نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید
ISSN: 2345-2269
نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید
سال هشتم، شماره شانزدهم، بهار و تابستان ۱۳۹۹، صفحه ۳۹-۵۵
www.ier.basu.ac.ir
DOI: 10.22084/ier.2020.19951.1888

بررسی عایدی نمایندگی خدمات پس از فروش و مصرف‌کننده در طول دوره وارانتی پایه و تمدیدشده با رویکرد تئوری بازی

(مطالعه موردی: نمایندگی خدمات پس از فروش کامیون‌های کشنده)

ام‌البنین یوسفی[1*]، نوشین شیرانی[2]

۱. استادیار گروه مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران
۲. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
دریافت ۱۳۹۸/۶/۵
پذیرش ۱۳۹۹/۱/۳۱
(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:
وارانتی دو بعدی
وارانتی پایه
وارانتی تمدیدشده
نظریه بازی
بازی تعادلی استکلبرگ
نمایندگی خدمات پس از فروش

خلاصه

در این پژوهش به بررسی دوره وارانتی و خدمات نگهداری و تعمیرات بهینه از دید نمایندگی خدمات پس از فروش و مصرف‌کننده برای وسایل نقلیه، تحت سیاست وارانتی دو بعدی پرداخته می‌شود. تعاملات مابین نماینده و مصرف‌کننده با برآورد عایدی هریک در دوره وارانتی پایه و تمدیدشده مدل‌سازی می‌گردد. در این مدل‌سازی علاوه بر سیاست نگهداری و تعمیرات که به‌صورت نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای و نیز نگهداری و تعمیرات اصلاحی خانگی و جاده‌ای می‌باشد، قیمت خدمات وارانتی نیز در نظر گرفته می‌شود. در ادامه با در نظر گرفتن عایدی نمایندگی و مصرف‌کننده، تعداد نگهداری تعمیرات دوره‌ای پیشگیرانه و قیمت خدمات وارانتی تعادلی در یک بازی تعادلی استکلبرگ برآورد می‌شود. در پایان از داده‌های یکی از مراکز ارائه‌دهنده خدمات پس از فروش کامیون‌های کشنده جهت بررسی پژوهش موردنظر استفاده می‌شود.

۱. مقدمه

یکی از راه‌های ایجاد اطمینان از خرید یک محصول در میان مصرف‌کنندگان و افزایش سود تولیدکنندگان، فروش محصولات با خدمات وارانتی می‌باشد. امروزه وارانتی به‌عنوان یک قرارداد خدمت[1] از اهمیت ویژه‌ای برای تولیدکننده و مصرف‌کننده برخوردار می‌باشد. وارانتی یک توافق‌نامه قراردادی است که توسط فروشنده برای انجام اقدامات اصلاحی در جهت رفع هرگونه خرابی (این خرابی‌ها موجب عدم توانایی سیستم از آنچه که انتظار می‌رود شده و یا باعث خرابی قطعات می‌شوند). در قالب یک پوشش وارانتی به مصرف‌کننده ارائه می‌شود [۱].

امروزه به‌دلیل توسعه بازار در سراسر جهان، به‌خصوص در صنایعی مانند صنعت خودرو، مصرف‌کنندگان جهت دریافت این‌گونه خدمات به مراکز ارائه‌دهنده خدمات وارانتی همچون نمایندگی‌های خدمات پس از فروش رجوع می‌نمایند و این نمایندگی‌ها به‌جای تولیدکنندگان کلیه خدمات وارانتی را در قبال دریافت هزینه‌ای انجام می‌دهند [۲].

وارانتی‌ها به دودسته وارانتی پایه[2](BW) و وارانتی توسعه‌یافته[3] (EW) تقسیم‌بندی می‌شوند. وارانتی پایه به‌سادگی وارانتی نامیده

* نویسنده مسئول: ام‌البنین یوسفی
تلفن: ۰۳۱-۴۵۲۲۷۷۹۵؛ پست الکترونیکی: yousefi_1302@yahoo.com

1. Service Contract
2. Base Warranties
3. Extended Warranties

می‌شود. وارانتی پایه یک توافقنامه قراردادی بین تولیدکننده(نماینده خدمات) و خریدار (مشتری) است که در فروش محصول وارد شده است. این وارانتی بخشی از فروش است، و هزینه آن معمولاً در قیمت فروش محصول در نظر گرفته شده است. وارانتی توسعه‌یافته اختیاری است و به‌طور جداگانه خریداری می‌شود. شرایط EW می‌تواند شبیه BW ارائه‌شده توسط سازنده باشد، یا ممکن است متفاوت باشد [۳].

امروزه بسیاری از محصولات با سیاست‌های وارانتی بلندمدت به فروش می‌رسند که این سیاست‌ها به‌صورت وارانتی مادام‌العمر[۱]، وارانتی تمدیدشده[۲]، وارانتی محصولات دست دوم[۳] و قراردادهای خدمت‌دهی نگهداری و تعمیرات[۴] عرضه می‌گردد وارانتی مادام‌العمر از زمان فروش محصول شروع می‌شود و تا پایان عمر مفید محصول ادامه دارد [۴].

پیشنهادهای متفاوت ارائهٔ وارانتی را سیاست وارانتی نامیده‌اند. منظور از سیاست وارانتی، نوع خدمت ارائه‌شده به مشتری و نحوه ارائه آن است. تولیدکنندگان یا نمایندگان خدمات هنگام ارائه وارانتی چند متغیر اساسی را مدنظر قرار می‌دهند. این متغیرها شامل نوع وارانتی، شیوه‌ی اصلاح خرابی‌ها، نحوه ارائه خدمات وارانتی (از نظر هزینه آن)، مدت وارانتی، ابعاد وارانتی و... هستند [۵].

منظور از بعد در سیاست وارانتی تعداد متغیرهای مشخص شده برای تعیین محدودیت‌های وارانتی است. در وارانتی یک بعدی[۵]، یک سیاست توسط یک متغیر مجزا (فاصله تعریف شده) یعنی زمان و عمر کالا یا میزان استفاده و کارکرد آن توصیف می‌شود. به‌عنوان‌مثال بعد از هر ۲۰۰۰ کیلومتر کارکرد خودرو خدمات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه ارائه می‌شود یا به‌صورت سیکل‌های شش‌ماهه. در وارانتی های دو بعدی[۶]، وارانتی توسط یک ناحیه دو بعدی مشخص می‌شود، معمولاً یک محور نشان‌دهنده زمان یا عمر محصول و دیگری نشان‌دهنده میزان استفاده مشتری است. به‌عنوان‌مثال با رسیدن میزان کارکرد یک خودرو به ۵۰۰۰ کیلومتر و یا بعد از ۵ سال از خرید خودرو هر کدام زودتر محقق شود نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه انجام می‌شود [۶].

استراتژی‌های نگهداری و تعمیرات در دوره وارانتی به دو صورت اصلاحی[۷]، و نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه[۸] انجام می‌شود. تعمیرات اصلاحی در صورتی انجام می‌شود که خرابی موجب از کارافتادگی محصول گردد و نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه قبل از خرابی محصول به جهت کاهش ریسک خرابی و از کارافتادگی به‌صورت برنامه‌ریزی شده‌ای انجام می‌شود. تعمیرات انجام شده از نظر بهبود نرخ خرابی محصول به سه دسته تعمیرات کامل[۹]، تعمیرات حداقلی[۱۰] و تعمیرات متوسط(ناکامل)[۱۱] تقسیم می‌شوند.در مورد اول محصول بعد از خرابی از نظر نرخ خرابی مانند یک محصول نو است. در تعمیر حداقلی محصول بعد از خرابی دقیقاً از نظر نرخ خرابی مانند لحظه قبل از خرابی شده و در حالت سوم محصول بعد از تعمیر به‌خوبی محصول نو نبوده ولی نرخ خرابی آن از لحظه قبل خرابی کمتر خواهد شد [۲۸،۷].

منظور از دوره وارانتی طول دوره زمانی است که محصول تحت پوشش وارانتی است. بر این اساس دو سیاست دوره ثابت(غیرقابل‌نوسازی[۱۲]) و دوره تجدیدپذیر[۱۳] وجود دارد. در وارانتی-هایی با دوره ثابت، دوره وارانتی پس از اتمام زمان مشخص شده، تمام می‌شود در مورد دوم، هرگاه محصولی در دورهٔ وارانتی خود با خرابی مواجه شود بعد از تعویض یا تعمیر دورهٔ وارانتی تمدید و دورهٔ جدید جایگزین دورهٔ قبل می‌شود [۵].

براساس نحوه پرداخت هزینه‌ها توسط تولیدکننده (نماینده خدمات پس از فروش) و مصرف‌کننده وارانتی‌ها به سه دسته: وارانتی رایگان[۱۴] (FRW)، تسهیم هزینه[۱۵] (PRW) و ترکیبی، تقسیم می‌شوند. درFRW، ارائه خدمات به مشتری در طول دوره وارانتی رایگان است. درPRW در دوره وارانتی، تولیدکننده(نماینده خدمات) محصول را با دریافت بخشی از هزینه، اصلاح می‌کند و درواقع نسبت مشخصی از هزینه وارانتی را مشتری متحمل می‌شود. وارانتی ترکیبی، با ترکیبی از دو وارانتی رایگان و تسهیم هزینه حاصل می‌شود [۵].

نقش وارانتی از دیدگاه مشتری و تولیدکننده متفاوت است. برای مشتری وارانتی کمک به کاهش خرابی‌های محصول و افزایش کیفیت و قابلیت اطمینان محصول می‌کند. از دید تولیدکننده وارانتی به فروش بیشتر در فضای رقابتی کمک کرده و شکایات مشتریان را نیز کاهش می‌دهد. البته در سال‌های اخیر بسیاری از تولیدکنندگان بخش خدمات نگهداری و تعمیرات در وارانتی را برون‌سپاری کرده و به عبارتی نمایندگی‌های خدمات فروش مسئولیت فروش وارانتی و ارائه خدمات مرتبط با آن را به عهده می‌گیرند. بسیاری از پژوهش‌ها و مقالات به تعیین سیاست‌های وارانتی از دیدگاه مشتری، تولیدکننده و یا نماینده خدمات پس از فروش پرداخته‌اند. تعدادی از مقالات نیز به بهینه‌سازی تصمیمات هر یک از طرف‌های فوق به‌صورت همزمان پرداخته‌اند یعنی تعیین سیاست‌های وارانتی از دید تولیدکننده- مشتری یا از دید مشتری- نماینده خدمات یا از منظر تولیدکننده – نماینده خدمات و یا نهایتاً از دید مشتری- تولیدکننده و نماینده خدمات [۶].

با توجه به اینکه پژوهش حاضر به بهینه‌سازی همزمان تصمیمات مصرف‌کننده و نماینده خدمات پس از فروش در ارائه و خرید خدمات

1. Life Time Warranty
2. Extended Warranty
3. Second Hand Warranty
4. Maintenance Services
5. One Dimensional
6. Two Dimensional
7. Corrective Maintenance
8. Preventive Maintenance
9. Perfect Repair
10. Minimal Repair
11. Imperfect Repair
12. Non-Renewing
13. Renewing
14. Free Replacement Warranty
15. Pro-Rata Warranty

وارانتی می‌پردازد لذا در این بخش به تعدادی از پژوهش‌های که در زمینه مدل‌سازی هزینه‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اصلاحی در هریک از دوره‌های وارانتی، تمدیدشده و طول عمر مفید محصول انجام شده است اشاره می‌گردد لازم به ذکر است این بررسی از دید تولیدکننده، مصرف‌کننده و یا نمایندگی‌های خدمات پس از فروش به‌صورت همزمان بررسی گردیده است.

