

نمودار کنترل جدید برای پایش قابلیت فرایند براساس پارامترهای توزیع احتمال مشخصه کیفی

سودا جانعلی پور^۱، کامیار صبری لقائی^{۲*}، رسول نورالسنا^۳

۱. فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه

۲. استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه

۳. استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

خلاصه

شاخص‌های قابلیت فرایند به صورت گسترده‌ای در صنایع مختلف برای مقاصد تضمین کیفیت مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک تحلیل مناسب از شاخص قابلیت فرایند می‌تواند منجر به بهبود سطح کیفیت و برآوردن انتظارات مشتریان شود. اخیراً نمودارهای کنترلی برای پایش شاخص‌های قابلیت فرایند توسعه داده شده‌اند که براساس آن‌ها می‌توان به ارزیابی مستمر قابلیت یک فرایند در تولید محصولات منطبق پرداخت. با این حال، این نمودارها عمدتاً به پایش یک شاخص واحد می‌پردازند و نمی‌توانند رابطه تغییرات پارامترهای توزیع مشخصه‌های کیفی را با تغییرات میزان قابلیت فرایند نشان دهند. در واقع تغییرات میانگین و پراکندگی فرایند در قالب یک شاخص بیان می‌شوند و نمودارها به پایش این تک شاخص می‌پردازند. در این تحقیق قصد داریم نمودارهای کنترل جدیدی برای پایش قابلیت یک فرایند در تولید محصولات منطبق توسعه دهیم. در این نمودارها قابلیت یک فرایند در تولید محصولات منطبق بر حسب میانگین و پراکندگی فرایند رسم و پایش همزمان آن‌ها منجر به در نظر گرفتن اثر متقابل این پارامترها می‌شود. این نمودارها برای توزیع‌های نرمال، لوگ نرمال و ویبول توسعه داده و عملکرد آن‌ها براساس رویکرد شبیه‌سازی و شاخص‌های متوسط و انحراف استاندارد طول دنباله ارزیابی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که نمودارهای پیشنهادی به خوبی می‌توانند قابلیت یک فرایند را مورد پایش قرار دهند.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۸/۷/۲۲

پذیرش ۱۳۹۸/۹/۳۰

کلمات کلیدی:

قابلیت فرایند

نمودار کنترل

نرمال

لوگ نرمال

ویبول

۱- مقدمه

قابلیت فرایند، یکنواختی و تکرارپذیری یک فرایند تولید نسبت به نیازمندی‌های مشتریان را بر حسب حدود مشخصه‌های یک محصول نشان می‌دهد. این سنجه برای اندازه‌گیری میزان تطابق فرایند با نیازمندی‌ها به کار می‌رود. در همین راستا، شاخص‌های قابلیت فرایند برای ارزیابی ساده‌تر این سنجه و همچنین بررسی توزیع فرایند در رابطه با حدود مشخصه‌های محصول توسعه داده شده‌اند. مطالعه همزمان میانگین، پراکندگی و میزان مطلوب فرایند با استفاده از شاخص‌های قابلیت فرایند قابل انجام است. شاخص‌های قابلیت فرایند

نمودار کنترل یک ابزار مهم برای کنترل آماری فرایند و پایش میانگین و پراکندگی فرایند به منظور افزایش رضایت مشتری و کیفیت فرایند تولید محسوب می‌شود. با این حال تحت کنترل بودن یک فرایند تولید با استفاده از کنترل فرایند آماری همواره کافی نیست. یک فرایند تحت کنترل نیز ممکن است منجر به تولید محصولات خارج از مشخصه‌های فنی شود. فرایندهای تولیدی باید توانایی برآوردن مشخصه‌های محصولات را داشته باشند. همچنین، مشخصه‌های محصولات باید براساس نیازمندی‌های مشتریان تعریف شوند [۱].

* نویسنده مسئول: کامیار صبری لقائی

تلفن: ۰۲۶۵-۳۱۹۸۰۴۴، پست الکترونیکی: sabri@uut.ac.ir

میانگین یا پراکندگی صرفاً براساس تغییرات شاخص قابلیت فرایند قابل تمیز نباشد. به همین منظور توسعه نمودار کنترلی که براساس آن بتوان تغییرات قابلیت فرایند را براساس پایش همزمان پارامترهای مختلف توزیع فرایند تولید مورد پایش قرار داد خالی از فایده نیست. بنابراین، در این تحقیق قصد داریم به توسعه نمودارهای کنترل برای پایش قابلیت فرایند براساس پارامترهای مختلف توزیع مشخصه-های کیفی بپردازیم. به همین منظور از شاخص بازده فرایند برای کمی کردن میزان قابلیت فرایند بهره می‌گیریم. در این راستا، نمودارهای کنترل برای برخی از توزیع‌های پرکاربرد از جمله توزیع نرمال، لوگ نرمال و ویبول توسعه داده می‌شوند. این نمودارها به‌گونه‌ای توسعه داده می‌شوند که بتوان براساس پایش همزمان میانگین و واریانس مشخصه-های کیفی یا تبدیلاتی از آن‌ها به پایش سنجه قابلیت فرایند پرداخت. به همین منظور توانایی نمودارهای توسعه داده شده در تشخیص انحرافات فرایند تولید که بر توزیع احتمال مشخصه‌های کیفی محصولات تأثیر می‌گذارد توسط شبیه‌سازی و شاخص متوسط طول دنباله (ARL) و انحراف استاندارد طول دنباله (SDRL) مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

ادامه مقاله به‌صورت زیر سازمان‌دهی شده است. در بخش ۲ منطق و رویکرد توسعه نمودارهای کنترل برای هر یک از توزیع‌های اشاره شده شرح داده می‌شود. در بخش ۳ رویکرد شبیه‌سازی مورد استفاده برای ارزیابی عملکرد نمودارهای توسعه داده شده ارائه می‌شود. در بخش ۴ نتایج حاصل از بررسی توانایی نمودارها براساس شبیه‌سازی توضیح داده می‌شود. نهایتاً در بخش ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

۲- توسعه نمودارهای کنترل

در این قسمت نمودارهایی به‌منظور پایش قابلیت یک فرایند در تولید محصولات منطبق براساس پارامترهای توزیع مشخصه‌های کیفی محصولات پیشنهاد می‌شوند. به همین منظور در توسعه این نمودارها از منطق زیر استفاده می‌کنیم:

