

ارائه یک الگوریتم شاخه و کران برای حل مسأله زمان‌بندی تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر همراه با یک مرحله‌ی مونتاژ

فاطمه دانش‌آموز^۱، پرویز فتاحی^{۲*}، سید محمدحسن حسینی^۳

۱. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان، ایران
۲. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه الزهراء تهران، ایران
۳. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

خلاصه

زمان‌بندی هم‌زمان برای سیستم‌های تولید دمرحله‌ای شامل یک مرحله‌ی پردازش قطعات و یک مرحله‌ی مونتاژ، موجب تحقق اهداف ایده‌آل برای این سیستم‌ها می‌شود. در این مقاله برای اولین بار یک الگوریتم شاخه و کران جهت حل مسأله زمان‌بندی در سیستم تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر همراه با یک مرحله‌ی مونتاژ با هدف حداقل کردن زمان تکمیل محصولات ارائه شده است. با توجه به زمان‌بردن روش‌های حل شاخه و کران، جهت افزایش کارایی الگوریتم پیشنهادی و کاهش زمان اجرای آن، دو کران پایین ارائه و دو استراتژی جست‌وجوی تحت عنوان جست‌وجوی اولین بهترین و جست‌وجوی عمق مورد بررسی قرار گرفت. همچنین به منظور تعیین حد بالا برای هر شاخه، از الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر (VNS) استفاده شده است. به منظور درک بهتر مسأله، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط (MIP) همراه با پارامترها و متغیرهای تصمیم مورد نیاز تشریح شده است. از آنجایی که مسأله مورد مطالعه از نوع مسائل رده‌ی سخت محسوب می‌شود، عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی در حل مسأله با ابعاد کوچک مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است. نتایج ارزیابی نشان داد که استراتژی جست‌وجوی عمق عملکرد بهتری داشته و موجب افزایش کارایی الگوریتم شاخه و کران پیشنهادی و کاهش زمان حل می‌شود.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۸/۳/۸

پذیرش ۱۳۹۸/۷/۱۱

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

زمان‌بندی

تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر

مونتاژ

الگوریتم شاخه و کران

۱. مقدمه

محققین در سال‌های اخیر توجه بیشتری به بررسی و حل این گروه از مسائل بهینه‌سازی داشته‌اند. در دهه‌های اخیر هم‌زمان با افزایش مستمر تنوع محصولات، کاهش اندازه‌ی سفارشات و کوتاه‌شدن زمان‌های تحویل مسأله زمان‌بندی اهمیت بیشتری یافته است [۱]. در بیشتر صنایع تولیدی بزرگ مانند کارخانجات خودروسازی و صنایع مونتاژ، عملیات پردازش قطعات و مونتاژ محصولات به صورت متوالی و وابسته به هم انجام می‌شود. در این سیستم‌های تولیدی ابتدا قطعات مورد نیاز محصولات در سیستم‌های تولید تک ماشینی، ماشین

مسائل زمان‌بندی به یافتن نحوه استفاده‌ی بهینه از منابع در دسترس جهت تولید و تأمین تقاضای بازار می‌پردازند. این مسائل در فضای رقابتی امروزی و با توجه به پیچیدگی عوامل بیرونی و درونی مؤثر بر هزینه‌های ساخت و تولید، اهمیت بیشتری پیدا کرده‌اند. تأثیر نقش زمان‌بندی در افزایش راندمان و بهره‌وری منابع تولید در راستای تأمین منافع تولیدکننده از یک سو، و تولید و تأمین به موقع تقاضاها در راستای تحقق انتظارات و رضایت مشتریان از سوی دیگر، موجب شده تا

* نویسنده مسئول: پرویز فتاحی

تلفن: ۰۲۱-۸۵۶۹۲۱۹۱؛ پست الکترونیکی: p.fattahi@alzahra.ac.ir

محصولات نهایی به علاوه موجودی محصولات در حال ساخت می باشد. برای حل این مسأله آن ها یک الگوریتم شاخه و حد برمبنای روش لاگرائز ارائه کردند. در این الگوریتم توالی از کارها به هر ماشین اختصاص داده می شود. هر گره بروی درخت شاخه و کران، نشان گر یک زیرمسأله است. در این الگوریتم، انتخاب گره ها برای شاخه زنی برمبنای قانون جست و جوی D.F است. این روش یک شاخه را تا رسیدن به عمق ادامه می دهد. توزکاپان و چانگ [۴] مسأله زمان بندی دومرحله ای مونتاژ با هدف حداقل کردن مجموع وزنی زمان در جریان ساخت را در نظر گرفتند. در مسأله مورد بررسی، $m-1$ ماشین در مرحله اول و یک ماشین مونتاژ در مرحله دوم در نظر گرفته شده بود. آن ها یک حد پایین و یک رابطه ی چیرگی را ارائه کردند و از این حد و رابطه ی چیرگی در الگوریتم شاخه و کران استفاده کردند. هم چنین دو روش ابتکاری برای یافتن حد بالا برای الگوریتم شاخه و کران پیشنهاد دادند. یوکویاما [۵] مسأله زمان بندی برای سیستم های تولیدی که شامل قطعات ماشین کاری شده و عملیات های مونتاژ می باشد را مورد بررسی قرار داده است. در این مسأله محصولات متعددی برای تولید، سفارش داده می شوند. قطعات در جریان کارگاهی پردازش شده و هر محصول توسط عملیات های مونتاژ سلسله مراتبی تولید می شود. هدف مسأله، یافتن زمان بندی با داشتن کمترین مجموع وزنی زمان اتمام کار برای هر یک از محصولات است. یوکویاما تکنیکی برای به دست آوردن حد پایین بهتر و رویکرد محاسباتی مبتنی بر روش شاخه و حد، برای به دست آوردن جواب بهینه توسعه داد. یوکویاما و سانتوس [۶] نیز یک سیستم تولید ترکیبی را بررسی کردند که در آن قطعات مورد نیاز هر محصول در یک کارگاه جریان یابی دو ماشینی با زمان مستقل پردازش شده و پس از آماده شدن قطعات هر محصول، این قطعات در مرحله ی پایانی مونتاژ می شوند. ایشان فرض کردند از هر محصول تنها یک عدد مورد نیاز است و تابع هدف مورد نظر آن ها کمینه کردن جمع وزنی زمان تکمیل محصولات می باشد. آن ها یک الگوریتم شاخه و کران مبتنی بر تکنیک جست و جوی بهترین محدوده ارائه کردند. الله وردی و الانزی [۷] برای حل مسأله زمان بندی مونتاژ دومرحله ای که در آن مرحله ی اول متشکل از m ماشین و مرحله ی دوم متشکل از یک ماشین مونتاژ است، یک الگوریتم شاخه و کران و حدود بالا و پایین به همراه روابط چیرگی ارائه کردند. آن ها به منظور تولید حد بالای اولیه از الگوریتم ابتکاری ترکیبی استفاده کردند. در این الگوریتم انتخاب گره ها برای شاخه زنی برمبنای قانون جست و جوی D.F است. یوکویاما [۸] مدل زمان بندی را برای سیستم تولیدی شامل ماشین کاری، آماده سازی و عملیات مونتاژ در نظر گرفت که در آن تولید تعدادی از محصولات به صورت تک سفارش می باشد و هر محصول به وسیله ی مونتاژ مجموعه ای از قطعات متفاوت و گوناگون ساخته می شود. ابتدا اجزاء در یک جریان کارگاهی با سه ماشین تولید شده و سپس وارد مرحله ی مونتاژ می شوند. ایشان تابع هدف را متوسط زمان اتمام کار برای تمام محصولات در نظر گرفت و جهت حل مسأله از شبه برنامه ریزی پویا و یک روش شاخه و کران استفاده کرد. سانگ و

موازی، جریان کارگاهی، کارگاه کاری، و یا ترکیبی از این سیستم ها پردازش و آماده شده، سپس مجموعه قطعات محصولات به مرحله ی دوم منتقل و به یکدیگر متصل شده و محصول مونتاژ می گردد؛ با این حال، اکثر محققین در حل مسائل زمان بندی و تعیین توالی عملیات، این دو مرحله را مستقل از یکدیگر در نظر گرفته و آن دو را مجزا از هم بررسی کرده اند. بررسی و حل این سیستم های تولیدی به صورت مجزا و غیرهم زمان می تواند سیستم تولید را از اهداف ایده آل خود دور کند؛ از این رو، بررسی مسائل زمان بندی با در نظر گرفتن هم زمان دو مرحله ی پردازش قطعات و مونتاژ محصولات در سال های اخیر مورد توجه محققین زیادی قرار گرفته است.