رینساکا و سئدوی[1] در سال ۲۰۰۶، به ارزیابی قیمت خدمات وارانتی پایه از دید تولیدکننده و مصرف‌کننده اقدام نمودند و عایدی تولیدکننده و مصرف‌کننده را با در نظر گرفتن هزینه‌های خدمات وارانتی که شامل اجرای تگهداری و تعمیرات می‌باشد برآورد کردند [۸]. اتیا و همکاران[2] در سال ۲۰۱۱، تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بهینه را دریک سیستم سری تحت وارانتی پایه تک‌بعدی برآورد نمودند. در این پژوهش با در نظر گرفتن روند خرابی و زمان تعمیر، هزینه‌های خدمات وارانتی از دید مصرف‌کننده و تولیدکننده مدل‌سازی گردیده است و نیز به کمک روش ماکرو تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه ارزیابی شده است [۹]. اسماعیلی‌زاده و همکاران در سال ۲۰۱۴، با در نظر گرفتن قیمت خدمات وارانتی، هزینه‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و اصلاحی را از دید تولیدکننده، مصرف‌کننده و نمایندگی‌های خدمات پس از فروش در یک دوره وارانتی مشخص پایه مدل‌سازی نمودند. در این مقاله تعاملات و تصمیمات مابین این سه سطح به کمک تئوری بازی بررسی گردیده است و نهایتاً قیمت خدمات وارانتی و هزینه تعمیرات تعادلی شده است [۱۰]. جانگ[3]و همکاران در سال ۲۰۱۵، به بررسی و برآورد دوره وارانتی بهینه در دو فاز وارانتی پایه و تمدیدشده برای محصولات با وارانتی تک‌بعدی از دید مصرف‌کننده پرداخته‌اند. در این پژوهش در فاز اول در صورت خرابی محصول اقدام به تعویض و یا تعمیرات حداقلی[4] شده و در فاز دوم تنها تعمیرات حداقلی اعمال می‌شود. در ادامه با حداقل کردن هزینه‌ها از دید نمایندگی دوره تعمیرات بهینه ارزیابی می‌شود [۱۱]. حمیدی و همکاران در سال ۲۰۱۶، به بررسی یک سیاست وارانتی دو بعدی تحت نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه از دید صاحبان محصول و اجاره‌کنندگان محصول (مصرف‌کننده) پرداخته‌اند. عایدی هریک مدل‌سازی گردیده و به کمک تئوری بازی تحت تعادل نش و استکلبرگ تعادلی، مدت زمان اجاره و نرخ مصرف تعادلی برآورد شده است [۱۲]. چن[5] و همکاران در سال ۲۰۱۷، به برآورد قیمت خدمات وارانتی و دوره وارانتی بهینه از دید تولیدکننده پرداخته‌اند.در این پژوهش سیاست نگهداری و تعمیرات شامل تعویض و نیز تعمیرات اصلاحی می‌باشد که تمام این هزینه‌ها توسط تولیدکننده پرداخت می‌گردد و در نهایت قیمت خدمات و تعداد اجرای تعمیرات پیشگیرانه بهینه ارزیابی گردیده است [۱۳]. وانگ[6] و همکاران در سال ۲۰۱۷، تعداد تعمیرات پیشگیرانه و سطح تعمیرات بهینه را از دید تولیدکننده و مصرف‌کننده در دوره وارانتی پایه و تمدیدشده برآورد نموده‌اند. عایدی هریک با در نظر گرفتن سیاست نگهداری پیشگیرانه و اصلاحی مدل‌سازی گردیده است و به کمک تئوری بازی در یک بازی پویا نقطه تعادلی که شامل تعداد تعمیرات و سطح تعمیرات می‌باشد برآورد گردیده است [۱].

وانگ[7] و همکاران در سال ۲۰۱۷، به مدل‌سازی تابع هزینه‌های وارانتی در یک دوره مشخص اقدام نموده‌اند. در این مدل رفتار مشتری و قیمت فروش محصول از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. به‌دلیل آنکه محصول قابل تعمیر می‌باشد سیاست نگهداری و تعمیرات به‌صورت اصلاحی انجام می‌گردد و در نتیجه میانگین و واریانس هزینه‌های وارانتی با در نظر گرفتن طول دوره وارانتی برآورد می‌شود که برآورد این هزینه‌ها برای تصمیم‌گیری‌های آینده تولیدکننده و مصرف‌کننده در زمینه قیمت‌گذاری محصول می‌تواند تأثیرگذار باشد [۱۴].

القاهتی[8] در سال ۲۰۱۷، به بررسی هزینه‌های محصولاتی پرداخته که طول عمر مفید آن‌ها به اتمام رسیده و مجدد مورد تعمیر و استفاده قرار گرفته‌اند. در این میان این تعمیرات جهت کاهش نرخ خرابی و افزایش اطمینان مصرف‌کننده، از کیفیت این نوع از محصول هزینه‌هایی را به همراه دارد که برآورد این هزینه‌ها تحت نرخ مصرف و دوره‌های مختلف وارانتی به مدل‌سازی گردیده است [۱۵].

سلماس‌نیا و یزدانخواستی در سال ۲۰۱۷، جهت کاهش هزینه‌های تولیدکننده و افزایش رضایت مصرف‌کننده تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بهینه را دریک دوره وارانتی پایه برآورد نموده‌اند و بین هزینه‌های تولیدکننده و رضایت مصرف‌کننده یک تعادل ایجاد کرده‌اند و نهایتاً جهت حل مدل ارائه‌شده از یک روش هیوریستیک استفاده نموده‌اند [۱۶].

گیری[9] و همکاران در سال ۲۰۱۸، در یک زنجیره تأمین حلقه بسته که تنها از یک تولیدکننده و مصرف‌کننده تشکیل شده است به مدل‌سازی دو تابع برای محصولات نو و نیز محصولاتی که مجدد استفاده می‌شوند پرداخته‌اند. در این مدل‌سازی میزان تقاضای مصرف‌کننده تأثیر به سزایی بر روی قیمت فروش دارد و در ادامه به کمک استکلبرگ تعادلی تئوری بازی دوره وارانتی تعادلی و نیز قیمت فروش در یک دوره مشخص از عمر محصول برآورد گردیده است [۱۷].

سندتونترن[10] و همکاران در سال ۲۰۱۸، عایدی مصرف‌کننده و تولیدکننده را به کمک تئوری بازی‌ها مدل‌سازی کرده‌اند. در این

1. Rinsaka and Sandoh
2. Attia
3. Jung
4. Minimal Maintenance
5. Chen
6. Wang
7. Wang
8. Alqahati
9. Giri
10. Santos

مـدل پیشـنهادی تولیدکننـده قیمـت خریـد تجهیـزات را مشـخص می‌نماید و با در نظر گرفتن استکلبرگ تعادلی به‌عنوان رهبر قیمـت فروش تجهیز را برآورد می‌نماید و مصـرف‌کننـده بـا در نظـر گـرفتن تصمیم رهبر، بهترین واکنش خود را نشان می‌دهد [۱۸].

اسدی و همکاران در سال ۲۰۱۹ به ارائه مدلی جهت حداکثر کردن عایدی مصرف‌کننده از خدمات وارانتی دو بعدی و نیز کاهش هزینه‌های تولیدکننده در طول عمر مفید محصول پرداخته‌اند این مدل تابعی از سه فاکتور روند خرابی، سیاست وارانتی و ناحیه وارانتی می‌باشد و به کمک روش شبیه‌سازی الگوریتم ژنتیک به بررسی مدل ارائه‌شده، اقدام نموده و دوره وارانتی را با در نظر گرفتن نرخ مصرف بر روی هزینه‌ها و میزان تقاضا برآورد کرده‌اند. در نهایت به کمک مدل ارائه‌شده در این مقاله با در نظر گرفتن نتایج حاصل، تولیدکننده می‌تواند تشخیص بدهد چه نوع خدمات وارانتی را متناسب به نوع مصرف‌کننده ارائه نماید [۱۹].

در جدول شماره (۱) خلاصه بررسی پژوهش‌های ذکرشده ارائه‌شده است.

در این پژوهش با استفاده از نظریه بازی نمایندگی خدمات پس از فروش و مصرف‌کننده به‌عنوان دو بازیکن در نظر گرفته می‌شوند که هریک بدنبال افزایش عایدی خود بوده و طی دو بازی یکی در دوره وارانتی پایه و دیگری در دوره وارانتی تمدیدشده براساس شرایط موجود،تصمیماتی را می‌گیرند. حل این دو بازی به‌صورت بازی پویا و به کمک استکلبرگ تعادلی در دو مرحله الف) استکلبرگ نمایندگی، ب) استکلبرگ مصرف‌کننده بررسی می‌گردد. در نهایت در یک مطالعه موردی به بررسی و پیاده‌سازی مدل ارائه‌شده پرداخته می‌شود.در ادامه مقاله و در قسمت ۲ به تشریح مدل پرداخته می‌شود و کلیه علائم و پارامترهای مورداستفاده در پژوهش توضیح داده می‌شود. در قسمت ۳ به مدل‌سازی هزینه نگهداری و تعمیرات در طول دوره وارانتی و وارانتی تمدیدشده پرداخت می‌شود. در قسمت ۴ نسبت به حل مسئله به کمک بازی استکلبرگ تعادلی اقدام شده و در نهایت در قسمت ۵ مدل ارائه‌شده و روش حل پیشنهادی در یک مطالعه موردی بررسی می‌گردد.

جدول (۱): جمع‌بندی پژوهش‌های پیشین

		دوره‌های تحت وارانتی			استراتژی نگهداری و تعمیرات		از دیدگاه			متغیر تصمیم
		پایه‌ای	تمدیدشده	طول عمر	اصلاحی	پیشگیرانه	تولیدکننده	مصرف‌کننده	نمایندگی	
ـ	رینساکا و سن دوها (۲۰۰۶)			✓		✓	✓	✓		تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه
۱	اسدی و همکاران (۲۰۱۹)			✓		✓	✓	✓		دوره وارانتی
۲	سندتونتن و همکاران (۲۰۱۸)			✓		✓	✓	✓		قیمت محصول
۳	گیری و همکاران (۲۰۱۸)	✓				✓	✓	✓		دوره وارانتی و قیمت فروش
۴	سلماس نیا و یزدانخواستی (۲۰۱۷)	✓				✓	✓	✓		تعداد تعمیرات و نگهداری پیشگیرانه
۵	القاهی (۲۰۱۷)					✓	✓	✓		تعداد نگهداری و تعمیرات
۶	وانگ و همکاران [۱۴] (۲۰۱۷)	✓	✓			✓	✓	✓		تعداد نگهداری تعمیرات و سطح تعمیرات
۷	وانگ و همکاران [۱] (۲۰۱۷)					✓	✓	✓		هزینه انتظاری
۸	چن و همکاران (۲۰۱۶)	✓				✓	✓			قیمت وارانتی و دوره وارانتی
۹	حمیدی و همکاران (۲۰۱۶)	✓				✓	✓			نرخ مصرف و سطح تعمیرات
۱۰	جانگ و همکاران (۲۰۱۵)					✓	✓	✓		دوره وارانتی و دوره تعمیرات
۱۱	اسماعیلی‌زاده و همکاران (۲۰۱۴)	✓				✓	✓	✓	✓	قیمت و هزینه وارانتی
۱۲	اتیا و همکاران ۲۰۱۱	✓				✓	✓	✓		تعداد نگهداری تعمیرات پیشگیرانه
	پژوهش حاضر	✓	✓		✓		✓	✓		تعداد تعمیرات پیشگیرانه و قیمت وارانتی فروش

۲. تشریح مدل

در پژوهش حاضر، به بهینه‌سازی عایدی مشتریان و نمایندگی خدمات پس از فروش در ارائه خدمات وارانتی یک محصول (کامیون کشنده) با استفاده از نظریه بازی می‌پردازیم.سیاست وارانتی محصول به‌صورت دو بعدی شامل زمان و میزان کارکرد محصول می‌باشد. مدل‌سازی فقط برای مصرف‌کنندگان کم‌مصرف (دارای نرخ مصرف کمتر از میزان اسمی شده، نمایندگی با دریافت هزینه خدمات پس از فروش در دوره وارانتی پایه، کلیه هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی و نیز بخشی از هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را متقبل می‌شود، هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی برای اولین بار به دو صورت تعمیرات اصلاحی خانگی و جاده‌ای مدل‌سازی می‌شود به همین منظور فرض می‌شود که درصد مشخصی از کامیون‌ها در جاده دچار خرابی می‌شوند و نیاز به تعمیرات جاده‌ای دارند و مابقی در خود نمایندگی تعمیر می‌گردند. از طرف دیگر مصرف‌کننده مابقی هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را پرداخت می‌نماید و عایدی خود را با میزان رضایت از خدمات نمایندگی بیشینه می‌نماید. وارانتی تمدیدشده پس از اتمام وارانتی پایه آغاز می‌شود این دوره از وارانتی توسط نمایندگی تحت عنوان وارانتی تمدیدشده به مصرف‌کننده، فروخته می‌شود. در این دوره نمایندگی با دریافت هزینه خدمات وارانتی تمدیدشده تنها هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی را پرداخت می‌نماید و نیز مصرف‌کننده هزینه این خدمات و کل هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را در مقابل میزان رضایت از کیفیت خدمات وارانتی تمدیدشده پرداخت می‌نماید. در ادامه به کمک بازی تعادلی استکلبرگ، تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و قیمت خدمات پس از فروش در دوره وارانتی پایه و تمدیدشده از دید مصرف‌کننده و نمایندگی برآورد می‌شود. در ادامه به معرفی متغیرهای تصمیم و پارامترها استفاده شده در مدل‌سازی این پژوهش پرداخته می‌شود.

