نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید
IERPS
ISSN: 2345-2269

نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید

سال هشتم، شماره شانزدهم، بهار و تابستان ۱۳۹۹، صفحه ۱۵۹-۱۶۹
www.ier.basu.ac.ir

DOI: 10.22084/ier.2020.15641.1724

طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل ماکسیممِ میانگین و انحراف مجذور میانگین متحرک موزون نمایی با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و اندازه‌گیری مجدد

محمدحسن احمدی دارانی[۱]، امیرحسین امیری[۲*]، سید عابدین دریاباری[۳]

۱. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران
۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران
۳. کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
دریافت ۱۳۹۶/۱۱/۰۴
پذیرش ۱۳۹۹/۰۵/۱۳
(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:
پایش همزمان
طراحی اقتصادی-آماری
خطای اندازه‌گیری
اندازه‌گیری مجدد

خلاصه

در این مقاله طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل برای پایش همزمان میانگین و واریانس با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و تکرار دفعات اندازه‌گیری صورت می‌گیرد. در روش‌های سنتی پایش میانگین و واریانس یک مشخصه‌ی کیفی از دو نمودار کنترل مجزا استفاده می‌شود که این کار باعث افزایش احتمال خطای نوع یک نمودار کنترل می‌شود. برای جلوگیری از این امر، نمودارهای کنترل پایش همزمان میانگین و واریانس فرآیند پیشنهاد می‌شود. همچنین در اکثر فرآیندها معمولاً نمونه‌گیری از فرآیند در عمل با خطای اندازه‌گیری همراه است و یکی از روش‌های موجود برای کاهش اثر آن، تکرار دفعات اندازه‌گیری است. اگرچه تکرار دفعات اندازه‌گیری باعث کاهش اثر خطای اندازه‌گیری و افزایش توان نمودار کنترل می‌شود. با این حال، این امر باعث افزایش هزینه‌های مربوط به نمونه‌گیری نیز می‌شود. از این‌رو این عامل نیز باید در طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل لحاظ شود. در مدل اقتصادی-آماری ارائه شده در این مقاله، تابع هزینه لورنس و ونس توسعه داده شده و مقدار پارامترهای نمودار کنترل به‌منظور کمینه‌سازی تابع هزینه مذکور با استفاده از الگوریتم ژنتیک محاسبه شده است. در نهایت عملکرد مدل پیشنهادی با استفاده از یک مثال عددی ارزیابی می‌شود.

۱. مقدمه

طی سالیان اخیر عملکرد نمودارهای کنترل همزمان میانگین و واریانس فرآیند با معرفی تک نمودارهای کنترل ماکسیممِ میانگین و انحراف مجذور میانگین متحرک موزون نمایی بهبود شده است. این نمودارها نسبت به طرح‌های دو نموداری ساده‌تر هستند و به کاربران اجازه می‌دهند تا برروی یک نمودار تمرکز کنند. همچنین به صورت نسبی تعیین حدود کنترل برای این نمودارها براساس توزیع آماری ساده تر است. بسیاری از طرح های کنترل برای پایش توام میانگین و پراکندگی مبنی بر روش میانگین متحرک موزون نمایی هستند و یکی از کاراترین تک نمودارهای موجود، روش Max-EWMA است. اما این روش به علت استفاده از واریانس نمونه در آماره کنترلی خود، توانایی پایش مشاهدات تکی را ندارد [۱]. استاد شریف معمار و نیاکی [۲] نمودار Max- EWMAMS را برای پایش همزمان میانگین و واریانس مشخصه‌ی کیفی تک متغیره با قابلیت استفاده از مشاهدات انفرادی ارائه دادند. کاستا و رحیم [۳] نمودار کنترل مربع کای غیرمرکزی EWMA را ارائه دادند و نشان دادند که این نمودار تغییرات در میانگین و افزایش در واریانس فرآیند را نسبت به طرح پایش توام

* نویسنده مسئول: امیرحسین امیری
تلفن: ۰۲۱-۵۱۲۱۵۲۴۰؛ پست الکترونیکی: amiri@shahed.ac.ir

سریعتر شناسایی می‌کند. فاروقی و همکاران [۴] مطالعه مروری نمودارهای کنترل پایش همزمان میانگین و واریانس فرآیند مشخصه‌های کیفی را انجام دادند. آن‌ها در مقاله خود به معرفی و ارائه مثال از مهم‌ترین نمودارهای کنترل پایش همزمان تک‌متغیره و چند متغیره در حالت تک نموداری و در حالت مشخص و نامشخص بودن پارامترهای فرآیند پرداختند. برای مطالعه بیشتر در ارتباط با نمودارهای کنترل برای پایش همزمان میانگین و واریانس فرآیند در تک نمودارها، مراجعه به مراجع [۵] و [۶] پیشنهاد شود.

تعیین پارامترهای نمودارهای کنترل از جمله حدود کنترل، اندازه نمونه و فاصله زمانی بین نمونه‌گیری‌ها با هدف حداقل کردن کل هزینه‌های پایش فرآیند و در نظرگرفتن معیارهای آماری، طراحی اقتصادی-آماری نامیده می‌شود. طراحی اقتصادی-آماری بر روی نمودارهای کنترل مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. از رویکردهای استفاده شده به‌منظور به‌کارگیری معیارهای آماری در نمودارهای کنترل می‌توان به طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل تک‌هدفه و چند هدفه اشاره کرد. در طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل تک هدفه، معیارهای آماری به‌صورت محدودیت در مدل در نظر گرفته می‌شود و جواب نهایی شامل یک جواب یکتا با رعایت معیارهای آماری خواهد بود. درحالی‌که در طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل چند هدفه، معیارهای اقتصادی و آماری به صورت اهداف مستقل در مدل در نظر گرفته می‌شود و پس از حل مدل جواب نهایی شامل مجموعه‌ای از جواب‌های پارتو است که هر جواب نسبت سایر جواب‌ها در یک یا چند مقدار تابع هدف متمایز است. سقایی و همکاران [۷] طراحی اقتصادی نمودار کنترل EWMA[1] را با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و تکرار دفعات اندازه‌گیری بررسی کردند و در مقاله خود متوسط طول دنباله را با استفاده از زنجیره مارکوف محاسبه کرده و سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک پارامترهای این نمودار را تعیین کردند. طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل چند هدفه EWMA توسط امیری و همکاران [۸] بررسی شده است. در این مطالعه متوسط طول دنباله با استفاده از زنجیره مارکوف محاسبه و پارامترهای نمودار کنترل با الگوریتم NSGA II[2] و MOGA[3] مشخص شدند. مونتگومری و همکاران [۹] مطالعه مروری طراحی اقتصادی نمودار کنترل EWMA را انجام دادند. طراحی آماری و اقتصادی نمودار کنترل EWMA برای پایش همزمان میانگین و واریانس فرآیند در دو نمودار کنترل مجزا توسط سرل و موسکویچ [۱۱] و [۱۲] بررسی شده است. آنها در مقاله خود ازتابع هزینه ارائه شده توسط لورنس و ونس [۱۰] با در نظر گرفتن تغییر همزمان میانگین و واریانس فرآیند استفاده کردند. آنها همچنین متوسط طول دنباله هر نمودار را با استفاده از زنجیره مارکوف محاسبه کرده و سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک پارامترهای این نمودار را تعیین کردند.

در طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل نیاز به نمونه‌گیری از مشخصه کیفی موردنظر در فواصل زمانی تعیین شده است تا پس از رسم آماره موردنظر بر روی نمودار کنترل، تحت کنترل بودن فرآیند در طول زمان مورد بررسی قرار گیرد. خطای اندازه‌گیری یک مسئله رایج در بخش نمونه‌گیری است. سیستم اندازه‌گیری شامل انسان و تجهیزات اندازه‌گیری است و این سیستم دارای قابلیت اطمینان صد درصد نیست و در اکثر مواقع اختلافی میان مقدار مشاهده شده و مقدار واقعی مشخصه کیفی اندازه‌گیری شده وجود دارد که به خطای اندازه‌گیری معروف است. خطای اندازه‌گیری یکی از پدیده‌های رایج در سیستم اندازه‌گیری است که معمولاً مورد توجه قرار نمی‌گیرد. نادیده گرفتن این خطاها می‌تواند هزینه و پیامدهای زیادی ازجمله افزایش تعداد هشدارهای اشتباهی و در نتیجه بازرسی‌های غیر ضروری برای شناسایی علت هشدار را در پی داشته باشد. همچنین وجود خطای اندازه‌گیری باعث شناسایی با تأخیر تغییر در فرآیند می‌شود که این امر با هدف کنترل فرآیند آماری ناسازگار است. بنابراین، لحاظ‌کردن خطای اندازه‌گیری به‌عنوان یکی از منابع ایجاد خطا، در طراحی نمودارهای کنترل از اهمیت بالایی برخوردار است و محققان مختلف تأثیر خطای اندازه‌گیری بر روی عملکرد نمودارهای کنترل را مورد مطالعه قرار دادند. بنت [۱۳] از مدل $Y = X + \varepsilon$ که به مدل کلاسیک خطای اندازه‌گیری معروف شده است برای ارزیابی تأثیر خطای اندازه‌گیری بر عملکرد نمودارهای کنترل استفاده کرد. لینا و وودال [۱۴] و [۱۵] در مطالعه خود مدل کلاسیک را به مدل $Y = A + BX + \varepsilon$ گسترش دادند و اثر پارامترهای مختلف خطای اندازه‌گیری را بر روی مقادیر متوسط طول دنباله نمودارهای کنترل تک متغیره و چند متغیره هتلینگ[4] مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از چند بار اندازه‌گیری هر مشخصه، واریانس خطا را کاهش دادند. تأثیر خطای اندازه‌گیری برروی عملکرد نمودارهای کنترل EWMA و CUSUM[5] توسط ماراولاکیس و همکاران [۱۶] مورد ارزیابی قرار گرفت. عباسی [۱۷] خطای اندازه‌گیری با دو مولفه را در نظر گرفت، وی عملکرد نمودار EWMA را تحت این شرایط بررسی نمود. ملکی و همکاران [۱۸] مطالعه مروری نمودارهای کنترل مشخصه‌های کیفی با درنظر گرفتن خطای اندازه‌گیری را انجام داده‌اند. دریاباری و همکاران [۱۹] برای اولین بار تاثیر خطای اندازه‌گیری را برای پایش همزمان میانگین و واریانس فرآیند در یک نمودار با در نظر گرفتن واریانس خطای ثابت و معیار متوسط زمان تا هشدار ATS[6] بررسی کردند و نشان دادند که در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری عملکرد نمودار کنترل Max-EWMAMS[7] را به‌طور قابل ملاحظه تحت تاثیر قرار می‌دهد. خطی و همکاران [۲۰] در

1. Exponentially Weighted Moving Average
2. Non Sorting Genetic Algorithm II
3. Multi Objective Genetic Algorithm

4. Multivariate Hoteling
5. Cumulative Sum
6. Average Time to Signal
7. Maximum EWMA and Mean Squared Deviation

مطالعه خود نمودار کنترل Max-EWMAMS را با در نظر گرفتن واریانس خطای خطی با معیار متوسط طول دنباله بررسی کردند.

همان‌گونه که بیان شد، تکرار دفعات اندازه‌گیری یک روش برای کاهش اثر خطای اندازه‌گیری است، از آنجا که هربار نمونه‌گیری و اندازه‌گیری هزینه‌هایی به همراه دارد، در نظر گرفتن این هزینه در مدل اقتصادی-آماری برای تعیین پارامترهای نمودار کنترل حائز اهمیت می‌باشد. با توجه به بررسی‌های انجام شده در ادبیات موضوع مسئله، طراحی اقتصادی-آماری نمودارهای کنترل پایش همزمان میانگین و واریانس فرآیند در حالت تک‌نموداری با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و تکرار اندازه‌گیری صورت نگرفته است. بنابراین در این مقاله یک مدل اقتصادی-آماری برای تعیین پارامترهای نمودار کنترل Max-EWMAMS با وجود خطای اندازه‌گیری و تکرار اندازه‌گیری ارائه می‌شود. در این راستا از تابع هزینه ارائه شده توسط لورنس و ونس [۱۰] و تابع زیان تاگوچی با اضافه نمودن هزینه اندازه‌گیری مجدد به تابع هزینه، استفاده شده است. سپس با حل یک مثال عددی مقادیر پارامترهای نمودار کنترل Max-EWMAMS شامل پارامتر هموارسازی، تعداد نمونه‌های گرفته شده در هر بار نمونه‌گیری، فاصله زمانی بین نمونه‌گیری‌ها، حد بالای نمودار کنترل و تعداد بهینه دفعات اندازه‌گیری‌های مجدد، با استفاده از الگوریتم ژنتیک به‌دست آمده و نتایج با استفاده از تعدادی سناریو خارج از کنترل، تحلیل شده است.

این مقاله به این صورت سازماندهی شده است که در بخش ۲ نمودارکنترل Max-EWMAMS با وجود خطای اندازه‌گیری که توسط دریاباری و همکاران [۱۹] توسعه داده شده است، مرور می‌شود. سپس در بخش ۳ مدل اقتصادی-آماری نمودار کنترل درصورت وجود خطای اندازه‌گیری و اندازه‌گیری مجدد ارائه شده است. در بخش۴ مثال عددی ارائه و نتایج حل آن تحلیل شده است. در بخش ۵ نیز نتیجه گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی ارائه شده است.

۲. نمودار کنترل MAX EWMAMS

در صورت وجود خطای اندازه‌گیری، مقادیر واقعی مشخصه کیفی قابل دسترسی نیست. در این شرایط در نمونه tام، n مشاهده Y_{tk} پایش می‌شود. رابطه Y_{tk} با مقادیر واقعی مشخصه کیفی X_{tk} به‌صورت $Y_{tk} = A + BX_{tk} + \varepsilon_{tk}, k = 1, 2, ..., n.$ است. در این رابطه A و B مقادیری ثابت هستند و X_{tk} دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس معلوم σ_0^2 است. همچنین ε نشان‌دهنده خطای اندازه‌گیری مستقل از X_{tk} و دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس معلوم σ_ε^2 است. Y_{tk} یک ترکیب خطی از متغیر نرمال X_{tk} و دارای توزیع نرمال با میانگین $A+B\mu$ و واریانس $B^2\sigma_0^2+\sigma_\varepsilon^2$ است. در صورت وجود خطای اندازه‌گیری برای پایش مشخصه کیفی X_{tk} از مقادیر مشاهده شده Y_{tk} در نمودار کنترل استفاده می‌شود. لذا در نمونه tام، n مشاهده از Y_{tk} جمع‌آوری شده و میانگین آن ($\overline{Y}_t$) بر روی نمودار کنترل ترسیم می‌شود.

