است. در بخش سوم، الگوریتم ABC همراه با جزئیات آورده شده است. در بخش‌های چهارم و پنجم، نتایج مثال‌های عددی و نتیجه‌گیری همراه با پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی آورده شده است.

۲. توصیف سیستم و مدل‌سازی

در این مقاله، یک سیستم تولیدترکیبی در نظر گرفته شده است (شکل

۱). این سیستم شامل یک فرایند نوسازی، یک فرایند تولید و یک فرایند باز تولید است. هم‌چنین، سیستم شامل سه مکان برای نگهداری موجودی محصولات بازگشتی، محصولات قابل‌سرویس ۱ و ۲ است. موجودی محصولات قابل‌سرویس مطابق سیاست موجودی پایه بازسازی می‌شوند. در این سیستم، محصولات بازگشتی مطابق فرایند پواسون وارد سیستم می‌شوند. اگر موجودی محصولات بازگشتی، از یک سطح مشخص، کمتر است، آن‌ها وارد سیستم می‌شوند، در غیر این‌صورت، دور ریخته می‌شوند. در این سیستم، دو فرایند بازیابی در نظر گرفته شده است: نوسازی و بازتولید. محصولات نوسازی شده در انبار محصولات قابل‌سرویس ۱ نگهداری شده و با قیمت p_1 فروخته می‌شوند. محصولات بازتولیدی و تولیدی دارای کیفیت یکسانی بوده و در انبار محصولات قابل‌سرویس ۲ نگهداری شده با قیمت p_2 فروخته می‌شوند.

از مثال‌های واقعی چنین سیستم تولید ترکیبی، می‌توان دستگاه‌های تلفن همراه و دستگاه‌های کپی بازگشتی را نام برد. بعضی از قطعات این دستگاه‌ها جایگزین شده (نوسازی) یا قطعات این دستگاه‌ها کاملاً جدا شده و قطعات آن‌ها در تولید دستگاه‌های جدید استفاده می‌شود (بازتولید). متغیرها، پارامترها، مفروضات و فرمول‌بندی این مسئله به ترتیب در بخش‌های (۲-۱)، (۲-۲)، (۲-۳) و (۲-۴) توصیف شده است.

۲-۱. متغیرها

R : سطح دورریز (dispose-down-to) محصولات بازگشتی
 S_i : سطح سفارش (order-up-to) محصولات قابل‌سرویس
 ($i=1,2$)

p_i : قیمت فروش هر واحد محصول قابل‌سرویس i (واحد پولی / واحد)
 ($i=1,2$)

۲-۲. پارامترها

τ : میانگین نرخ بازگشت (واحد/واحد زمان)

λ_i : میانگین نرخ تقاضای محصولات قابل‌سرویس i (واحد / واحد زمان)
 ($i=1,2$)

μ_1, μ_2, μ_3 : میانگین نرخ نوسازی، بازتولید و تولید (واحد/واحد زمان)
 I_1, I_2, I_3 : سطح موجودی محصولات بازگشتی، محصولات قابل‌سرویس ۱ و محصولات قابل‌سرویس ۲

p_3 : قیمت خرید محصولات بازگشتی (واحد پولی/واحد)

h_1, h_2, h_3 : هزینه نگهداری هر واحد محصولات بازگشتی، محصولات قابل‌سرویس ۱ و محصولات قابل‌سرویس ۲ در واحد زمان (واحد پولی / واحد × واحد زمان)

c_1, c_2, c_3 : هزینه هر واحد نوسازی، بازتولید و تولید i (واحد پولی/واحد)

c_d : هزینه دورریزی هر واحد (واحد پولی/واحد)

c_{ni} : هزینه فروش از دست‌رفته هر واحد محصولات قابل‌سرویس i

(واحد پولی/واحد) ($i=1, 2$)

i : نماد به‌کار گرفته شده برای نوع محصولات

۲-۳. مفروضات

در مفروضات این تحقیق، به‌صورت زیر است:

۱. ورود محصولات بازگشتی به سیستم از توزیع پواسون با نرخ τ پیروی می‌کند [۳، ۲۶، ۲۹].
۲. تقاضای محصولات قابل‌سرویس i از توزیع پواسون با نرخ λ_i پیروی می‌کند [۳، ۱۸، ۲۴، ۳۲].
۳. λ_i یک تابع خطی از قیمت محصولات قابل‌سرویس i است به‌طوری‌که با افزایش قیمت محصولات تقاضای محصول کاهش می‌یابد و برابر است با [۲۲].

$$\lambda_i(p_i) = \alpha_i - \beta_i p_i \quad (i = 1, 2)$$

۴. زمان نوسازی، بازتولید و تولید از توزیع نمایی با نرخ‌های به ترتیب $\frac{1}{\mu_3}$ ، $\frac{1}{\mu_2}$ و $\frac{1}{\mu_1}$ پیروی می‌کند [۳، ۲۱، ۲۵].

۵. تقاضای برآورده نشده از دست می‌رود [۳، ۲۱، ۲۵].

۶. مدل برای حالت مانا یا بلندمدت مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۴. فرمول‌بندی مسئله

در این تحقیق، سطح موجودی محصولات بازگشتی (I_1)، محصولات قابل‌سرویس ۱ (I_2) و محصولات قابل‌سرویس ۲ (I_3) به صورت یک زنجیره مارکف سه‌بعدی با فضای حالت

$$M = \{(I_1, I_2, I_3) | I_1 \in \{0, 1, 2, \dots, R\}, I_2 \in \{0, 1, 2, \dots, S_1\}, I_3 \in \{0, 1, 2, \dots, S_2\}\}$$

برای یک سیاست خاص (R, S_1, S_2) مدل شده است. سیاست (R, S_1, S_2) به‌صورت زیر تعریف شده است. اگر موجودی محصولات بازگشتی برابر R یا بیشتر است، محصولات بازگشتی دورریخته می‌شوند. اگر موجودی محصولات قابل‌سرویس ۱ کمتر از S_1 است، تسهیلات نوسازی تا زمانی‌که موجودی محصولات قابل‌سرویس ۱ به سطح S_1 برسد، کار می‌کنند. هم‌چنین، اگر موجودی محصولات قابل‌سرویس ۲ کمتر از S_2 است، تسهیلات تولیدی و بازتولید تا زمانی‌که موجودی محصولات قابل‌سرویس ۲ به سطح S_2 برسد، کار می‌کند. تغییرات در حالت‌های سیستم به‌وسیله‌ی یکی از رویدادهای زیر رخ می‌دهد:

- ورود محصولات بازگشتی به سیستم و ذخیره آن‌ها منجر به تغییر حالت سیستم از (i, j, k) به $(i + 1, j, k)$ با نرخ τ می‌گردد.
- تقاضا برای محصولات قابل‌سرویس ۱ منجر به تغییر حالت سیستم از (i, j, k) به $(i, j - 1, k)$ با نرخ λ_1 می‌گردد.
- تقاضا برای محصولات قابل‌سرویس ۲ منجر به تغییر حالت سیستم از (i, j, k) به $(i, j, k - 1)$ با نرخ λ_2 می‌گردد.
- تولید یک واحد محصول نوسازی شده منجر به تغییر حالت سیستم از (i, j, k) به $(i - 1, j + 1, k)$ با نرخ μ_1 می‌گردد.
- تولید یک واحد محصول بازتولیدی منجر به تغییر حالت سیستم از (i, j, k) به $(i - 1, j, k + 1)$ با نرخ μ_2 می‌گردد.

فعالیت‌های تولید، بازتولید و نوسازی زمانی انجام می‌شوند که سطح موجودی خالص مربوطه از سطح سفارش مربوطه کمتر است. بنابراین، به‌منظور محاسبه‌ی هزینه‌های تولید، بازتولید و نوسازی مربوطه در بلندمدت، لازم است درصدی از زمان که سیستم به این فعالیت‌ها مشغول است، در نرخ تولید و هزینه‌ی تولید مربوطه ضرب گردد؛ بنابراین، هزینه‌ی فرایند بازیابی و تولید در بلندمدت برای یک سیاست خاص (R, S_1, S_2, p_1, p_2) به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

هزینه‌ی مورد انتظار فرایندهای بازیابی و تولید در بلندمدت = هزینه‌ی مورد انتظار فرایند نوسازی در بلندمدت + هزینه‌ی مورد انتظار فرایند بازتولید در بلندمدت + هزینه‌ی مورد انتظار فرایند تولید در بلندمدت

$$CP(R, S_1, S_2, p_1, p_2) = c_1 \mu_1 (1 - \sum_{i=0}^R \sum_{k=0}^{S_2} \pi_{iS_1 k}) + c_2 \mu_2 (1 - \sum_{i=0}^R \sum_{j=0}^{S_1} \pi_{ijS_2}) - \sum_{j=0}^{S_1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq S_2}}^{S_2} \pi_{0jk} + c_3 \mu_3 (1 - \sum_{i=0}^R \sum_{j=0}^{S_1} \pi_{ijS_2}) \quad (5)$$

با در نظر گرفتن سیاست خاص، (R, S_1, S_2, p_1, p_2) محصولات بازگشتی زمانی که $I_t = R$ است، دور ریخته می‌شوند؛ بنابراین، هزینه‌ی دورریزی مورد انتظار در بلندمدت به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$CD(R, S_1, S_2, p_1, p_2) = c_d r \sum_{j=0}^{S_1} \sum_{k=0}^{S_2} \pi_{Rjk} \quad (6)$$

دورریزی مورد انتظار در بلندمدت به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

ریخته می‌شوند را نشان می‌دهد.