۲-۱. متغیرهای تصمیم

m	تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در دوره وارانتی پایه
n	تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در دوره وارانتی تمدیدشده
P_w	قیمت خدمات وارانتی پایه
P_E	قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده

۲-۲. پارامترهای ورودی

پارامترهای ورودی در مدل‌سازی پژوهش به‌صورت زیر می‌باشد:

T_B	زمان اتمام وارانتی پایه
T_E	زمان اتمام وارانتی تمدیدشده
U_B	مقدار کارکرد محصول تا اتمام وارانتی پایه
U_E	مقدار کارکرد محصول تا اتمام وارانتی تمدیدشده
r_0	نرخ مصرف اسمی
r_1	نرخ مصرف در مصرف‌کننده کم‌مصرف
τ_1	فاصله بین دو تعمیر پیشگیرانه در دوره وارانتی پایه برای نرخ مصرف کم
τ_2	فاصله بین دو تعمیر پیشگیرانه در دوره وارانتی تمدیدشده برای نرخ مصرف کم
δ	سطح تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای
t	زمان اولین خرابی
W	طول دوره وارانتی
q	درصد تعداد تعمیرات جاده‌ای
c_p	هزینه انتظاری تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای
c_{r1}	هزینه انتظاری تعمیرات اصلاحی خانگی
c_{r2}	هزینه انتظاری تعمیرات اصلاحی جاده‌ای
χ	پارامتر انعطاف‌پذیری تقاضا نسبت به قیمت
k	ضریب ثابت دامنه
α	پارامتر مقیاس توزیع وایبال
ε	پارامتر شکل توزیع وایبال
ψ	پارامتر مقیاس توزیع گاما
θ	پارامتر شکل تابع توزیع گاما
$h(t:\alpha(r))$	تابع نرخ خرابی برحسب زمان خرابی
$g(r)$	تابع نرخ خرابی برحسب نرخ مصرف
Π_A	عایدی نمایندگی در دوره وارانتی پایه
Π_C	عایدی مصرف‌کننده در دوره وارانتی پایه
Π_{AE}	عایدی نمایندگی در دوره وارانتی تمدید شد
Π_{CE}	عایدی مصرف‌کننده در دوره وارانتی تمدیدشده
S	میزان رضایت از خدمات وارانتی نمایندگی
γ	شدت زمان خرابی

۲-۳. فرضیات پژوهش

فرضیات پژوهش به شرح زیر می‌باشد:

- برای برآورد حجم فروش از تابع تقاضای کاب داگلاس استفاده می‌شود و قیمت فروش در این تابع به‌عنوان قیمت فروش خدمات وارانتی در نظر گرفته می‌شود.
- نوع مصرف‌کننده از لحاظ میزان استفاده از محصول،کم‌مصرف در نظر گرفته می‌شود.
- وارانتی ارائه‌شده برای محصول غیرقابل‌تجدید است.
- به دلیل آنکه با اعمال نگهداری و تعمیرات اصلاحی نرخ خرابی کامیون‌ها تغییری نمی‌کند نگهداری و تعمیرات اصلاحی از نوع تعمیرات حداقلی می‌باشد و این تعمیرات تأثیر ناچیزی بر جوان شدن محصول دارد همچنین فرض شده است نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه از نوع ناکامل می‌باشد.
- شرکت‌کنندگان در بازی شامل نمایندگی خدمات پس از فروش و مصرف‌کنندگان می‌باشند و هرکدام کاملاً منطقی برای افزایش

سود خود رقابت می‌نمایند و تنها این دو شرکت‌کننده حاضر در حال تصمیم‌گیری می‌باشند.

- هریک از شرکت‌کنندگان در بازی فقط یک متغیر تصمیم داشته که در قالب چندین استراتژی جهت تصمیم‌گیری ارائه می‌کنند.
- شرکت‌کنندگان به‌صورت متوالی تصمیم‌گیری می‌کنند و به تصمیمات یکدیگر پایبند می‌باشند.
- فرض می‌شود مقدار درصد مشخصی از کامیون‌ها نیاز به نگهداری و تعمیرات اصلاحی جاده‌ای داشته باشند و مابقی در نمایندگی تعمیر می‌شوند.

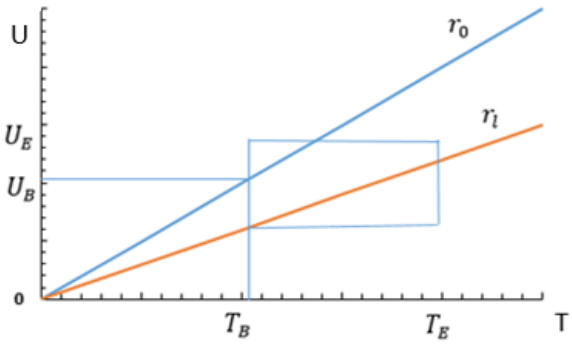
۳. مدل‌سازی

۳-۱. برآورد فواصل نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه

وارانتی پایه از زمان فروش محصول شروع‌شده و تا زمان مشخص شده T_B ادامه دارد. این زمان مشخص، با توجه به نوع محصول و سیاست تولیدکننده یا مراکز ارائه‌دهنده خدمات تعیین می‌گردد. ناحیه وارانتی پایه به‌صورت:

$[0,T_B)$ *$[0, U_B)$ نمایش داده می‌شود. U_B حد مقدار مصرف بوده و برابر با میزانی از استفاده محصول توسط مصرف‌کننده می‌باشد که در آن وارانتی اتمام می‌یابد و لذا برای کامیون برابر است با حداکثر کیلومتر قابل پیمودن تا اتمام وارانتی و T_B حد زمان وارانتی پایه می‌باشد. به عبارتی حداکثر زمانی که محصول می‌تواند از خدمات وارانتی استفاده کند. لازم به ذکر است در عمل هر یک از دو فاکتور زمان یا میزان مصرف که زودتر به حد نهایی خود برسد وارانتی اتمام می‌یابد.

نرخ مصرف اسمی ($r_0=\frac{U_B}{T_B}$) از نسبت دو فاکتور مقدار کارکرد و عمر محصول در طول دوره وارانتی برآورد می‌شود. در مورد مصرف‌کنندگانی که نرخ مصرفشان کمتر از نرخ مصرف اسمی می‌باشد(مصرف‌کنندگان کم‌مصرف $r_l < r_0$) دوره وارانتی در نقطه $(T_B,T_B r_l)$ به پایان می‌رسد یعنی عمر وارانتی نسبت به مقدار کارکرد وارانتی زودتر به پایان می‌رسد. این ناحیه در شکل (۱) نمایش داده شده است [۲۱].



شکل (۱): ناحیه وارانتی دو بعدی برای مصرف‌کننده کم‌مصرف[۱]

اعمال نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای در فواصل ثابت زمانی τ_1 توسط نمایندگی‌های خدمات پس از فروش انجام می‌شود.این مقدار از نسبت دوره وارانتی بر تعداد تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای به دست می آید. فرض می‌شود تعداد تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای در طول دوره وارانتی برابر با m می‌باشد. با توجه به نوع مصرف‌کننده این تعداد می‌تواند مقداری متفاوتی در بازه $\{m_l, m_{l+1}\ldots\ldots,m_h\}$ باشد m یک مقدار صحیح می‌باشد در صورتی مصرف‌کننده کم‌مصرف باشد تعداد تعمیرات پیشگیرانه m_l و درصورتی‌که مصرف‌کننده پرمصرف باشد این مقدار برابر با m_h می‌باشد لازم به ذکر است این پژوهش فقط از دید مصرف‌کنندگان کم‌مصرف بررسی می‌گردد. مقدار τ_1 از رابطه (۱) حاصل می‌گردد [۱].

$$\tau_1 = \frac{T_B}{m+1} \qquad m \geq 1 \qquad (۱)$$

در رابطه (۱) منظور از m+1 این است که در زمان T_B نیز تعمیرات پیشگیرانه انجام می‌گردد.

با اتمام وارانتی پایه‌ای، دوره وارانتی تمدیدشده شروع می‌شود و تا پایان عمر مفید محصول ادامه دارد. ناحیه وارانتی تمدیدشده به‌صورت $[T_B, T_E)$ *$(U_B, U_E]$ نمایش داده می‌شود ، دور وارانتی تمدیدشده و مقدار کارکرد وارانتی تمدیدشده به ترتیب برابر با پارامترهای T_E و U_E می‌باشد. در مورد مصرف‌کنندگانی که نرخ مصرفشان کمتر از نرخ مصرف اسمی باشد، دورهوارانتی تمدیدشده در نقطه $(T_E,T_E r_l)$ به پایان می‌رسد [۲۱]. نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در این دوره به تعداد ثابت n و در فاصله زمانی ثابت τ_2 انجام می‌شود [۱].رابطه شماره (۲) فاصله زمانی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای را نشان می‌دهد.

$$\tau_2 = \frac{T_E - T_B}{n} \qquad n \geq 1 \qquad (۲)$$

در دوره وارانتی تمدیدشده نیز، تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه برای مصرف‌کنندگان کم‌مصرف و پرمصرف متفاوت بوده می‌تواند و مقداری بین $\{n_l, n_{l+1}\ldots\ldots,n_h\}$ می‌باشد درصورتی‌که مصرف‌کننده از نوع کم‌مصرف باشد تعداد تعمیرات پیشگیرانه n_l و درصورتی‌که مصرف‌کننده پرمصرف باشد این مقدار برابر با n_h در نظر گرفته می‌شود (n یک مقدار صحیح می‌باشد.) [۱].

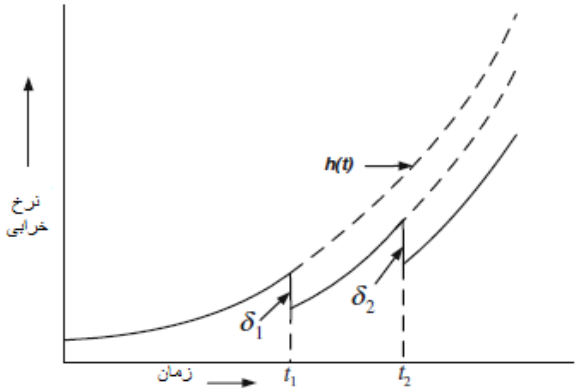
۳-۲. تابع نرخ خرابی

با توجه به مدل کجیما[1] زمانی که تعمیرات پیشگیرانه بر روی محصول اعمال می‌شود نرخ خرابی به اندازه مقدار δ جوان می‌شود. δ یک متغیر پیوسته می‌باشد که مقدار آن بین صفر و یک ($0 < \delta \leq 1$) تغییر می‌نماید۰. هرچه مقدارδ زیادتر باشد نشان‌دهنده آن است که کیفیت تعمیرات بالا می‌باشد و هرچه به صفر نزدیک‌تر باشد شدت تأثیر آن کاهش می‌یابد [۲۵]. بنابراین هنگامی‌که این تعمیرات اعمال می‌شود نرخ خرابی نسبت به حالت اولیه کاهش می‌یابد(نرخ خرابی در نمودار (۲) نشان داده شده است). فرض می‌شود سطح تعمیرات پیشگیرانه در طول عمر وارانتی ثابت باشد بنابراین با اعمال

1. Kijima

این تعمیرات عمر محصول از t به مقدار $i\delta\tau$ کاهش می‌یابد، به این مقدار عمر مجازی محصول گفته می‌شود و با نماد v نمایش داده می‌شود. پس از اقدامات پیشگیرانه عمر مجازی بین دو تعمیر i و i+1 به‌صورت رابطه (۳) ارزیابی می‌شود [۱۲].

$$V(t)=i\delta\tau+t-i\tau \qquad i\tau \le t < (i+1)\tau \qquad (۳)$$



نمودار (۲): تابع نرخ خرابی[۱۶]

یک محصول را می‌توان به‌عنوان یک سیستم که شامل چندین جز می‌باشد در نظر گرفت و نیز قابلیت اطمینان یک محصول تابعی از قابلیت اطمینان اجزای آن می‌باشد. زمانی که نرخ خرابی تغییر می‌کند و مقدار آن از این نرخ مصرف اسمی فاصله می‌گیرد باعث تغییر در قابلیت اطمینان اجزای یک محصول می‌شود. درصورتی‌که نرخ مصرف افزایش می یابد نرخ ازکار افتادگی نیز زیاد می‌شود و شدت زمان خرابی افزایش می‌یابد و در نتیجه اگر قابلیت اطمینان کاهش پیدا کند نرخ مصرف افزایش می‌یابد. تأثیر نرخ مصرف بر روی خرابی به کمک مدل AFT[1] مدل می‌شود.[T_r] T_0 نشان‌دهنده زمان اولین خرابی تحت نرخ مصرف اسمی [r] r_0 می‌باشد [۲۲]. بنابراین

$$\frac{T_r}{T_0}=\left(\frac{r_0}{r}\right)\gamma \qquad (۴)$$

تابع توزیع برای T_0 به کمک $F_0(x{:}\alpha_0)$ نشان داده می‌شود، در این تابع α_0 پارامتر مقیاس می‌باشد و نیز γ پارامتر شدت خرابی می‌باشد ($\gamma \ge 1$). تابع توزیع برای T_r همانند T_0 می‌باشد. پارامتر مقیاس T_r عبارت است از:

$$\alpha(r)=\left(\frac{r_0}{r}\right)\gamma_{\alpha_0} \qquad (۵)$$

$F(x{:}\alpha(r))$ تابع توزیع برای T_r می‌باشد و به‌صورت رابطه (۶) مدل‌سازی می‌گردد.

$$F(x{:}\alpha(r))=F((\frac{r}{r_0})^{\gamma}x{:}\alpha_0) \qquad (۶)$$

تابع خرابی و تابع خرابی تجمعی در ارتباط با $F(x{:}\alpha(r))$ به‌صورت رابطه(۷) به ترتیب می‌باشد:

$$h(x{:}\alpha(r))=\frac{f(x{:}\alpha(r))}{1-F(x{:}\alpha(r))} \qquad (۷)$$

$$H(x{:}\alpha(r))=\int_0^x h(x{:}\alpha(r))dx \qquad (۸)$$

و چگالی خرابی از رابطه (۹) به‌دست می‌آید[۲۰].

$$h(x{:}\alpha(r))=\frac{f(x{:}\alpha(r))}{1-F(x{:}\alpha(r))} \qquad (۹)$$

با در نظر گرفتن عمر مجازی تابع چگالی خرابی در این زمان به‌صورت $h(i\delta\tau+t-i\tau \mid r)$ نشان داده می‌شود.