در این مقاله، مسأله زمان بندی هم زمان در یک سیستم تولید دومرحله ای شامل یک کارگاهی انعطاف پذیر همراه با یک مرحله ی مونتاژ با هدف حداقل کردن زمان تکمیل محصولات مورد بررسی قرار می گیرد. در مرحله ی اول این سیستم تولیدی، مواد و قطعات اولیه در یک سیستم تولید کارگاهی انعطاف پذیر پردازش شده و اجزاء مورد نیاز محصولات آماده می شوند. در این سیستم که توسعه یافته ی سیستم تولید کارگاهی می باشد، فرض شده است به جای یک ماشین از قبل تعیین شده، مجموعه ای از ماشین ها توانایی انجام عملیات را دارند. به طوری که برای هر عملیات امکان انتخاب یک ماشین از بین چند ماشین اختصاص داده شده وجود دارد؛ سپس بعد از تکمیل قطعات هر محصول، چنان چه ماشین مونتاژ بیکار باشد عملیات مونتاژ جهت تکمیل محصولات آغاز می گردد و در غیر این صورت قطعات به ایستگاه موجودی انتقال می یابند. مسأله تولید کارگاهی انعطاف پذیر به دلیل پیچیدگی بالا به عنوان مسأله بهینه سازی NP-hard در ادبیات زمان بندی تولید شناخته شده است؛ بنابراین اضافه کردن یک مرحله ی مونتاژ به آن سبب پیچیده تر شدن مسأله خواهد شد.

اولین تحقیق در حوزه ی مسأله زمان بندی در سیستم های تولید مونتاژی که به یک مسأله زمان بندی تولید دومرحله ای پرداخته است به سال ۱۹۹۳ م. برمی گردد که توسط لی و همکاران انجام شد. ایشان در تحقیق خود به کارخانه ی تولید موتورهای احتراقی به عنوان نمونه ای از کاربرد این مسأله در صنایع تولیدی اشاره شده است [۲]. در تحقیق ایشان، حالت ساده ای از سیستم تولید دومرحله ای مورد بررسی قرار گرفته که براساس آن هر محصول تنها از مونتاژ دو قطعه ای a و b تشکیل می شود. در مرحله ی پردازش دو ماشین قرار دارد که در آن ماشین M_a قطعه ای a را پردازش و آماده می کند و ماشین M_b قطعه ای b را پردازش و آماده می کند. ماشین M_c نیز پس از تکمیل دو قطعه ای هر محصول، آن ها را مونتاژ کرده و محصول آماده می شود. در این تحقیق نشان داده شده که این مسأله در رده ی مسائل سخت قرار دارد و لذا برای چند حالت خاص آن یک الگوریتم شاخه و کران به همراه چند الگوریتم ابتکاری ارائه شده است. پارک و کیم [۳] بروی یک مسأله زمان بندی تولید در سیستم مونتاژ سه ساختاره که بر پایه ی ساخت براساس سفارش است، تمرکز کردند. در مسأله مورد بررسی دیرکرد مجاز نمی باشد و هدف کمینه سازی هزینه ی نگهداری

بالا برای جواب مسائل توسعه داده شده است. لو و همکاران [۱۵] الگوریتم‌های شاخه و کران ترکیبی جهت حل مسأله زمان‌بندی دومرحله‌ای همراه با زمان آماده‌سازی با هدف حداقل کردن زمان ساخت ارائه دادند. در مسأله مورد بررسی چند ماشین در مرحله اول و یک ماشین در مرحله دوم وجود دارد. در الگوریتم ارائه شده چندین حد بالا و پایین و یک قاعده چیرگی جهت کاهش فضای جست‌وجو پیشنهاد شده است.

مسأله زمان‌بندی هم‌زمان در محیط کارگاه کاری و مونتاژ با در نظر گرفتن عملیات نگهداری و تعمیرات توسط حسینی مورد مطالعه قرار گرفت؛ ایشان در تحقیق خود محدودیت دسترسی به ماشین‌آلات را به این مسأله اضافه کرده و برای حل این مسأله در ابعاد بزرگ دو روش حل تقریبی مبتنی بر الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید معرفی کردند [۱۶]. همچنین فتاحی و همکاران در تحقیقی مشابه با تحقیق حاضر، یک رویکرد ترکیبی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تجمع ذرات و جست‌وجوی همسایگی متغیر موازی برای حل مسأله زمان‌بندی کارگاه کاری منعطف همراه با مرحله مونتاژ ارائه کردند [۱۷].

همان‌طور که نتایج بررسی مطالعات قبلی نیز نشان می‌دهد، با توجه به کاربرد فراوان سیستم‌های تولید دومرحله‌ای در صنایع تولیدی، مسأله زمان‌بندی در این سیستم‌ها مورد توجه محققین زیادی قرار گرفته است. از جمله تحقیقات جدید در این حوزه می‌توان به مطالعه‌ی ژانگ و همکاران اشاره کرد که در آن یک مدل ریاضی و چند روش تقریبی برای حل مسأله زمان‌بندی در کارگاه کاری مونتاژی منعطف با لحاظ زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی و امکان به اشتراک‌گذاری قطعات در یک محیط پویا توسعه دادند [۱۸]. این مسأله اخیراً در حالت‌های مختلف با هدف بررسی شرایط دنیای واقعی بررسی شده است. از آن جمله می‌توان به مطالعه‌ی دفرشا و همکاران اشاره کرد که موضوع انتقال دسته‌ای قطعات را در این مسأله بررسی کردند [۱۹]. شی و همکاران حالت انتقال گلوگاه را به این مسأله اضافه و آن را مورد بررسی قرار دادند [۲۰]. ونگ و همکاران نیز عدم قطعیت در زمان‌های مونتاژ را به‌عنوان یکی از شرایط واقعی در صنایع تولیدی عنوان کرده و آن را در مسأله زمان‌بندی کارگاه کاری همراه با عملیات مونتاژ مورد بررسی قرار دادند [۲۱].

بررسی تحقیقات گذشته نشان داد که حل مسأله زمان‌بندی تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر همراه با یک مرحله مونتاژ با استفاده از الگوریتم شاخه و کران به‌عنوان یک روش حل دقیق تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است؛ لذا در این مقاله، حل مسأله مورد نظر با استفاده از الگوریتم شاخه و کران با هدف حداقل کردن زمان ساخت محصولات مورد بررسی قرار می‌گیرد. این تحقیق مشتمل بر ۵ بخش تهیه و ارائه می‌گردد. مقدمه و ادبیات تحقیق همراه با خلاصه‌ای از مطالعات مرتبط گذشته در بخش ۱ ارائه شد. در ادامه و در بخش ۲، به تشریح و بیان مسأله مورد مطالعه پرداخته و پارامترها و متغیرهای تصمیم آن تشریح و مدل ریاضی عدد صحیح مختلط (MIP) مربوطه ارائه می‌گردد، می‌شود. الگوریتم پیشنهادی شاخه و کران همراه با دو

کیم [۹] مسأله زمان‌بندی مونتاژ دومرحله‌ای چند ماشین را با هدف کمینه کردن جمع زمان‌های تکمیل کارها مورد بررسی قرار دادند. در مدل پیشنهادی آن‌ها، مرحله اول شامل دو ماشین مستقل است که هر کدام نوع خاصی از اجزا را تولید می‌کنند (سیستم ثابت) و مرحله دوم متشکل از دو ماشین یکسان و مستقل است که موازی با هم کار می‌کنند. آن‌ها کمینه کردن جمع زمان اتمام کارها در مرحله دوم را به‌عنوان معیار زمان‌بندی در نظر گرفتند. آن‌ها سپس یک حد پایین براساس روش کمترین زمان پردازش ارائه و با استفاده از آن یک الگوریتم شاخه و کران پیشنهاد دادند. فتاحی و همکاران [۱۰] برای حل مسأله جریان کارگاهی هیبریدی به همراه زمان‌های آماده‌سازی و عملیات مونتاژ، الگوریتم شاخه و کران سلسله مراتبی را ارائه کردند. آن‌ها به‌منظور افزایش کارایی الگوریتم ارائه شده، حدود بالا و پایینی را معرفی و برای تعیین حدود پایین از قاعده‌ی SPT استفاده کردند. همچنین به‌منظور تعیین یکی از حدود بالا، از رویه‌ی جست‌وجوی توافقی تصادفی حریمانه بهره گرفتند. آن‌ها مسأله را در سه حالت مورد بررسی قرار دادند. حالت اول، حالتی است که در آن مرحله‌ی جریان کارگاهی گلوگاه است. حالت دوم، حالتی است که گلوگاه مسأله، مرحله‌ی مونتاژ است؛ و در حالت سوم، توازنی میان دو مرحله‌ی برقرار است. یائو و سرین [۱۱] به بررسی مسأله مونتاژ دومرحله‌ای با در نظر گرفتن جریان محموله در سیستم تولید چندمحصولی پرداختند. آن‌ها یک الگوریتم شاخه و کران برای مسأله ارائه کردند. همچنین آن‌ها یک حد بالا و پایین برای اندازه زیر انباشته‌ی اول و آخر تعیین کردند. لی و بنگ [۱۲] مسأله زمان‌بندی جریان کارگاهی مونتاژ با هدف حداقل کردن کل دیرکرد محصولات را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها همچنین یک الگوریتم شاخه و کران با چند حد بالا و پایین جهت حل مسأله ارائه دادند. با توجه به بررسی‌ها به‌منظور حل مسأله تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر همراه با یک مرحله مونتاژ تاکنون هیچ الگوریتم دقیقی ارائه نشده است. لین [۱۳] مسأله زمان‌بندی تولید کارگاهی همراه با ۳ ماشین را با در نظر گرفتن اثر یادگیری با هدف حداقل کردن زمان ساخت مورد بررسی قرار داد. ایشان به‌منظور حل مسأله به ارائه یک الگوریتم شاخه و کران با برخی قواعد چیرگی و یک حد پایین پرداخت؛ همچنین به‌منظور حل مسأله در ابعاد کوچک و بزرگ یک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مبتنی بر تئوری ابر و یک الگوریتم حریمی تکرار شونده با چهار روش جست‌وجوی محلی ارائه گردید. در نهایت عملکرد الگوریتم‌ها با آزمایشات محاسباتی و آنالیز آماری غیرپارامتریک از جمله آزمون کروسکال-والیس مورد بررسی قرار گرفت. حسینی و حسینی [۱۴] به ارائه یک الگوریتم شاخه و کران جهت حل مسأله زمان‌بندی جریان کارگاهی مونتاژ با هدف حداقل کردن زمان تکمیل کل محصولات پرداختند. در مسأله مورد مطالعه‌ی ایشان، بعضی از قطعات محصولات مشترک و بعضی قطعات مختص یک محصول می‌باشد؛ لذا با توجه به تولید قطعات مشابه، موضوع زمان آماده‌سازی و تولید دسته‌ای قطعات مشابه نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت به‌منظور افزایش کارایی الگوریتم پیشنهادی، دو حد پایین و دو حد