در بلندمدت، درصدی از زمان که i واحد محصول بازگشتی، j واحد محصول قابل‌سرویس ۱ و k واحد محصول قابل‌سرویس ۲ در انبار نگهداری می‌شود، برابر π_{ijk} است. برای هر واحد فروش از دست رفته، هزینه‌ی فروش از دست رفته در واحد زمان در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین، هزینه‌ی مورد انتظار فروش از دست رفته در بلندمدت با فرض یک سیاست خاص (R, S_1, S_2, p_1, p_2) به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

هزینه‌ی مورد انتظار فروش از دست رفته در بلندمدت = هزینه‌ی مورد انتظار فروش از دست رفته در بلندمدت محصولات قابل‌سرویس ۱ + هزینه‌ی مورد انتظار فروش از دست رفته در بلندمدت محصولات قابل‌سرویس ۲

$$CL(R, S_1, S_2, p_1, p_2) = c_{n1} \lambda_1 \sum_{i=0}^R \sum_{k=0}^{S_2} \pi_{i0k} + c_{n2} \lambda_2 \sum_{i=0}^R \sum_{j=0}^{S_1} \pi_{ij0} \quad (7)$$

نهایتاً، هزینه‌ی خرید محصولات بازگشتی از ضرب هر واحد محصول بازگشتی در تعداد محصولات بازگشتی به‌دست می‌آید:

$$CB = p_3 r \quad (8)$$

به‌منظور به‌دست آوردن سیاست بهینه (R, S_1, S_2, p_1, p_2) مسأله‌ی بهینه‌سازی زیر باید حل شود:

تولید یک واحد محصول تولید منجر به تغییر حالت سیستم از (i, j, k) به $(i, j, k + 1)$ با نرخ μ_3 می‌گردد.

برای هر سیاست (R, S_1, S_2) ماتریس نرخ زنجیره، مارکف (Q) براساس حالت‌های بالا به‌صورت آن‌چه که در پیوست (ج) آمده است. تعریف شده است.

با استفاده از ماتریس نرخ (Q) معادلات نرمال‌سازی و تعادل به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi Q = 0 \quad (1)$$

$$\pi e = 1 \quad (2)$$

در این معادلات، π و e به ترتیب احتمالات حالت پایدار و ماتریس یک‌ه را نشان می‌دهند. احتمال حالت پایدار π_{ijk} به‌صورت درصدی از زمان که موجودی محصولات بازگشتی برابر i ، موجودی محصولات قابل‌سرویس ۱ برابر j و موجودی محصولات قابل‌سرویس ۲ برابر k است، تعریف می‌گردد. با توجه به معادله ۱ و ۲ تعداد معادلات تعادل برای هر مسأله مشخص می‌گردد. ابعاد ماتریس Q که تعداد معادلات تعادل مورد نیاز بر آن‌اساس مشخص می‌گردد در قسمت پیوست (ج) شرح داده شده است.

بنابراین سیاست کلی سیستم به‌وسیله پنج‌تایی (R, S_1, S_2, p_1, p_2) تعریف می‌گردد که در آن سه پارامتر اول، پارامترهای سیاست کنترل موجودی و دو پارامتر دوم قیمت فروش هر واحد از محصولات قابل‌سرویس ۱ و ۲ است. تقاضای محصولات قابل‌سرویس ۱ و ۲ در صورتی که موجودی این محصولات در دسترس است، برآورده می‌گردد و در غیر این‌صورت از دست می‌رود. با فرض یک سیاست مشخص (R, S_1, S_2, p_1, p_2) درآمد مورد انتظار در بلندمدت برای محصولات قابل‌سرویس ۱ و ۲ به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$Income(R, S_1, S_2, p_1, p_2) = p_1 \lambda_1 (1 - \sum_{i=0}^R \sum_{k=0}^{S_2} \pi_{i0k}) + p_2 \lambda_2 (1 - \sum_{i=0}^R \sum_{j=0}^{S_1} \pi_{ij0}) \quad (3)$$

در بلندمدت، درصدی از زمان که در آن i واحد محصولات بازگشتی، j واحد محصولات قابل‌سرویس ۱ و k واحد محصولات قابل‌سرویس ۲ در انبارها نگهداری می‌شوند، برابر π_{ijk} است. برای هر واحد محصول نگهداری شده در انبار در هر واحد از زمان، هزینه‌ی نگهداری در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین، هزینه‌ی نگهداری مورد انتظار در بلندمدت با فرض یک سیاست مشخص (R, S_1, S_2, p_1, p_2) به‌صورت زیر بیان می‌شود:

هزینه‌ی نگهداری مورد انتظار در بلندمدت = هزینه‌ی نگهداری موردانتظار در بلندمدت محصولات بازگشتی + هزینه‌ی نگهداری مورد انتظار در بلندمدت محصولات قابل‌سرویس ۱ + هزینه‌ی نگهداری مورد انتظار در بلندمدت محصولات قابل‌سرویس ۲

$$H(R, S_1, S_2, p_1, p_2) = h_1 \sum_{i=1}^R \sum_{j=0}^{S_1} \sum_{k=0}^{S_2} i \pi_{ijk} + h_2 \sum_{i=0}^R \sum_{j=1}^{S_1} \sum_{k=0}^{S_2} j \pi_{ijk} + h_3 \sum_{i=0}^R \sum_{j=0}^{S_1} \sum_{k=1}^{S_2} k \pi_{ijk} \quad (4)$$

می‌شود. اما با افزایش محدودیت‌ها فضای شدنی مسأله کوچک‌تر شده که روش جست‌وجوی کامل نتایج دقیق‌تری نشان می‌دهد؛ بنابراین در مسائل با محدودیت بیشتر روش جست‌وجوی کامل پیشنهاد می‌شود. فازهای الگوریتم ABC به صورت زیر خلاصه می‌شود:

۳-۱. فاز آغازین

در الگوریتم ABC، موقعیت یک منبع غذا و شاهد اطراف آن به ترتیب نشان‌دهنده‌ی یک جواب و مقدار برازندگی (مقدار تابع هدف) مربوط به آن جواب هستند. در این الگوریتم، تعداد زنبورهای کارگر/ناظر، برابر تعداد جواب‌ها در جمعیت هستند (SN). در فاز آغازین، یک جمعیت از جواب‌های تصادفی ایجاد می‌شوند. یک جمعیت از جواب‌های تصادفی به صورت زیر ایجاد می‌گردد [۳۲].

$$X_{ij} = X_j^{min} + (0,1) \times (X_j^{max} - X_j^{min}) \quad (15)$$

که $j \in \{1, 2, \dots, D\}$ ، تعداد پارامترهای مسأله را نشان می‌دهد.

۳-۲. فاز زنبورهای کارگر

در این فاز، ابتدا یک منبع غذا در نزدیکی منبع غذایی توسط هر زنبور کارگر انتخاب شده، ایجاد می‌گردد. منبع غذایی جدید به وسیله‌ی معادله زیر ایجاد می‌گردد [۳۱].

$$\vartheta_{ij} = X_{ij} + \varphi_{ij}(X_{ij} - X_{kj}) \quad (16)$$

که $j \in \{1, 2, \dots, D\}$ و $k \in \{1, 2, \dots, D\}$ یک عدد تصادفی بین بازه‌ی $[-1, 1]$ است. k با 1 متفاوت است. سپس، مقدار برازندگی جواب ϑ_{ij} به صورت زیر محاسبه می‌گردد (برای مسائل کمینه‌سازی):

$$fitness_i = \begin{cases} \frac{1}{1 + f_i} & f_i \geq 0 \\ 1 + abs(f_i) & f_i < 0 \end{cases} \quad (17)$$

اگر مقدار برازندگی ϑ_{ij} از X_{ij} بزرگ‌تر باشد، ϑ_{ij} جایگزین X_{ij} می‌شود. در غیر این صورت، X_{ij} در جمعیت می‌ماند.

۳-۳. فاز زنبورهای ناظر

در این فاز، هر زنبور ناظر، یک منبع غذا را با توجه به مقدار احتمال P_i انتخاب می‌کند. مقدار احتمال P_i با توجه به معادله‌ی زیر محاسبه می‌گردد.

$$P_i = \frac{fitness_i}{\sum_{n=1}^{SN} fitness_n} \quad (18)$$

در الگوریتم ABC، اگر موقعیت یک منبع غذا بعد از چند تکرار بهبود نیابد، آن منبع غذا توسط زنبورهای دیده‌بان رها می‌گردد. منبع غذای ترک شده به وسیله‌ی یک منبع غذایی جدید جایگزین می‌شود. این منبع غذایی جدید توسط زنبورهای دیده‌بان پیدا می‌شوند. منبع غذای جدید به صورت زیر تعریف می‌گردد [۳۵، ۳۲]:

$$X_i^j = X_{min}^j + rand(0,1) \times (X_{max}^j - X_{min}^j) \quad (19)$$

۴. نتایج محاسباتی

در این بخش مثال‌های عددی و آنالیز حساسیت بر روی پارامترهای کلیدی برای درک بهتر مدل ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned} Max \text{ Pofit}(R, S_1, S_2, p_1, p_2) = & \\ Income(R, S_1, S_2, p_1, p_2) - & \\ H(R, S_1, S_2, p_1, p_2) & \\ - CP(R, S_1, S_2, p_1, p_2) & \quad (9) \\ - CD(R, S_1, S_2, p_1, p_2) & \\ - CL(R, S_1, S_2, p_1, p_2) & \\ - CB & \end{aligned}$$

$$p_2 \geq p_1 \quad (10)$$

$$p_2 \geq c_2 + p_3 \quad (11)$$

$$p_1 \geq c_1 + p_3 \quad (12)$$

$$R, S_1, S_2 \text{ are integer} \quad (13)$$

$$p_1, p_2 \geq 0 \quad (14)$$

که R, H, CD و CB به ترتیب به وسیله‌ی معادلات (۳) تا (۸) بیان می‌شوند.

تابع هدف (معادله ۹)، بیشینه‌سازی تابع سود مورد انتظار را در بلندمدت نشان می‌دهد. جزئیات تابع هدف شامل درآمد مورد انتظار در بلندمدت و هزینه‌های مورد انتظار در بلندمدت در معادلات (۳-۸) بیان شده است. رابطه‌ی (۱۰)، تضمین می‌کند که قیمت فروش محصولات قابل سرویس ۱ از قیمت فروش محصولات قابل سرویس ۲ کمتر است. رابطه‌های (۱۱) و (۱۲) تضمین می‌کنند که قیمت فروش هر واحد محصول قابل سرویس (محصولات ۱ و ۲) از مجموع هزینه‌های خرید و بازیابی بزرگ‌تر است. رابطه (۱۳)، تضمین می‌کند که متغیرهای R, S_1 و S_2 عدد صحیح هستند و رابطه‌ی (۱۴)، تضمین می‌کنند که قیمت محصولات قابل سرویس ۱ و ۲ بزرگ‌تر یا مساوی صفر است.