دریاباری و همکاران [۱۹] برای پایش هم‌زمان میانگین و واریانس فرآیند در یک نمودار کنترل، با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری نمودار MAX-EWMAMS را توسعه دادند. آن‌ها برای طراحی نمودار پیشنهادی خود از آماره EWMA برای کنترل میانگین و EWMS برای پایش واریانس فرآیند استفاده کرده‌اند. سپس با استفاده از یک تغییر متغیر روی این آماره‌ها، آنها را به یک توزیع یکسان نرمال استاندارد تبدیل نمودند. از آنجاکه توزیع دو آماره یکسان است می‌توان برای پایش توام آنها از یک نمودار کنترل (Max) استفاده کرد. در ادامه، به اختصار در مورد روش MAX-EWMAMS با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و تکرار دفعات اندازه‌گیری بحث می‌شود.

لینا و ووداال [۱۴، ۱۵] با استفاده از تکرار اندازه‌گیری اثر خطای اندازه‌گیری را کاهش دادند. زیرا با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری برای هر نمونه، واریانس خطا کاهش می‌یابد و موجب بهبود عملکرد نمودار کنترل می‌شود. اگرچه این روش از لحاظ آماری موجب بهبود عملکرد نمودار کنترل می‌شود اما به‌دلیل هزینه‌بر بودن اندازه‌گیری‌های اضافی نسبت به یک بار اندازه‌گیری، این امر از دیدگاه اقتصادی مناسب نیست. بنابراین اندازه‌گیری‌های اضافی در دو صورت قابل‌توجیه است: حالت اول زمانی است که هزینه اندازه‌گیری دفعات بعدی یک کالا بسیار کمتر از هزینه اندازه‌گیری بار اول آن کالا باشد و حالت دوم زمانی است که واریانس خطای اندازه‌گیری به میزانی بزرگ باشد که کاهش آن (با افزایش تعداد دفعات اندازه‌گیری) هزینه‌های اضافی را توجیه کند.

در صورت استفاه از اندازه‌گیری‌های مجدد به‌منظور کاهش اثر خطای اندازه‌گیری، لازم است تا حدود کنترل اصلاح شوند. Z_{tm} را در رابطه $Z_{tm} = \lambda\overline{Y}_t + (1-\lambda)Z_{tm-1}$ که در آن در نظر بگیرید، در این رابطه اندیس m برای نمایش خطای اندازه‌گیری است و Z_{tm} به‌عنوان یک توزیع نرمال به صورت زیر است.

$$N(A+B\mu_0,\ \frac{\lambda}{n(2-\lambda)}[1-(1-\lambda)^{2t}](B^2\sigma_0^2+\frac{\sigma_\delta^2}{M})), \qquad (۱)$$

در رابطه (۱)، λ پارامتر هموارسازی است و مقادیر بین صفر و یک را می‌پذیرد و M تعداد دفعات اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. بنابراین آماره U_{tm} که برای پایش میانگین فرآیند استفاده می‌شود به‌صورت زیر می‌باشد که از توزیع نرمال استاندارد پیروی می‌کند.

$$U_{tm} = \frac{Z_{tm} - (A+B\mu_0)}{\sqrt{\frac{1}{n}(\frac{\lambda}{2-\lambda})(B^2\sigma_0^2+\frac{\sigma_\varepsilon^2}{M})}}. \qquad (۲)$$

دریاباری و همکاران [۱۹] در مطالعه خود برای حالت بدون تکرار اندازه‌گیری(M=۱) نشان دادند $v\frac{S_{tm}^2}{\sigma_y^2} = v\frac{S_{tm}^2}{B^2\sigma_0^2+\sigma_\delta^2}$ دارای

توزیع مربع کای با درجه آزادی $v = n(\frac{2-\lambda}{\lambda})$ است. در این مقاله و در حالت تکرار اندازه‌گیری(M >۱) از آماره V_{tm} برای پایش واریانس فرآیند استفاده می‌شود که از توزیع نرمال استاندارد پیروی می‌کند و به صورت زیر است.

$$V_{tm} = \Phi^{-1}[H\{\frac{vS_{tm}^2}{B^2\sigma_0^2 + \frac{\sigma_\delta^2}{M}}; v\}], v = n(\frac{2-\lambda}{\lambda}), \quad (۳)$$

که در آن

$$S_{tm}^2 = (1-\lambda)^t S_0^2 + \sum_{i=1}^{t} \lambda(1-\lambda)^{t-i} \frac{\sum_{k=1}^{n}(\overline{Y_{tk}} - A - B\mu_0)^2}{n}, \quad (۴)$$

است. در رابطه (۴)، $\overline{Y_{tk}}$، $H(a;d)=pr\{ X_d^2 \le a \}$ و ϕ^{-1} به‌ترتیب میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده از مشاهده kام از نمونه tام، تابع توزیع تجمعی مربع کای با d درجه آزادی و معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد هستند. با توجه به روابط (۲) و (۳) آماره نمودار کنترل بصورت زیر خواهد بود:

$$M_{tm} = Max\{|U_{tm}|, |V_{tm}|\}. \quad (۵)$$

حد بالای نمودار کنترل (UCL) نیز به صورتی تعیین می‌شود که مقـــدار مشخصی برای متوسط طول دنبـــاله در حالت تحت کنترل (ARL_0) به‌دست آید.

۳. تابع هزینه نمودار کنترل Max-EWMAMS با در نظر گرفتن خطا و تکرار اندازه‌گیری

در طراحی نمودارهای کنترل به‌طور معمول هزینه‌هایی شامل هزینه‌های نمونه‌گیری و آزمایش، هزینه‌های مرتبط با هشدار خارج از کنترل، هزینه برطرف نمودن انحراف با دلیل و هزینه مربوط به تولید محصول نامنطبق درنظر گرفته می‌شود. در این قسمت با در نظر گرفتن تمامی هزینه‌های نمودار کنترل و با در نظرگرفتن هزینه نمونه‌گیری‌های اضافی برای هر قلم کالا، مدل معرفی شده توسط لورنس و ونس [۱۰] توسعه یافته و در قالب تعدادی از سناریوهای خارج از کنترل، استفاده شده است. در این سناریوها، مقدار میانگین و واریانس تغییر یافته فرآیند به‌ترتیب بصورت $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ و $\sigma_1 = \rho\sigma_0$ فرض شده است. در این مدل ابتدا متوسط هزینه چرخه کیفیت با در نظرگرفتن هزینه نمونه‌گیری‌های اضافی برای هر قلم کالا و سپس رابطه متوسط زمان چرخه کیفیت محاسبه می‌شود و در نهایت رابطه متوسط هزینه چرخه کیفیت در واحد زمان بیان می‌شود. لازم به ذکر است که این رابطه با استفاده از فرآیند تجدید پاداش محاسبه می‌شود. در فرآیند تجدید پاداش، ابتدا فرآیند از حالت تحت کنترل آغاز می‌شود و تا زمانی که یک انحراف با دلیل رخ دهد ادامه می‌یابد. در این حالت فرآینـد به حالت خارج از کنترل تغییر پیدا می‌کند تا زمانی که انحراف با دلیل کشف و حذف شود و فرآیند به حالت تحت کنترل برگردد و این روند به طور مستمر تکرار می‌شود (راس [۲۱]).