زمان مونتاژ محصول p	A_p
زمان پردازش عملیات h از قطعه j از محصول p	$pt_{i,j,p,h}$
برروی ماشین i	
۱ اگر عملیات $O_{j,p,h}$ بتواند برروی ماشین i انجام	$a_{i,j,p,h}$
گردد؛ در غیر این صورت	
متغیرها:	
زمان تکمیل تمامی محصولات	C_{max}
زمان تکمیل محصول p در مرحله ۲	Ct_p
زمان تکمیل عملیات $O_{j,p,h}$	$F_{j,p,h}$
زمان شروع عملیات $O_{j,p,h}$	$t_{j,p,h}$
زمان شروع مونتاژ محصول p	St_p
۱ اگر عملیات $O_{j,p,h}$ برروی ماشین i انجام	$x_{i,j,p,h}$
گیرد؛ ۰ در غیر این صورت.	
۱ اگر عملیات $O_{j',p',h'}$ بر عملیات $O_{j,p,h}$	$y_{j',p',h',j,p,h,i}$
مقدم باشد؛ ۰ در غیر این صورت.	
۱ اگر محصول p بعد از محصول p'' مونتاژ	$y_{p'',p}$
شود؛ ۰ در غیر این صورت.	

با در نظر گرفتن پارامترها و متغیرهای تعریف شده، مدل ریاضی مسأله مورد مطالعه به صورت زیر تعریف می شود:

$$\min Z = C_{max} \quad (۱)$$

S.t.

$$C_{max} \geq Ct_p \quad \forall p \quad (۲)$$

$$F_{j,p,h} \geq t_{j,p,h} + pt_{i,j,p,h} + (x_{i,j,p,h} - 1) \cdot L \quad \forall i, p, j, h \quad (۳)$$

$$t_{j,p,h} + pt_{i,j,p,h} + (x_{i,j,p,h} - 1) \cdot L \leq t_{j,p,h+1} \quad \forall i, p, j; h = 1, 2, \dots, H_{j,p} - 1 \quad (۴)$$

$$t_{j',p',h'} + pt_{i,j',p',h'} + (y_{j',p',h',j,p,h,i} + x_{i,j',p',h'} + x_{i,j,p,h} - 3) \cdot L \leq t_{j,p,h} \quad \forall (p, j, h) \neq (j', p', h'), i \quad (۵)$$

$$t_{j,p,h} + pt_{i,j,p,h} + (x_{i,j',p',h'} + x_{i,j,p,h} - y_{j',p',h',j,p,h,i} - 2) \cdot L \leq t_{j',p',h'} \quad \forall (p, j, h) \neq (j', p', h'), i \quad (۶)$$

$$y_{j',p',h',j,p,h,i} \leq x_{i,j,p,h} \quad \forall (p, j, h) \neq (j', p', h'), i \quad (۷)$$

$$y_{j',p',h',j,p,h,i} \leq x_{i,j',p',h'} \quad \forall (p, j, h) \neq (j', p', h'), i \quad (۸)$$

$$x_{i,j,p,h} \leq a_{i,j,p,h} \quad \forall i, p, j, h \quad (۹)$$

$$\sum_i x_{i,j,p,h} = 1 \quad \forall p, j, h \quad (۱۰)$$

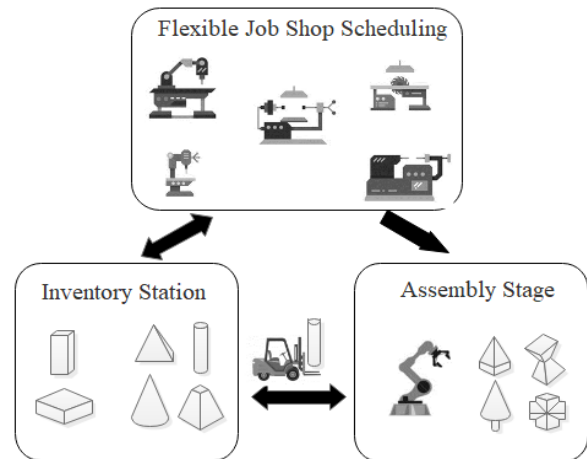
$$F_{j,p,h} \leq St_p \quad \forall p, j, h \quad (۱۱)$$

$$St_p + A_p \leq Ct_p \quad \forall p \quad (۱۲)$$

استراتژی شاخه زنی در بخش ۳ ارائه می شود. نتایج محاسباتی و ارزیابی و مقایسه‌ی روش حل پیشنهادی در بخش ۴ تشریح می شود. در نهایت بحث و نتیجه گیری تحقیق و پیشنهادهای کاربردی و توصیه‌ی تحقیقات آتی نیز در بخش ۵ آمده است.

۲. بیان مقاله

مسأله مورد مطالعه در این مقاله عبارتست از زمان بندی هم زمان قطعات جهت پردازش در یک سیستم تولید کارگاهی انعطاف پذیر و مونتاژ محصولات مربوطه در مرحله‌ی مونتاژ به طوری که زمان تکمیل کل محصولات حداقل شود. در این سیستم، ابتدا یک مجموعه از j قطعه $(J_1, J_2, \dots, J_{n_p})$ مربوط به P محصول (P_1, P_2, \dots, P_p) بر روی یک مجموعه از M ماشین (M_1, M_2, \dots, M_m) در مرحله‌ی اول پردازش می شود. در این مرحله، هر عملیات از قطعات بر روی مجموعه‌ی قطعات ماشین‌ها قابل پردازش است؛ سپس چنانچه مجموعه‌ی قطعات مورد نیاز حداقل یک واحد از هر محصول p پردازش و آماده شده و ماشین مونتاژ نیز بیکار باشد، محصول مربوطه با زمان مونتاژ A_p در مرحله‌ی دوم مونتاژ می گردد. شکل (۱) نمای کلی مسأله مورد بررسی را نشان می دهد.



شکل (۱): نمایی از مسأله مورد مطالعه در این تحقیق

اندیس‌ها:

p, p'	اندیس محصولات $(p, p' = 1, 2, \dots, P)$
j, j'	اندیس قطعات $(j, j' = 1, 2, \dots, n_p)$
h, h'	اندیس عملیات $(h, h' = 1, 2, \dots, H_{j,p})$
i	اندیس ماشین‌ها در مرحله ۱ $(i = 1, 2, \dots, m)$

پارامترها:

P	تعداد کل محصولات
n_p	تعداد قطعات محصول p
$H_{j,p}$	تعداد عملیات‌های قطعه j از محصول p
m	تعداد ماشین‌ها در مرحله ۱
L	یک عدد بزرگ
$O_{j,p,h}$	عملیات h از قطعه j از محصول p

شاخه، که عبارتست از تقسیم یک مسأله بزرگ به دو یا چند مسأله فرعی است و کران که محاسبه‌ی کران پایین برای جواب هر مسأله فرعی است. در حالت کلی الگوریتم شاخه و کران در هر مرحله از طریق افزودن بخش‌هایی از جواب (شاخه‌زنی)، جواب حاصل را تکمیل می‌نماید تا در نهایت به جواب کامل در لایه‌ی آخر برسد؛ هم‌چنین در هر مرحله، یک کران پایین محاسبه و با مقدار کران بالای مسأله مقایسه می‌شود و چنان‌چه مقدار کران پایین از مقدار کران بالا بیشتر باشد از جست‌وجوی بیشتر زیرشاخه صرف‌نظر می‌شود. در نهایت این مراحل تا اتمام تمامی شاخه‌ها ادامه پیدا می‌کند. در ادامه در این بخش الگوریتم شاخه و کران پیشنهادی ارائه می‌گردد.