۳. الگوریتم پیشنهادی

مدل پیشنهادی، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح ترکیبی است و یک مدل Np-hard است [۳۰]. در این مقاله، جهت حل مدل از دو روش جست‌وجوی کامل و الگوریتم ABC استفاده شده است. الگوریتم ABC برای مسائل بهینه‌سازی عددی استفاده می‌شود. کلونی زنبورهای عسل مصنوعی شامل ۳ نوع زنبور است: زنبور کارگر، زنبور ناظر و زنبور دیده‌بان. هر زنبور کارگر اطراف منبع غذا را جست‌وجو کرده و به کندو برمی‌گردد. این زنبورها، اطلاعات را با زنبورهای ناظر مبادله می‌کند. احتمال انتخاب منبع غذای سودآورتر توسط زنبورهای ناظر بیشتر است. زنبورهای دیده‌بان، منابع غذایی که باید ترک شوند را کشف می‌کنند. الگوریتم ABC شامل ۴ فاز است: فاز آغازین، فاز زنبورهای کارگر، فاز زنبورهای ناظر و فاز زنبورهای دیده‌بان. بعد از فاز آغازین، سایر فازهای الگوریتم ABC در یک حلقه‌ی تکراری تا زمانی که به معیار توقف برسد، اجرا می‌گردد. در این مقاله، بیشینه‌ی تعداد چرخه‌ها به عنوان معیار توقف در نظر گرفته شده است.

شایان ذکر است، هرچه تعداد متغیرهای مسأله بیشتر شود فضای جواب مسأله بزرگ‌تر می‌شود و حل مسأله در فضای بزرگ‌تر با روش جست‌وجوی کامل بسیار زمان‌بر و در حالت وجود متغیرهای خیلی زیاد ناممکن می‌باشد و بنابراین استفاده از الگوریتم ABC توصیه

۱-۴. مثال عددی

- $p_1 \in [1,49]$ و $\lambda_1(p) = 15 - 0.3 p_1$ و $\lambda_2(p) = 15 - 0.2 p_2$ که $p_2 \in [1,74]$
- $p_1 \in [1,49]$ و $\lambda_1(p) = 15 - 0.3 p_1$ و $\lambda_2(p) = 20 - 0.2 p_2$ که $p_2 \in [1,99]$

ABC

۲-۴. مثال‌های عددی

در این بخش، جهت حل مدل از دو روش جست‌وجوی کامل و الگوریتم ABC استفاده شده است؛ در روش جست‌وجوی کامل به ازای ترکیبات مختلف (R, S_1, S_2) مقدار p_1 و p_2 به وسیله روش «هوک» و «جویز» به دست می‌آید [۴]. ترکیبی از (R, S_1, S_2, p_1, p_2) که مقدار تابع هدف به ازای آن بیشینه است، جواب بهینه است [۲۱، ۲۵].

هم‌چنین، نرخ تقاضای محصولات قابل سرویس ۱ و ۲ هر مثال

به ترتیب به صورت زیر است:

- $\lambda_1(p) = 20 - 0.3 p_1$ و $\lambda_2(p) = 20 - 0.2 p_2$ که $p_1 \in [1,66]$ و $p_2 \in [1,99]$

جدول (۲): اطلاعات مثال‌های عددی

مثال	r	μ_1	μ_2	μ_3	P_3	h_1	h_2	h_3	c_1	c_2	c_3	c_d	c_{n1}	c_{n2}
۱	۱۵	۲۰	۱۵	۱۰	۵	۵	۱۰	۱۵	۵	۲	۸	۳۰	۶۰	۳۰
۲	۱۰	۱۵	۱۰	۱۰	۵	۳	۸	۱۲	۱۰	۶	۱۵	۳۰	۱۰۰	۵۰
۳	۱۰	۱۵	۱۵	۲۰	۳	۴	۶	۱۰	۷	۵	۱۰	۲۰	۵۰	۳۰

جدول (۴): نتایج مربوط به تنظیم پارامترها توسط روش تاگوچی

محدوده	تعداد چرخه‌ها	تعداد جواب‌ها
۴۰	۱۰۰	۵۰

مثال‌های عددی به وسیله روش جست‌وجوی کامل و الگوریتم ABC اجرا شده است. دو روش حل در نرم‌افزار متلب کدنویسی شده و توسط یک کامپیوتر هسته‌ی i7 با ۴ گیگا بایت RAM و ۲.۹ گیگاهرتز processor اجرا شده است. نتایج اجرا در جدول شماره‌ی (۵) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش فضای حالت مسأله، زمان اجرای مسأله توسط روش جست‌وجوی کامل به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد؛ بنابراین، در این شرایط پیشنهاد می‌شود از روش ABC جهت حل مسأله استفاده گردد. نتایج نشان می‌دهد؛ برای مثال‌هایی که فضای حالت مسأله کوچک است، مقدار به‌دست آمده برای متغیرهای تصمیم توسط دو روش جست‌وجوی کامل و الگوریتم ABC یکسان است (جدول ۵).

۳-۴. آنالیز حساسیت

در این بخش، اثر تغییرات نرخ بازگشت، نرخ باز تولید و نرخ نوسازی روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت بررسی می‌شود. اثر نرخ نوسازی: همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، چنان‌چه نرخ نوسازی افزایش یابد، تابع سود مورد انتظار افزایش می‌یابد. در این وضعیت، تولیدکننده می‌تواند بازگشتی‌های بیشتری در سیستم نگهداری کند. هم‌چنین، تولیدکننده بهتر است محصولات قابل سرویس ۱ کمتری در سیستم نگهداری می‌کند (شکل ۴). اثر نرخ باز تولید با نرخ نوسازی یکسان است (شکل‌های ۵ و ۶).

روش جست‌وجوی کامل، چنان‌چه فضای حالت افزایش یابد، زمان اجرا برای حل مسأله نیز افزایش می‌یابد؛ بنابراین، از الگوریتم ABC جهت حل مدل در شرایطی که فضای حالت بزرگ است، استفاده شده است. در این مقاله، ساختار جواب، سطوح انتخاب شده برای پارامترهای الگوریتم ABC و نتایج مدل با استفاده از دو روش حل در بخش‌های (۴-۲-۱)، (۴-۲-۲) و (۴-۲-۳) توضیح داده شده است.

۱-۲-۴. ساختار جواب

به‌منظور حل مسأله به وسیله الگوریتم ABC ساختار حل زیر استفاده شده است:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
شکل (۲): نمایش حل				

که در آن a_1 تا a_5 به ترتیب نشان‌دهنده‌ی R, S_1, S_2, p_1 و p_2 هستند.

۲-۲-۴. تنظیم سطح انتخابی برای پارامترهای الگوریتم ABC

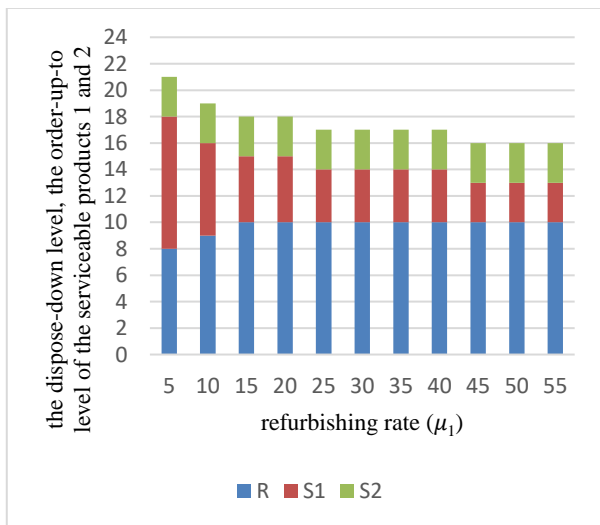
در الگوریتم ABC، مقدار ۳ پارامتر باید تنظیم گردد: بیشینه‌ی تعداد چرخه‌ها (MSN)، تعداد جواب‌ها (SN) و محدوده (LIMIT). بعد از انجام آزمایش‌های مقدماتی و انتخاب سطوح مناسب برای هر پارامتر (جدول ۳)، بهترین ترکیب برای پارامترها توسط روش تاگوچی تعیین می‌گردد (جدول ۴).

جدول (۳): سطح انتخابی برای پارامترهای ABC

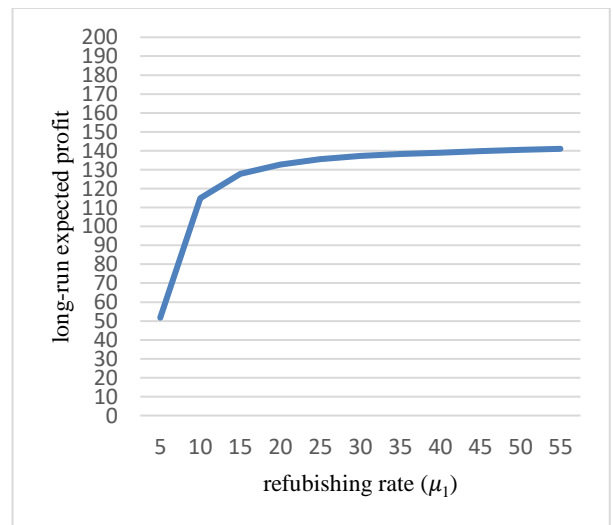
پارامتر	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳	سطح ۴
تعداد جواب‌ها	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰
تعداد چرخه‌ها	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰۰
محدوده	۴۰	۶۰	۸۰	۱۰۰