همچنین توزیع مدت زمان تحت کنترل فرایند، توزیع نمایی با میانگین $1/\theta$ در نظر گرفته شده است. فرض توزیع نمایی آنچنان‌که به نظر می‌رسد محدودکننده نخواهد بود زیرا طبق تحقیقات صورت گرفته در خصوص این نوع مدل‌های طراحی اقتصادی، نتایج حاصل به‌طور نسبی نسبت به نوع توزیع احتمال مورد استفاده برای نرخ شکست حساس نیستند (ام سی ویلیامز [۲۲]). لازم به ذکر است به‌دلیل خاصیت عدم حافظه توزیع نمایی (ثابت بودن نرخ شکست)، فرض توزیع نمایی برای مدت زمان تحت کنترل فرایند، فرضی واقع بینانه در صنعت نبوده و در صورتی که نیاز به انجام محاسبات در محیط صنعتی باشد، بدین منظور می‌توان از توزیع‌های دیگری با نرخ شکست افزایشی مانند توزیع وایبول استفاده شود.

پارامترهای به‌کار رفته در این مدل بصورت زیر تعریف می‌شوند:

T_0 : متوسط زمان جستجو برای یک هشدار اشتباهی،

T_1 : متوسط زمان جستجو برای یک انحراف با دلیل،

T_2: متوسط زمان برای اصلاح فرآیند و رفع انحراف با دلیل،

θ: نرخ وقوع رخدادهای با دلیل،

γ_1: اگر فرآیند حین بازرسی و جستجو ادامه داشته باشد برابر یک و در غیر اینصورت برابر صفر،

γ_2: اگر فرآیند حین تعمیر و اصلاح فرآیند ادامه داشته باشد برابر یک در غیر اینصورت برابر صفر،

S : متوسط تعداد نمونه های گرفته شده در حالت تحت کنترل،

τ: متوسط زمان رخ دادن انحراف با دلیل از زمان گرفتن آخرین نمونه:

$$(1-(1+\theta h)\times\exp(-\theta h)/(\theta\times(1-\exp(-\theta h)))$$

E: زمان لازم برای گرفتن هر نمونه،

C_0: هزینه تولید محصول نامنطبق در واحد زمان و حالت تحت کنترل،

C_1: هزینه تولید محصولات نامنطبق در واحد زمان و حالت خارج از کنترل،

F: هزینه جستجو برای یک هشدار اشتباهی،

W: هزینه تعمیر و اصلاح فرآیند برای هشدار خارج از کنترل بودن،

a: هزینه ثابت نمونه‌گیری،

b_1: هزینه نمونه گیری در بار اول برای هر کالا،

b_2: هزینه نمونه‌گیری به ازاء هر بار اندازه‌گیری مجدد برای هر کالا.

همچنین متغیرهای تصمیم مسئله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

h: فاصله زمانی بین نمونه‌گیری‌ها،

n: تعداد نمونه‌های گرفته شده در هر بار نمونه‌گیری،

L: حد بالای نمودار کنترل،

λ: پارامتر هموارسازی،

M: تعداد دفعات اندازه‌گیری.

متوسط طول دنباله در حالت‌های تحت کنترل و خارج از کنترل عموماً با استفاده از رویکرد زنجیر مارکوف محاسبه می‌شوند. با این

حال در این مطالعه مشخص نمودن توزیع احتمال آماره نمودار به‌دلیل وابستگی مقادیر U_{tm} و V_{tm} با توجه به استفاده Y_t در محاسبه هر یک از این دو مقدار، پیچیده است. بنابراین مقادیر متوسط طول دنباله تحت کنترل (ARL_0) و متوسط طول دنباله خارج از کنترل (ARL_1) با توجه به مقدار L و با استفاده از روش شبیه‌سازی محاسبه و در تابع هزینه سیکل کیفیت (C) استفاده می‌شوند. در روش شبیه‌سازی مشاهدات در حالت‌های تحت کنترل و خارج کنترل به‌صورت تصادفی تولید و آماره محاسبه می‌شود. سپس با توجه به حدود کنترل و مقادیر آماره، طول دنباله محاسبه می‌شود. این رویه به تعداد تکرار مشخص انجام می‌شود و میانگین اعداد به‌دست‌آمده در تکرارهای مختلف به عنوان متوسط طول دنباله در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به پارامترها و متغیرهای تعریف شده، توسعه مدل لورنس و ونس [۱۰] با در نظر گرفتن تکرار دفعات اندازه‌گیری، طبق رابطه (۶) خواهد بود:

$$C=\{\frac{C_0}{\theta}+C_1(h-\tau+nE+h(ARL_1-1)+\gamma_1T_1+\gamma_2T_2)+\frac{SF}{ARL_0}+W\}$$
$$/\{\frac{1}{\theta}+(1-\gamma_1)\frac{ST_0}{ARL_0}+h-\tau+nE+h(ARL_1-1)+T_1+T_2\}$$
$$+\{[(a+(b_1+b_2(M-1))n/h][\frac{1}{\theta}+h-\tau+nE+h(ARL_1-1)+\gamma_1T_1+\gamma_2T_2]\} \quad (۶)$$
$$/\{\frac{1}{\theta}+(1-\gamma_1)\frac{ST_0}{ARL_0}+h-\tau+nE+h(ARL_1-1)+T_1+T_2\}$$

در رابطه (۶) پارامترهای C_0 و C_1 به ترتیب هزینه تولید محصول نامنطبق در واحد زمان برای حالت تحت کنترل و حالت خارج از کنترل را نشان می دهند. در بسیاری از مواقع برای هزینه خرابی در حالت تحت کنترل و حالت خارج از کنترل، مقادیر ثابتی در نظر گرفته می‌شود. اما در عمل هزینه خرابی متناسب با فاصله مشخصه فنی از مقدار هدف خود است. این تناسب بسته به مشخصه کیفی می‌تواند به صورت‌های مختلف نظیر خطی، درجه دوم، نمایی و غیره در نظر گرفته‌شود. در این مقاله تابع زیان درجه دوم تاگوچی که از کاربردی‌ترین توابع زیان است [۲۳]، استفاده شده است. در این مدل هزینه خرابی محصولات، تابعی درجه دوم از اختلاف مشخصه کیفی با مقدار هدفش است و در روابط (۷) و (۸) ارائه شده است.

$$C_0=\int_{-\infty}^{\infty}kp(Y-T)^2f(Y)dY$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}kp(Y-\mu_0+\mu_0-T)^2f(Y)dY$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}kp(Y-\mu_0)^2f(Y)dY+\int_{-\infty}^{\infty}kp(\mu_0-T)^2f(Y)dY \quad (۷)$$
$$=kp[\sigma_0^2+(\mu_0-T)^2],$$

$$C_1=\int_{-\infty}^{\infty}kp(Y-T)^2f(Y)dY$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}kp(Y-\mu_1+\mu_1-T)^2f(Y)dY$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}kp(Y-\mu_1)^2f(Y)dY+\int_{-\infty}^{\infty}kp(\mu_0+\delta\sigma_0-T)^2f(Y)dY \quad (۸)$$
$$=kp[\sigma_1^2+(\mu_0+\delta\sigma_0-T)^2]$$
$$=kp[\rho^2\sigma_0^2+(\mu_0-\mathrm{T})^2+\delta^2\sigma_0^2-2\delta\sigma_0(\mu_0-\mathrm{T})].$$