"توزیع مشخصه کیفی محصولات موردقبول است اگر احتمال اینکه مشخصه کیفی محصولات بین حدود بالا و پایین مجاز قرار بگیرند بیشتر از یک مقدار مشخص از پیش تعیین شده باشد" یا به‌عبارت‌دیگر

$$P(LSL \leq X \leq USL) \geq 1 - \theta$$

که در آن X متغیر تصادفی مشخصه کیفی، LSL حد پایین مجاز مشخصه کیفی، USL حد بالای مجاز مشخصه کیفی و θ حداکثر احتمال مجاز برای خارج از حدود قرار گرفتن مشخصه‌های کیفی است. مقدار θ براساس عملکرد فعلی فرایند تولید و یا براساس نظرات مدیریتی تعیین می‌شود. در ادامه برای توزیع‌های مختلف و براساس منطقی که به آن اشاره شد به توسعه نمودارهای کنترل می‌پردازیم. این نمودارها بر حسب پارامترهای توزیع مشخصه کیفی یا توابعی از

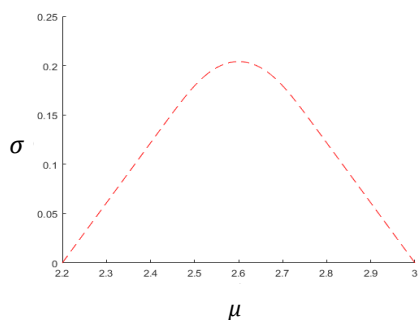
متعددی در ادبیات توسعه داده شده‌اند، باین‌حال، پرکاربردترین شاخص‌های قابلیت فرایند عبارت از C_p ، C_{pk} ، C_{pm} و C_{pmk} می‌باشند [۲]. شاخص‌های قابلیت فرایند دیگری نیز از این چهار شاخص پایه استخراج شده‌اند. هر فرایند تولیدی که از توزیع نرمال پیروی می‌کند را می‌توان توسط این شاخص‌ها مورد ارزیابی و پایش قرار داد. نمودار کنترل سنتی شوهارت^۱ تنها به پایش میانگین و واریانس فرایند می‌پردازد. درحالی‌که توسعه نمودار کنترل بر مبنای شاخص قابلیت فرایند یک روش جامع‌تر برای پایش عملکرد فرایند در اختیار قرار می‌دهد. این نمودار می‌تواند به‌صورت همزمان عملکرد فرایند و کیفیت محصول را مورد پایش قرار دهد [۳، ۴].

در همین راستا اسپایرینگ [۵] و چن و همکاران [۶] به ترتیب نمودارهای کنترل برای C_{pm} و C_I توسعه دادند. براساس اسپایرینگ [۵] نمودار کنترل قابلیت فرایند در پاسخ به نیاز یک کمپانی نوعی برای کسب اطلاعات از قابلیت یک فرایند به‌عنوان بخشی از فرایند نظارت بر تأمین‌کننده توسعه یافته است. به همین منظور این کمپانی نوعی علاقه‌مند به شواهد مستمر از توانایی فرایند در برآوردن نیازمندی‌های مشتریان است. بنابراین، اسپایرینگ از اطلاعات به‌دست‌آمده از یک نمودار کنترل برای تخمین قابلیت یک فرایند استفاده و به ارزیابی مستمر توانایی یک فرایند در برآوردن مشخصه-های مشتریان پرداخت. در توضیح برای کاربردی بودن نمودار کنترل قابلیت فرایند اسپایرینگ اشاره داشت که این نمودار کنترل می‌تواند: (۱) شواهدی از قابلیت فرایند در طول عمر فرایند ارائه دهد، (۲) نشان دهد که برآوردهای قابلیت فرایند در طول عمر فرایند تغییر می‌کنند، (۳) تغییرات در قابلیت فرایند ناشی از تغییرات در فرایند را نشان دهد، (۴) استنتاج‌های آماری را در ارزیابی فرایند درگیر کند.

نمودارهای کنترل متعددی در ادبیات برای پایش شاخص‌های کنترل فرایند توسعه داده شده‌اند. در همین راستا اسپایرینگ [۷، ۵]، بویلز [۸]، سرکار و پال [۹]، سوبرامانی [۱۰، ۱۱]، چن و همکاران [۶]، سوبرامانی و بالامورالی [۱۲] و احمد و همکاران [۱۳] به توسعه نمودارهای کنترل براساس شاخص‌های قابلیت فرایند برای مشخصه‌های نرمال پرداختند. به همین ترتیب، لیائو [۱۴] و اسلام و همکاران [۱۵] به مطالعه نمودارهای کنترل برای پایش قابلیت فرایند مشخصه‌های غیرنرمال پرداختند. برخی از نویسندگان نیز به توسعه نمودارهای کنترل برای شاخص‌های قابلیت فرایند مشخصه‌های یک طرفه پرداخته‌اند. در این راستا می‌توان به تحقیقات چن و همکاران [۶] و اسلام [۳] اشاره کرد.

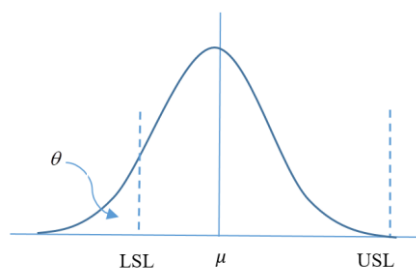
پایش شاخص‌های قابلیت فرایند علی‌رغم کاربردی بودن نمی‌تواند تأثیر تغییر همزمان پارامترهای توزیع فرایند را به‌خوبی بر نحوه تغییر قابلیت فرایند نشان دهند. در واقع از آنجایی‌که در این شاخص‌ها سعی شده است که یک سنجه واحد براساس پارامترهای فرایند به دست آید، امکان پایش میزان قابلیت فرایند براساس پارامترهای مختلف توزیع فرایند وجود ندارد. به‌عنوان مثال ممکن است در مواردی تغییرات

وجود دارد که درصد عدم انطباق (θ) یکسانی را ارائه می‌دهند و برای آن‌ها رابطه (۱) برقرار است. در این رابطه اگر میانگین (انحراف معیار) تغییر کند می‌توان انحراف معیاری (میانگینی) یافت که همچنان درصد عدم انطباق برابر با θ باشد. به عبارت دیگر اگر تغییر در یکی از پارامترهای توزیع مشخصه کیفی هم‌زمان با تغییر مناسب در پارامتر دیگر باشد ممکن است درصد عدم انطباق تغییری نکند. به عنوان مثال، ترکیبات (μ, σ) که درصد عدم انطباق یکسانی دارند، به ازای $USL=3, LSL=2, \theta=0.05$ در شکل ۲ رسم شده است. به منظور رسم شکل ۲ معادله (۱) به صورت عددی برای مقادیر مختلف پارامترهای (μ, σ) حل شده است.