جدول (۵): نتایج مثال عددی ۱

شماره مسأله	(R,S1,S2)	تابع سود مورد انتظار در بلند مدت	زمان اجرا	بهبینه (p1,p2)	بهبینه (R,S1,S2)	
۱	(۲و۲و۵)	جست و جوی کامل	۲۸۰/۰۳	۱۶/۹۳	(۴۶/۸۲ و ۵۳/۴۵)	(۲و۲و۴)
		میانگین	۲۸۰/۰۳	۰/۰۶	(۴۶/۸۲ و ۵۳/۴۵)	(۲و۲و۴)
		انحراف استاندارد	۰	۰	(۰و۰)	-
۲	(۲و۵و۱۰)	جست و جوی کامل	۳۶۱/۰۲	۱/۵۸	(۴۱/۸۹ و ۵۴/۸۱)	(۲و۵و۴)
		میانگین	۳۶۱/۰۲	۰/۱۷	(۴۱/۸۹ و ۵۴/۸۱)	(۲و۵و۴)
		انحراف استاندارد	۰	۰/۰۱	(۰و۰)	-
۳	(۲و۱۰و۵)	جست و جوی کامل	۳۷۷/۱۴	۵۲۷/۴۸	(۳۹/۳۰ و ۵۳/۶۷)	(۲و۹و۵)
		میانگین	۳۷۷/۱۴	۰/۲۴	(۳۹/۳۰ و ۵۳/۶۷)	(۲و۹و۵)
		انحراف استاندارد	۰	۰/۰۱	(۰و۰)	-
۴	(۵و۵و۵)	جست و جوی کامل	۴۳۴/۱۸	۸۲۵/۶۱	(۳۸/۵۸ و ۵۳/۲۶)	(۵و۵و۴)
		میانگین	۴۳۴/۱۸	۰/۲۵	(۳۸/۵۸ و ۵۳/۲۶)	(۵و۵و۴)
		انحراف استاندارد	۰	۰/۰۱	(۰و۰)	-
۵	(۵و۱۰و۱۵)	جست و جوی کامل	۴۴۰/۶۳	۶۳۹۲/۴۸	(۳۶/۹۸ و ۵۳/۵۹)	(۵و۷و۴)
		میانگین	۴۴۰/۶۳	۰/۵۸	(۳۶/۹۸ و ۵۳/۵۹)	(۵و۷و۴)
		انحراف استاندارد	۰	۰/۰۳	(۰و۰)	-
۶	(۱۰و۱۰و۱۰)	جست و جوی کامل	-	-	-	-
		میانگین	۴۶۳/۱۰	۱/۳۴	(۳۶/۳۳ و ۵۲/۷۰)	(۱۰و۶و۴)
		انحراف استاندارد	۰	۰/۱۱	(۰و۰)	-
۷	(۱۵و۱۰و۲۰)	جست و جوی کامل	-	-	-	-
		میانگین	۴۶۷/۹۶	۳/۷۸	(۳۵/۴۹ و ۵۲/۲۲)	(۱۵و۶و۴)
		انحراف استاندارد	۰	۰/۵۲	(۰و۰)	-
۸	(۲۰و۱۵و۱۰)	جست و جوی کامل	-	-	-	-
		میانگین	۴۶۸/۰۳	۶/۴۶	(۳۵/۳۴ و ۵۲/۱۴)	(۱۶و۶و۴)
		انحراف استاندارد	۰	۰/۴۵	(۰و۰)	-
۹	(۲۰و۲۰و۲۰)	جست و جوی کامل	-	-	-	-
		میانگین	۴۶۸/۰۳	۱۵/۱۹	(۳۵/۳۴ و ۵۲/۱۴)	(۱۶و۶و۴)
		انحراف استاندارد	۰	۰/۵۷	(۰و۰)	-



شکل (۴): اثر نرخ نوسازی روی سطح سفارش و دورریزی محصولات قابل سرویس ۱ و ۲

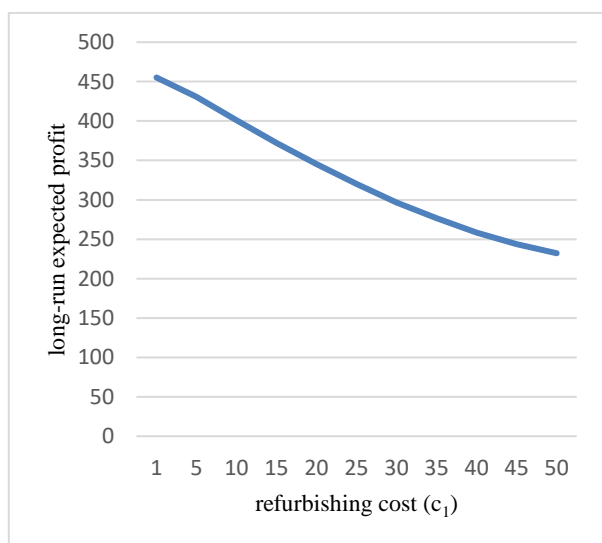


شکل (۳): اثر نرخ نوسازی روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت

دست رفته محصولات قابل‌سرویس ۱ نشان می‌دهد، چنان‌چه هزینه‌ی فروش از دست رفته محصولات قابل‌سرویس ۱ بالا است، باید موجودی محصولات قابل‌سرویس ۱ بیشتری در سیستم نگهداری کرد (شکل ۱۴). هم‌چنین، جهت سودآوری بیشتر سیستم باید قیمت محصولات قابل‌سرویس ۱ را افزایش داد (شکل ۱۵). اگر تولیدکننده بتواند با استفاده از استراتژی‌های مناسب، وفاداری مشتریان به سیستم را افزایش دهد می‌تواند موجودی کمتری در سیستم نگهداری کند و سود مورد انتظار نیز به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد (شکل ۱۳). اثر تغییرات هزینه‌ی فروش از دست رفته محصولات قابل‌سرویس ۲ با محصولات قابل‌سرویس ۱ مشابه است (شکل ۱۸-۱۶).

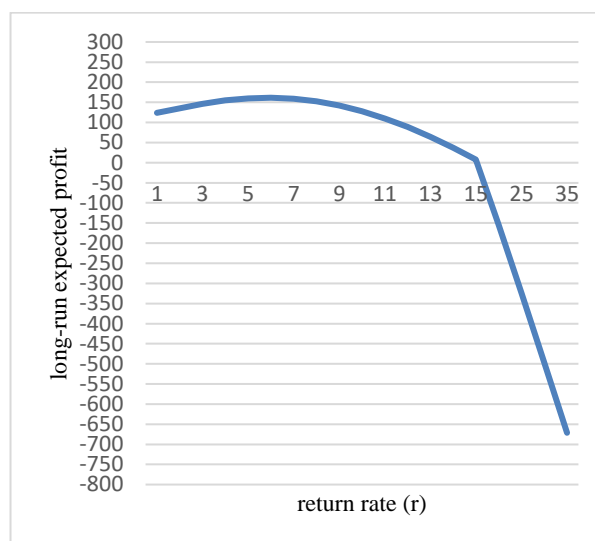
اثر هزینه‌ی دورریزی: تحلیل حساسیت هزینه‌ی دورریزی محصولات بازگشتی نشان می‌دهد، اگر هزینه دورریختن محصولات بازگشتی در سیستم بالاست، بهتر است، دور ریختن محصولات بازگشتی را کاهش داد و موجودی بیشتری از محصولات بازگشتی را نگهداری نمود (شکل ۲۰). در این وضعیت، به‌دلیل موجودی بالا سیستم باید قیمت محصولات قابل‌سرویس را کاهش داد (شکل ۲۱).

کشش قیمتی تقاضا: آنالیز حساسیت β_1 نشان می‌دهد، چنان‌چه نرخ تقاضا حساسیت کمتری به تقاضا دارد، جهت سودآوری سیستم می‌توان قیمت محصولات قابل‌سرویس ۱ را بالا در نظر گرفت (شکل ۲۴). در این وضعیت، به‌دلیل تقاضای بالای مشتریان، باید موجودی بیشتری از محصولات قابل‌سرویس ۱ را نگهداری کرد (شکل ۲۳). اما، اگر نرخ تقاضا حساسیت بیشتری به قیمت داشته است؛ باید قیمت محصولات قابل‌سرویس ۱ را پایین در نظر گرفت و در این وضعیت به دلیل تقاضای پایین مشتریان، باید موجودی کمتری در سیستم نگهداری نمود. آنالیز حساسیت β_2 مشابه β_1 است (شکل‌های ۲۵-۲۴).

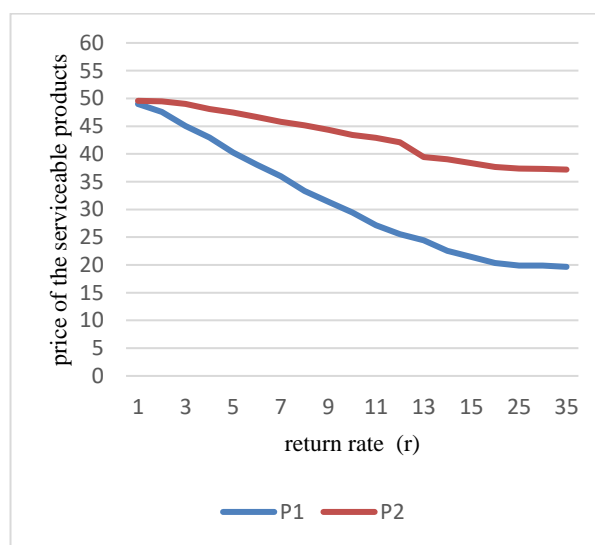


شکل (۷): اثر هزینه‌ی نوسازی روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت

اثر نرخ بازگشت: چنان‌چه نرخ بازگشت محصولات بالا باشد قیمت محصولات قابل‌سرویس ۱ و ۲ باید کاهش یابد. نتایج نشان می‌دهد که برای یک نرخ بازگشت خاص، سود سیستم در بالاترین وضعیت خود است (شکل ۵).