۳-۱. شاخه‌زنی

در این الگوریتم، هر گره یک جفت پارامتر را به‌صورت عدد نشان می‌دهد. یکی از این دو عدد شماره‌ی قطعه‌ای که باید پردازش شود، و دومی شماره‌ی ماشینی را نشان می‌دهد که قطعه‌ی تعیین‌شده جهت پردازش به آن اختصاص می‌یابد. این دو عدد به‌صورت i و j می‌باشند که بیانگر آن است که قطعه‌ی j توسط ماشین i پردازش می‌شود؛ بنابراین به تعداد (مجموع قطعات محصولات \times تعداد ماشین‌های قابل تخصیص) گره در سطح اول تشکیل می‌شود و سپس در سطوح بعدی با در نظر گرفتن محدودیت اولویت فرایند شاخه‌زنی انجام می‌شود. در این حالت چنان‌چه محدودیت پیش‌نیازی رعایت نشده باشد، شاخه حذف می‌گردد. سپس بعد از اتمام زمان‌بندی در مرحله‌ی تولیدکارگاهی انعطاف‌پذیر، این روش شاخه‌زنی به مرحله‌ی مونتاژ تعمیم داده می‌شود. شکل (۲) مراحل و نحوه شاخه‌زنی مورد استفاده در الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

$$St_p \geq St_p'' + A_p'' + (y_p',p - 1) \cdot L \quad \forall p \neq p'' \quad (13)$$

$$St_p'' \geq St_p + A_p - y_p',p \cdot L \quad \forall p \neq p'' \quad (14)$$

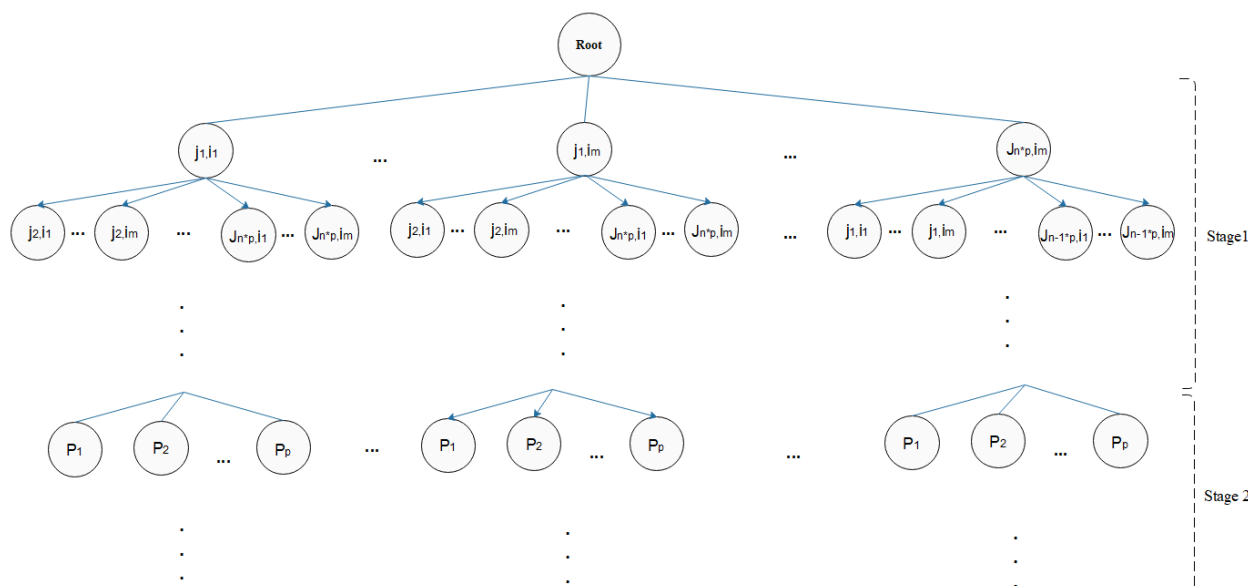
$$x_{i,j,p,h}, y_{j',p',h}, y_{j,p,h}, y_{j',p',h} \in \{0,1\} \quad (15)$$

$$Ct_p, F_{j,p,h}, t_{j,p,h} \geq 0 \quad (16)$$

معادله‌ی (۱) تابع هدف مدل که حداقل‌سازی زمان تکمیل کارها می‌باشد را نشان می‌دهد. محدودیت (۲) مقدار تابع هدف را که برابر با ماکزیمم زمان تکمیل کارها است، تعریف می‌نماید. محدودیت (۳) زمان تکمیل عملیات‌ها را نشان می‌دهد. محدودیت (۴) زمان شروع هر عملیات را به اتمام عملیات قبلی از همان کار محدود می‌نماید. محدودیت‌های (۵-۸) ترتیب توالی عملیات‌ها بر روی ماشین‌ها را نشان می‌دهند. محدودیت (۹) امکان‌پذیر بودن تخصیص کارها به ماشین‌ها را بررسی می‌کند. محدودیت (۱۰) موجب می‌گردد که عملیات h از قطعه‌ی j از محصول p حتماً بر روی یک ماشین انجام گردد. محدودیت (۱۱) حداقل زمان تکمیل در مرحله‌ی ۱ برای هر محصول را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۲) بیانگر زمان تکمیل محصولات است. محدودیت‌های (۱۳) و (۱۴) روابط پیش‌نیازی در مرحله‌ی ۲ را نشان می‌دهند. محدودیت (۱۵) متغیرهای مسأله را به‌صورت ۰ و ۱ تعریف می‌کند. محدودیت (۱۶) متغیرهای مثبت را تعریف می‌کند.

۳-۲. الگوریتم شاخه و کران پیشنهادی

الگوریتم شاخه و کران یک الگوریتم عمومی جهت حل بهینه‌ی انواع مسائل بهینه‌سازی خصوصاً بهینه‌سازی ترکیبی است که اولین بار توسط لند و دویگ [۲۲] جهت حل مسائل بهینه‌سازی گسسته مورد استفاده قرار گرفت. این روش از دو مرحله‌ی اساسی تشکیل شده است.



شکل (۲): نحوه شاخه‌زنی در الگوریتم شاخه و کران پیشنهادی

حدود پایین جواب یک مسأله، جواب بهتر از بهینه، اما ناممکن می‌باشد؛

۳-۲. کران‌های پایین

F_p حداقل زمان تکمیل محصولات باقی‌مانده‌ی بدون در نظر گرفتن محصولات دیگر در مرحله‌ی اول می‌باشد.

در حد پایین بعدی، در مرحله‌ی اول حداقل زمان تکمیل قطعات هر محصول بدون در نظر گرفتن سایر محصولات محاسبه و با زمان مونتاژ مربوطه جمع می‌گردد؛ سپس ماکزیمم زمان ساخت محصولات محاسبه و به‌عنوان حد پایین دوم ارائه می‌گردد.

$$LB_2 = \max_p \{F_p + A_p\} \quad p = 1, 2, \dots, P \quad (18)$$

در کران‌های پایین تعریف شده در هر مرحله از فرایند شاخه‌زنی در مرحله‌ی اول، جهت محاسبه حداقل زمان تکمیل محصولات، حداقل زمان تکمیل هر عملیات مشخص می‌گردد و سپس بدون توجه به ماشین تخصیص یافته مرتب می‌گردد.

۳-۳. کران بالا

جهت ارائه حد بالا در این مسأله از الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر استفاده شده است. الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر یکی از الگوریتم‌های فراابتکاری بر پایه‌ی تغییرات سیستماتیک ساختار همسایگی است که برای فرار از دره‌هایی که شامل بهینه‌های محلی می‌باشند، به کار می‌رود [۲۳]. گام‌های اساسی این الگوریتم در شکل (۳) آورده شده است؛ هم‌چنین ویژگی‌های مهم به کار گرفته شده در این الگوریتم برگرفته از مطالعه‌ی فتاحی و همکاران [۱۷] در ادامه آمده است.

لذا این حدود هرچه بیشتر و بهتر توسعه داده شود (به بهینه نزدیک شود) مبنای مناسب‌تری برای ارزیابی نتایج حاصل از الگوریتم خواهد بود. در این بخش به‌منظور افزایش کارایی الگوریتم پیشنهادی شاخه و کران دو حد پایین برای مسأله تعریف می‌شود.