لازم به ذکر است تابع چگالی خرابی نرخ مصرف که تحت تأثیر فاکتورهای مختلفی می‌باشد با داشتن سابقه نرخ مصرف محصولات برآورد می‌شود تابع چگالی نرخ مصرف، در این پژوهش به‌صورت $g(r|r_0)$ نشان داده می‌شود [۲۶].

۳-۳. حجم فروش

در سال ۱۹۷۶ گلیکمن[2] و برگر[3] یک تابع تقاضا به فرم کاب داگلاس ارائه نمودند در این تابع k_1 ضریب ثابت دامنه و k_2 ضریب ثابت تغییر زمان است (k_1 و $k_2 > 0$). χ پارامتر انعطاف‌پذیری تقاضا نسبت به قیمت می‌باشد ($\chi > 1$) و b پارامتر تقاضا نسبت به طول دوره وارانتی و مقدار آن بین صفر و یک می‌باشد [۲۳].

با در نظر گرفتن مقاله اسماعیلی زاده و همکاران در سال ۲۰۱۴ و چن و همکارا در سال ۲۰۱۶ برای برآورد حجم فروش وارانتی محصولات از تابع تقاضای کاب داگلاس استفاده می‌شود که در آن P_W قیمت فروش وارانتی محصول و w دوره وارانتی می‌باشد[۱۳،۱۰].

$$D(P_W,w)=k_1 P_W^{-\chi}(w+k_2)^b \qquad (۱۰)$$

درصورتی‌که تقاضا نسبت به طول دوره وارانتی ثابت در نظر گرفته شود تابع تقاضای کاب داگلاس را می‌توان به‌صورت رابطه (۱۱) نوشت. در این پژوهش فرض می‌شود p_w قیمت وارانتی می‌باشد و قیمت وارانتی را در طول دوره ثابت فرض می‌شود.

$$D(P_w)=k_1 P_w^{-x} \qquad (۱۱)$$

این تابع در دوره وارانتی تمدیدشده به‌صورت رابطه (۱۲) می‌باشد قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده برابر با P_E در نظر گرفته می‌شود.

$$D(p_E)=k_1 P_E^{-\chi} \qquad (۱۲)$$

به‌منظور برآورد حجم فروش وارانتی محصولات با استفاده از حجم فروش و وارانتی طی دوره قبلی پارامترهای این تابع را می‌توان به کمک محاسبات رگرسیون برآورد نمود.

1. Accilerate Failer Time

2. Gilikman
3. Berger

۳-۴. مدل‌سازی هزینه‌ها

نگهداری و تعمیرات در دوره وارانتی شامل نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای، نگهداری و تعمیرات اصلاحی خانگی و تعمیرات اصلاحی جاده‌ای می‌باشد. نگهداری و تعمیرات اصلاحی به‌صورت تعمیرات حداقلی در فاصله زمانی ثابت τ_1 ما بین i و (i+۱) امین تعمیر پیشگیرانه انجام می‌شود. این هزینه توسط هر دو مصرف‌کننده و نمایندگی پرداخت می‌شود. وانگ و همکاران در سال ۲۰۱۸ فرض نمودند در دوره مشخص شده وارانتی مصرف‌کننده کسر $\frac{i}{m}$ از هزینه‌های نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای را پرداخت می‌نماید و مابقی این هزینه‌ها یعنی $(1-\frac{i}{m})$ توسط نمایندگی پرداخت می‌شود [۲۰،۱]. میانگین هزینه هر بار تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای در طول عمر مفید محصول مقداری ثابت و برابر با C_{pm} در نظر گرفته می‌شود.

بنابراین هزینه انتظاری نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه از دید مصرف‌کننده برابر است با مجموع این هزینه‌ها در هر تعمیر، و از رابطه (۱۳) برآورد می‌شود:

$$C_p = \sum_{i=1}^{m} c_{pm}\,(\frac{i}{m}) \qquad (۱۳)$$

و نیز مجموع این هزینه‌ها از دید نمایندگی از رابطه (۱۴) برآورد می‌شود:

$$C_p = \sum_{i=1}^{m} c_{pm}(1-\frac{i}{m}) \qquad (۱۴)$$

میانگین تعداد خرابی‌ها در فاصله بین دو اقدام پیشگیرانه از رابطه (۱۵) برآورد می‌شود:

$$E(M)= \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r)dt \qquad (۱۵)$$

در این رابطه، m تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، و τ_1 فاصله بین دو تعمیر پیشگیرانه متوالی و $h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r)$ تابع چگالی خرابی محصول می‌باشد. با در نظر گرفتن هزینه ثابت C_{r1} به‌عنوان هزینه تعمیرات حداقلی، هزینه انتظاری بین i و i+1 امین تعمیر اصلاحی برای کامیون‌های که در نمایندگی تعمیر می‌شوند در طول دوره وارانتی برابر با رابطه (۱۶) می‌باشد:

$$C_{CM1} = (1-q)C_{r1} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r)dt \qquad (۱۶)$$

بسیاری از کامیون‌ها به‌صورت ناگهانی در جاده دچار ازکارافتادگی می‌شوند به‌طوری‌که قادر به حرکت نمی‌باشند تحت این شرایط نمایندگی با ارسال خدمات جاده‌ای اقدام به تعمیر یا حمل آن‌ها می‌نمایند به همین ترتیب هزینه‌ای را برای نمایندگی‌ها ایجاد می‌نماید. با در نظر گرفتن حجم فروش، فرض می‌شود هر کامیون با احتمال q درصد در جاده خراب شود و مابقی کامیون‌ها یعنی (1-q) درصد در نمایندگی تعمیر می‌گردند.لازم به ذکر است که این تعمیرات نیز به‌صورت حداقلی اعمال می‌گردد، بنابراین نرخ خرابی تغییر نمی‌کند و این خرابی نیز مابین دو تعمیر پیشگیرانه صورت می‌پذیرد در این پژوهش هزینه تعمیرات جاده‌ای با C_{CM2} نمایش داده می‌شود و به‌صورت رابطه (۱۷) مدل‌سازی می‌شود:

$$C_{CM2} = q\,C_{r2} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r)dt \qquad (۱۷)$$

۳-۵. عایدی نمایندگی در دوره وارانتی پایه‌ای

نمایندگی در مقابل دریافت مبلغ وارانتی، هزینه تعمیرات اصلاحی که شامل تعمیرات خانگی و جاده‌ای می‌باشد و نیز بخشی از هزینه تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای را متقبل می‌شود. بنابراین اگر قیمت وارانتی را با P_W نشان داده شود عایدی نمایندگی تحت نرخ مصرف به‌صورت زیر مدل‌سازی نمود:

عایدی نمایندگی=حجم فروش (قیمت وارانتی – هزینه انتظاری تعمیرات اصلاحی خانگی – هزینه انتظاری تعمیرات اصلاحی جاده‌ای – هزینه انتظاری تعمیرات پیشگیرانه)

$$\Pi_A = k_1 P_w^{-\chi} (P_W - \int_{r_l}^{r_0}(1-q)\,C_{r1} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r)dt + \sum_{i=1}^{m} c_{pm}\left(1-\frac{i}{m}\right) + q\,C_{r2} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r)dt)g(r/r\in[r_l, r_0])dr) \qquad (۱۸)$$

در رابطه (۱۸) تابع چگالی نرخ مصرف برابر با $g(r|r\in[r_l, r_0])dr$ می‌باشد که یک تابع چگالی شرطی برای مصرف‌کنندگان کم‌مصرف می‌باشد.

۳-۶. عایدی مصرف‌کننده در دوره وارانتی پایه

در دوره وارانتی پایه، مصرف‌کننده در مقابل پرداخت قیمت وارانتی و نیز بخشی از هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای از کیفیت خدمات ارائه‌شده توسط نمایندگی به بهره‌وری می‌رسد سود حاصل از کیفیت خدمات را می‌توان با بررسی میزان رضایت مصرف‌کننده برآورد نمود. به کمک طراحی پرسشنامه می‌توان میزان رضایت مصرف‌کننده را از کیفیت خدمات پس از فروش در دوره وارانتی پایه و وارانتی تمدیدشده برآورد نمود.بنابراین عایدی مصرف‌کننده با توجه به سطح فروش وارانتی به‌صورت رابطه (۱۹) مدل‌سازی می‌شود.

عایدی مصرف‌کننده =حجم فروش (میزان سطح رضایت * طول دوره وارانتی – هزینه تعمیرات پیشگیرانه – قیمت وارانتی)

$$\Pi_C = k_1 P_w^{-\chi} (S^*(r_l\, T_B) - \sum_{i=1}^{m} c_{pm}(\frac{i}{m}) - P_W) \qquad (۱۹)$$

در مدل (۱۹) S میزان رضایت مصرف‌کننده از خدمات وارانتی را نشان می‌دهد.

۳-۷. عایدی نمایندگی در دوره وارانتی تمدیدشده

در این بازه زمانی از عمر مفید محصول نمایندگی تنها هزینه اصلاحی شامل تعمیرات حداقلی خانگی و جاده‌ای را پرداخت می‌نماید و کلیه هزینه پیشگیرانه دوره‌ای بر عهده مصرف‌کننده می‌باشد.تعمیرات حداقلی ما بین تعمیرات پیشگیرانه در فاصله زمانی ثابت τ_2 انجام می‌شود. تعداد تعمیرات پیشگیرانه در این دوره برابر با n می‌باشد. بنابراین عایدی نمایندگی برابر است با:

عایدی نمایندگی = حجم فروش (قیمت وارانتی تمدیدشده – هزینه تعمیرات اصلاحی خانگی – تعمیرات اصلاحی جاده‌ای)

$$\Pi_{AE}=k_1 P_E^{-\alpha}(P_E-\int_{r_l}^{r_0}((1-q)C_r\int_{T_B+i\tau_2}^{T_B+(i+1)\tau_2}\sum_{i=1}^{n-1}h(i\delta\tau_2+t-i\tau_2\mid r)dt+ q\ C_r\int_{T_B+i\tau_2}^{T_B+(i+1)\tau_2}\sum_{i=1}^{n-1}h(i\delta\tau_2+t-i\tau_2\mid r)dt)\ g(r/r\in[r_l,r_0])dr) \quad (۲۰)$$

در رابطه (۲۰) مدت وارانتی تمدیدشده از T_B شروع می‌گردد بنابراین هزینه تعمیرات در این دوره بین $T_B+i\tau_2$ و $T_B+(i+1)\tau_2$ برآورد می‌شود.

۳-۸. عایدی مصرف‌کننده در دوره وارانتی تمدیدشده

مصرف‌کننده در مقابل بهره‌مندی از کیفیت خدمات وارانتی تمدیدشده، مبلغ وارانتی و نیز تمام هزینه تعمیرات پیشگیرانه را پرداخت می‌نماید. بنابراین عایدی مصرف‌کننده به‌صورت رابطه (۲۱) مدل‌سازی می‌گردد.