شکل (۲): رابطه بین میانگین و انحراف معیار توزیع نرمال به ازای $\theta=0.05$

در شکل ۲ محور افقی μ و محور عمودی σ در توزیع نرمال است. در این شکل نقاط روی منحنی درصد عدم انطباق θ ، نقاط داخل منحنی (قسمت پایین خط-چین) درصد عدم انطباق کمتر از θ و نقاط خارج منحنی (قسمت بالای خط-چین) درصد عدم انطباق بیشتر از θ دارند؛ بنابراین اگر میانگین و انحراف معیار مشخصه کیفی به نحوی باشد که این ترکیب داخل منحنی قرار بگیرد می‌توان نتیجه گرفت که توزیع مشخصه‌های کیفی شرایط مطلوبی دارد. حال سعی می‌کنیم که این منحنی را در قالب روابط مشخصی بیان کنیم. با توجه به شکل ۲ و براساس آزمایش‌های عددی به نظر می‌رسد که یال‌ها شیب ثابتی دارند. برای اثبات این موضوع و به دست آوردن معادله خطی که شیب آن m_1 است حالت خاصی را در نظر می‌گیریم که در آن مقدار میانگین مشخصه کیفی به گونه‌ای است که احتمال اینکه مقادیر مشخصه کیفی بیشتر از USL باشد تقریباً صفر است. به عنوان نمونه شکل ۳ چنین حالتی را نشان می‌دهد.



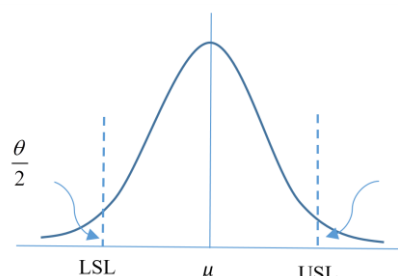
شکل (۳): حالت خاص برای محاسبه شیب یال‌های نمودار

در شکل ۳ مقدار θ تقریباً برابر است با:

این پارامترها به دست می‌آیند. نمودارها شامل یک ناحیه پذیرش و یک ناحیه رد خواهند بود. اگر پارامترهای توزیع مشخصه کیفی یا توابع تعریف شده بر روی آن‌ها در ناحیه پذیرش قرار گیرند می‌توان نتیجه‌گیری کرد که توزیع مشخصه کیفی محصولات مورد قبول است. یا به عبارت دیگر، مشخصه محصولات با احتمال حداقل $(1-\theta)$ بین حدود مجاز قرار دارند. به منظور تخمین پارامترهای توزیع مشخصه کیفی محصولات یا تبدیلات آن‌ها از میانگین و واریانس مشخصه کیفی نمونه‌ای محصولات بهره گرفته می‌شود. به همین منظور رابطه بین میانگین و واریانس توزیع‌های نرمال و ویبول با پارامترهای این توزیع‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در اینجا فرض می‌کنیم که به ترتیب μ و β پارامترهای مکان و σ و η پارامترهای مقیاس توزیع‌های نرمال و ویبول می‌باشند. به دلیل قابلیت تبدیل توزیع نرمال به توزیع لوگ نرمال از ذکر پارامترهای توزیع لوگ نرمال خودداری شده است. در اینجا آماره-ای که به صورت غیرمستقیم بر حسب پارامترهای توزیع احتمال متغیر تصادفی مورد نظر مورد پایش قرار می‌گیرد عبارت از $F_N(x)$ است. در این آماره تابع توزیع تجمعی نرمال و $\hat{\mu}$ و $\hat{\sigma}$ به ترتیب برآوردهای میانگین و انحراف معیار توزیع نرمال متغیر تصادفی مورد نظر هستند. برای توزیع ویبول ابتدا متغیر تصادفی ویبول با استفاده از تبدیلاتی به متغیر تصادفی نرمال تبدیل و سپس توسط نمودار کنترل توسعه داده شده برای توزیع نرمال پایش می‌شود.

۱-۲- نمودار کنترل توزیع نرمال

براساس منطقی که به آن اشاره شد نموداری بر حسب میانگین و انحراف معیار مشخصه‌های کیفی توسعه می‌دهیم. این نمودار شامل یک ناحیه پذیرش و یک ناحیه رد خواهد بود. به این معنی که اگر میانگین و انحراف معیار مشخصه‌های کیفی انتخاب شده در داخل ناحیه پذیرش قرار بگیرند درصد عدم انطباق کمتر یا مساوی θ و در غیر این صورت بیشتر از θ خواهد بود. در همین راستا فرض می‌کنیم که متغیر X از توزیع نرمال با میانگین μ و انحراف معیار σ پیروی می‌کند. این توزیع نرمال در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل (۱): منحنی نرمال

براساس شکل ۱ می‌توان رابطه زیر را نوشت:

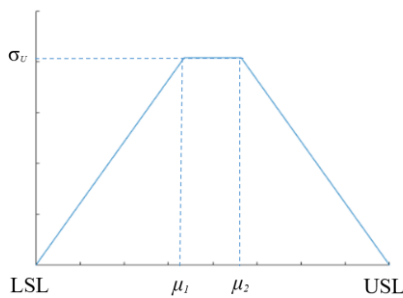
$$1-\theta = \Phi\left(\frac{USL-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{LSL-\mu}{\sigma}\right) \quad (1)$$

اگر μ و σ دو پارامتر مستقل باشند، ترکیبات مختلفی از (μ, σ)

$$\mu_1 = LSL - \frac{(USL - LSL)\Phi^{-1}(\theta)}{2\Phi^{-1}(1-\theta/2)} \quad (۸)$$

$$\mu_2 = USL - \frac{(USL - LSL)\Phi^{-1}(1-\theta)}{2\Phi^{-1}(1-\theta/2)} \quad (۹)$$

همانطور که در شکل ۵ مشاهده می شود این نقاط به همراه خط σ_U تشکیل یک ذوزنقه می دهند. در اینجا به منظور توسعه نمودار کنترلی که به سادگی قابلیت رسم کردن داشته باشد، نموداری که نمونه آن در شکل ۳ نشان داده شده است را با این ذوزنقه تقریب می زنیم. اگر درصد عدم انطباق خیلی زیاد نباشد در آن صورت اختلاف بین این دو نمودار بسیار ناچیز است. همچنین در صورتی که ترکیب پارامترهای میانگین و انحراف معیار مشخصه کیفی در ناحیه اختلاف بین دو نمودار در شکل ۴ قرار بگیرد می توان پس از بررسی بیشتر آن ها را مورد قبول قرار داد.