از آنجایی که مسأله مورد بررسی مسأله‌ای دومرحله‌ای می‌باشد لزوماً در نظر گرفتن مجموع حدود پایین هر دو مرحله به صورت مجزا تضمینی جهت ارائه یک حد پایین شدنی نخواهد بود. لذا حدود ارائه شده باید با لحاظ شدنی بودن برای کل مسأله ارائه گردد. در این بخش با توجه به این که تاکنون الگوریتم شاخه و کرانی برای حل مسأله ارائه نگردیده است برای اولین بار به ارائه حدود پایین پرداخته شده است. در اولین حد پایین، در مرحله‌ی اول حداقل زمان تکمیل قطعات هر محصول بدون در نظر گرفتن سایر محصولات محاسبه و کوچک‌ترین زمان تکمیل پردازش محصولات در مرحله‌ی اول انتخاب می‌گردد. سپس با توجه به این که زودترین زمان مونتاژ مربوط به محصولی با حداقل زمان پردازش در مرحله‌ی اول است و سایر محصولات در بهترین شرایط به ترتیب و بدون هیچ‌گونه تأخیری در مرحله‌ی دو مونتاژ می‌گردند، حداقل زمانی برابر با مجموع زمان مونتاژ کلیه محصولات جهت تکمیل مونتاژ محصولات موردنیاز می‌باشد؛ لذا مجموع کوچک‌ترین زمان تکمیل پردازش محصولات در مرحله‌ی اول و مجموع زمان مونتاژ کلیه محصولات در مرحله‌ی دوم حد پایین شدنی برای مسأله خواهد بود.

$$LB_1 = \min_p (F_p) + \sum_p A_p \quad (17)$$

مقداردهی اولیه:

- مجموعه‌ای از ساختارهای همسایگی N_k ، برای $k = 1, \dots, k_{max}$ را انتخاب کن؛ یک راه‌حل اولیه‌ی \mathcal{Y} را پیدا کن.
- یک شرط توقف را انتخاب کن.
- توالی زیر را تا زمانی که شرایط توقف برآورده شود تکرار کن.
- $k \leftarrow 1$ قرار بده.
- گام‌های زیر را تا زمانی که $k > k_{max}$ شود را تکرار کن.

آشفستگی:

راه‌حل \mathcal{Y}' را به‌صورت تصادفی از همسایگی k ام راه‌حل \mathcal{Y} تولید کن.

جست‌وجوی محلی:

برخی از روش‌های جست‌وجوی محلی به‌وسیله‌ی \mathcal{Y}' را به‌عنوان یک راه‌حل اولیه تا به‌دست آوردن یک بهینه‌ی محلی \mathcal{Y}'' را مورد استفاده قرار بده.

- حرکت یا عدم حرکت.

- اگر بهینه‌ی محلی \mathcal{Y}'' از \mathcal{Y} بهتر بود، $(\mathcal{Y} \leftarrow \mathcal{Y}'')$ قرار بده و جست‌وجو را توسط N_1 ($k \leftarrow 1$) ادامه بده؛

- در غیراین صورت قرار بده $(k \leftarrow k+1)$.

شکل (۳): مراحل الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر

در این مسأله روش نمایش هر عضو از جمعیت دارای دو بخش است که بخش اول توالی عملیات‌ها روی ماشین‌های پردازش در زیرمسأله تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر و بخش دوم تخصیص

• نحوه نمایش جواب‌ها

نحوه نمایش جواب نقش حیاتی در عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری جهت پیدا نمودن نقاط مختلف فضای جواب مسأله دارد.

عملیات رشته راه‌حل کاندید که قادر به پردازش شدن بر روی بیش از یک ماشین است، انتخاب می‌شود. در میان ماشین‌های موجود برای عملیات انتخاب‌شده، یک ماشین جدید به‌طور تصادفی انتخاب‌شده و این عملیات به آن تخصیص داده می‌شود. در ساختار همسایگی بعدی، دو ساختار همسایگی قبلی به‌طور هم‌زمان بر روی راه‌حل کاندید اجرا می‌شوند. راه‌حل به‌دست آمده با استفاده از این دو ساختار همسایگی به‌عنوان راه‌حل همسایه در نظر گرفته می‌شود. در ساختار همسایگی چهارم، در وهله‌ی اول ماشین‌هایی با بیشترین و کمترین بارکاری از رشته راه‌حل کاندیدا انتخاب می‌شوند. بارکاری ماشین برابر با مجموع زمان‌های پردازش عملیات‌های تخصیصی به آن ماشین است. در ادامه، در صورت امکان یک عملیات به‌تصادف از ماشین با بیشترین بارکاری انتخاب می‌شود و به ماشین با کمترین بارکاری تخصیص داده می‌شود. در این ساختار، اگر ماشین با کمترین بارکاری برای پردازش عملیات انتخاب‌شده مناسب نباشد، ماشین دیگری به‌طور تصادفی از مجموعه‌ی ماشین‌هایی که امکان پردازش این عملیات را دارند، انتخاب خواهد شد. در ساختار همسایگی بعدی، یک عملیات به‌طور تصادفی از ماشینی با بیشترین زمان تکمیل انتخاب می‌شود و به ماشینی با کمترین زمان تکمیل تخصیص می‌یابد. ساختار همسایگی ششم، توالی عملیات‌ها در بخش اول رشته‌ی مربوط به راه‌حل کاندیدا را تغییر می‌دهد. در این ساختار همسایگی ابتدا دو قطعه به‌صورت تصادفی از قطعه‌های راه‌حل کاندید انتخاب می‌شود. اگر تعداد عملیات از دو قطعه انتخاب‌شده برابر باشند، مکان عملیات‌های دو قطعه در رشته راه‌حل کاندید به‌صورتی که یک، (نظیر به نظیر) با توجه به شماره‌ی عملیات‌ها عوض می‌شوند. در مقابل، اگر تعداد عملیات‌ها در دو قطعه برابر نباشند، در رشته‌ی جدید، عملیات‌های مربوط به قطعه با تعداد عملیات کمتر، با رعایت محدودیت‌های توالی به سلول‌هایی از قطعه با تعداد عملیات بیشتر منتقل می‌شوند؛ و عملیات‌های مربوط به قطعه با تعداد عملیات بیشتر، سلول‌های باقی‌مانده‌ی خود و تمام سلول‌های قبلی از قطعه با تعداد عملیات کمتر را با رعایت محدودیت‌های توالی پرمی‌کنند. در ساختار همسایگی بعدی عملیاتی با بیشترین زمان پردازش انتخاب و به ماشین با بارکاری کمتر تخصیص می‌یابد. سرانجام در ساختار همسایگی آخر، دو عملیات تخصیص داده شده به یک ماشین مشخص انتخاب می‌شوند و سپس با یکدیگر جابه‌جا می‌شوند.

• شرط توقف

از آنجایی که روش اصلی حل پیشنهادی در این مطالعه، الگوریتم شاخه و کران می‌باشد؛ لذا به‌منظور کاهش زمان انجام محاسبات جهت تعیین کران بالا، شرط توقف الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر به‌صورت غیرثابت در نظر گرفته شده است. در این راستا، چنان‌چه در ۵۰ تکرار متوالی الگوریتم، مقدار تابع هدف بهبود پیدا نکند، الگوریتم خاتمه می‌یابد.

۴-۳. استراتژی جست‌وجو

استراتژی جست‌وجو نحوه تعیین گره‌ها جهت شاخه‌زنی و پیگیری حل مسأله تا پایان الگوریتم را مشخص می‌کند. در الگوریتم پیشنهادی از

محصولات به ماشین‌ها در زیرمسأله مونتاژ را نشان می‌دهد. شکل (۴) مثالی از نحوه نمایش جواب مسأله مورد مطالعه را نشان می‌دهد. در این حالت در بخش پردازش به تعداد عملیات‌های مربوط به هر قطعه، عدد مربوطه به شماره‌ی آن قطعه در جواب تکرار می‌شود؛ به‌عنوان مثال در شکل (۴)، محصول ۲ از دو قطعه‌ی ۱ و ۲ تشکیل شده که به ترتیب نیازمند دو و سه عملیات می‌باشند؛ بنابراین در ردیف عملیات ۵ خننه مربوط به قطعات این محصول بوده و اعداد ۱ و ۲ به ترتیب دو و سه بار تکرار شده است.

• ایجاد جواب اولیه

به‌منظور کاهش زمان کلی روش حل، ایجاد جواب اولیه به صورت تصادفی انجام و در صورت امکان پذیر نبودن جواب ایجاد شده، از استراتژی رد کردن استفاده می‌شود؛ با این حال به‌منظور کاهش زمان اجرا، ابتدا توالی محصولات ایجاد و سپس براساس قطعات هر محصول، رشته‌ی مربوط به عملیات و قطعه نیز تشکیل می‌شود.

• ساختار همسایگی

روش انتقال از یک راه‌حل جاری به راه‌حل جدید (همسایه) توسط یک عامل کلیدی شناخته‌شده تحت‌عنوان ساختار همسایگی مشخص می‌شود. ساختار همسایگی باید به‌گونه‌ای عمل کند که از هرگونه راه‌حل نشدنی جلوگیری نماید.