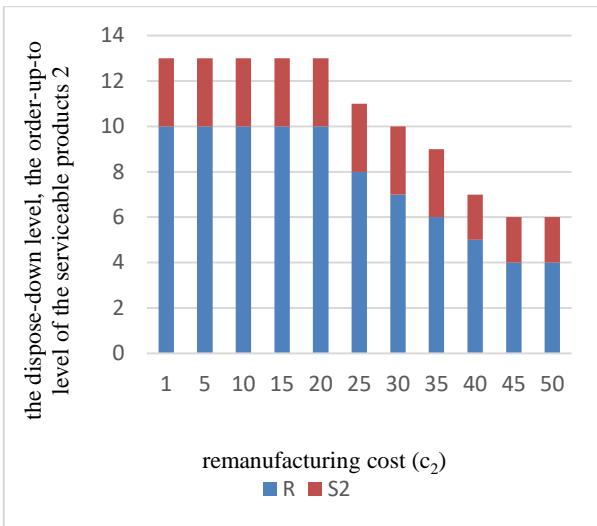


شکل (۵): اثر نرخ بازگشت روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت

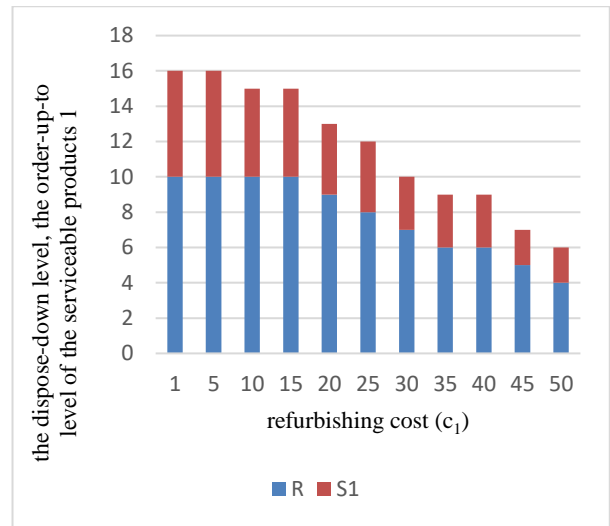


شکل (۶): اثر نرخ بازگشت قیمت محصولات قابل‌سرویس ۱ و ۲

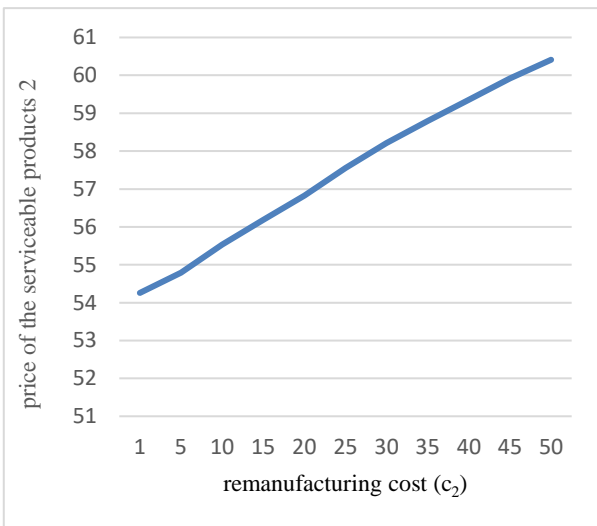
اثر هزینه‌ی بازیابی: تحلیل حساسیت هزینه‌ی نوسازی نشان می‌دهد، چنان‌چه هزینه‌ی نوسازی محصولات بازگشتی بالا باشد، باید قیمت محصولات قابل‌سرویس ۱ و ۲ بالا در نظر گرفته شود (شکل ۹). هم‌چنین، در این وضعیت باید موجودی کمتری در سیستم نگهداری گردد (شکل ۸). اگر تولیدکننده بتواند با بهبود تکنولوژی تولید، هزینه‌ی نوسازی را کاهش دهد، تابع سود مورد انتظار افزایش یافته و می‌توان موجودی کمتری نیز در سیستم نگهداری کرد. اثر تغییرات هزینه‌ی بازتولید با هزینه‌ی نوسازی مشابه است (شکل‌های ۱۰-۱۲). اثر هزینه‌ی فروش از دست رفته: تحلیل حساسیت هزینه‌ی فروش از



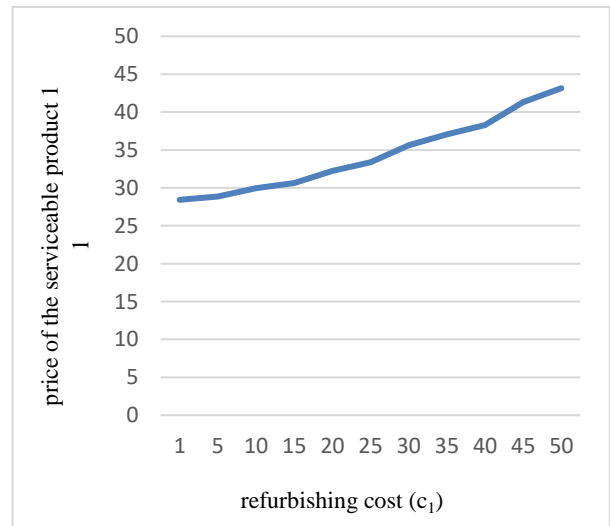
شکل (۱۱): اثر هزینه‌ی باز تولید روی سطح سفارش و دورریزی محصولات قابل سرویس ۲



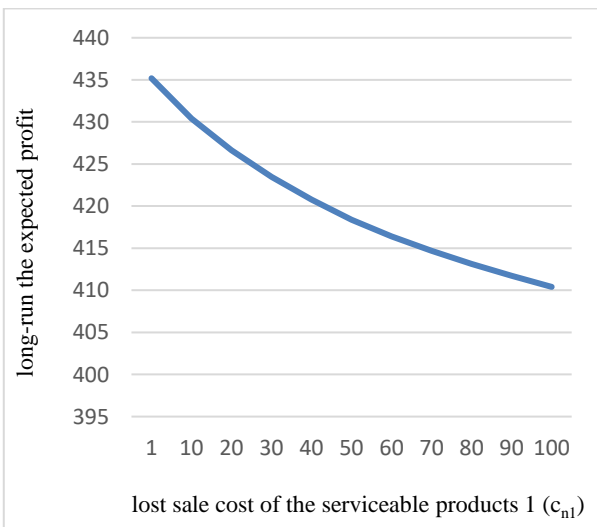
شکل (۸): اثر هزینه‌ی نوسازی روی سطح سفارش و دورریزی محصولات قابل سرویس ۱



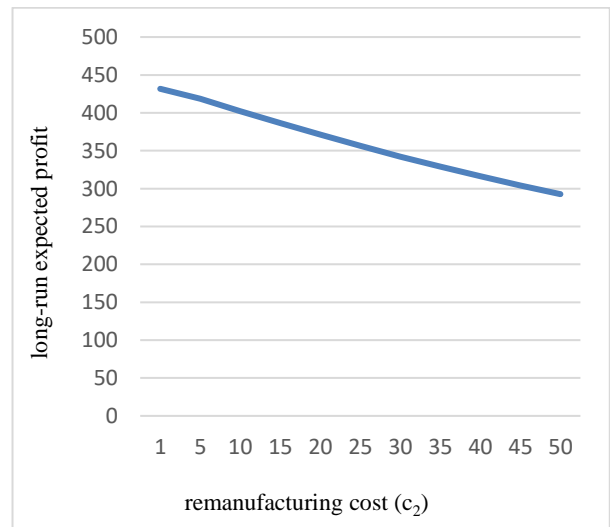
شکل (۱۲): اثر هزینه‌ی باز تولید روی قیمت محصولات قابل سرویس ۲



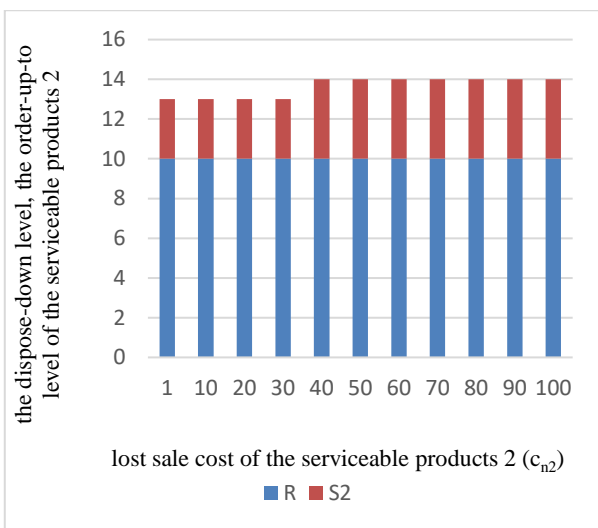
شکل (۹): اثر هزینه‌ی نوسازی روی قیمت محصولات قابل سرویس ۱



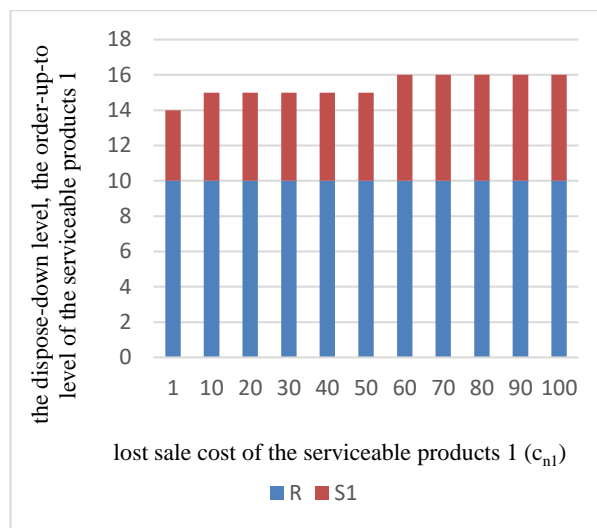
شکل (۱۳): اثر هزینه‌ی فروش از دست رفته محصولات قابل سرویس ۱ روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت



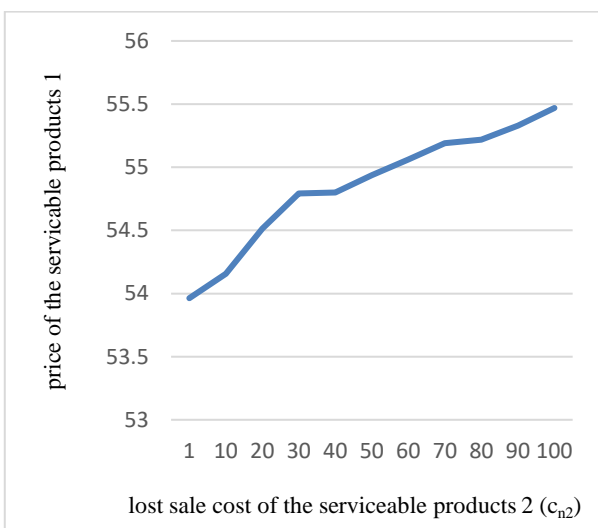
شکل (۱۰): اثر هزینه‌ی باز تولید روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت



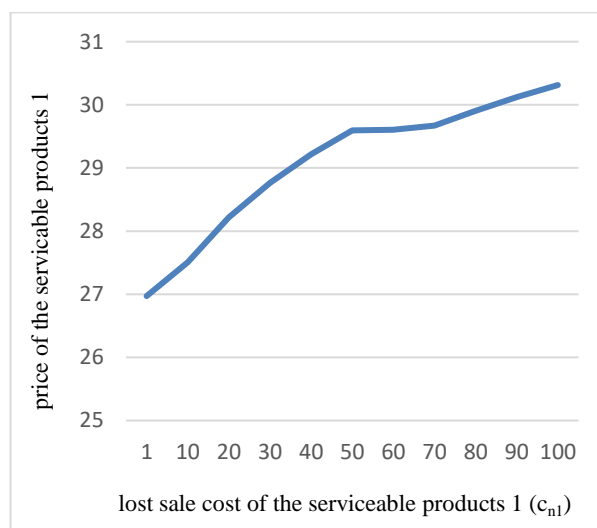
شکل (۱۷): اثر هزینه‌ی فروش از دست رفته محصولات قابل سرویس ۲ روی سطح سفارش و دورریزی محصولات قابل سرویس ۲



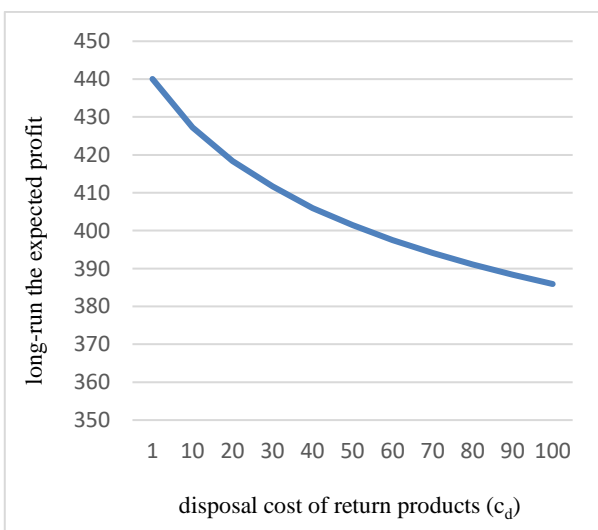
شکل (۱۴): اثر هزینه‌ی فروش از دست رفته محصولات قابل سرویس ۱ روی سطح سفارش و دورریزی محصولات قابل سرویس ۱



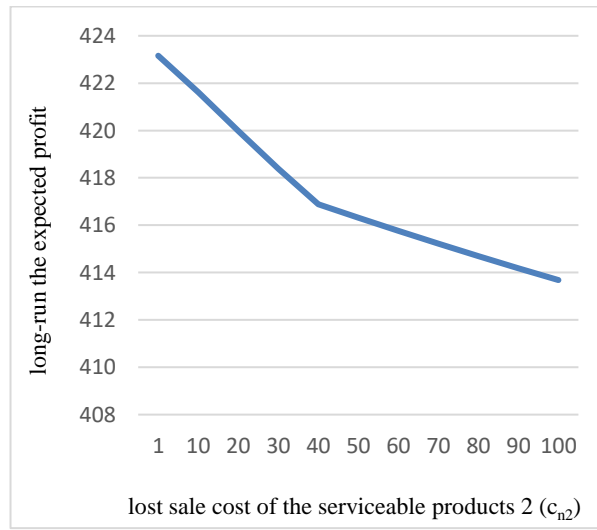
شکل (۱۸): اثر هزینه‌ی فروش از دست رفته محصولات قابل سرویس ۲ روی قیمت محصولات قابل سرویس ۱



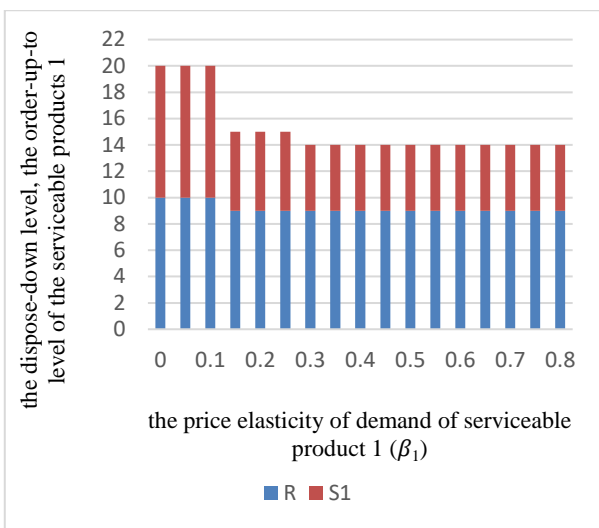
شکل (۱۵): اثر هزینه‌ی فروش از دست رفته محصولات قابل سرویس ۱ روی قیمت محصولات قابل سرویس ۱



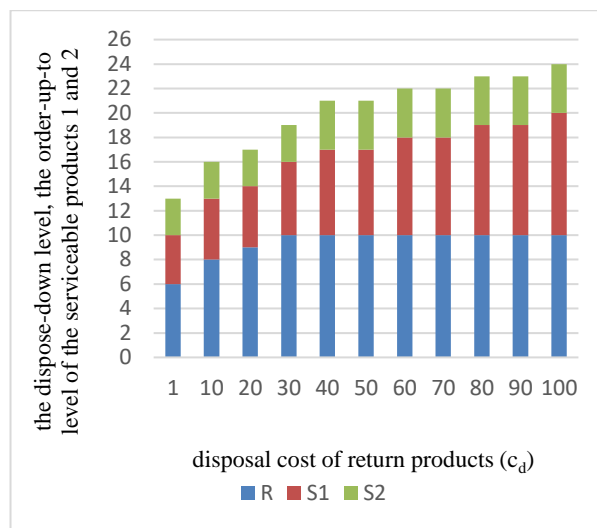
شکل (۱۹): اثر هزینه‌ی دورریزی محصولات بازگشتی روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت



شکل (۱۶): اثر هزینه‌ی فروش از دست رفته محصولات قابل سرویس ۲ روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت



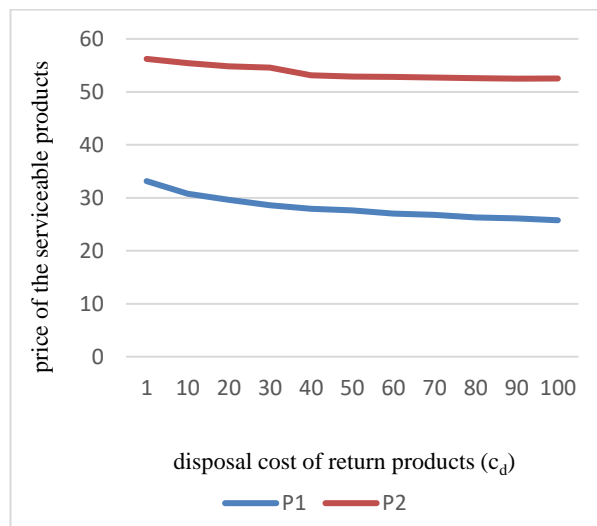
شکل (۲۳): اثر کشش قیمتی تقاضای محصولات قابل سرویس ۱ روی سطح دورریزی و سفارش محصولات قابل سرویس ۱



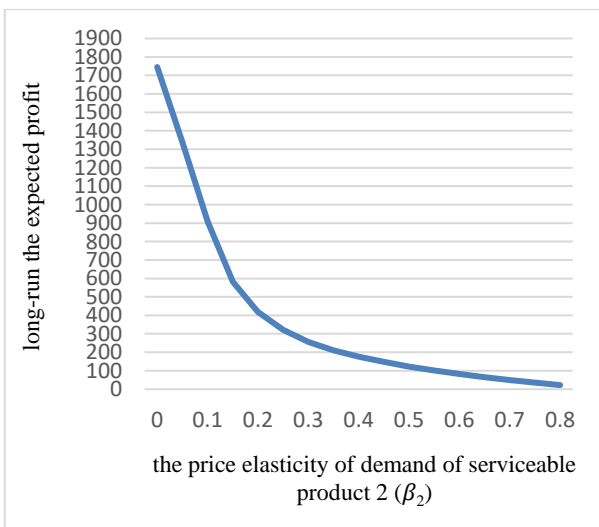
شکل (۲۰): اثر هزینه‌ی دورریزی محصولات بازگشتی روی سطح دورریزی و سفارش محصولات قابل سرویس ۱ و ۲



شکل (۲۴): اثر کشش قیمتی تقاضای محصولات قابل سرویس ۱ روی قیمت آن‌ها



شکل (۲۱): اثر هزینه‌ی دورریزی محصولات بازگشتی روی قیمت محصولات قابل سرویس ۱ و ۲



شکل (۲۵): اثر کشش قیمتی تقاضای محصولات قابل سرویس ۲ روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت



شکل (۲۲): اثر کشش قیمتی تقاضای محصولات قابل سرویس ۱ روی تابع سود مورد انتظار در بلندمدت

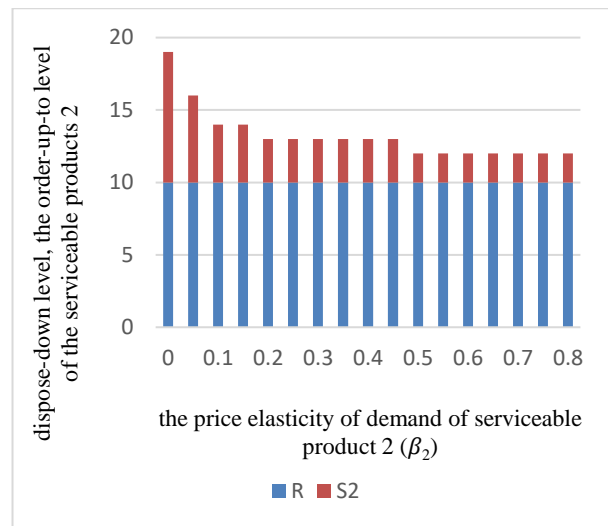
محصولات قابل سرویس را بالا در نظر بگیرد.