شکل (۵): نمودار کنترل توسعه داده شده

۲-۲- حدود مشخصه های کیفی

حدود مشخصه های کیفی معمولاً در مرحله طراحی و براساس ملاحظات مهندسی و مدیریتی تعیین می شود. با این حال در اینجا برای ارزیابی نمودارهای کنترل از روابطی برای محاسبه حدود مجاز استفاده شده است. براساس میانگین، انحراف معیار و سطح عدم انطباق مورد نظر می توان از شکل ۱ و این حقیقت که مساحت زیر نمودار در بازه $(-\infty, LSL)$ برابر با $\theta/2$ است کمک گرفت و یک حد پایین مجاز برای مشخصه کیفی به دست آورد. به طریق مشابه حد بالای مجاز قابل محاسبه است؛ بنابراین حد پایین و بالای مشخصه کیفی را می توان براساس روابط زیر به دست آورد:

$$LSL = \mu + \sigma \Phi^{-1}(\theta/2) \quad (۱۰)$$

$$USL = \mu + \sigma \Phi^{-1}(1-\theta/2) \quad (۱۱)$$

۲-۳- نمودار کنترل توزیع لوگ نرمال

با توجه به رابطه ای که بین توزیع نرمال و لوگ نرمال وجود دارد به راحتی می توان داده های لوگ نرمال را به نرمال تبدیل کرد. به همین منظور برای پایش داده های لوگ نرمال ابتدا آن ها را با یک تبدیل لگاریتمی به داده های نرمال تبدیل کرده و سپس از نمودار توسعه داده شده برای توزیع نرمال جهت پایش آن ها استفاده می کنیم. حدود مجاز مورد نیاز برای این نمودار نیز براساس حدود به دست آمده از توزیع نرمال و با استفاده از یک تبدیل لگاریتمی قابل محاسبه است.

$$\theta \approx P(X \leq LSL) \approx P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) \quad (۲)$$

حال با استفاده از رابطه (۲) سعی می کنیم معادله خط بین μ و σ را به دست آوریم. بنابراین براساس رابطه (۲) و اندکی عملیات ریاضی ساده خواهیم داشت:

$$\sigma = -\frac{1}{\Phi^{-1}(\theta)} \cdot \mu + \frac{LSL}{\Phi^{-1}(\theta)} \quad (۳)$$

با توجه به معادله (۳) m_1 برابر است با:

$$m_1 = -\frac{1}{\Phi^{-1}(\theta)} \quad (۴)$$

به همین ترتیب، برای به دست آوردن معادله خط یال دیگر حالت خاصی را در نظر می گیریم که در آن احتمال اینکه مشخصه کیفی کمتر از LSL باشد تقریباً برابر صفر است. بنابراین به طریق مشابه معادله خطی که شیب آن m_2 است را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\sigma = -\frac{1}{\Phi^{-1}(1-\theta)} \cdot \mu + \frac{USL}{\Phi^{-1}(1-\theta)} \quad (۵)$$

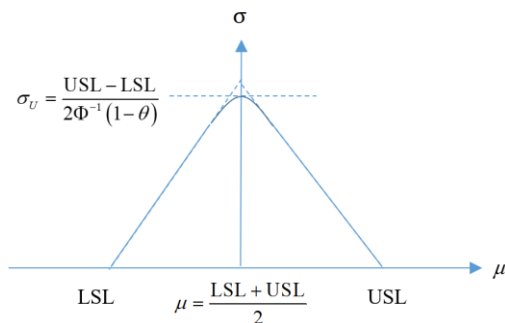
با توجه به معادله (۵) m_2 برابر است با:

$$m_2 = -\frac{1}{\Phi^{-1}(1-\theta)} \quad (۶)$$

با توجه به تقارن نمودار دو معادله به دست آمده همدیگر را در نقطه وسط حفاصل بین LSL و USL، یعنی جایی که $\mu = (USL + LSL)/2$ است، قطع می کنند. انحراف معیار معادل این میانگین براساس معادلات (۳) و (۵) برابر است با:

$$\sigma_U = \frac{USL - LSL}{2\Phi^{-1}(1-\theta)} \quad (۷)$$

یال ها و محل تلاقی آن ها در شکل ۴ نشان داده شده است



شکل (۴): یال ها و محل تلاقی آن ها

در شکل ۴ مقدار σ_U یا ماکزیم مقدار انحراف معیار نمودار براساس نقطه میانی بازه LSL تا USL یا نقطه $\mu = (USL + LSL)/2$ به دست می آید. در این نقطه درصد عدم انطباق (θ) به صورت مساوی در خارج از حدود مجاز تقسیم می شود. در ادامه مختصات محل تلاقی خط σ_U با یال های نمودار را به دست می آوریم. با جایگذاری مقدار σ_U در معادلات (۳) و (۵) مختصات افقی محل تلاقی خط σ_U با یال های نمودار براساس نام گذاری شکل ۵ به صورت زیر به دست می آیند:

۴-۲- نمودار کنترل توزیع ویبول

به‌دست‌آمده برای توزیع ویبول باید از طریق همین روش به حدود موردنیاز برای توزیع نرمال تبدیل شوند. که حدود مجاز برای پیش داده‌های ویبول در نمودار توسعه داده‌شده برای توزیع نرمال براساس این روش به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$LSL_N = \left((LSL_W)^\beta \right)^{0.2777} = \left(\eta \left(-\ln \left(1 - \frac{\theta}{2} \right) \right)^{\frac{1}{\beta}} \right)^{0.2777\beta} \quad (15)$$

$$USL_N = \left((USL_W)^\beta \right)^{0.2777} = \left(\eta \left(-\ln \left(\frac{\theta}{2} \right) \right)^{\frac{1}{\beta}} \right)^{0.2777\beta} \quad (16)$$

که در آن LSL_W و USL_W به ترتیب حد پایین و بالای مجاز متغیر تصادفی ویبول و LSL_N و USL_N به ترتیب حد پایین و بالای مجاز متغیر تصادفی تبدیل شده به نرمال استاندارد هستند.