عملیات / قطعه	تولید کارگاهی																			
	۱	۱	۲	۲	۲	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۱	۱	۱	۱	۲				
محصول	۲	۲	۲	۲	۲	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۱	۱	۱	۱	۱				
مونتاژ																				
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">مرحله ۲</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> <td style="padding: 5px;">۳</td> <td style="padding: 5px;">۱</td> </tr> </table>																	مرحله ۲	۲	۳	۱
مرحله ۲	۲	۳	۱																	

شکل (۴): نحوه نمایش راه‌حل

در این مطالعه تعداد هشت ساختار همسایگی تعریف و در هر تکرار یکی از این ساختارها جهت ایجاد راه‌حل جدید استفاده می‌شود. در اولین ساختار در نظر گرفته شده، با جایگزین کردن موقعیت برخی از سلول‌ها با موقعیت سلول‌هایی که با آن همسایه هستند، تغییراتی در رشته راه‌حل کاندیدا ایجاد می‌شود. این تغییرات که به‌صورت جابه‌جایی می‌باشد ابتدا بر روی ردیف مربوط به محصولات و سپس بر روی عملیات و قطعات هر محصول به‌صورت جداگانه صورت می‌گیرد. مزیت این ساختار همسایگی آن است که ساختار کلی زمان‌بندی به‌دست آمده تا مرحله‌ی جاری را حفظ می‌کند. ساختار همسایگی دوم تخصیص عملیات‌ها به ماشین‌ها را در رشته راه‌حل کاندیدا تغییر می‌دهد. در این ساختار همسایگی، یک عملیات به‌صورت تصادفی از

الگوریتم فوق حل می شود. همان طور که جدول (۱) داده های این مسأله را نشان می دهد، دو محصول می بایست تولید شود و هر محصول از دو قطعه تشکیل می شود. دو ماشین در مرحله ی اول برای پردازش قطعات در اختیار است و بعد از تکمیل اولین مجموعه ی قطعات، مونتاژ محصول مربوطه در مرحله ی دوم شروع می شود؛ همچنین در این جدول، اعداد داخل پرانتز نشان دهنده ی زمان های انجام هر عملیات می باشد.

جدول (۱): داده های مثال عددی

	محصول ۱		محصول ۲	
	قطعه ۱	قطعه ۲	قطعه ۱	قطعه ۲
عملیات ۱	M1 (۲)	M2 (۸)	M2 (۴)	M1 (۳)
عملیات ۲	M2 (۵)	M1 (۶)	M1 (۴)	M2 (۹)
مونتاژ	۱۰		۸	

شکل های (۵) و (۶) مراحل شاخه زنی الگوریتم پیشنهادی با دو رویکرد جست و جوی عمق اول و اولین بهترین را به ترتیب نشان می دهند.

همچنین نمودار گانت جواب نهایی به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی در شکل (۷) نشان داده شده است.

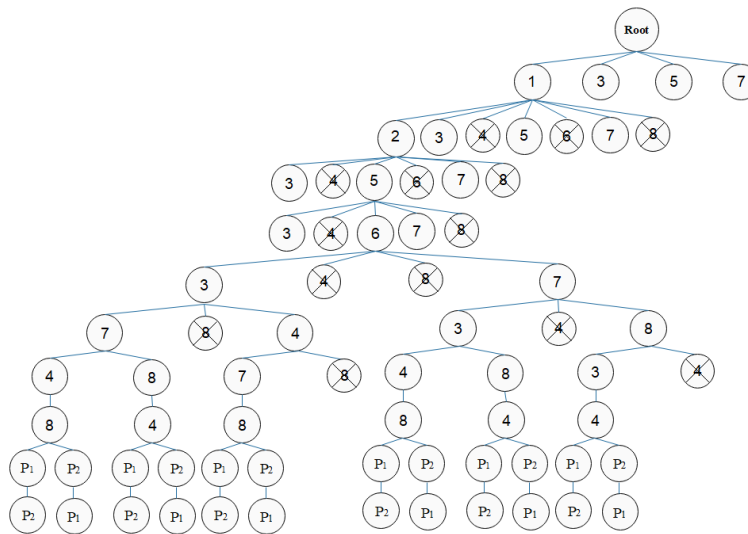
دو روش جست و جوی عمق اول و جست و جوی اولین بهترین جهت تعیین پوشش گره ها استفاده می گردد.

جست و جوی عمق اول: در این روش شاخه ای که جهت بررسی انتخاب می شود آن قدر ادامه پیدا می کند تا یا به عمق برسد (کران پایین ناشی از زیرمسائل تولید شده از حد بالا بدتر باشد)، و یا جواب کامل در لایه ی آخر حاصل شود. در حالت دوم نیز دو حالت ممکن است؛ اگر مقدار ارزیابی جواب حاصل از مقدار کران بالا بدتر باشد، جواب حاصل حذف می شود و در غیر این صورت، جایگزین کران بالا جهت ادامه جست و جوی می شود. این کران بالای جدید امکان حذف شاخه هایی که منجر به جواب بهینه نمی شوند را افزایش داده و منجر به کاهش محاسبات و افزایش کارایی الگوریتم می شود.

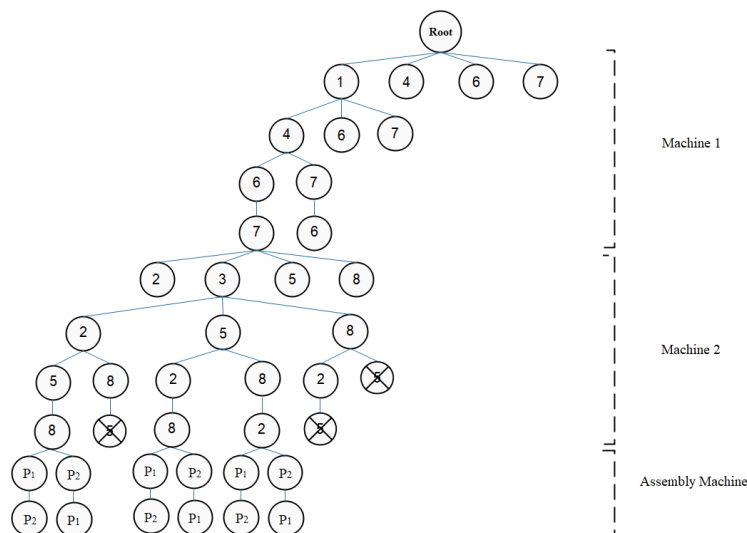
جست و جوی اولین بهترین: همان طوری که از عنوان این روش جست و جوی مشخص است، فرایند شاخه زنی در این روش تنها برای گرهی انجام می شود که دارای کمترین کران پایین باشد. در مرحله ی صفر، تمام شاخه های ممکن از مسأله اصلی رسم می شود، و در هر مرحله ی گره های دارای کران پایین بیشتر از کران بالا از بررسی بیشتر حذف شده و در بین گره های باقی مانده، گره با کمترین کران شاخه زنی می شود.

۳-۵. مثال عددی

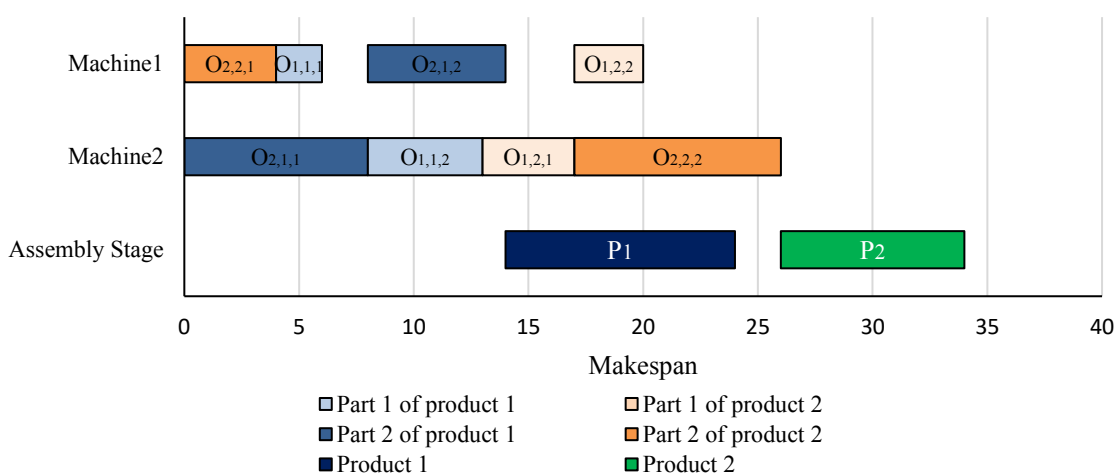
به منظور تشریح و درک بهتر الگوریتم شاخه و کران پیشنهادی، در این قسمت یک مثال عددی از مسأله مورد مطالعه ارائه و با استفاده از



شکل (۵): شاخه زنی برای مثال عددی با استراتژی جست و جوی عمق اول



شکل (۶): شاخه‌زنی برای مثال عددی با استراتژی جست‌وجوی اولین بهترین



شکل (۷): نمودار گانت جواب نهایی حاصل از حل مثال عددی

{۲,۳,۴,۵}	P	تعداد محصولات
{۲,۳}	n	تعداد قطعات
{۲,۳,۴}	m	تعداد ماشین‌آلات در مرحله ۱
یکنواخت گسسته	pt	زمان پردازش
یکنواخت گسسته	A_p	زمان مونتاژ

۴-۱. ارزیابی نتایج

در این بخش، مسأله زمان‌بندی تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر همراه با یک مرحله‌ی مونتاژ توسط الگوریتم شاخه و کران با دو استراتژی جست‌وجوی اولین بهترین و جست‌وجوی عمق اول حل گردید. مطابق با جدول (۳)، الگوریتم شاخه و کران با در نظر گرفتن استراتژی جست‌وجو در عمق عملکرد بهتری در کسب جواب و زمان محاسباتی نسبت به الگوریتم با در نظر گرفتن استراتژی جست‌وجو اولین بهترین دارا می‌باشد.