✓ چنانچه حساسیت تقاضا به قیمت محصولات قابل سرویس کم باشد، بهتر است تولیدکننده قیمت محصولات قابل سرویس را بالا در نظر بگیرد و موجودی بیشتری در سیستم نگهداری کند.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک سیستم تولید ترکیبی شامل یک فرایند نوسازی، یک فرایند بازتولید و یک فرایند تولید در نظر گرفته شده است. نرخ تقاضا تابعی خطی از قیمت فروش محصولات است و همچنین تقاضا و بازگشت دارای توزیع پواسون هستند. موقعیت موجودی سیستم به صورت یک زنجیره‌ی مارکف سه‌بعدی مدل شده است. با استفاده از احتمالات حالت پایدار، تابع سود مورد انتظار سیستم در بلندمدت به صورت تابعی از سطح دورریزی محصولات بازگشتی، سطح سفارش محصولات قابل سرویس ۱ و ۲ و قیمت فروش محصولات قابل سرویس ۱ و ۲ به دست آمده است. مکان‌های نگهداری محصولات قابل سرویس مطابق سیاست موجودی پایه بازپرسی می‌گردند. در این مقاله، جهت حل مدل از دو روش جست‌وجوی کامل و الگوریتم ABC استفاده شده است. همچنین، اثر پارامترها روی جواب بهینه و تابع سود مورد انتظار در بلندمدت بررسی شده است. نتایج نشان داد که چنانچه هزینه‌ی نوسازی محصولات بازگشتی بالا یا هزینه‌ی دورریزی آن‌ها پایین باشد، باید موجودی کمتری در سیستم نگهداری نمود و قیمت محصولات قابل سرویس را بالا در نظر گرفت و با افزایش هزینه فروش از دست رفته، باید موجودی بیشتری در سیستم نگهداری نمود. همچنین، با کاهش حساسیت تقاضا به قیمت، باید موجودی بیشتری در سیستم نگهداری نمود. چندین روش جهت توسعه‌ی این مقاله وجود دارد. در این مقاله، سطح کیفیت محصولات بازگشتی یکسان فرض شده است. نادیده گرفتن این فرض، منجر به واقعی شدن و پیچیده شدن آن می‌گردد. گرچه کاملاً تصادفی فرض کردن کیفیت مسأله را بسیار دشوار می‌کند، اما می‌توان چند سطح کیفیت متداول را نیز مورد بررسی قرار داد.

همچنین، می‌توان سایر سیاست‌های موجودی مانند (R, Q) یا سیاست کششی به‌روز شده را در تحقیقات آینده در نظر گرفت. همچنین، می‌توان یک زنجیره‌ی تأمین چندسطحی شامل تعداد بیشتری اعضای زنجیره‌ی تأمین که در باز یافت اثر گذارند را با چندین گزینه بازیابی در نظر گرفت؛ از سویی دیگر نه تنها تبلیغات یکی از عوامل مؤثر در ترغیب مصرف‌کنندگان به تقاضای بیشتر است این عامل حتی می‌تواند سبب بازگرداندن محصولات بازگشتی بیشتر برای بازیافت شود که در تحقیقات آتی می‌تواند مورد بررسی قرار گیرد.



شکل (۲۶): اثر کشش قیمتی تقاضای محصولات قابل سرویس ۲ روی سطح دورریزی و سفارش محصولات قابل سرویس ۲



شکل (۲۷): اثر کشش قیمتی تقاضای محصولات قابل سرویس ۲ روی قیمت آن‌ها

به‌طور کلی نتایج به دست آمده از آنالیز حساسیت به شرح زیر می‌باشد.

✓ اگر تولیدکننده بتواند با استفاده از روش‌هایی (مانند بهبود تکنولوژی تولید یا افزایش تعداد نیروهای انسانی) نرخ نوسازی و بازتولید را افزایش دهد، تابع سود مورد انتظار افزایش می‌یابد.

✓ چنانچه تولیدکننده، نرخ بازگشت را تابعی از قیمت خرید محصولات بازگشتی در نظر بگیرد می‌تواند نرخ بازگشت محصولات را از طریق قیمت خرید محصولات بازگشتی مدیریت نماید.

✓ چنانچه هزینه‌ی بازیابی در سیستم بالا یا هزینه‌ی دورریزی پایین باشد، بهتر است تولیدکننده موجودی کمتری در سیستم نگهداری کند و قیمت محصولات قابل سرویس را بالا در نظر بگیرد.

✓ چنانچه هزینه‌ی فروش از دست رفته در سیستم بالا باشد، بهتر است تولیدکننده موجودی بیشتری نگهداری کند و قیمت

- inventory policy characterizations for a single-product recoverable system, *International Journal of Production Economics*, 124(1), 51-61.
- [15] Benedito, E., Corominas, A. (2013). Optimal manufacturing policy in a reverse logistic system with dependent stochastic returns and limited capacities, *International Journal of Production Research*, 51(1), 189-201.
- [16] Zolfagharinia, H., Hafezi, M., Farahani, R. Z., Fahimnia, B. (2014). A hybrid two-stock inventory control model for a reverse supply chain, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 67, 141-161.
- [17] Heyman, D. P. (1977). Optimal disposal policies for a single-item inventory system with returns, *Naval Research Logistics Quarterly*, 24(3), 385-405.
- [18] Muckstadt, J. A., Isaac, M. H. (1981). An analysis of single item inventory systems with returns, *Naval Research Logistics Quarterly*, 28(2), 237-254.
- [19] Van der Laan, E., Dekker, R., Salomon, M., Ridder, A. (1996). An (s, Q) inventory model with remanufacturing and disposal, *International journal of production economics*, 46, 339-350.
- [20] Van der Laan, E., Dekker, R., Salomon, M. (1996). Product remanufacturing and disposal: A numerical comparison of alternative control strategies, *International Journal of Production Economics*, 45(1-3), 489-498.
- [21] Van der Laan, E., Salomon, M. (1997). Production planning and inventory control with remanufacturing and disposal, *European Journal of Operational Research*, 102(2), 264-278.
- [22] Takahashi, K., Doi, Y., Hirotsu, D., Morikawa, K. (2014). An adaptive pull strategy for remanufacturing systems, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 25(4), 629-645.
- [23] Van der Laan, E., Salomon, M., Dekker, R. (1999). An investigation of lead-time effects in manufacturing/remanufacturing systems under simple PUSH and PULL control strategies, *European Journal of Operational Research*, 115(1), 195-214.
- [24] Inderfurth, K., van der Laan, E. (2001). Leadtime effects and policy improvement for stochastic inventory control with remanufacturing, *International Journal of Production Economics*, 71(1-3), 381-390.
- [25] Inderfurth, K. (2004). Optimal policies in hybrid manufacturing/remanufacturing systems with product substitution, *International Journal of Production Economics*, 90(3), 325-343.
- [26] Bayındır, Z. P., Erkip, N., Güllü, R. (2005). Assessing the benefits of remanufacturing option under one-way substitution, *Journal of the Operational Research Society*, 56(3), 286-296.
- [27] Xiong, Yu, and Gendao Li. (2013). The value of dynamic pricing for cores in remanufacturing with backorders, *Journal of the Operational Research Society* 64.9 1314-1326.
- [28] Giri, B. C., Mondal, C., Maiti, T. (2019). Optimal product quality and pricing strategy for a two-
- [1] Dekker, R., Fleischmann, M., Inderfurth, K., & van Wassenhove, L. N. (Eds.). (2013). *Reverse logistics: quantitative models for closed-loop supply chains*. Springer Science & Business Media.
- [2] Srivastava, S. K. (2007). Green supply-chain management: a state-of-the-art literature review, *International journal of management reviews*, 9(1), 53-80.
- [3] Flapper, S. D., Gayon, J. P., Lim, L. L. (2014). On the optimal control of manufacturing and remanufacturing activities with a single shared server, *European Journal of Operational Research*, 234(1), 86-98.
- [4] Thierry, M., Salomon, M., Van Nunen, J., Van Wassenhove, L. (1995). Strategic issues in product recovery management, *California management review*, 37(2), 114-136.
- [5] Zhou, Y. C., Sun, X. C. (2019). Robust optimal inventory and acquisition effort decisions in a hybrid manufacturing/remanufacturing system, *Journal of Industrial and Production Engineering*, 36(5), 335-350.
- [6] Simpson, V. P. (1978). Optimum solution structure for a repairable inventory problem, *Operations research*, 26(2), 270-281.
- [7] Fleischmann, M., Bloemhof-Ruwaard, J. M., Dekker, R., Van der Laan, E., Van Nunen, J. A., Van Wassenhove, L. N. (1997). Quantitative models for reverse logistics: A review, *European journal of operational research*, 103(1), 1-17.
- [8] Nobari, A., Kheirkhah, A., Esmaeili, M. (2019). Considering chain-to-chain competition on environmental and social concerns in a supply chain network design problem, *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 14(1), 33-46.
- [9] Maji, A., Bhunia, A. K., Mondal, S. K. (2020). Exploring a production-inventory model with optimal reliability of the production in a parallel-series system, *Journal of Industrial and Production Engineering*, 37(2-3), 71-86.
- [10] Inderfurth, K. (1997). Simple optimal replenishment and disposal policies for a product recovery system with leadtimes, *Operations-Research-Spektrum*, 19(2), 111-122.
- [11] DeCroix, G. A. (2006). Optimal policy for a multiechelon inventory system with remanufacturing, *Operations Research*, 54(3), 532-543.
- [12] Kiesmüller, G. P. (2003). A new approach for controlling a hybrid stochastic manufacturing/remanufacturing system with inventories and different leadtimes, *European Journal of Operational Research*, 147(1), 62-71.
- [13] Ahiska, S. S., King, R. E. (2010). Inventory optimization in a one product recoverable manufacturing system, *International Journal of Production Economics*, 124(1), 11-19.
- [14] Ahiska, S. S., King, R. E. (2010). Life cycle