در روابط بالا، T مقدار هدف، p نرخ تولید فرآیند، k ضریب هزینه تاگوچی و ρ نسبت انحراف معیار فرآیند درحالت خارج کنترل به انحراف معیار فرآیند در حالت تحت کنترل یعنی σ_1/σ_0 را نشان می‌دهند. در ادامه برای لحاظ کردن ویژگی‌های آماری نمودار کنترل، محدودیت‌های آماری برای متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل یعنی ARL_0 و متوسط طول دنباله در حالت خارج از کنترل یعنی ARL_1 بصورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$ARL_0>LB,\ ARL_1<UB. \quad (۹)$$

در رابطه (۹)، پارامتر LB، نشان دهنده حداقل مقدار در نظر گرفته شده برای متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل بوده و پارامتر UB نیز بیانگر حداکثر مقداری است که می‌تواند داشته باشد. مقادیر متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل و خارج از کنترل با روش شبیه‌سازی به‌دست می‌آیند. در نهایت، هدف یافتن مقادیر بهینه برای پارامترهای نمودار Max-EWMAMS با در نظر گرفتن محدودیت‌های مطرح شده در رابطه (۹) است تا متوسط هزینه کل سیکل فرآیند طبق رابطه (۶) حداقل شود.

۴. مثال عددی

در این بخش با ارائه یک مثال عددی، تابع هزینه رابطه (۶) کمینه می‌شود. برای حل مدل اقتصادی-آماری ارائه شده از الگوریتم ژنتیک چه و همکاران [۲۴] استفاده و پارامترهای آن با روش تاگوچی تنظیم شدند. با توجه به مقادیر استفاده شده به‌منظور تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک، تعداد (۸=۲×۲×۲×۲) آزمایش طراحی شد که مقادیر به‌دست‌آمده توسط روش تاگوچی، در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول (۱): مقادیر پارامترهای الگوریتم ژنتیک

	جواب اولیه	عملگر تلفیق	نرخ جهش	دفعات تکرار
مقادیر آزمایش	۱۰ و ۲۰	۰/۲ و ۰/۴	۰/۲ و ۰/۳	۴۰ و ۵۰
مقدار منتخب	۲۰	۰/۲	۰/۲	۵۰

مقادیرپارامترهای تابع هزینه و دامنه تغییر متغیرهای مسئله از مثال استفاده شده در مطالعه سقایی و همکاران [۷] گرفته و در ذیل خلاصه شده است.

مقادیر پارامترها:

$$T_0 = 0, T_1 = 0, T_2 = 20, \theta = 0.01 and\ 0.05,\ \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1,$$
$$S = 1, \mu_0 = 0, \tau = 0, E = 0.05, F = 500,\ W = 250,$$
$$k = 0.1 and\ 0.4, a = 3,\ b_1 = 1,\ b_2 = 0.01, A = 0, B = 1.$$

دامنه متغیرها:

$$0 < \lambda < 1,\ 1 < n < 20,\ 0.5 < h < 20,\ 1 < L < 4,\ 1 < M < 20$$

لازم بذکر است در این مثال، مقادیر UB و LB به‌ترتیب برابر با ۲۵ و ۲۵۰ تعیین شده است و بنابراین محدودیت‌های $ARL_0 > 250$ $ARL_1 < 25$ در حل مسئله اعمال شده است و با در نظر گرفتن موارد فوق، الگوریتم ژنتیک مطابق گام‌های زیر اجرا شد:

گام ۱: تعداد ۲۰ جواب اولیه (کروموزوم) که در آن مقدار هر متغیر (ژن) بصورت تصادفی ایجاد شد.

گام ۲: مقدار برازندگی برای هر جواب طبق رابطه (۶) محاسبه شد.

گام ۳: پس از انتخاب کروموزوم‌هایی با مطلوبیت بالا، عملگر تلفیق بصورت زیر بر روی کروموزوم‌های والد اعمال شد.

$$D_1 = 0.8R + 0.2M \qquad D_2 = 0.2R + 0.8M,$$

در روابط بالا D_1 و D_2 کروموزوم‌های ایجاد شده پس از عملگر تلفیق بر روی کروموزوم‌های والد R و M است.

گام ۴: عملگر جهش با نرخ ۰/۲ بر روی جمعیت جواب اعمال شده و برای این کار از روش غیریکنواخت استفاده شد.

گام ۵: الگوریتم پس از ۵۰ مرتبه تکرار گام ۲ تا ۴، متوقف شد.

نتایج محاسباتی حاصل از حل مسئله و مقادیر به‌دست‌آمده توسط الگوریتم ژنتیک برای پارامترهای نمودارکنترل Max-EWMAMS براساس مقادیر k و θ در جداول ۲ تا ۵ ارائه شده است. در این جداول، r نسبت واریانس خطای اندازه‌گیری به واریانس فرآیند است و مقادیر (۱، ۱/۵، ۲، ۲/۵، ۳) برای آن‌ها در نظر گرفته شده است. میانگین و واریانس تغییر یافته به‌صورت $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0$ و $\sigma_1 = \rho\sigma_0$ فرض شده و مقادیر (۱/۷۵، ۱) و مقادیر (۳، ۲، ۱) به ترتیب برای ρ و δ در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش مقدار پارامترهای k و θ فاصله بین نمونه‌گیری روندی کاهشی دارد و همچنین هزینه کل ساعتی افزایش می‌یابد که مطابق با نتایج به‌دست‌آمده در مقاله سرل و مسکویچ [۱۱] و سرل [۱۲] است. با مقایسه نتایج مشاهده می‌شود که افزایش واریانس خطای اندازه‌گیری باعث افزایش هزینه و همچنین کاهش مقادیر تعداد نمونه، فاصله بین دو نمونه‌گیری، حد بالای نمودار کنترل و پارامتر هموارسازی می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود به ازای افزایش مقدار r، تعداد بهینه دفعات اندازه‌گیری افزایش داشته و این امر با کاهش واریانس خطای اندازه‌گیری هزینه‌های اضافی را توجیه کند. البته در برخی موارد نیز با توجه به هزینه‌های اندازه‌گیری مجدد، روند کاهشی نیز در نتایج مشاهده می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهد به ازای مقادیر ثابت نسبت خطای اندازه‌گیری با افزایش شیفت در میانگین، واریانس فرآیند و یا هر دو، هزینه افزایش یافته است.

جدول (۲): طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل به ازای k=۰/۱ و θ=۰/۰۱