۳- ارزیابی عملکرد نمودارهای پیشنهادی

به‌منظور بررسی عملکرد نمودارهای پیشنهادی از رویکرد شبیه‌سازی کمک گرفته می‌شود. به همین منظور مشخصه متوسط طول دنباله (ARL) که به معنی میانگین تعداد مشاهدات تا اولین مشاهده خارج از حدود کنترل است، محاسبه می‌شود. همچنین از انحراف استاندارد طول دنباله (SDRL) که دقت نتایج محاسباتی را نشان می‌دهد، استفاده شده است. در همین راستا مراحل فاز یک و یک به‌صورت زیر انجام می‌شوند:

فاز یک: در این فاز ابتدا براساس پارامترهای توزیع مشخصه کیفی و درصد عدم‌انطباق مطلوب که مورد تأیید است حدود بالا و پایین مجاز محاسبه می‌شوند. سپس با استفاده از شبیه‌سازی یک سطح مناسب برای عدم‌انطباق فرایند تولید به‌دست می‌آید. برای این منظور مقدار عدم‌انطباق به‌گونه‌ای به‌دست می‌آید که نمودارهای کنترل یک سطح قابل قبول از ARL را برآورده کنند. در واقع در اینجا با دو نوع درصد عدم‌انطباق سروکار خواهیم داشت: ۱- درصد عدم‌انطباق مورد انتظار (θ_E)، ۲- درصد عدم‌انطباق واقعی (θ_R). درصد عدم‌انطباق مورد انتظار همان میزان مطلوبی است که می‌خواهیم فرایند براساس این میزان تولید کند. اما درصد عدم‌انطباق واقعی آن میزان از عدم‌انطباق است که براساس داده‌های به‌دست‌آمده از فرایند تولید تخمین زده می‌شود. در عمل به‌دلیل محدودیت در اندازه نمونه و خطای تخمین‌ها درصد عدم‌انطباق مورد انتظار برآورده نمی‌شود. بنابراین توسعه نمودارهای کنترل براساس این درصد عدم‌انطباق ممکن است وضعیت را بدتر از آنچه هست نشان دهد. به همین منظور در اینجا نمودارهای کنترل براساس درصد عدم‌انطباق واقعی فرایند ترسیم می‌شوند. در اینجا با فرض تحت کنترل بودن فرایند سطحی از درصد عدم‌انطباق را به دست می‌آوریم که براساس آن شاخص ARL فرایند تحت کنترل نشان داده شود. سپس براساس این مقدار از درصد عدم‌انطباق و روابط به‌دست‌آمده برای نمودارهای توزیع‌های مختلف، می‌توان نمودار کنترل فاز یک را رسم کرد.

فاز دو: در این فاز براساس نمودار به‌دست‌آمده در فاز یک به پیش

در این قسمت برای پیش مشخصه‌های کیفی که از توزیع ویبول تبعیت می‌کنند، دو روش پیشنهاد می‌شود. در این دو روش، از تبدیلاتی استفاده می‌شود و مشخصه‌های کیفی ویبول با توزیع نرمال تقریب زده و سپس از نمودار کنترل توسعه داده شده برای توزیع نرمال برای پیش آن‌ها استفاده می‌شود.

۲-۴-۱- روش اول

در این روش براساس مقاله فراز و همکاران [۱۶] برای تبدیل توزیع ویبول به توزیع نرمال استاندارد از تغییر متغیر زیر استفاده می‌کنیم.

$$z = W_N(t, \eta, \beta) = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \left(1 - 2 \exp \left(- \left(\frac{t}{\eta} \right)^\beta \right) \right) \quad (12)$$

در این رابطه $\operatorname{erf}^{-1}(x)$ معکوس تابع خطای متغیر x است.

براساس این رابطه متغیر تصادفی t با توزیع ویبول و پارامترهای η و β به توزیع نرمال استاندارد Z تبدیل می‌شود. پس از تبدیل متغیر تصادفی ویبول به نرمال استاندارد می‌توان با محاسبه میانگین و انحراف معیار آن، براساس نمودار توزیع نرمال توسعه داده شده به پیش آن پرداخت. به‌دلیل استفاده از نمودار نرمال، حدود مجاز به‌دست‌آمده برای توزیع ویبول باید از طریق همین روش به حدود موردنیاز برای توزیع نرمال تبدیل شوند. که حدود مجاز برای پیش داده‌های ویبول در نمودار توسعه داده‌شده برای توزیع نرمال براساس توزیع احتمال ویبول به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$LSL_N = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \left(1 - 2 \exp \left(- \left(\frac{LSL_W}{\eta} \right)^\beta \right) \right) \quad (13)$$

$$USL_N = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} \left(1 - 2 \exp \left(- \left(\frac{USL_W}{\eta} \right)^\beta \right) \right) \quad (14)$$

که در آن LSL_W و USL_W به ترتیب حد پایین و بالای مجاز داده‌های ویبول و LSL_N و USL_N به ترتیب حد پایین و بالای مجاز داده‌های تبدیل شده به نرمال استاندارد هستند.

۲-۴-۲- روش دوم

در این روش همانند روش قبل براساس مقاله بورور و همکاران [۱۷] برای تبدیل توزیع ویبول به توزیع نرمال از روشی که در ادامه توضیح داده می‌شود بهره می‌گیریم. فرض کنید متغیر تصادفی T از توزیع ویبول با پارامتر شکل β و پارامتر مقیاس η پیروی می‌کند. در این صورت متغیر تصادفی $X = T^\beta$ تقریباً توزیع نمایی با نرخ شکست $\lambda = 1/\eta^\beta$ خواهد داشت [۱۷]. از آنجایی که داده‌های با توزیع نمایی با توان 0.2777 می‌توانند به توزیع نرمال تبدیل شوند، بنابراین با تبدیل $Y = (T^\beta)^{0.2777}$ متغیر تصادفی Y تقریباً از توزیع نرمال پیروی خواهد کرد [۱۸].

با تکنیک مذکور، داده‌هایی که از توزیع ویبول پیروی می‌کنند به توزیع نرمال تبدیل شده و از نمودار توزیع نرمال می‌توان برای پیش آن‌ها استفاده کرد. به دلیل استفاده از نمودار نرمال، حدود مجاز

$$SDRL = \frac{\sum_{ITN=1}^{MITN} (RN_{ITN} - ARL)^2}{MITN - 1} \quad (18)$$

۴- تحلیل و بررسی نتایج

در این قسمت با اعمال روش‌های مطرح شده و انجام شبیه‌سازی، عملکرد نمودارهای کنترل توسعه داده شده در تشخیص فرایندهای خارج از کنترل، بررسی می‌شوند. در نهایت با در نظر گرفتن شاخص متوسط طول دنباله و تأثیر تغییرات پارامترهای توزیع مشخصه کیفی، نتایج به صورت کیفی و کمی تحلیل می‌شوند.