به منظور بررسی تأثیر حدود پایین بر کاهش تعداد کل گره‌ها، اثر هر یک از حدود به تنهایی بر روی مسأله مورد بررسی قرار گرفت. شکل (۸) تأثیر حدود پایین بر کاهش تعداد گره‌ها برای الگوریتم شاخه و

۴. نتایج محاسباتی

در این بخش، چند نمونه از مسأله زمان‌بندی مورد مطالعه در قالب سیستم تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر همراه با یک مرحله‌ی مونتاژ معرفی و با استفاده از الگوریتم شاخه و کران پیشنهادی با دو نوع استراتژی جست‌وجو در ابعاد کوچک مورد حل قرار می‌گیرد. مدل ریاضی مسأله در نرم‌افزار GAMS کدنویسی و حل شده است. الگوریتم‌های شاخه و کران پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB (R2013a) کدنویسی و اجرا شده است. به منظور بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی نتایج به دست آمده توسط این الگوریتم با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی توسط نرم‌افزار گمز با حل‌کننده‌ی CPLEX مقایسه شده است. به منظور اعتبارسنجی مدل از نمونه‌های تصادفی برای آن استفاده شده است که نحوه تولید آن‌ها در جدول (۲) آورده شده است.

جدول (۲): نحوه تولید داده برای نمونه‌های تصادفی

پارامترها	نمادها	مقادیر
-----------	--------	--------

و کران به‌منظور حل مسأله با دو استراتژی جست‌وجوی اولین بهترین و جست‌وجوی در عمق ارائه شد؛ هم‌چنین دو کران پایین و یک کران بالا با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر جهت کاهش فضای حل و زمان محاسباتی پیشنهاد گردید. با توجه به نتایج، تعداد گره‌های ایجاد شده در الگوریتم شاخه و کران با استراتژی جست‌وجوی عمق نسبت به الگوریتم شاخه و کران با استراتژی جست‌وجوی اولین بهترین کمتر است و لذا زمان محاسباتی الگوریتم با در نظر گرفتن استراتژی جست‌وجو در عمق کمتر از استراتژی جست‌وجو اولین بهترین به‌صورت معناداری کمتر می‌باشد. از نظر کیفیت و بهینگی جواب نیز این نتایج نشان از برتری الگوریتم شاخه و کران با استراتژی جست‌وجو در عمق در کسب جواب دارد؛ هم‌چنین عملکرد حدود پایین در کاهش تعداد کل گره‌ها با در نظر گرفتن استراتژی جست‌وجوی عمق مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به نتایج LB_1 تأثیر بیشتری بر کاهش تعداد کل گره‌ها دارد.

محورهای متعددی جهت تحقیقات آتی می‌توان پیشنهاد نمود که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی، جریان محموله، مونتاژ موازی و... برای مسأله اشاره کرد؛ هم‌چنین می‌توان به ارائه استراتژی شاخه‌زنی جدید و توسعه‌ی حدود بالا و پایین به‌منظور کاهش فضای حل مسأله پرداخت.

کران با استراتژی جست‌وجو در عمق را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل LB_1 تأثیر بیشتری بر کاهش تعداد کل گره‌ها دارد. با توجه به نتایج LB_1 به‌طور متوسط ۱۰٪ بیشتر از LB_2 تعداد گره‌های ایجاد شده را کاهش می‌دهد.

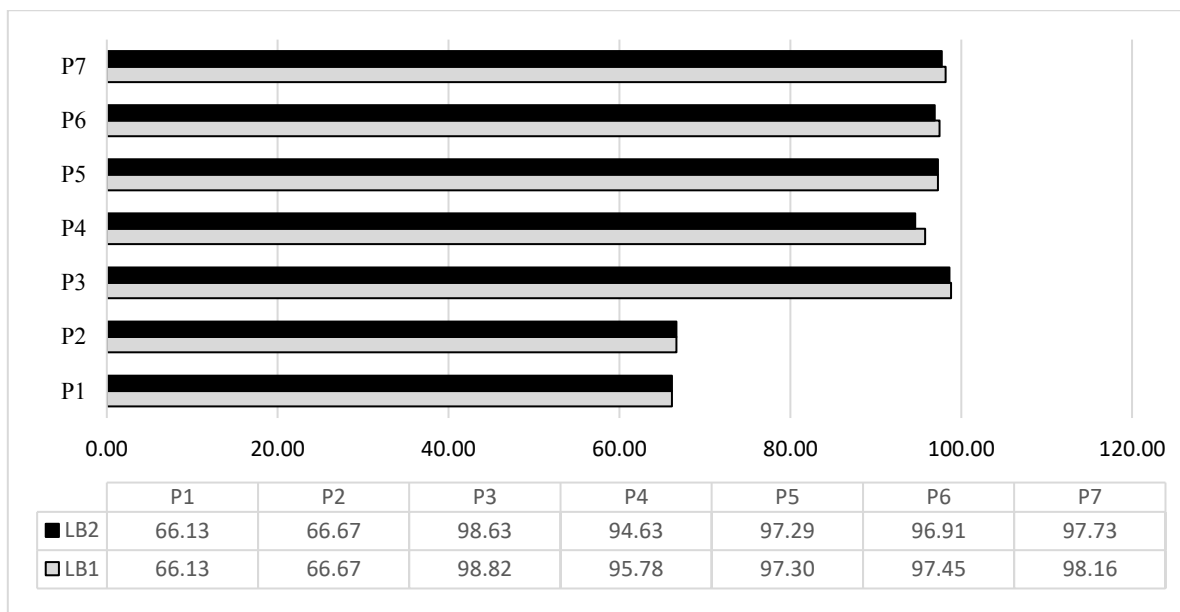
با توجه به جدول (۳) تعداد گره‌ها ایجاد شده در الگوریتم شاخه و کران با استراتژی جست‌وجو در عمق به‌طور متوسط ۳۹٪ نسبت به الگوریتم با استراتژی جست‌وجو اولین بهترین کاهش داشته است؛ لذا با توجه به شکل (۹) کمتر بودن زمان محاسباتی آن چندان دور از انتظار نیست.

۵. نتیجه‌گیری

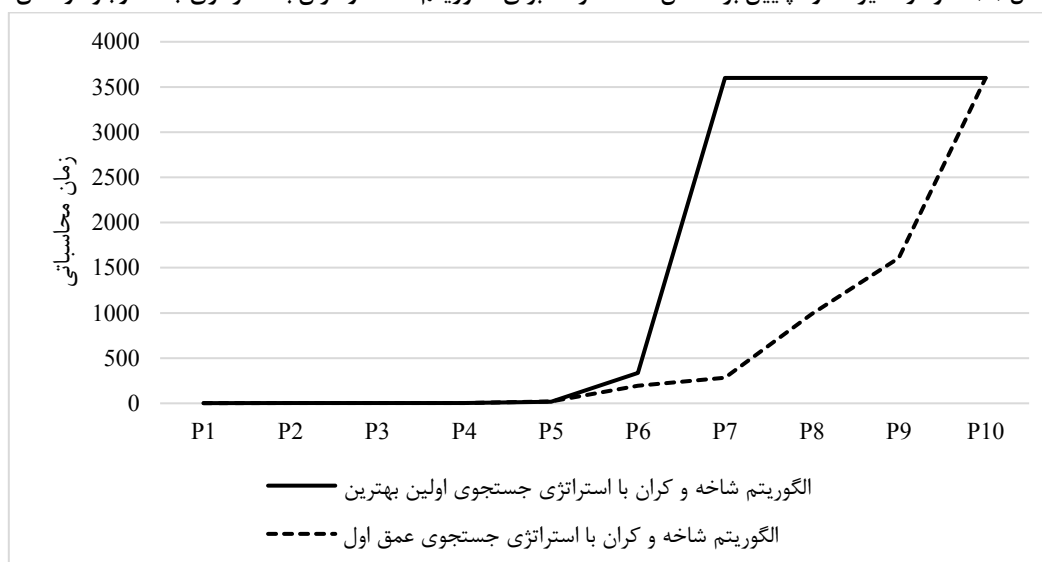
در این مقاله به حل مسأله تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر همراه با یک مرحله‌ی مونتاژ با استفاده از الگوریتم شاخه و کران پرداخته شد. تابع هدف در مسأله مورد بررسی کمینه کردن زمان تکمیل محصولات در نظر گرفته شد. ابتدا مسأله مورد مطالعه تشریح و مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای حل آن ارائه گردید؛ سپس جهت بررسی صحت عملکرد مدل ارائه شده، چند نمونه مسأله با اندازه‌ی کوچک توسط نرم‌افزار گمز حل گردید. در ادامه، یک الگوریتم شاخه

جدول (۳): نتایج محاسباتی الگوریتم‌های شاخه و کران جهت حل مسأله زمان‌بندی تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر همراه با یک مرحله‌ی مونتاژ