r	P	δ	C	N	h	λ	L	M
۱	۱.۲۵	۱	۴۶.۰۱	۱	۱۷.۶۵	۰.۶۶	۳.۶۸	۶
		۲	۶۸.۱۸	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۹	۴.۰۰	۱۲
		۳	۱۰۱.۱۷	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۳	۳.۹۷	۴
	۱.۷۵	۱	۴۷.۶۳	۱۳	۱۹.۰۰	۰.۷۶	۳.۲۱	۱
		۲	۶۸.۳۳	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۹	۳.۹۹	۱۷
		۳	۱۰۱.۳۰	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۹	۳.۹۹	۷
۱.۵	۱.۲۵	۱	۷۸.۱۲	۱	۱۲.۰۰	۰.۲۴	۲.۴۲	۱۵
		۲	۱۰۹.۱۵	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۹	۳.۹۷	۱۴
		۳	۱۵۵.۶۳	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۹	۴.۰۰	۱۳
	۱.۷۵	۱	۷۹.۰۹	۲	۱۹.۰۰	۰.۵۱	۲.۷۷	۱۷
		۲	۱۰۹.۰۵	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۷۸	۲.۷۸	۱
		۳	۱۵۵.۷۵	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۹	۳.۹۹	۱۵
۲	۱.۲۵	۱	۱۰۱.۰۶	۲	۲.۸۹	۰.۰۵	۲.۶۳	۲
		۲	۱۴۹.۸۳	۱	۱۱.۰۰	۰.۱۲	۲.۷۶	۸
		۳	۲۲۲.۶۴	۲۰	۱۹.۹۹	۰.۹۹	۳.۷۵	۴
	۱.۷۵	۱	۱۰۵.۱۹	۲	۴.۰۰	۰.۵۷	۳.۳۶	۱۲
		۲	۱۵۲.۳۴	۱	۱۲.۰۰	۰.۴۷	۳.۲۵	۱۱
		۳	۲۲۲.۷۴	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۹	۳.۹۷	۶
۲.۵	۱.۲۵	۱	۱۲۵.۰۶	۲	۱.۵۰	۰.۳۹	۲.۸۰	۱۱
		۲	۱۷۵.۴۹	۱	۴.۶۵	۰.۲۹	۲.۷۳	۱۵
		۳	۲۶۸.۴۱	۱	۵.۲۹	۰.۷۲	۲.۷۶	۱۹
	۱.۷۵	۱	۱۳۰.۸۳	۱	۳.۲۶	۰.۲۰	۲.۴۹	۲
		۲	۱۸۱.۷۵	۱	۶.۰۰	۰.۸۳	۲.۸۴	۲۰
		۳	۲۷۱.۲۱	۱	۳.۷۶	۰.۱۶	۲.۸۸	۱
۳	۱.۲۵	۱	۱۴۸.۹۰	۲	۲.۰۰	۰.۲۴	۲.۵۱	۵
		۲	۲۰۳.۵۸	۲	۳.۰۰	۰.۲۳	۲.۹۴	۴
		۳	۲۹۷.۴۸	۱	۴.۰۰	۰.۲۰	۲.۹۱	۹
	۱.۷۵	۱	۱۵۸.۸۰	۱	۲.۰۰	۰.۴۹	۲.۷۷	۳
		۲	۲۱۰.۲۸	۱	۵.۰۰	۰.۲۸	۲.۸۱	۷
		۳	۳۰۴.۳۴	۱	۱.۳۳	۰.۱۲	۲.۸۶	۱

جدول (۳): طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل به ازای k=۰/۱ و θ=۰/۰۵

M	L	λ	h	N	C	δ	P	r
۳	۳.۹۹	۰.۹۹	۱۹.۶۶	۲	۴۳.۸۵	۱	۱.۲۵	۱
۱	۳.۹۹	۰.۸۳	۱۹.۹۹	۲۰	۵۸.۳۶	۲		
۲	۳.۹۰	۰.۹۸	۲۰.۰۰	۲۰	۷۹.۳۷	۳		
۶	۳.۹۶	۰.۹۹	۲۰.۰۰	۱۷	۴۵.۶۰	۱	۱.۷۵	
۳	۳.۹۹	۰.۹۷	۱۹.۹۷	۲۰	۵۸.۴۷	۲		
۴	۳.۹۷	۰.۹۹	۲۰.۰۰	۲۰	۷۹.۴۱	۳		
۲	۲.۹۷	۰.۴۹	۱۹.۲۱	۱	۸۲.۰۱	۱	۱.۲۵	۱.۵
۶	۳.۶۱	۰.۹۵	۲۰.۰۰	۲۰	۱۰۵.۰۵	۲		
۸	۳.۷۸	۰.۹۹	۱۹.۶۴	۲۰	۱۴۱.۹۵	۳		
۲	۲.۸۲	۰.۷۹	۲۰.۰۰	۳	۸۲.۱۵	۱	۱.۷۵	
۸	۴.۰۰	۰.۹۷	۲۰.۰۰	۲۰	۱۰۵.۰۸	۲		
۱۰	۳.۹۲	۰.۹۸	۲۰.۰۰	۲۰	۱۴۱.۸۹	۳		
۱۱	۲.۴۱	۰.۲۴	۷.۲۲	۲	۱۲۱.۰۸	۱	۱.۲۵	۲
۵	۲.۹۴	۰.۰۹	۷.۳۵	۱	۱۶۰.۱۳	۲		
۶	۴.۰۰	۰.۹۳	۲۰.۰۰	۲۰	۲۱۹.۳۰	۳		
۱۰	۲.۲۵	۰.۲۹	۸.۸۳	۱	۱۲۲.۶۶	۱	۱.۷۵	
۱۰	۲.۷۶	۰.۷۶	۱۳.۰۰	۲	۱۶۱.۳۸	۲		
۴	۳.۷۱	۰.۹۹	۲۰.۰۰	۲۰	۲۱۹.۲۹	۳		
۱۹	۲.۳۳	۰.۲۶	۲.۹۱	۱	۱۶۱.۸۷	۱	۱.۲۵	۲.۵
۲۰	۲.۹۱	۰.۲۷	۳.۶۲	۱	۲۰۸.۳۱	۲		
۱۴	۲.۹۷	۰.۱۷	۴.۰۰	۱	۲۹۲.۲۳	۳		
۶	۲.۲۵	۰.۲۸	۵.۰۰	۱	۱۶۵.۹۵	۱	۱.۷۵	
۲	۲.۶۰	۰.۱۱	۴.۰۰	۱	۲۱۲.۷۵	۲		
۱	۲.۸۴	۰.۰۹	۲.۹۵	۱	۲۹۵.۱۷	۳		
۶	۲.۳۲	۰.۳۵	۲.۰۰	۲	۲۰۹.۹۷	۱	۱.۲۵	۳
۱۶	۳.۰۸	۰.۱۹	۲.۱۰	۱	۲۵۷.۴۱	۲		
۲۰	۲.۸۲	۰.۸۲	۲.۰۰	۱	۳۵۷.۲۱	۳		
۲	۲.۰۱	۰.۱۸	۲.۱۳	۲	۲۱۴.۸۷	۱	۱.۷۵	
۲	۲.۷۲	۰.۷۳	۱.۳۲	۲	۲۶۷.۷۸	۲		
۱	۲.۱۵	۰.۰۶	۱.۷۰	۱	۳۶۲.۳۶	۳		

جدول (۴): طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل به ازای k=۰/۴ و θ=۰/۰۱