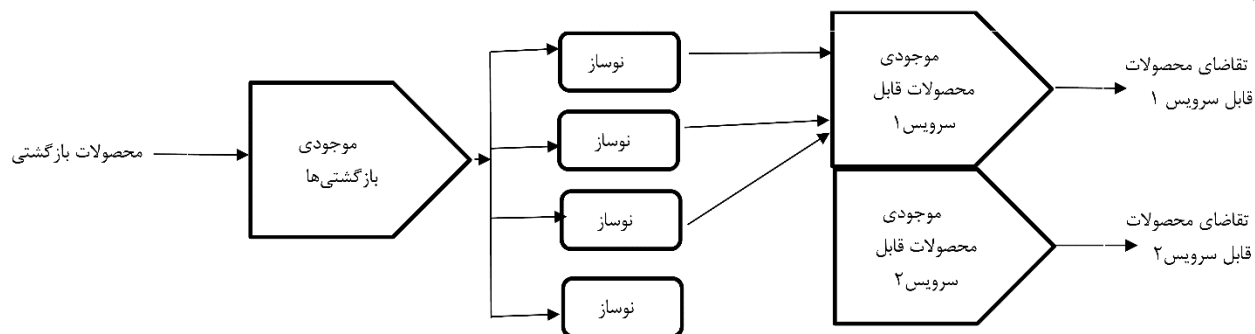
- Recovery-channel selection in a hybrid manufacturing-remanufacturing production model with RFID and product quality, *International Journal of Production Economics*, 219, 360-374.
- [35] Deng Jie, Zhang Yajun, Tang Guofeng, and Xu Maozeng (2020). Hybrid differential artificial bee colony algorithm for multi-item replenishment-distribution problem with stochastic lead-time and demands, *Journal of Cleaner Production*, 254, 360-374. [۳۶] رنجبر یحیی، صاحبی هادی، (۱۳۹۸)، قیمت‌گذاری و جمع‌آوری محصولات در زنجیره تأمین حلقه بسته با دو کانال بازیافت رقابتی تحت رهبری مختلف، پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولیدی، دوره ۷، شماره ۱۵، صفحه ۳۹۳-۳۷۷.
- [۳۷] شفیعی رودباری عرفان، فاطمی قمی سید محمدتقی، شیخ سجادیه محسن، (۱۳۹۹)، مدل‌سازی شبکه زنجیره تأمین معکوس چند رده‌ای و حل توسط الگوریتم ترکیبی، پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولیدی، دوره ۷، شماره ۵، صفحه ۳۹۳-۳۷۷.
- period closed-loop supply chain with retailer variable markup, *RAIRO-Operations Research*, 53(2), 609-626.
- [29] Xiong, Y., Li, G., Zhou, Y., Fernandes, K., Harrison, R., Xiong, Z. (2014). Dynamic pricing models for used products in remanufacturing with lost-sales and uncertain quality, *International journal of production economics*, 147, 678-688.
- [30] Gao, C., Wang, Y., Xu, L., Liao, Y. (2015). Dynamic pricing and production control of an inventory system with remanufacturing, *Mathematical Problems in Engineering*, 1-8.
- [31] Burer, S., Letchford, A. N. (2012). Non-convex mixed-integer nonlinear programming: A survey, *Surveys in Operations Research and Management Science*, 17(2), 97-106.
- [32] Zhi-gang W. (2017). Modified artificial bee colony algorithm for numerical function optimization, *Journal of Scientific and Engineering Research*, 4(3), 37-43.
- [33] Bazarra M S, Sherali H D, and Shetty C M. (2006). *Nonlinear programming, theory and algorithms*, 3rd Edition, New York: Wiley
- [34] Mehran Ullah, and Sarkar Biswajit (2020).

پیوست آ

جدول (۱): جدول مقایسه‌ای بین تحقیقات انجام شده تاکنون

نویسنده (سال)	قیمت گذاری	محصولات تولیدی و باز تولیدی یکسان	مرور دوره‌ای	مرور دائم	زمان تولید و باز تولید یکسان
Heyman (1977)		-		-	-
Simpson (1978)		-	-		-
and Isaac (1981) Muckstadt		-		-	-
Van der Laan, et al. (1996)		-		-	-
Inderfurth, (1997)		-		-	-
Van der Laan et al. (1997)		-		-	-
Van der Laan, et al. (1999)		-		-	-
Inderfurth, et al. (2001)		-		-	-
Kiesmüller (2003)		-	-		-
Inderfurth, (2004)		-		-	-
Bayındır, et al. (2005)		-		-	-
DeCroix, (2006)		-	-		-
Ahiska and King (2010)		-		-	-
Ahiska and King (2010)		-		-	-
Benedito and Corominas (2013)		-	-		-
Xiong and Gendao (2013)	-	-		-	-
Takahashi et al. (2014)		-		-	-
Xiong et al. (2014)	-	-		-	-
Zolfagharinia et al. (2014)		-	-		-
Flapper et al. (2014)		-		-	-
Gao et al. (2015)	-	-		-	-
Nobari et al. (2019)		-	-		-
Giri et al. (2019)	-	-		-	-
Mehran et al. (2020)		-	-		-
Deng et al. (2020)		-	-		-

پیوست ب



شکل (۱): نمایش سیستم تولیدی ترکیبی با دو گزینه بازیابی

پیوست ج

ماتریس زنجیره مارکف (Q)، براساس حالت‌های لیست شده در بخش (۲-۴) به صورت زیر است:

$$Q = \begin{bmatrix} D_0 & B & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ C & D_1 & B & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & D_1 & B & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & D_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & C & D_1 & B \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & C & D_R \end{bmatrix} \quad (1-\bar{A})$$

که B، C و D_j ($j = 0, 1, R$)، ماتریس‌های با ابعاد $(S_1 + 1)(S_2 + 1) \times (S_1 + 1)(S_2 + 1)$ هستند و به صورت زیر می‌باشند:

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & B_1 \end{bmatrix} \quad (2-\bar{A})$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & C_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & C_1 & C_2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & C_1 \end{bmatrix} \quad (3-\bar{A})$$

$$D_j = \begin{bmatrix} D_1^j & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ D_2 & D_2^j & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D_2 & D_2^j & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & D_2 & D_2^j & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & D_2 \end{bmatrix} \quad (j = 0, 1, R) \quad (4-\bar{A})$$

که C_1, C_2, D_2, D_1^j و $D_{S_1}^j$ ($j = 0, 1, R$) ماتریس‌های با ابعاد $(S_2 + 1) \times (S_2 + 1)$ هستند و به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$B_1 = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & r \end{bmatrix} \quad (5-\bar{A})$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \lambda_1 \end{bmatrix} \quad (\mathcal{P}^{-1})$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & \mu_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \mu_2 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\mathcal{Y}^{-1})$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \mu_1 \end{bmatrix} \quad (\mathcal{A}^{-1})$$

$$D_1^0 = \begin{bmatrix} -(\mu_3 + r) & \mu_3 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(\mu_3 + r + \lambda_2) & \mu_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -(\mu_3 + r + \lambda_2) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & -(\mu_3 + r + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\mu_3 + r + \lambda_2) & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & -(r + \lambda_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$D_1^1 = \begin{bmatrix} -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + r) & \mu_3 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + r + \lambda_2) & \mu_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + r + \lambda_2) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + r + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + r + \lambda_2) & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & -(\mu_1 + r + \lambda_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$D_1^R = \begin{bmatrix} -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) & \mu_3 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_2) & \mu_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_2) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_2) & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & -(\mu_1 + \lambda_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$D_2^0 = \begin{bmatrix} -(\mu_3 + r + \lambda_1) & \mu_3 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(\mu_3 + r + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -(\mu_3 + r + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & -(\mu_3 + r + \lambda_1 + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\mu_3 + r + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & -(r + \lambda_1 + \lambda_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$D_2^1 = \begin{bmatrix} -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + r + \lambda_1) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + r + \lambda_1 + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + r + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & -(\mu_1 + r + \lambda_1 + \lambda_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$D_2^R = \begin{bmatrix} -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) & \mu_3 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & -(\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2) \\ & & & \lambda_2 & \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$D_{S_1}^0 = \begin{bmatrix} -(r + \mu_3 + \lambda_1) & \mu_3 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(r + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -(r + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -(r + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & -(r + \lambda_1 + \lambda_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$D_{S_1}^1 = \begin{bmatrix} -(r + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) & \mu_3 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(r + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -(r + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -(r + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & -(r + \lambda_1 + \lambda_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

$$D_{S_1}^R = \begin{bmatrix} -(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) & \mu_3 & 0 & \cdots & 0 \\ \lambda_2 & -(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & -(\lambda_1 + \lambda_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$



DOI: 10.22084/ier.2101.2006 (R1)

Modeling stochastic hybrid production system regarding refurbishing and remanufacturing

F. Naseri¹, M. Esmaeili^{*2}, M. Seifbarghy³

1. PhD Student in Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Al-Zahra University, Tehran, Iran
2. Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Al-Zahra University, Tehran, Iran
3. Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Al-Zahra University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 29 May 2019

Accepted 3 October 2019

Keywords:

Stochastic hybrid production system

ABC algorithm

Base stock policy

ABSTRACT

This paper considers pricing and inventory control decisions simultaneously as a hybrid production system. The hybrid production system with two recovery options, remanufacturing and refurbishing are presented. The demand follows Poisson distribution, which depends on the sale price of each product. Returned products arrive according to a Poisson process. Each returned product can be remanufactured, refurbished, or disposed of. The time to manufacturing, refurbishing, and remanufacturing a product also follows an exponential distribution. By modeling the system as a Markov chain, the long-run expected profit function is derived as a function of the dispose – down-to level of returned products and the order-up-to level and the sale price of serviceable products 1 and 2. Considering pricing and inventory control decisions simultaneously with remanufacturing and refurbishing returned products creates a three-dimensional state space of the Markov Chain with dependence, the sale price of products. Due to the complexity of the model (mixed integer nonlinear programming), the Artificial Bee Colony (ABC) algorithm and complete search method are used. The results show that by increasing the purchase price of returned products, the amount of returned products will increase. If the refurbishing cost of the return products is high or the disposal cost is low, less inventory should be kept in the system with a high price of serviceable products. If the lost sale cost is high, the more inventory should be maintained. Moreover, by decreasing the price elasticity of demand, the customer's demand is increased, and then more inventory should be kept in the system.

* Corresponding author. M. Esmaeili

Tel.: 021-88044040; E-mail address: esmaeili_m@alzahra.ac.ir