مسأله	استراتژی جست‌وجو	C_{max}		زمان محاسباتی (ثانیه)		تعداد گره‌های ایجاد شده	تعداد کل گره‌ها
		GAMS	B&B	GAMS	B&B		
P1	اولین بهترین	۱۷۰۰	۱۷۰۰	۰.۸	۲.۲۷	۸۴	۲۴۸
	عمق		۱۷۰۰		۱.۹۴	۸۴	
P2	اولین بهترین	۸۰۰	۸۰۰	۱.۰۴	۲.۲۸	۹۲	۲۷۶
	عمق		۸۰۰		۲.۰۶	۹۲	
P3	اولین بهترین	۱۶۰۰	۱۶۰۰	۸.۲	۲.۳۹	۸۴۰	۲۹۸۹۲
	عمق		۱۶۰۰		۲.۱۶	۳۵۲	
P4	اولین بهترین	۱۸۰۰	۱۸۰۰	۱۶.۰۸	۲.۹۴	۶۱۵۲	۹۶۹۸۰
	عمق		۱۸۰۰		۲.۷۴	۴۰۹۰	
P5	اولین بهترین	۱۹۰۰	۱۹۰۰	۱۰۲.۳	۱۷.۹۵	۱۸۶۵۶۲	۳۰۳۸۲۹۵
	عمق		۱۹۰۰		۱۹.۳۳	۸۲۰۸۶	
P6	اولین بهترین	۲۸۰۰	۲۸۰۰	۱۲۹۱.۶	۳۳۴.۸	۱۸۳۱۴۷۴	۷۱۹۵۷۰۶۸
	عمق		۲۸۰۰		۱۹۵.۳	۲۱۰۱۲۲	
P7	اولین بهترین	۳۲۰۰	-	۳۶۰۰	۳۶۰۰	-	۸۳۷۹۳۱۷۴
	عمق		۳۲۰۰		۲۸۲.۳	۱۵۳۹۰۶۲	
P8	اولین بهترین	۳۷۰۰	-	۳۶۰۰	۳۶۰۰	-	-
	عمق		۳۷۰۰		۹۸۶.۳	۶۷۴۳۹۱۲	
P9	اولین بهترین	۴۱۰۰	-	۳۶۰۰	۳۶۰۰	-	-
	عمق		۴۱۰۰		۱۶۰۷.۳	۱۰۵۱۹۶۴۷	
P10	اولین بهترین	۲۶۰۰	-	۳۶۰۰	۳۶۰۰	-	-
	عمق		۲۹۰۰		۳۶۰۰	۴۷۷۰۷۴۳۶	



شکل (۸): نمودار تأثیر حدود پایین بر کاهش تعداد گره‌ها برای الگوریتم شاخه و کران با استراتژی جست‌وجو در عمق



شکل (۹): زمان‌های محاسباتی الگوریتم شاخه و کران با استراتژی جست‌وجو در عمق و استراتژی جست‌وجو اولین بهترین

production system with setup and assembly operations, *Computers & Operations Research*, 31: 2063–2078.

- [6] Yokoyama, M., Santos, D.L. (2005). Three-stage flow-shop scheduling with assembly operations to minimize the weighted sum of product completion times, *European Journal of Operational Research*, 161: 754-770.
- [7] Allahverdi, A., Al-Anzi, F.S. (2006). A branch-and-bound algorithm for three-machine flowshop scheduling problem to minimize total completion time with separate setup times, *European Journal of Operational Research*, 169: 767-780.
- [8] Yokoyama, M. (2008). Flow-shop scheduling with setup and assembly operations, *European Journal of Operational Research*, 187: 1184–1195.
- [9] Sung, C.S., Kim, H.A. (2008). A two-stage multiple-machine assembly-scheduling problem for minimizing sum of completion times, *International Journal of Production Economics*, 113: 1038-1048.

مراجع

- [1] Urlings, T. (2010). Heuristics and metaheuristics for heavily constrained hybrid flowshop problems. PhD thesis, Universidad Politecnica de valencia, France.
- [2] Lee, C.Y., Cheng, T.C.E., Lin, B.M.T. (1993). Minimizing the makespan in the 3-machine assembly-type flow shop scheduling problem, *Management Science*, 39 (5), 616-625.
- [3] Park, M.W., Kim, Y.D. (2000). A branch and bound algorithm for a production scheduling problem in an assembly system under due date constraints, *European Journal of Operational Research*, 123: 504-518.
- [4] Tozkapan, A. K., Chung, C.S. (2003). A branch and bound algorithm to minimize the total weighted flowtime for the two-stage assembly-scheduling problem, *Computers & Operations Research*, 30: 309-320.
- [5] Yokoyama, M. (2004). Scheduling for two-stage

- [17] Fattahi, P., Rad, N. B., Daneshamooz, F., & Ahmadi, S. (2020). A new hybrid particle swarm optimization and parallel variable neighborhood search algorithm for flexible job shop scheduling with assembly process. *Assembly Automation*.
- [18] Zhang, S., & Wang, S. (2018). Flexible assembly job-shop scheduling with sequence-dependent setup times and part sharing in a dynamic environment: Constraint programming model, mixed-integer programming model, and dispatching rules. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 65(3), 487-504.
- [19] Defersha, F. M., & Movahed, S. B. (2018). Linear programming assisted (not embedded) genetic algorithm for flexible job shop scheduling with lot streaming. *Computers & Industrial Engineering*, 117, 319-335.
- [20] Shi, F., Zhao, S., Meng, Y. (2020). Hybrid algorithm based on improved extended shifting bottleneck procedure and GA for assembly job shop scheduling problem. *International Journal of Production Research*, 58: 2604-2625.
- [21] Wang, H., Sarker, B.R., Li, J., Li, J. (2020). Adaptive scheduling for assembly job shop with uncertain assembly times based on dual Q-learning. *International Journal of Production Research*, 1-18.
- [22] Land, A.H., Doig, A.G. (1960). An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28: 497-520.
- [23] Ghanbari, R. Heydari, A. (2015). A two-phase variable neighborhood search for solving nonlinear optimal control problems. *Iranian Journal of Numerical Analysis and Optimization*, 5:13-36.
- [10] Fattahi, P., Hosseini, S.M.H., Jolai, F., Tavakkoli-moghdam, R. (2014). A branch and bound algorithm for hybrid flow shop scheduling problem with setup time and assembly operations, *Applied Mathematical Modelling*, 38: 119-134.
- [11] Yao, L., Sarin, C.S. (2014). Multiple-Lot Lot Streaming in a Two-stage Assembly System, *Essays in Production, Project Planning and Scheduling*, 357-388.
- [12] Lee, J.Y., Bang, J.Y. (2016). A Two-Stage Assembly-Type Flowshop Scheduling Problem for Minimizing Total Tardiness, *Mathematical Problems in Engineering*, 6409321.
- [13] Lin, W.C. (2018). Minimizing the Makespan for a Two-Stage Three-Machine Assembly Flow Shop Problem with the Sum-of-Processing-Time Based Learning Effect, *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 1-15.
- [14] Hosseini, S.M.H., Hassani, A.A. (2017). Proposed a branch and bound algorithm for Assembly flow shop scheduling problem, *Journal of Modeling in Engineering*, 15: 85-98.
- [15] Luo, J.C., Liu, Z.Q., Xing, K.Y. (2019). Hybrid branch and bound algorithms for the two-stage assembly-scheduling problem with separated setup times, *International Journal of Production Research*, 57: 1398-1412.
- [16] Hosseini, S.M.H. (2019). Modelling and solving the job shop scheduling Problem followed by an assembly stage considering maintenance operations and access restrictions to machines. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 12(1), 63-78. DOI: 10.22094/joie.2018.760.1484.



DOI: 10.22084/ier.2020.19256.1855

A branch and bound algorithm for flexible job shop scheduling problem followed by an assembly stage

Fatemeh Daneshamooz¹, Parviz Fattahi^{2*}, Seyed Mohammad Hassan Hosseini³

1. PhD Student in Industrial Engineering, Department of Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran
2. Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Alzahra University, Tehran, Iran
3. Assistant Professor, Department of Industrial Engineering and Management, Faculty of Industry and Management, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 29 May 2019

Accepted 3 October 2019

Keywords:

Scheduling
Flexible Job Shop
Assembly
Branch and Bound Algorithm

ABSTRACT

Concurrently scheduling for two-stage production systems consist of a processing stage and an assembly stage causes to achieve the ideal result for these systems. This paper aims to propose a branch and bound (B&B) algorithm for the scheduling problem in a flexible job shop followed by an assembly stage. The objective function is the total completion time of products (makespan). Due to time consuming the classic B&B algorithms in solving optimization problems, two efficient lower bounds are developed to reduce the run time. Moreover, two search strategies the so-called the Best First Search (BFS) and the Depth-First Search (DFS) are introduced to enhance performance of the proposed algorithm. The variable neighborhood search (VNS) is applied to determine proper upper bound for solution of the problem. To more clarification, the problem is modeled as a mixed-integer linear programming (MIP) model with definition need parameters and decision variables. Since the problem is well known as NP-hard strongly, performance of the proposed algorithm is investigated in comparison to the exact solutions provided by the mathematical model for the small-sized instances. The evaluation results showed that the depth search strategy has performed better than the other one. This search strategy has could to enhance efficiency of the proposed algorithm, and has significantly reduced the solution time.

* Corresponding author. P. Fattahi
Tel.: 021-85692191; E-mail address: p.fattahi@alzahra.ac.ir