M	L	λ	h	N	C	δ	ρ	r
۱	۳.۸۲	۰.۸۷	۱۹.۶	۳	۱۷۶.۰۴	۱	۱.۲۵	۱
۱۰	۳.۹۶	۰.۹۷	۲۰.۰	۲۰	۲۶۷.۴۹	۲		
۱۰	۳.۹۸	۰.۹۹	۲۰.۰	۲۰	۳۹۹.۷۴	۳		
۲	۳.۶۳	۰.۹۷	۱۸.۹	۹	۱۸۶.۰۷	۱	۱.۷۵	
۷	۳.۹۳	۰.۹۹	۲۰.۰	۲۰	۲۶۷.۴۵	۲		
۱۵	۴.۰۰	۰.۹۹	۲۰.۰	۲۰	۳۹۹.۹۰	۳		
۵	۲.۴۴	۰.۰۹	۶.۶	۱	۲۹۹.۹۲	۱	۱.۲۵	۱.۵
۲	۳.۹۸	۰.۸۹	۲۰.۰	۲۰	۴۳۰.۹۷	۲		
۸	۳.۹۶	۰.۹۹	۲۰.۰	۲۰	۶۱۷.۱۹	۳		
۸	۲.۷۶	۰.۱۸	۹.۰	۱	۳۰۳.۹۶	۱	۱.۷۵	
۱	۳.۹۹	۰.۹۵	۲۰.۰	۲۰	۴۲۹.۸۲	۲		
۱۳	۳.۹۹	۰.۹۹	۲۰.۰	۲۰	۶۱۷.۳۵	۳		
۶	۲.۸۲	۰.۳۱	۱.۰	۴	۳۸۱.۶۵	۱	۱.۲۵	۲
۱۵	۲.۹۷	۰.۶۰	۲.۰	۲	۵۸۷.۰۷	۲		
۱۵	۳.۴۳	۰.۹۵	۲۰.۰	۲۰	۸۸۵.۷۱	۳		
۱۱	۲.۸۴	۰.۸۴	۲.۰	۲	۳۹۰.۵۳	۱	۱.۷۵	
۱	۲.۴۹	۰.۰۸	۲.۳	۱	۵۹۲.۴۶	۲		
۱	۳.۹۹	۰.۹۳	۲۰.۰	۲۰	۸۸۵.۵۱	۳		
۲	۲.۱۹	۰.۰۹	۰.۹	۱	۴۶۶.۵۴	۱	۱.۲۵	۲.۵
۲	۲.۸۰	۰.۰۶	۱.۰	۲	۶۷۸.۰۸	۲		
۵	۲.۸۹	۰.۱۷	۲.۹	۱	۱۰۵۴.۷۷	۳		
۱۳	۲.۸۷	۰.۴۵	۱.۸	۱	۴۷۸.۲۸	۱	۱.۷۵	
۱	۲.۱۱	۰.۰۷	۲.۰	۱	۶۹۰.۸۸	۲		
۳	۲.۸۹	۰.۹۰	۲.۰	۲	۱۰۶۳.۴۵	۳		
۱۵	۲.۶۶	۰.۳۵	۱.۰	۲	۵۵۱.۳۵	۱	۱.۲۵	۳
۱	۱.۲۰	۰.۰۵	۱.۰	۴	۷۹۲.۴۴	۲		
۹	۲.۶۸	۰.۳۲	۱.۸	۱	۱۱۷۰.۵۰	۳		
۲	۲.۰۶	۰.۱۳	۱.۸	۱	۵۷۳.۸۸	۱	۱.۷۵	
۱	۲.۸۷	۰.۰۵	۰.۵	۱	۷۸۷.۹۲	۲		
۱	۲.۸۶	۰.۰۹	۰.۷	۱	۱۱۷۹.۳۹	۳		

جدول (۵): طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل به ازای k=۰/۴ و θ=۰/۰۵

R	P	δ	C	N	H	λ	L	M
۱	۱.۲۵	۱	۱۷۴.۷۸	۴	۲۰.۰۰	۰.۹۸	۳.۹۴	۳
		۲	۲۲۸.۷۶	۲۰	۱۹.۹۵	۰.۹۸	۳.۶۶	۹
		۳	۳۱۲.۴۵	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۹	۴.۰۰	۱۶
	۱.۷۵	۱	۱۷۷.۸۶	۲۰	۱۹.۹۶	۰.۹۹	۳.۹۸	۶
		۲	۲۲۸.۱۲	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۷	۴.۰۰	۱
		۳	۳۱۲.۳۳	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۷	۳.۹۸	۳
۱.۵	۱.۲۵	۱	۳۱۸.۰۰	۱	۴.۷۱	۰.۱۳	۲.۴۸	۱۸
		۲	۴۱۴.۴۶	۲۰	۲۰.۰۰	۰.۹۸	۳.۹۹	۱
		۳	۵۶۲.۰۵	۲۰	۱۹.۹۹	۰.۹۹	۳.۹۰	۸
	۱.۷۵	۱	۳۲۰.۱۳	۱	۷.۰۰	۰.۲۶	۲.۷۴	۱۸
		۲	۴۱۴.۹۲	۲۰	۱۹.۹۹	۰.۹۸	۴.۰۰	۷
		۳	۵۶۲.۰۵	۲۰	۱۹.۹۸	۰.۳۷	۲.۴۲	۵
۲	۱.۲۵	۱	۴۵۱.۹۲	۱	۲.۱۴	۰.۱۳	۲.۳۰	۵
		۲	۶۲۲.۴۲	۱	۱.۷۸	۰.۴۴	۲.۷۳	۱۰
		۳	۸۷۱.۸۶	۲۰	۱۹.۹۹	۰.۹۴	۲.۰۲	۳
	۱.۷۵	۱	۴۵۹.۸۷	۱	۲.۰۰	۰.۳۶	۲.۵۳	۵
		۲	۶۲۶.۸۳	۱	۴.۰۰	۰.۹۲	۲.۹۲	۸
		۳	۸۷۱.۹۱	۲۰	۱۹.۹۷	۰.۹۹	۳.۹۶	۶
۲.۵	۱.۲۵	۱	۶۰۴.۱۰	۱	۲.۰۰	۰.۱۴	۲.۰۲	۴
		۲	۷۹۸.۳۰	۱	۱.۲۸	۰.۱۳	۲.۵۴	۴
		۳	۱۱۴۳.۸۸	۱	۱.۰۰	۰.۸۱	۲.۸۱	۱۹
	۱.۷۵	۱	۶۱۵.۵۴	۱	۱.۱۷	۰.۱۵	۲.۱۶	۲
		۲	۸۰۷.۷۹	۱	۰.۷۵	۰.۰۶	۲.۶۳	۱
		۳	۱۱۴۸.۹۴	۱	۱.۱۲	۰.۰۷	۲.۶۲	۱
۳	۱.۲۵	۱	۷۹۰.۵۴	۲	۰.۸۳	۰.۰۸	۱.۲۴	۱
		۲	۹۹۸.۴۸	۱	۱.۰۸	۰.۳۳	۲.۳۶	۱۶
		۳	۱۳۸۷.۷۴	۱	۰.۷۰	۰.۲۶	۲.۸۸	۶
	۱.۷۵	۱	۷۹۱.۶۰	۱	۱.۲۱	۰.۱۰	۱.۹۷	۲
		۲	۱۰۱۲.۵۱	۱	۱.۳۳	۰.۳۲	۲.۷۹	۶
		۳	۱۴۰۱.۴۷	۱	۱.۱۰	۰.۰۵	۱.۹۴	۱

۵. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله با توجه به ضرورت پایش همزمان میانگین و واریانس فرآیند در یک نمودار کنترل و همچنین لزوم توجه به پارامترهای اقتصادی در طراحی نمودارکنترل، طراحی اقتصادی-آماری نمودار کنترل Max- EWMAM با درنظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و تکرار دفعات اندازه‌گیری مورد بررسی قرار گرفت. سپس با حل یک مثال عددی و با استفاده از الگوریتم ژنتیک مقادیر بهینه پارامترهای نمودار کنترل، تحت سناریوهای مختلف از جمله مقادیر مختلف واریانس خطای اندازه‌گیری و همچنین برای مقادیر متفاوت تغییر در میانگین و واریانس فرآیند تعیین شد. نتایج محاسباتی نشان داد که خطای اندازه‌گیری، پارامترهای بهینه نمودار کنترل Max-EWMAMS را بطور قابل ملاحظه‌ای تحت تاثیر قرار می‌دهد و نادیده گرفتن این خطاها می‌تواند هزینه و پیامدهای زیادی از جمله افزایش تعداد هشدارهای اشتباهی و در نتیجه بازرسی‌های غیر ضروری برای شناسایی علت هشدار را در پی داشته باشد. بنابراین طراحی اقتصادی-آماری سایر نمودارهای کنترل برای پایش میانگین و واریانس فرآیند در یک نمودار در حضور خطای اندازه‌گیری و تکرار اندازه‌گیری می‌تواند به عنوان موضوعی برای مطالعات آتی در نظر گرفته شود. به عنوان نمونه خطای اندازه‌گیری را می‌توان به عنوان یکی از منابع ایجاد خطا در تشخیص منابع بروز خطا در فرآیندهای تولیدی چند مرحله‌ای در نظر گرفت. زیرا تشخیص منبع بروز خطا به‌دلیل همبستگی تغییرات بین مراحل به‌عنوان یکی از اصلی‌ترین مسائل در این حوزه است [۲۵].