عایدی مصرف‌کننده=حجم فروش(میزان رضایت * طول دوره وارانتی تمدیدشده با نرخ مصرف کم-هزینه تعمیرات پیشگیرانه-قیمت فروش)

$$\Pi_{CE}=k_1 P_E^{-\chi}(S^*(r_l(T_E-T_B))-\sum_{i=1}^{n-1}c_p(i)-P_E) \quad (۲۱)$$

۴. حل مدل در دوره وارانتی پایه

امروزه تئوری بازی می‌کوشد با استفاده از طراحی و تحلیل سناریو، رفتارها و نتایج تصمیم‌گیری موجوداتی (بازیکن‌ها) را که حق انتخاب دارند، در تعامل با یکدیگر پیش‌بینی کند. تئوری بازی[1] معمولاً بسته به کاربرد آن می‌توان به‌صورت بازی نش و بازی تعادلی استکلبرگ بررسی گردد. در بازی تعادلی استکلبرگ بازیکن پیشرو از تصمیمات بازیکن پیرو آگاهی ندارد و براساس پیش‌بینی واکنش وی اقدام به انتخاب استراتژی خود می‌کند در این وضعیت با یک بازی پویا مواجه می‌باشیم درحالی‌که در بازی تعادلی نش بازیکن‌ها از تصمیمات یکدیگر آگاهی ندارند و همزمان اقدام به تصمیم‌گیری می‌نمایند [۲۷،۷،۶].

۴-۱. بازی تعادلی استکلبرگ برای مصرف‌کنندگان کم‌مصرف در دوره وارانتی پایه

الف) بازی تعادلی استکلبرگ نمایندگی

در این حالت تصمیمات نمایندگی و مصرف‌کننده به‌صورت متوالی صورت می‌پذیرد و هر دو جهت حداکثر کردن عایدی خود تلاش می‌نمایند [۲۱]. ابتدا نمایندگی به‌عنوان رهبر وارد بازی می‌شود و استراتژی خود را با تعیین نمودن هر مقدار انتخابی از قیمت خدمات وارانتی که به‌صورت P_W می‌باشد مشخص می‌نماید و در ادامه مصرف‌کننده به‌عنوان پیرو از تصمیمات رهبر، بهترین واکنش خود را نسبت به تصمیم نمایندگی به ازای هر مقدار انتخابی از قیمت خدمات وارانتی ارائه می‌کند. حل بازی با یافتن بهترین واکنش بازی کن دوم نسبت به تصمیم نمایندگی ارزیابی می‌شود. در دوره وارانتی پایه استراتژی نمایندگی و مصرف‌کننده به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\gamma_{AB}=\{A_1\}$$
$$\gamma_{CB}=\{C_1\}$$

عایدی مصرف‌کننده عبارت است از:

$$MAX\ \Pi_C=\ k_1\ P_W^{-\chi}\ (S^*(r_l T_B)-\sum_{i=1}^{m}c_{pm}(\frac{i}{m})-P_W) \quad (۲۲)$$
$$s.t:\quad m_l\le m\le m_s$$

در حالت کلی برای به‌دست آوردن مقدار بهینه m از رابطه (۲۲) نسبت به m مشتق گرفته می‌شود:

$$\frac{\partial\Pi_c(m)}{\partial m}=0 \quad (۲۳)$$

شرط بهینه بودن m و در نتیجه بهینگی عایدی مصرف‌کننده این است که مشتق دوم نیز در رابطه زیر صدق کند:

$$\frac{\partial^2\Pi_c(m)}{\partial^2 m}\le 0 \quad (۲۴)$$

در روابط فوق توجه به چند نکته ضروری است: نکته اول اینکه در روابط فوق متغیر m یک متغیر گسسته می‌باشد لذا در حالت کلی برای حل مسئله جهت یافتن تعداد نگهداری و تعمیرات بهینه (m^*) در رابطه ۲۲ فرض می‌شود که m یک متغیر پیوسته می‌باشد.بعد از گرفتن مشتق و به‌دست آوردن m^* اگر جواب مقداری صحیح نباشد از $\lfloor m^*\rfloor$ یعنی بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از m^* یا $\lceil m^*\rceil$ یعنی کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از m^* به‌عنوان تعداد نگهداری و تعمیرات بهینه استفاده می‌گردد (هر کدام مقدار تابع هدف بهتری داشته باشند). لازم به ذکر است که در ادبیات موضوع در مواجهه با متغیرهای گسسته معمولاً از این روش استفاده می‌شود به‌عنوان نمونه حمیدی و همکاران در سال ۲۰۱۶ جهت یافتن تعداد نگهداری و تعمیرات بهینه از این روش استفاده نموده‌اند.

1. Game Theory

نکته دوم اینکه معمولاً به‌دست آوردن مقدار از رابطه ۲۳ دشوار بوده و از طرفی در عمل تعداد مقادیر گسسته در نظر گرفته شده برای m محدود می‌باشد و در واقع از بین مقادیر مشخص و محدود m بایستی بهترین مقدار را پیدا کرد لذا عملاً نیازی به استفاده از روابط ۲۳ و ۲۴ نمی‌باشد مقدار عایدی مصرف‌کننده را مطابق رابطه ۲۲ محاسبه کرده و بهترین مقدار را از بین مقادیر مختلف m انتخاب می‌کنیم. در مطالعه موردی ارائه‌شده در مقاله حاضر نیز از همین روش استفاده شده است.

نکته سوم اینکه ممکن است در محاسبات رابطه ۲۳ مشتق تابع نسبت به m یک رابطه خطی بر حسب m شده و با استفاده از رابطه ۲۳ نتوان مقدار بهینه‌ای برای m پیدا کرد در این حالت مطابق توضیحات بالا با توجه به مقادیر مشخصی که m می‌تواند بگیرد بهینگی در یکی از مقادیر ابتدا یا انتهای بازه اتفاق می‌افتد لذا کافی است مقدار تابع هدف در رابطه ۲۲ را به ازای کمترین و بیشترین مقدار در بازه مقادیر m محاسبه و با توجه به کمترین مقدار به‌دست‌آمده برای عایدی مقدار بهینه m را از بین این دو مقدار انتخاب کرد.

محاسبه روابط فوق در پیوست مقاله ارائه‌شده است.

درصورتی‌که نمایندگی به‌عنوان رهبر جهت بیشینه کردن عایدی خود، قیمت خدمات وارانتی را به مقدار P_W انتخاب نماید، بهترین واکنش مصرف‌کننده نسبت به تصمیم نمایندگی به‌صورت $m'(P_W)$ می‌باشد.به‌طور معمول جهت تعیین m^* از عایدی مصرف‌کننده نسبت به تعداد تعمیرات باید مشتق گرفته و حاصل مشتق به‌صورت تابعی از قیمت خدمات وارانتی برآورد شود اما می‌توان جهت سادگی کار به ازای مقادیر مختلف m عایدی نمایندگی را برآورد نمود و با توجه به نتایج حاصل تعداد تعمیرات بهینه (m^*) را تعیین نمود.حل بازی به ازای مقادیر مختلف m انجام می‌شود.

- درصورتی‌که $m^*=m'(P_W)= m_l$ باشد، عایدی نمایندگی نسبت به قیمت خدمات وارانتی مشتق گرفته می‌شود و قیمت خدمات بهینه برآورد می‌شود. این مقدار به‌صورت P'_w نمایش داده می‌شود.

$$\frac{\partial \Pi_A(P_W,m_l)}{\partial P_W}=0 \qquad (۲۵)$$

حال عایدی نمایندگی در نقطه (P'_W, m_l) برآورد می‌شود.

$$\Pi_A(P'_W,m_l)=k_1 P_w'^{-\chi}(P'_w-\int_{r_l}^{r_0}\Big((1-q)C_r\int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1}\sum_{i=1}^{m_l}h(i\delta\tau_1+t-i\tau_1\mid r)dt+\sum_{i=1}^{m_l}c_{pm}\left(1-\frac{i}{m_l}\right)+q\ C_r\int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1}\sum_{i=1}^{m_l}h(i\delta\tau_1+t-i\tau_1\mid r)dt\Big)g(r/r\in[r_l,r_0])dr) \qquad (۲۶)$$

با توجه به این‌که با کم‌تر شدن تعداد تعمیرات عایدی نمایندگی بیشتر می‌شود و نمایندگی ترجیح می‌دهد تعداد تعمیرات کم‌تری را در دوره وارانتی اجرا نماید بنابراین این یک نقطه تعادلی برای نمایندگی می‌باشد.

- درصورتی‌که $m^*=m'(P_W)= m_{l+1}$ عایدی نمایندگی بر حسب قیمت خدمات وارانتی مشتق گرفته می‌شود و مقدار P'_W از رابطه (۲۷) تخمین زده می‌شود.

$$\frac{\partial \Pi_A(P_W,m_{l+1})}{\partial P_W}=0 \qquad (۲۷)$$

حال عایدی نمایندگی در نقطه (P'_W, m_{l+1}) برآورد می‌شود.

$$\pi_A(P'_W,m_{l+1})=k_1 P_w'^{-\chi}(P'_w-\int_{r_l}^{r_0}\Big((1-q)C_{r1}\int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1}\sum_{i=1}^{m_{l+1}}h(i\delta\tau_1+t-i\tau_1\mid r)dt+\sum_{i=1}^{m_{l+1}}c_{pm}\left(1-\frac{i}{m_{l+1}}\right)+q\ C_{r2}\int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1}\sum_{i=1}^{m_{l+1}}h(i\delta\tau_1+t-i\tau_1\mid r)dt\Big)g(r/r\in[r_l,r_0])dr) \qquad (۲۸)$$

- درصورتی‌که $m^*=m'(P_W)= m_h$ باشد عایدی نمایندگی نسبت به قیمت وارانتی مشتق گرفته می‌شود.

$$\frac{\partial \Pi_A(P_W,m_h)}{\partial P_W}=0 \qquad (۲۹)$$

عایدی نمایندگی در نقطه (P'_W, m_h) برآورد می‌شود.

$$\Pi_A(P'_W,m_h)=k_1 P_w'^{-\chi}(P'_w-\int_{r_l}^{r_0}\Big((1-q)C_{r1}\int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1}\sum_{i=1}^{m_h}h(i\delta\tau_1+t-i\tau_1\mid r)dt+\sum_{i=1}^{m_h}c_{pm}\left(1-\frac{i}{m_h}\right)+q\ C_{r2}\int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1}\sum_{i=1}^{m_h}h(i\delta\tau_1+t-i\tau_1\mid r)dt)g(r/r\in[r_l,r_0])dr) \qquad (۳۰)$$

با بررسی هریک از حالت‌های ذکرشده، نقطه تعادلی محاسبه می‌شود.

ب) بازی تعادلی استکلبرگ مصرف‌کننده

حال فرض می‌شود مصرف‌کننده به‌عنوان رهبر شروع‌کننده بازی باشد و استراتژی خود را جهت بیشینه نمودن عایدی خود با تعیین تعداد تعمیرات پیشگیرانه مشخص نماید، در این حالت نمایندگی بهترین واکنش خود را نسبت به هر تصمیم مصرف‌کننده جست‌وجو می‌نماید. بهترین واکنش نمایندگی براساس هر مقدار انتخابی mارزیابی می‌شود:

$$MAX\ \Pi_A=k_1 P_w^{-\chi}(P_w-\int_{r_l}^{r_0}\Big((1-q)C_{r1}\int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1}\sum_{i=1}^{m}h(i\delta\tau_1+t-i\tau_1\mid r)dt+\sum_{i=1}^{m}c_{pm}\left(1-\frac{i}{m}\right)+q\ C_{r2}\int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1}\sum_{i=1}^{m}h(i\delta\tau_1+t-i\tau_1\mid r)dt)g(r/r\in[r_l,r_0])dr \qquad (۳۱)$$

$$\text{s.t: } P_w\geq 0 \qquad (۳۲)$$

جهت نمایش دادن بهینه بودن عایدی نمایندگی، مشتق دوم نیز محاسبه می‌شود. به‌دلیل آنکه رابطه (۳۴) منفی است بنابراین عایدی نمایندگی بهینه می‌باشد.

$$\frac{\partial \Pi_A(P_W)}{\delta P_W}=0 \qquad (۳۳)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_A(P_W)}{\partial^2 P_W}\leq 0 \qquad (۳۴)$$

عایدی نمایندگی نسبت به قیمت خدمات وارانتی مشتق گرفته می‌شود و قیمت خدمات وارانتی به‌صورت تابعی از تعداد تعمیرات دوره‌ای به‌صورت $p'_w(m)$ محاسبه می‌گردد.سپس با جایگذاری $p'_w(m)$ در عایدی مصرف‌کننده،تعداد تعمیرات پیشگیرانه بهینه با عملیات مشتق محاسبه می‌شود و در نهایت عایدی مصرف‌کننده در نقطه $(p'_w(m), m')$ برآورد می‌شود.

$$\Pi_C(p'_w(m), m') = k_1\, p'_w(m_l)^{-\chi}\,(S^*(r_l T_B) - \sum_{i=1}^{m'} c_{pm}(\frac{i}{m'})\text{-}p'_w(m)) \quad (۳۵)$$

به‌دلیل آنکه مصرف‌کننده ترجیح می‌دهد قیمت کم‌تری را در طول دوره وارانتی پرداخت نماید بنابراین این نقطه، یک نقطه تعادلی می‌باشد.