۴-۱- توزیع نرمال

بر اساس پارامترهای اولیه زیر به بررسی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی می‌پردازیم:

$$\mu = 50 \quad \sigma = 4 \quad \theta_E = 0.027$$

$$n = 5 \quad N = 30 \quad MITN = 300$$

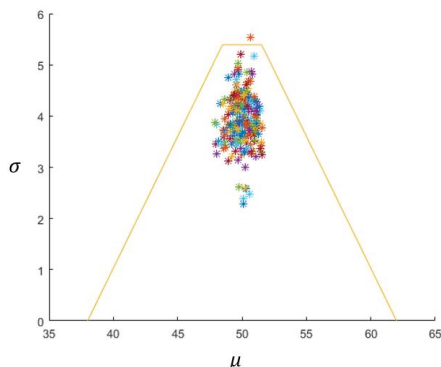
بنابراین حدود بالا و پایین مجاز مطابق روابط ۱۰ و ۱۱ به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$LSL = 38.0001$$

$$USL = 61.9999$$

به منظور انجام فاز یک مقدار θ_R فرایند را بر اساس $ARL = 370$

به دست می‌آوریم. به همین منظور با استفاده از شبیه‌سازی مقدار ARL را به ازای θ_R های متفاوت بررسی می‌کنیم. حداقل مقدار θ که ARL مورد نظر را برآورده می‌کند تقریباً برابر با $\theta_R = 0.0253$ به دست می‌آید. در شکل ۶ تمام نقاط یک تکرار از شبیه‌سازی نشان داده شده است. به عنوان مثال در این تکرار تعداد اجراها برابر با ۳۵۲ به دست آمده است. یعنی بعد از ۳۵۲ نقطه داخل محدوده مجاز، اولین نقطه در محدوده غیرمجاز قرار می‌گیرد که میانگین تعداد این نقاط به ازای تمام تکرارهای شبیه‌سازی، مقدار متوسط طول دنباله را به دست می‌دهد. در اینجا به دلیل محدودیت‌های ترسیم تمام نقاط در یک نمودار دوبعدی رسم شده‌اند. باین حال، برای نشان دادن بعد زمان می‌توان نقاط را بر روی یک نمودار سه‌بعدی رسم کرد که در آن محور سوم همان بعد زمان خواهد بود. همچنین در عمل می‌توان برای هر نقطه یک برچسب که نشان‌دهنده شماره تکرار یا نمونه‌گیری مورد نظر است نیز در نظر گرفت.



شکل (۶): نتیجه حاصل از یک تکرار شبیه‌سازی برای توزیع نرمال

نمونه‌ها پرداخته می‌شود. به منظور بررسی عملکرد نمودار پیشنهادی تغییراتی در پارامترهای توزیع مشخصه کیفی ایجاد شده و توانایی نمودار در شناسایی آن‌ها بررسی می‌شود. به همین منظور در ادامه مراحل شبیه‌سازی بر اساس متغیرهای زیر به اختصار توضیح داده می‌شود:

اندازه نمونه $n =$

تعداد داده مورد نیاز برای انجام تخمین پارامترهای توزیع احتمال مشخصه کیفی $N =$

شماره تکرار شبیه‌سازی $ITN =$

شماره اجرا در تکرار $RN_{ITN} =$

حداکثر تعداد تکرارهای شبیه‌سازی $MITN =$

۱. مقادیری به متغیرهای n, N و $MITN$ تخصیص داده شود.

۲. قرار دهید $ITN = 1$.

۳. N داده تصادفی بر اساس پارامترهای توزیع احتمال مشخصه کیفی در حالت تحت کنترل تولید شود.

۴. تغییراتی (شیفت) در پارامترهای توزیع احتمال مشخصه کیفی ایجاد می‌شود.

۵. قرار دهید $RN_{ITN} = 1$.

۶. n داده تصادفی بر اساس توزیع احتمال مشخصه کیفی جدید (خارج از کنترل) تولید شود.

۷. از بین $N + n$ داده موجود N داده آخر انتخاب شوند. دلیل انتخاب N داده آخر این است که تعداد داده کافی برای تخمین پارامترهای توزیع احتمال در اختیار باشد.

۸. برای توزیع لوگ نرمال، لگاریتم طبیعی داده‌های انتخاب شده در مرحله ۷ محاسبه می‌شوند. بنابراین داده‌های لوگ نرمال از توزیع نرمال پیروی خواهند کرد. همچنین داده‌های توزیع ویبول بر اساس توضیحات ارائه شده در بخش‌های مربوطه، به داده‌هایی که از توزیع نرمال پیروی می‌کنند تبدیل می‌شوند.

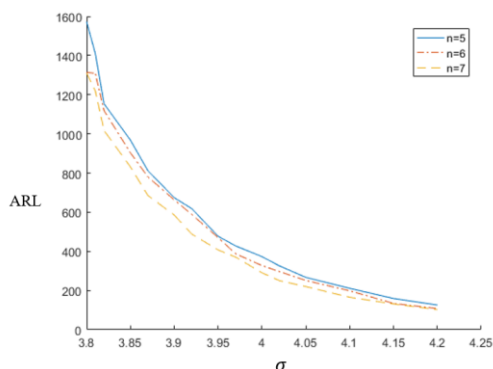
۹. میانگین و انحراف معیار داده‌های به دست آمده از مراحل قبل برای توزیع‌های نرمال و ویبول محاسبه می‌شوند. بنابراین در این مرحله میانگین و واریانس داده‌ها محاسبه شده و این ترکیب و یا تبدیلی از این ترکیب (بر اساس نوع توزیع داده‌ها) بر روی نمودار کنترل مربوطه قرار داده می‌شود.

۱۰. در این مرحله باید بررسی شود که آیا نقطه به دست آمده در محدوده پذیرش نمودار قرار دارد یا خیر. اگر نقطه در ناحیه پذیرش قرار داشته باشد قرار دهید $RN_{ITN} = RN_{ITN} + 1$ و به گام ۶ برگردید، در غیر این صورت به گام بعد بروید.