مراجع

[1] Chen, G., Cheng, S.W., Xie, H. (2001). "Monitoring process mean and variability with one EWMA chart", *Journal of Quality Technology*, 33: 223-233.

[2] Ostad sharif Memar, A., Akhavan Niaki, S.T. (2011). "The Max EWMAMS control chart for joint monitoring of process mean and variance with individual observations", *Quality and Reliability Engineering International*, 27: 499-514.

[3] Costa, A. F. B., Rahim M. A. (2004). "Monitoring process mean and variability with one non-central chi-square chart", *Journal of Applied Statistics*, 31: 1171-1183.

[4] Farughi, H., Tunekaboni, S., Daryabari, S. A. (2014). *A review of single scheme simultaneous control charts for the mean and variance*. Tenth International Industrial Engineering conference, Iran.

[5] Cheng, S. W., Thaga, K. (2006). "Single variables control charts: an overview", *Quality and Reliability Engineering International*, 22: 811-820.

[6] McCracken, A. K., Chakraborti, S., (2013). "Control charts for joint monitoring of mean and variance: an overview", *Quality Technology and Quantitative Management*, 1: 17-36.

[7] Saghaei, A., Fatemi Ghomi S. M. T., Jaberi, S. (2014). "The economic design of simple linear profiles", *International Journal of Industrial Engineering*, 24: 405-412.

[8] Amiri A., Bashiri M., Maleki M.R., Moghaddam A.S. (2014). "Multi-objective Markov-based economic-statistical design of EWMA control chart using NSGA-II and MOGA algorithms", *International Journal of Multi criteria Decision Making*, 4: 332-347.

[9] Montgomery, D., Torng, J.C., Cochran J.K., Lawrence, F.P. (1995). "Statistically constrained economic design of the EWMA control chart", *Journal of Quality Technology*, 37: 250-256.

[10] Lorenzen, T.J., Vance, L.C. (1986). "The economic design of control charts: a unified approach", Technometrics, 28: 3-10.

[11] Serel, D.A., Moskowitz, H. (2008). "Joint economic design of EWMA control charts for mean and variance", *European Journal of Operational Research*, 184(1): 157-168.

[12] Serel, D.A. (2009). "Economic design of EWMA control charts based on loss function", *Mathematical and Computer Modelling*, 49: 745-759.

[13] Bennett, C. A. (1954). "Effect of measurement error on chemical process control", *Industrial Quality Control*, 10: 17-20.

[14] Linna, K. W., Woodall, W. H. (2001). "Effect of measurement error on Shewhart control charts", *Journal of Quality Technology*, 33: 213-222.

[15] Linna, K. W., Woodall, W. H. (2001). "The performance of multivariate control charts in the presence of measurement error", *Journal of Quality Technology*, 33: 335-349.

[16] Maravelakis, P. E. (2007). "The effect of measurement error on the performance of the CUSUM control chart". *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management* (1399-1402).

[17] Abbasi, S. A. (2010). "On the performance of EWMA chart in the presence of two-component measurement error", *Quality Engineering*, 22: 199-213.

[18] Maleki, M.R., Amiri, A., Castagliola, P. (2017). "Measurement errors in statistical process monitoring: A literature review", *Computers and Industrial Engineering*, 103: 316-329.

[19] Daryabari, S.A., Hashemian, S.M., Keyvandarian, A. and Shekary A, M. (2017). "The Effects of Measurement Error On The MAX-EWMAMS Control Chart", *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 46: 5766-5778.

[20] Khati Dizabadi, A., Shahrokhi, M. and Maleki, M.R. (2015). "On the effect of measurement error with linearly increasing-type variance on simultaneous monitoring of process mean and variability", *Quality and Reliability Engineering International*, 32: 1693-1705.

[21] Ross, S.M. (1970). *Applied probability models with optimization applications*. San Francisco, Holden day.

[22] McWilliams, T.P. (1989). "Economic control chart designs and the in-control time distribution: A sensitivity study". *Journal of Quality Technology*, 21: 103–110.

[23] Elsayed, E.A., Chen, A. (1994). "An economic design of [xbar] control chart using quadratic loss function", *The International Journal of Production Research*, 32: 873-877.

[24] Chou, C.Y., Chen, C.H., Liu, H.R. (2006). "Economic design of EWMA charts with variable sampling intervals". *Quality and Quantity*, l40: 879-96.

[۲۵] بازدار، علی‌اصغر، چالاکی، امیر. (۱۳۹۶). "آزمون زنجیره تغییرات مشخصه‌های کلیدی کیفیت به منظور تشخیص منبع بروز خطا در فرآیندهای تولیدی چندمرحله‌ای"، *نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید*، ۵: ۶۹-۸۱.

IERPS Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

ISSN: 2345-2269

Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

Spring and Summer 2020, Volume 8., No. 16., pp. 159-169
www.ier.basu.ac.ir

DOI: 10.22084/ier.2020.15641.1724

Economic- Statistical Design of MAX EWMAMS Chart under Measurements Error and Multiple Measurements

M. H. Ahmadi Darani[1], A. Amiri[2*], S. A. Daryabari[3]

[1, 2] Department of Industrial of Engineering, Shahed University, Tehran, Iran
[3] Department of Industrial Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

ARTICLE INFO

***Article history*:**

Received 03 February 2018
Accepted 03 August 2020

***Keywords*:**

Joint monitoring
Economic-statistical design
Measurements Error
Multiple Measurements

ABSTRACT

In this paper, the economic-statistical design of the Max EWMAMS control chart under measurement errors and multiple measurements for joint monitoring of mean and variability of the process is investigated. The traditional approach for monitoring mean and variance of the quality characteristic is using two separate control charts. This approach leads to an increase in the probability of Type I error. To overcome this problem, researchers have proposed control charts for joint monitoring of mean and variability of the process. Also in practice, the measurement errors exist in the sampling process. The sampling with multiple measurements is a way to reduce the deficiency of the measurement error and increasing power of the control chart. However, the multiple measurements cause to increase the sampling costs. Hence, this factor should be considered in the economic-statistical design of control charts as well. In the proposed cost model, the Lorenzen-Vance cost function is developed and a genetic algorithm is applied to obtain model parameters that minimize cost function. Finally, the performance of the proposed model is evaluated by a numerical example.

[*] Corresponding author. A. Amiri
Tel.: 021-51215240; E-mail address: amiri@shahed.ac.ir