محاسبات مربوط به مشتقات مرتبه اول و دوم تابع عایدی نمایندگی در پیوست ارائه‌شده است.

ذکر این نکته ضروری است که در فضای رقابتی کشور ما شاید در نظر گرفتن مصرف‌کننده به‌عنوان بازیکن پیشرو چندان منطقی به نظر نرسد ولی در فضای رقابتی سالم و کامل این مسئله برای جلب بیشتر مشتریان از طرف رقبا منطقی به نظر می‌رسد ضمن اینکه از نظر تئوری نیز پیشرو در نظر گرفتن مشتری در بازی می‌تواند به جامعیت روش ارائه‌شده کمک کند.

۴-۲. بازی تعادلی استکلبرگ برای مصرف‌کنندگان کم‌مصرف در دوره وارانتی تمدیدشده

در این دوره همانند وارانتی پایه، قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده توسط نمایندگی و تعداد تعمیرات پیشگیرانه توسط مصرف‌کننده تصمیم‌گیری می‌شود. در دوره وارانتی تمدیدشده استراتژی نمایندگی و مصرف‌کننده به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\gamma_{AE} = \{A_1\}$$
$$\gamma_{CE} = \{C_1\}$$

الف) بازی تعادلی استکلبرگ نمایندگی

ابتدا نمایندگی به‌عنوان رهبر وارد بازی می‌شود و قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده را مشخص می‌نماید (P_E). در ادامه از عایدی مصرف‌کننده نسبت به تعداد تعمیرات مشتق گرفته و به‌صورت تابعی از قیمت وارانتی محاسبه می‌شود. تعداد تعمیرات بهینه مقداری بین تعداد تعمیرات کم‌مصرف و پرمصرف به‌صورت $\{n_l, n_{l+1}, \ldots\ldots, n_h\}$ می‌باشد.

جهت نشان دادن بهینگی عایدی نمایندگی، مشتق دوم نیز برآورد می‌شود.

$$MAX\ \Pi_{CE} = k_1\, P_E^{-\chi}\,(\Pi_{j=1}^{z} S^*d\text{-}\sum_{i=1}^{n-1} c_{pm}(i)\text{-}P_E) \quad (۳۶)$$

$$s.t: n_l \le n \le n_h \quad (۳۷)$$

$$\frac{\partial \Pi_{CE}(n)}{\partial n} = 0 \quad (۳۸)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_{CE}(n)}{\partial^2 n} \le 0 \quad (۳۹)$$

بهترین واکنش مصرف‌کننده نسبت به تصمیم نمایندگی به‌صورت $n'(P_W)$ می‌باشد.به‌طور معمول جهت تعیین n^*، از عایدی مصرف‌کننده نسبت به تعداد تعمیرات باید مشتق گرفته و حاصل مشتق به‌صورت تابعی از قیمت خدمات وارانتی برآورد شود.

جهت یافتن تعداد نگهداری و تعمیرات بهینه (n^*) در رابطه ۳۷ فرض بر این است که n یک متغیر پیوسته می‌باشد.بعد از گرفتن مشتق و به دست آوردن n^* اگر جواب مقداری صحیح نباشد از $\lfloor n^* \rfloor$ یا $\lceil n^* \rceil$ یعنی کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از n^* هر کدام مقدار تابع هدف بهتری داشته باشند به‌عنوان تعداد نگهداری و تعمیرات بهینه استفاده می‌گردد.

نکته بسیار مهم اینکه همان‌گونه که در قسمت وارانتی پایه و برای محاسبه مقدار بهینه m ذکر شد معمولاً در عمل تعداد مقادیر گسسته در نظر گرفته شده برای n نیز محدود می‌باشد و در واقع از بین مقادیر مشخص و محدود n بایستی بهترین مقدار را پیدا کرد لذا عملاً نیازی به استفاده از روابط ۳۸ و ۳۹ نمی‌باشد مقدار عایدی نمایندگی را مطابق رابطه ۳۷ محاسبه کرده و بهترین مقدار را از بین مقادیر مختلف n انتخاب می‌کنیم. در مطالعه موردی ارائه‌شده در مقاله حاضر نیز از همین روش استفاده شده است.

محاسبه مشتقات فوق در پیوست مقاله ارائه‌شده است.

با در نظر گرفتن مصرف‌کنندگان کم‌مصرف و پرمصرف، n^* می‌تواند مقداری بین بازه $\{n_l, n_{l+1}, \ldots\ldots, n_h\}$ باشد. بنابراین:

- درصورتی‌که $n^* = n'(P_E) = n_l$ باشد عایدی نمایندگی نسبت به قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده مشتق گرفته می‌شود.

$$\frac{\partial \Pi_{AE}(P_E, n_l)}{\partial P_E} = 0 \quad (۴۰)$$

عایدی نمایندگی در نقطه (P'_E, n_l) برآورد می‌شود.

$$\Pi_{AE}(P'_E, n_l) = k_1 P_E'^{-\chi}(P'_E - \int_{r_l}^{r_0}((1-q) C_{r1} \int_{T_B+i\tau_2}^{T_B+(i+1)\tau_2} \sum_{i=1}^{n_l-1} h(i\delta\tau_2 + t - i\tau_2 \mid r)dt + q\ C_{r2} \int_{T_B+i\tau_2}^{T_B+(i+1)\tau_2} \sum_{i=1}^{n_l-1} h(i\delta\tau_2 + t - i\tau_2 \mid r)dt)\, g(r/r \in [r_l, r_0])dr) \quad (۴۱)$$

به‌دلیل آن‌که نمایندگی ترجیح می‌دهد تعداد تعمیرات کم‌تری را ارائه کند تا عایدی خود را بهینه نماید این نقطه می‌تواند یک نقطه تعادلی برای نمایندگی باشد.

- درصورتی‌که $n^* = n'(P_E) = n_{l+1}$ عایدی نمایندگی نیز نسبت به قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده مشتق گرفته می‌شود.

$$\frac{\partial \Pi_{AE}(P_E, n_{l+1})}{\partial P_E} = 0 \quad (۴۲)$$

عایدی نمایندگی در نقطه (P'_E, n_{l+1}) برآورد می‌شود.

$$\Pi_{AE}(P'_E, n_{l+1}) = k_1 P_E'^{-\chi}(P'_E - \int_{r_l}^{r_0}((1-q)C_{r1}\int_{T_B+i\tau_2}^{T_B+(i+1)\tau_2}\sum_{i=1}^{n_{l+1}-1} h(i\delta\tau_2 + t - i\tau_2 \mid r)dt + q\ C_{r2}\int_{T_B+i\tau_2}^{T_B+(i+1)\tau_2}\sum_{i=1}^{n_{l+1}-1} h(i\delta\tau_2 + t - i\tau_2 \mid r)dt)\, g(r/r\in[r_l, r_0])dr) \quad (۴۳)$$

- درصورتی‌که $n^* = n'(P_E) = n_h$ عایدی نمایندگی نسبت به قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده مشتق گرفته می‌شود.

$$\frac{\partial \Pi_{AE}(P_E, n_h)}{\partial P_E} = 0 \quad (۴۴)$$

عایدی نمایندگی در نقطه (P'_E, n_h) برآورد می‌شود.

$$\Pi_{AE}(P'_E, n_h) = k_1 P_E'^{-\chi}(P'_E - \int_{r_l}^{r_0}((1-q)C_{r1}\int_{T_B+i\tau_2}^{T_B+(i+1)\tau_2}\sum_{i=1}^{n_h-1} h(i\delta\tau_2 + t - i\tau_2 \mid r)dt + q\ C_{r2}\int_{T_B+i\tau_2}^{T_B+(i+1)\tau_2}\sum_{i=1}^{n_h-1} h(i\delta\tau_2 + t - i\tau_2 \mid r)dt)\, g(r/r\in[r_l, r_0])dr) \quad (۴۵)$$

ب) بازی تعادلی استکلبرگ مصرف‌کننده

در این حالت مصرف‌کننده به‌عنوان رهبر وارد بازی می‌شود و تعداد تعمیرات وارانتی تمدیدشده را مشخص می‌نماید. بنابراین از عایدی نمایندگی نسبت به تعداد تعمیرات مشتق گرفته و تابعی از متغیر قیمت وارانتی به‌دست آورده می‌شود که آن را به‌صورت $p'_E(n)$ نمایش داده می‌شود.

$$\frac{\partial\, \Pi_{AE}(P_E, n)}{\partial P_E} = 0 \quad (۴۶)$$

البته مانند روابط قبل مشتق دوم تابع فوق نیز بایستی کوچک‌تر مساوی صفر باشد.

$$\Pi_{CE}(p'_E(n), n') = k_1\, P'_E(n)^{-\chi}\,(S^* r_l(T_E - T_B) - \sum_{i=1}^{n} c_{pm}(i) - p'_E(n)) \quad (۴۷)$$

۵. مورد مطالعه

در این مطالعه، حدود ۱۸۰ عدد از کامیون‌های کشنده موجود در نمایندگی خدمات پس فروش کامیون‌های اسکانیا موردبررسی قرار گرفته است. وارانتی این نوع از کامیون‌های کشنده به‌طور استاندارد یک سال و یا $2*10^5$ کیلومتر می‌باشند. این عدد بدان معناست که ارائه خدمات وارانتی پایه بعد از یک سال یا بعد از طی شدن دویست هزار کیلومتر توسط کامیون پایان می‌یابد. بنابراین با توجه به توضیحات بخش ۳-۱ و شکل ۱ نرخ مصرف اسمی از تقسیم دو عدد فوق و برابر با ۲ به‌دست می‌آید (درواقع دو صد کیلومتر در سال) بنابراین $r_0 = 2$ می‌باشد. نرخ مصرف واقعی مصرف‌کنندگان به کمک رابطه $r=\frac{U}{T}$ تخمین زده شده است به عبارتی کامیون‌هایی که در سال‌های گذشته خراب شده‌اند مشخص شده هنگام خرابی و مراجعه چقدر از زمان وارانتی آن‌ها طی شده(T) و چند کیلومتر پیموده‌اند.(U) با تقسیم این دو عدد مقدار نرخ مصرف یعنی r تخمین زده شده است. البته کامیون‌های دارای نرخ مصرف بیش از ۲ در دسته پرمصرف و کامیون‌های دارای نرخ مصرف کمتر از دو در دسته کم‌مصرف قرار گرفته و مقادیر میانگین مصرفشان به‌عنوان نرخ مصرف واقعی در نظر گرفته شده است. این مقدار برای مطالعه موردی ما برابر با ۱,۴۴ (در واقع ۱,۴۴ صد هزار کیلومتر در سال) برآورد گردیده است.این عدد به این معنی است که به‌طور متوسط این نوع کامیون‌ها بعد از ۱,۴۴ صد هزار کیلومتر دچار خرابی شده‌اند.

میانگین هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه برابر با ۴,۶ (C_P)، هزینه نگهداری و تعمیرات اصلاحی خانگی ۳,۸ (C_{r1}) و میانگین هزینه تعمیرات جاده‌ای برابر با ۴,۲(C_{r2}) می‌باشد. با توجه به اینکه در فرضیات ذکر شد نت پیشگیرانه از نوع ناکامل است نیاز به برآورد پارامتر جوان‌سازی مطابق توضیحات بخش ۳-۲ داریم با بررسی روند نرخ خرابی کامیون‌ها بعد از هر بار نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و استفاده از داده‌های خرابی کامیون‌ها قبل و بعد خرابی و مقایسه نرخ خرابی‌ها قبل و بعد آن میزان اثر نت در جوان‌سازی به اندازه ۰,۳۲ (δ) تخمین زده شده است. این عدد بدان معناست که در هر بار تعمیر عمر محصول به اندازه ۰,۳۲ درصد جوان‌تر می‌شود. میزان رضایت مصرف‌کنندگان از خدمات ارائه‌شده در دوره وارانتی و وارانتی تمدیدشده به کمک پرسشنامه ارزیابی گردیده و این مقدار برابر با ۰,۶۴ (S) می‌باشد.رضایت مشتریان با استفاده از مدل سروکوال اندازه‌گیری شده است که با توجه به اینکه جزء پژوهش حاضر نبوده و فقط از نتایج آن استفاده شده است از ذکر جزئیات خودداری شده است. با بررسی سابقه خرابی کامیون‌ها، حدو ۰,۲۴ درصد (q) از کامیون‌ها در جاده دچار از کارافتادگی می‌شوند و نیاز به تعمیرات اصلاحی دارند و مابقی در نمایندگی تعمیر می‌شوند.