۱۱. اگر $ITN < MITN$ باشد قرار دهید $ITN = ITN + 1$ و به گام ۵ برگردید، در غیر این صورت مقدار ARL و $SDRL$ را بر اساس روابط زیر به دست آورید:

$$ARL = \frac{\sum_{ITN=1}^{MITN} RN_{ITN}}{MITN} \quad (17)$$

شیفت‌های مختلف در انحراف معیار و با مقدار میانگین ثابت به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت را نشان می‌دهد.



شکل (۸): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\mu = 50$

همان‌طور که از نمودارها برمی‌آید رابطه مستقیمی بین اندازه نمونه و مقدار میانگین طول دنباله وجود دارد. در هر دو حالت میانگین ثابت و انحراف معیار ثابت، با افزایش تعداد نمونه‌ها مقدار ARL کاهش می‌یابد.

۴-۲- توزیع لوگ نرمال

بر اساس پارامترهای اولیه زیر به بررسی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی می‌پردازیم:

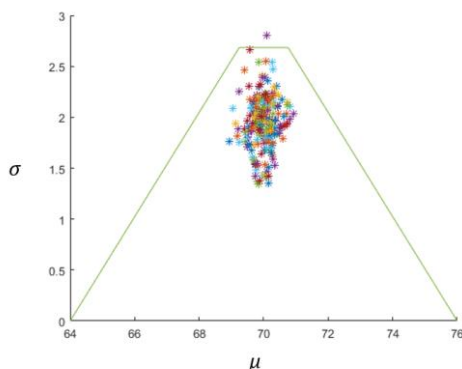
$$\begin{aligned} \mu &= 70 & \sigma &= 2 & \theta_E &= 0.027 \\ n &= 5 & N &= 30 & MITN &= 500 \end{aligned}$$

بنابراین حدود بالا و پایین مجاز به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$LSL=64$$

$$USL=76$$

به منظور انجام فاز یک مقدار θ_R فرایند را بر اساس $ARL = 370$ به دست می‌آوریم. به همین منظور با استفاده از شبیه‌سازی مقدار θ_R را به ازای θ_R های متفاوت بررسی می‌کنیم. حداقل مقدار θ_R که ARL موردنظر را برآورده می‌کند تقریباً برابر با $\theta_R = 0.02528$ به دست می‌آید. در شکل ۹ تمام نقاط یک تکرار از شبیه‌سازی نشان داده شده است. به عنوان مثال در این تکرار تعداد اجراها برابر با ۲۱۲ به دست آمده است.



شکل (۹): نتیجه حاصل از یک تکرار شبیه‌سازی در فرایند لوگ نرمال

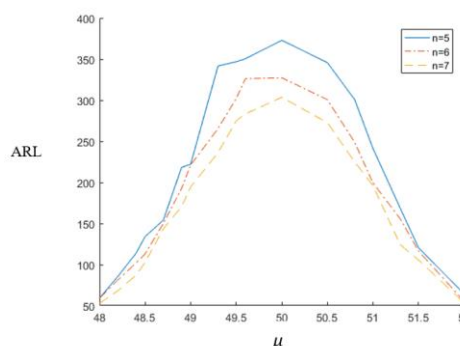
در فاز دو، با استفاده از سطح θ_R محاسبه شده، تغییرات مختلفی در پارامترهای میانگین و انحراف معیار ایجاد می‌شود که تغییرات متناظر آن در مقادیر متوسط طول دنباله در جدول ۱ محاسبه شده است. مقادیر ARL و SDRL به ازای اندازه نمونه (n) های متفاوت در جدول ۱ دیده می‌شود.

برای رسیدن به نتایج کمی در رابطه با مقادیر متوسط طول دنباله‌ها، یک شاخص تعریف می‌کنیم که درصد تغییرات ARL فاز دو (ARL_1) نسبت به مقدار فاز یک (ARL_0) را نشان می‌دهد.

$$\left| \frac{ARL_0 - ARL_1}{ARL_0} \right| \times 100 \quad (19)$$

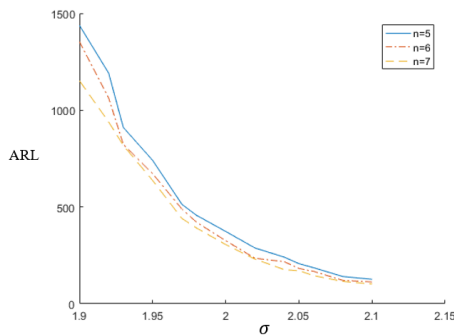
برای مثال، نتایج شبیه‌سازی با $ARL_0 = 370$ و $n = 5$ نشان می‌دهد که:

- زمانی که $\mu = 50$ است، ۲.۵٪ کاهش در انحراف معیار، منجر به ۸۰.۷۲٪ افزایش در مقدار ARL می‌شود.
 - زمانی که $\mu = 50$ است، ۵٪ افزایش در انحراف معیار، منجر به ۶۶.۳۱٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
 - زمانی که $\sigma = 4$ است، ۴٪ کاهش در میانگین، منجر به ۸۴٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
 - زمانی که $\sigma = 4$ است، ۲٪ افزایش در میانگین، منجر به ۳۵.۲۶٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
 - زمانی که $\mu = 50$ و $\sigma = 4$ است، ۳٪ کاهش در هر دو پارامتر منجر به ۲۹.۷۷٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
 - زمانی که $\mu = 50$ و $\sigma = 4$ است، ۵٪ کاهش در انحراف معیار و ۴٪ کاهش در میانگین منجر به ۶۰.۱۳٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
 - زمانی که $\mu = 50$ و $\sigma = 4$ است، ۲.۵٪ افزایش در انحراف معیار و ۴٪ افزایش در میانگین منجر به ۸۸٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
- نمودار شکل ۷ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله به ازای شیفت‌های مختلف در میانگین و با مقدار انحراف معیار ثابت به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت را نشان می‌دهد.



شکل (۷): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\sigma = 4$

نمودار شکل ۸ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله به ازای



شکل (۱۱): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\mu = 70$

همان طور که از نمودارها برمی آید رابطه مستقیمی بین اندازه نمونه و مقدار میانگین طول دنباله وجود دارد. در هر دو حالت μ ثابت و σ ثابت، با افزایش تعداد نمونه‌ها مقدار ARL_1 کاهش می‌یابد.