تابع توزیع وایبال نقش ویژه‌ای برای ارزیابی قابلیت اطمینان در صنعت تولید کالا و خدمات دارد و به‌صورت مؤثری در مبحث وارانتی استفاده می‌شود. بسیاری از محققان از تابع توزیع وایبال جهت برآورد نرخ خرابی وسایل نقلیه استفاده نموده‌اند با توجه به نحوه مدل‌سازی تابع AFT، تابع توزیع وایبال به‌صورت رابطه (۴۸) نوشته می‌شود.

ازآنجایی‌که α_0 و ε پارامترهای مقیاس و شکل می‌باشند و نیز تابعی از نرخ مصرف تعیین شده می‌باشند. تابع توزیع خرابی و تابع خرابی با نرخ مصرف واقعی r توسط جک و همکاران توسعه داده شده و به‌صورت زیر ارائه گردید [۲۲].

$$h(x;\alpha_0) = \varepsilon\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\beta\varepsilon}\frac{x^{\varepsilon-1}}{\alpha_0^{\varepsilon}} \quad (۴۸)$$

پارامتر β شتاب‌دهنده در مدل خرابی می‌باشد و پارامتر مقیاس با نرخ مصرف واقعی به‌صورت زیر می‌باشد.

$$\alpha_r = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\beta}/\alpha_0 \quad (۴۹)$$

نرخ مصرف مصرف‌کنندگان نیز تابعی از چند فاکتور می‌باشد. بنابراین برای برآورد تابع توزیع نرخ مصرف، نرخ مصرف ۱۸۰ عدد از کامیون‌های کشنده از نرم‌افزار می نی تب استفاده نموده و تابع توزیع گاما را به‌عنوان بهترین تابع برای نرخ مصرف انتخاب شد.

بنابراین تابع نرخ خرابی برابر با عبارت زیر می‌باشد.

$$g(r)=\frac{r^{\theta-1}e^{-r/\vartheta}}{\int_0^{\infty} t^{\theta-1}e^{-t}dt\ \vartheta^{\theta}} \qquad (۵۰)$$

با توجه به نتایج حاصل از نرم‌افزار مینی تب پارامتر شکل این تابع برابر ۱۵ با و پارامتر مقیاس ۰٫۱ آن برابر با شده است.

حال با توجه به پارامترهای معرفی‌شده جهت اجرای مدل به ارائه نتایج می‌پردازیم:

الف: بازی تعادلی استکلبرگ نمایندگی خدمات پس از فروش در دوره وارانتی پایه

نمایندگی و مصرف‌کننده به‌عنوان دو بازیکن می‌باشند که بازی با انتخاب استراتژی نمایندگی شروع می‌شود در این حالت ابتدا نمایندگی به‌عنوان رهبر وارد بازی می‌شود و استراتژی خود را با تعیین هر مقدار انتخابی از قیمت خدمات وارانتی مشخص می‌نماید. در ادامه، واکنش مصرف‌کننده به این صورت می‌باشد که مصرف‌کننده تعداد تعمیرات بهینه را برآورد می‌نماید.با توجه به اطلاعات موجود در نمایندگی خدمات پس از فروش کامیون‌های کشنده تعداد تعمیرات دوره‌ای در دوره وارانتی پایه‌ای می‌تواند مقداری صحیح از اعداد {۱۵و۱۱۲و۱۰و۸} باشد. این بازی به ازای مقادیر مختلف اعداد فوق در نرم‌افزار متلب بررسی‌شده است. البته با توجه به مطالبی که در مورد بهینه‌سازی رابطه ۲۲ در قسمت‌های قبل ارائه شد محاسبات فقط برای نقاط ابتدایی و انتهای بازه m یعنی ۸ و ۱۵ کافی است.

جدول (۲): نتایج حاصل از بازی تعادلی استکلبرگ نمایندگی در دوره وارانتی پایه

m	P_w^*	Π_A	Π_C
۸	۵۱	۰٫۰۵۵	-۰٫۰۶۵۱
۱۰	۵۴	۰٫۰۴۳	-۰٫۰۷۸۴
۱۲	۶۶	۰٫۰۴۱	-۰٫۰۸۹۴
۱۵	۸۱	۰٫۰۳۸	-۰٫۱۰۴۴

براساس جدول (۲) عایدی نمایندگی و مصرف‌کننده به ازای مقادیر مختلف تعداد تعمیرات پیشگیرانه برآورد شده است. با توجه به بازی تعادلی استکلبرگ نمایندگی، عایدی نمایندگی در صورتی بهینه می‌شود که تعداد تعمیرات برابر با ۸ و نیز قیمت خدمات وارانتی پایه برابر با ۵۱ میلیون باشد. بنابراین عایدی نمایندگی در نقطه تعادلی (۵۱،۸) برابر با ۰٫۰۵۵ می‌باشد و نیز نمایندگی جهت ماکزیمم کردن عایدی خود اقدام به انتخاب این سیاست می‌نماید.

ب) بازی تعادلی استکلبرگ مصرف‌کننده در دوره وارانتی پایه

حال فرض می‌شود مصرف‌کننده به‌عنوان رهبر وارد بازی گردد و نیز برای حداکثر کردن عایدی خود، تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه را برابر با m مشخص می‌نماید.در این حالت نمایندگی در برابر تصمیم مصرف‌کننده، قیمت خدمات وارانتی بهینه با مشق گیری از عایدی خود به دست می‌آورد.

جدول (۳): نتایج حاصل از بازی تعادلی استکبرگ مصرف‌کنندگان در دوره وارانتی پایه

P_W	m^*	Π_A	Π_C
۶۴	۱۳	۰٫۰۰۳۹	-۰٫۰۴۹۶

با توجه به جدول (۳) در بازی تعادلی استکلبرگ مصرف‌کننده، عایدی مصرف‌کننده تنها در نقطه تعادلی (۶۴،۱۳) بهینه می‌گردد. که درصورتی‌که تعداد تعمیرات برابر با ۱۳ و قیمت خدمات وارانتی برابر با ۶۴ میلیون باشد عایدی برابر با ۰٫۰۴۹۶- می‌گردد. که این نقطه می‌تواند بهترین انتخاب مصرف‌کننده جهت ماکزیمم کردن سود آن باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود عایدی مصرف‌کننده منفی گردیده است که با توجه با مشورت با خبرگان نمایندگی خدمات پس از فروش اسکانیا و استفاده از داده‌های واقعی نتایج حاصل شده مورد تأیید قرار گرفته می‌شود.

الف: بازی تعادلی استکلبرگ نمایندگی خدمات پس از فروش در دوره وارانتی تمدیدشده

در این حالت ابتدا نمایندگی به‌عنوان رهبر وارد بازی می‌شود و قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده را مشخص می‌نماید.در مقابل این تصمیم نمایندگی، مصرف‌کننده استراتژی خود را با تعیین تعداد تعمیرات پیشگیرانه اجرا می‌نماید به همین منظور از عایدی خود نسبت به تعداد تعمیرات پیشگیرانه مشتق‌گیری می‌نماید و مقدار آن را به‌صورت تابعی از قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده به دست می‌آورد. با توجه به اطلاعات موجود در نمایندگی خدمات پس از فروش، تعداد نگهداری و تعمیرات دوره‌ای در دوره وارانتی تمدیدشده می‌تواند مقداری صحیح از اعداد {۹۴و۸۲و۷۴و۶۸}باشد که با در نظر گرفتن نوع مصرف‌کننده این مقدار متفاوت می‌باشد. با داشتن پارامترهای موردنظر، قیمت خدمات وارانتی بهینه تحت مقادیر مختلف n برآورد گردیده است.

جدول (۴): نتایج حاصل از بازی تعادلی استکلبرگ نمایندگی در دوره وارانتی تمدیدشده

n	P_E^*	Π_{AE}	Π_{CE}
۶۸	۹۲	۰٫۰۵۲	-۰٫۰۲۲
۷۴	۱۱۰	۰٫۰۴۲	-۰٫۰۰۲۴
۸۲	۱۲۲	۰٫۰۳۶	-۰٫۰۰۲۷
۹۴	۱۶۴	۰٫۰۳۳	۰٫۰۰۳

همان‌طور که در جدول (۴) نشان داده شده است. عایدی نمایندگی و مصرف‌کننده به ازای مقادیر مختلف تعداد تعمیرات پیشگیرانه برآورد شده است. به کمک بازی تعادلی استکلبرگ نمایندگی، عایدی نمایندگی در صورتی بهینه می‌شود که تعداد تعمیرات برابر با ۶۸ و نیز قیمت خدمات وارانتی تمدیدشده برابر با ۹۲ باشد. بنابراین عایدی نمایندگی در نقطه تعادلی (۹۲،۶۸) که برابر با ۰٫۰۵۲ می‌باشد، بهینه می‌شود و نیز نمایندگی جهت ماکزیمم کردن عایدی خود اقدام به انتخاب این سیاست می‌نماید.

ب) بازی تعادلی استکلبرگ مصرف‌کننده در دوره وارانتی تمدیدشده

با توجه به جدول (۵۴) در بازی تعادلی استکلبرگ مصرف‌کننده، عایدی مصرف‌کننده تنها در نقطه تعادلی (۸۸، ۱۶۰) بهینه می‌گردد. که درصورتی‌که تعداد تعمیرات برابر با ۸۸ و قیمت خدمات وارانتی برابر با ۱۶۰ میلیون باشد. عایدی برابر با ۰،۰۲۹۲- می‌گردد. که این نقطه می‌تواند بهترین انتخاب مصرف‌کننده جهت ماکزیمم کردن سود آن باشد.

جدول (۴): نتایج حاصل از بازی تعادلی استکلبرگ مصرف‌کننده در دوره وارانتی تمدیدشده

P_E	n^*	Π_{AE}	Π_{CE}
۱۶۰	۸۸	۰،۰۰۴۹	-۰،۰۲۹۲

۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش عایدی نمایندگی و مصرف‌کنندگان کم‌مصرف که دارای نرخ مصرف زیر مقدار اسمی هستند در دو دوره، وارانتی پایه و تمدیدشده با توجه به سیاست وارانتی مفروض مدل‌سازی شده است. سیاست نگهداری و تعمیرات در این پژوهش به‌صورت پیشگیرانه و اصلاحی خانگی و جاده‌ای برنامه‌ریزی گردیده است. در این مدل‌سازی در دوره وارانتی پایه، نماینده در مقابل دریافت قیمت خدمات وارانتی، بخشی از هزینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و تمام هزینه‌های اصلاحی را پرداخت می‌نماید و مصرف‌کننده نیز با پرداخت بخشی از هزینه‌های پیشگیرانه و هزینه وارانتی از خدمات ارائه‌شده استفاده می‌نماید. لذا در دوره وارانتی تمدیدشده تمام هزینه‌های پیشگیرانه توسط مصرف‌کننده پرداخت می‌شود. در ادامه پس از مدل‌سازی عایدی مشتریان و نمایندگی با توجه به مفروضات مدنظر به کمک نظریه بازی و با استفاده از بازی تعادلی تعداد نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و قیمت خدمات وارانتی تعادلی از دید نماینده و مصرف‌کننده و با در نظر گرفتن هریک به‌عنوان رهبر به‌صورت جداگانه برآورد شده است. این نقطه تعادلی در دوره وارانتی پایه و تمدیدشده بیان‌کننده بهترین استراتژی از جانب نمایندگی و مصرف‌کننده می‌باشد.بررسی مدل ارائه‌شده و به دست آوردن نقاط تعادلی در هر یک از حالات ذکرشده در یکی از مراکز خدمات پس از فروش کامیون‌های کشنده اسکانیا نیز در پایان کار انجام شده است. در آینده می‌توان با بررسی نرخ مصرف مصرف‌کنندگان پرمصرف و مقایسه آن با مصرف‌کنندگان کم‌مصرف به نقاط تعادلی در مورد تمام مشتریان دست یافت.

همچنین وارد کردن تولیدکننده در بازی، در نظر گرفتن متغیرهای تصمیم دیگری نظیر سطح تعمیرات انجام شده توسط نمایندگی می‌تواند موضوعات دیگری برای ادامه پژوهش حاضر باشد.

مراجع

[1] Wang, J., Zhou, Z., Peng, H. (2017). "Flexible decision models for a two-dimensional warranty policy with periodic preventive maintenance". *Reliability Engineering & System Safety*, 162: 14-27.

[2] Asadi, A., Saidi-Mehrabad M., Fathi Aghdam, F. (2018). "A Two-dimensional Warranty Model with Consideration of Customer and Manufacturer Objectives Solved with Non-dominated Sorting Genetic Algorithm". *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 2(1): 15-22.

[3] Murthy, D. N. P., Nat, J. (2014). Extended Warranties, Maintenance Service and Lease Contracts: Modeling and Analysis for Decision-Making.

[4] Park, M., Jung, KM., Park, DH. (2018). "Optimization of periodic preventive maintenance policy following the expiration of two-dimensional warranty", *Reliability Engineering & System Safety*, 170:1-9.

[5] Nasrollahi, M., Asgharizadeh, E., Jafarnezhad, A., Saniee Monfared, M. (2014). "Development of a new Pro-rata warranty policy for estimating costs". *Industrial Management Journal*, 6(1): 137-150.

[6] Shafiee, M., Chukova, S. (2013). "Maintenance models in warranty: A literature review". *European Journal of Operational Research*, 229(3): 561-72.

[7] Park, M., Jung, KM., Park, DH. (2018). "Optimization of periodic preventive maintenance policy following the expiration of two-dimensional warranty", *Reliability Engineering & System Safety*, 170: 1-9.

[8] Koichiro, R., Hiroaki, S. (2006). "A stochastic model on an additional warranty service contract", *Computers & Mathematics with Applications*, 51(2): 179-188.

[9] Ahmed, F., Attia Eman, D., Abou Elela Hany, A. H. (2011). The Optimal Warranty and Preventive Maintenance- International Scholarly Research Network.12.

[10] Esmaeili, M., Shamsi Gamchi, N., Asgharizadeh, E. (2014). "Three-level warranty service contract among manufacturer, agent and customer- A game-theoretical approach". *European Journal of Operational Research*, 239(1): 177-186.

[11] Jung, K.M., Park, M., Park, D.H. (2015). "Cost optimization model following extended renewing two-phase warranty", *Computers & Industrial Engineering*, 79: 188-194.

[12] Hamidi, M., Liao, H., Szidarovszky, F. (2016). "Non-cooperative and cooperative game-theoretic models for usage-based lease contracts", *European Journal of Operational Research*, 255(1): 163-74.

[13] Chen, C., Lo., C., Weng, T. (2017). "Optimal production run length and warranty period for an imperfect production system under selling depend on warranty period". *European Journal of Operation Research*, 259(2): 401-412.

[14] Wanga, X., Xieb, W., Yea, Z., Tanga, L. (2017). "Aggregate discounted warranty cost forecasting considering the failed-butnot- reported events", *Reliability Engineering and System Safety*, 168: 355-364.

[15] Ammar, Y., Alqahtani A. (2017). "Warranty as a Marketing Strategy for Remanufactured Products", *Journal of Cleaner Production*.161: 1294-1307

[16] Salmasnia A,. Yazdekhasti, A. (2017). "A bi-objective model to optimize periodic preventive maintenance strategy during warranty period by considering customer satisfaction", *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 8: 770-781.

[17] Giri, BC., Mondal, C., Maiti, T. (2018). "Analysing a closed-loop supply chain with selling price, warranty period and green sensitive consumer demand under revenue sharing contract, *Journal of Cleaner Production*, 190: 822-837.

[18] Santos, H., Cristino, C., Bruno, G. (2017). "Extended Warranty: an approach via Stackelberg game", *Russian Management Journal*. 15(4):425-440.

[19] Asadi, A., Saidi Mehrabadb, M., Fathi Aghdamc, F. (2019). "A Two-dimensional Warranty Model with Consideration of Customer and Manufacturer Objectives Solved with Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm", *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 12(1): 15- 22.

[20] Su, C., Wang, X. (2016). "A two-stage preventive maintenance optimization model incorporating two-dimensional extended warranty", *Reliability Engineering & System Safety*,155: 169-78.

[21] Murthy, D. P., Blischke, W. R. (2006). "Warranty management and product manufacture", *Springer Science & Business Media*. 1(5): 31-84.

[22] Jack, N., Iskandar, BP., Murthy, DNP. (2009). "A repair–replace strategy based on usage rate for items sold with a two-dimensional warranty", *Reliability Engineering & System Safety*, 94(2):611-7.

[23] Glickman, T. S., Berger, P. D. (1976). "Optimal price and protection period decisions for a product under warranty". *Management Science*, 22(12): 1381-1390.

[24] Murthy, D. N. P., Jack, N. (2014). "Extended Warranties", *Maintenance Service and Lease Contracts*, 2(4): 110-131.

[25] Kim, C., Djamaludin, I., & Murthy, D. (2004). "Warranty and discrete preventive maintenance", *Reliability* Engineering & System Safety, 84(3), 301-309.

[26] Yang, D., He, Z., He, S. (2016). "Warranty claims forecasting based on a general imperfect repair model considering usage rate", Reliability Engineering & System Safety, 145: 147-154.

[۲۷] فرحی، محمدامین، راستی برزکی، مرتضی. (۱۳۹۴). "قیمت‌گذاری در یک زنجیره تأمین دو سطحی با در نظر گرفتن رقابت تولیدکنندگان در تصاحب بازار در سیستم تولید براساس سفارش با استفاده از نظریه بازی". *پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم تولید*. دوره ۳، شماره ۶، ۲۰۷-۲۱۹.

[۲۸] بابایی مراد، سمانه، فتاحی، پرویز، باقری، حسن. (۱۳۹۸). "بهینه‌سازی توأم سیاست زمان‌بندی تولید و نگهداری و تعمیرات با در نظر گرفتن کمبود از نوع پس‌افت و تقاضا به‌صورت احتمالی"، *پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم تولید*، دوره ۷، شماره ۱۴، ۴۷-۵۷.

پیوست:

- **محاسبه مشتقات تابع عایدی مصرف‌کننده (روابط ۲۳ و ۲۴)**

مطابق رابطه ۲۲ داریم:

$$\Pi_C = k_1 P_w^{-\chi} (S^*(r_l T_B) - \sum_{i=1}^{m} c_{pm}(\frac{i}{m}) - P_W)$$

با توجه به اینکه:

$$\tau_1 = \frac{T_B}{m+1} \quad و \quad T_B = \tau_1(m+1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} i = \frac{m(m+1)}{2}$$: با توجه به رابطه

لذا داریم:

$$\Pi_C = k_1 P_w^{-\chi} (S^*(r_l \tau_1(m+1)) - \frac{m(m+1)}{2} \frac{i}{m} c_{pm} - P_W)$$

$$\frac{\partial \Pi_c(m)}{\partial m} = k_1 P_w^{-\chi} S^* r_l \tau_1 \quad - \frac{1}{2} c_{pm}$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌کنید رابطه فوق یعنی نسبت به m خطی می‌باشد لذا با مشتق‌گیری نمی‌توان مقدار بهینه m را به‌دست آورد و کافی است مقدار تابع هدف را در نقطه ابتدایی بازه m یعنی m_l و نقطه انتهایی آن یعنی m_h محاسبه و مقدار بهینه را انتخاب کرد.

- **محاسبه مشتقات تابع عایدی نمایندگی (روابط ۳۲ و ۳۳)**

با توجه به رابطه ۳۱ داریم:

$$MAX\ \Pi_A = k_1 P_w^{-\chi} (P_w - (\int_{r_l}^{r_0} ((1-q) C_{r1} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt + \sum_{i=1}^{m} c_{pm} \left(1 - \frac{i}{m}\right) + q\ C_{r2} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt)\ g(r \mid r \in [r_l, r_0]) dr$$

$$\frac{\partial \Pi_A(P_w)}{\delta P_w} = -\chi k_1 P_w^{-\chi} + \chi P_w^{-\chi-1} (\int_{r_l}^{r_0} ((1-q) C_{r1} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt + \sum_{i=1}^{m} c_{pm} \left(1 - \frac{i}{m}\right) + q\ C_{r2} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt)\ g(r \mid r \in [r_l, r_0]) dr$$

لازم به ذکر است از رابطه فوق در روابط ۲۵و۲۷ و ۲۹ نیز استفاده می‌شود.

$$\frac{\partial^2 \Pi_A(P_w)}{\partial^2 P_w} = \chi^2 k_1 P_w^{-\chi-1} + (-\chi-1)\chi\ P_w^{-\chi-2} (\int_{r_l}^{r_0} ((1-q) C_{r1} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt + \sum_{i=1}^{m} c_{pm} \left(1 - \frac{i}{m}\right) + q\ C_{r2} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt)\ g(r \mid r \in [r_l, r_0]) dr$$

- **محاسبه مشتقات تابع عایدی مصرف‌کننده (روابط ۳۷و۳۸)**

مطابق رابطه ۳۶ داریم:

$$\text{MAX}\ \Pi_{CE} = k_1 P_E^{-\chi} S^*(T_E - T_B) - \sum_{i=1}^{n-1} c_{pm}(i) - P_E)$$

$$\tau_2 = \frac{T_E - T_B}{n} \qquad T_E = \tau_2 n + T_B$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{n^2 - 2n + 1}{2}$$

$$\Pi_{CE} = k_1 P_E^{-\chi} S^* \tau_2 n - \frac{n^2-2n+1}{2} c_{pm} - P_E)$$

$$\frac{\partial \Pi_{CE}(n)}{\partial n} = k_1 P_E^{-\chi} S^* \tau_2 - n\, c_{pm}$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_{CE}(n)}{\partial^2 n} = -c_{pm} \le 0$$

جهت یافتن تعداد نگهداری و تعمیرات بهینه (n^*) فرض بر این است که n یک متغیر پیوسته می‌باشد.بعد از گرفتن مشتق و به دست آوردن n^* اگر جواب مقداری صحیح نباشد از $\lfloor n^* \rfloor$ یا $\lceil n^* \rceil$ یعنی کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از n^* هر کدام مقدار تابع هدف بهتری داشته باشند به‌عنوان تعداد نگهداری و تعمیرات بهینه استفاده می‌گردد.

- **محاسبه مشتقات تابع عایدی نمایندگی (رابطه ۴۵)**

با توجه به رابطه ۴۴ داریم:

$$\Pi_{AE}(P_E, n_l) = k_1 P_E^{-\chi} (P_E - \int_{r_l}^{r_0} ((1-q) C_{r1} \int_{T_B + i\tau_2}^{T_B + (i+1)\tau_2} \sum_{i=1}^{n_l - 1} h(i\delta\tau_2 + t - i\tau_2 \mid r) dt + q\ C_{r2} \int_{T_B + i\tau_2}^{T_B + (i+1)\tau_2} \sum_{i=1}^{n_l - 1} h(i\delta\tau_2 + t - i\tau_2 \mid r) dt)\ g(r \mid r \in [r_l, r_0]) dr)$$

$$\frac{\partial \Pi_{AE}(P_E, n_l)}{\partial P_E} = -\chi k_1 P_E^{-\chi} + \chi P_E^{-\chi-1} (\int_{r_l}^{r_0} \Big((1-q) C_{r1} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt + \sum_{i=1}^{m} c_{pm} \left(1 - \frac{i}{m}\right) + q\ C_{r2} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt \Big)\ g(r \mid r \in [r_l, r_0]) dr$$

از رابطه فوق در روابط ۳۹و۴۱و۴۳ نیز می‌توان استفاده کرد:

$$\frac{\partial^2 \Pi_{AE}(P_E, n_l)}{\partial^2 P_E} = \chi^2 k_1 P_w^{-\chi-1} + (-\chi-1)\chi\ P_w^{-\chi-2} (\int_{r_l}^{r_0} \Big((1-q) C_{r1} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt + \sum_{i=1}^{m} c_{pm} \left(1 - \frac{i}{m}\right) + q\ C_{r2} \int_{i\tau_1}^{(i+1)\tau_1} \sum_{i=1}^{m} h(i\delta\tau_1 + t - i\tau_1 \mid r) dt \Big)\ g(r \mid r \in [r_l, r_0]) dr$$

IERPS Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

ISSN: 2345-2269

Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

Spring and Summer 2020, Volume 8., No. 16., pp. 39-55
www.ier.basu.ac.ir

DOI: 10.22084/ier.2020.19951.1888

Investigating After-Sales Service agent and Consumer profit During the Basic and Extended Warranty Period with Game Theory Approach (Case study: an Agent Services for Trucks)

O. Yousefi[1*], N. Shirani[2]

[1] Department of Industrial Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran
[2] Master of Industrial Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

ARTICLE INFO

***Article history*:**

Received 27 August 2019
Accepted 19 April 2020

***Keywords*:**

Two Dimensional Warranty
Base warranty
Extended Warranty
Services Agent
Game theory
Stakelberg Equilibrium

ABSTRACT

This study considers optimal warranty and maintenance services from service agent and consumer view points for vehicles under two dimensional warranty policy. The interactions between the agent service and consumers are modeled by estimating their profits and then are examined by game theory in the base warranty and extended warranty. Maintenance policies are performed as period preventive maintenance (PM), home and road corrective maintenance (CM). Then, the agent and the consumer's profits are optimized and the number of period preventive maintenance (PM) and the price of warranty services are estimated by the stackelberg equilibrium. For demonstrating the applicability of this research, finally the proposed model is investigated by using of real data from a truck service agent.

[*] Corresponding author. O. Yousefi
Tel.: 031-45227795; E-mail address: yousefi_1302@yahoo.com