۳-۴- توزیع ویبول

در ادامه برای هر کدام از روش‌های توزیع ویبول که در بخش ۳-۴ ارائه شد، ارزیابی عملکرد توسط مثال عددی انجام می‌شود. در این قسمت براساس پارامترهای اولیه زیر به بررسی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی می‌پردازیم:

$$\eta = 70 \quad \beta = 100 \quad \theta_R = 0.027$$

$$n = 5 \quad N = 30 \quad MITN = 500$$

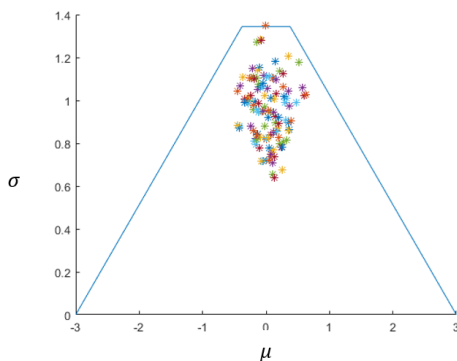
۱-۳-۴ روش اول

در این حالت حدود بالا و پایین مجاز از طریق روابط ۱۳ و ۱۴ به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$LSL = -3$$

$$USL = 3$$

به منظور انجام فاز یک مقدار θ_R فرایند را براساس $ARL_0 = 370$ به دست می‌آوریم. به همین منظور با استفاده از شبیه‌سازی مقدار ARL را به ازای θ_R های متفاوت بررسی می‌کنیم. حداقل مقدار θ_R که ARL موردنظر را برآورده می‌کند تقریباً برابر با $\theta_R = 0.0256$ به دست می‌آید. در شکل ۱۲ تمام نقاط یک تکرار از شبیه‌سازی نشان داده شده است. به عنوان مثال در این تکرار تعداد اجراها برابر با ۱۲۰ به دست آمده است.

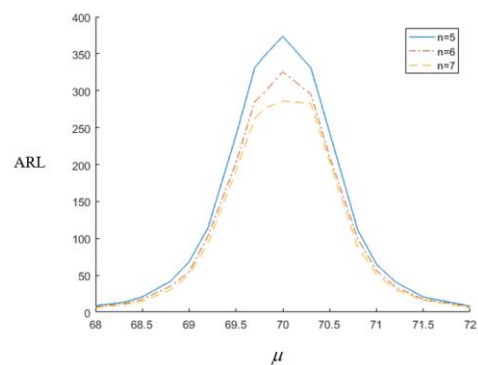


شکل (۱۲): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\mu = 70$

در فاز دو، با استفاده از سطح θ_R به دست آمده، تغییرات مختلفی در پارامترهای توزیع زمان شکست ایجاد می‌شود که تغییرات متناظر آن در مقادیر متوسط طول دنباله در جدول ۲ محاسبه شده است. در ادامه نتایج کمی در رابطه با مقادیر متوسط طول دنباله‌ها، مطابق رابطه ۱۹ به دست می‌آیند. برای مثال، نتایج نمودار توسعه داده شده با $ARL_0 = 370$ و $n = 5$ نشان می‌دهد که:

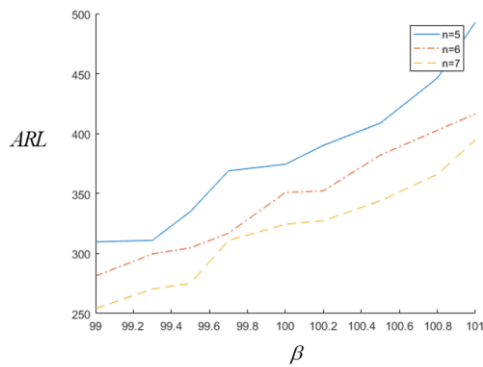
- زمانی که $\mu = 70$ است، ۲٫۵٪ افزایش در مقدار پارامتر دوم، منجر به ۴۴٫۴۶٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\mu = 70$ است، ۲٫۵٪ کاهش در مقدار پارامتر دوم، منجر به ۹۸٫۴۸٪ افزایش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\sigma = 2$ است، ۲٫۸٪ کاهش در مقدار پارامتر اول، منجر به ۹۷٫۶۱٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\mu = 70$ و $\sigma = 2$ است، ۲٫۸٪ کاهش در هر دو پارامتر، منجر به ۹۷٫۹۹٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\mu = 70$ و $\sigma = 2$ است، ۵٫۶٪ افزایش در مقدار پارامتر اول و ۵٪ افزایش در مقدار پارامتر دوم، منجر به ۹۸٫۰۹٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\mu = 70$ و $\sigma = 2$ است، ۵٫۶٪ کاهش در مقدار پارامتر اول و ۲٫۵٪ افزایش در مقدار پارامتر دوم، منجر به ۹۸٫۰۲٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.

نمودار شکل ۱۰ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله به ازای شیفت‌های مختلف در μ و با مقدار σ ثابت به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت را نشان می‌دهد. مقادیر ARL و $SDRL$ به ازای اندازه نمونه (n) های متفاوت در جدول ۲ دیده می‌شود.



شکل (۱۰): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\sigma = 2$

نمودار شکل ۱۱ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله را به ازای شیفت‌های مختلف در σ و با مقدار μ ثابت به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت نشان می‌دهد.



شکل (۱۴): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\eta = 70$ در توزیع ویبول مطابق روش اول

همان‌طور که از نمودارها برمی‌آید رابطه مستقیمی بین اندازه نمونه و مقدار میانگین طول دنباله وجود دارد. در هر دو حالت η ثابت و β ثابت، با افزایش تعداد نمونه‌ها مقدار ARL کاهش می‌یابد.

۴-۳-۲- روش دوم

در این حالت حدود بالا و پایین مجاز از طریق روابط ۱۵ و ۱۶ به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$LSL = 2.7641 \times 10^{50}$$

$$USL = 2.9248 \times 10^{51}$$

به منظور انجام فاز یک مقدار θ_R فرایند را براساس $ARL_0 = 370$ به دست می‌آوریم. به همین منظور با استفاده از شبیه‌سازی مقدار ARL را به ازای θ_R های متفاوت بررسی می‌کنیم. حداقل مقدار θ_R که ARL موردنظر را برآورده می‌کند تقریباً برابر با $\theta_R = 0.3625$ به دست می‌آید. در شکل ۱۵ تمام نقاط یک تکرار از شبیه‌سازی نشان داده شده است. به‌عنوان مثال در این تکرار تعداد اجراها برابر با ۷۵۸ به دست آمده است.

- نمودارهای کنترلی برای پیش قابلیت‌فرایندهایی که از توزیع‌های احتمال دیگر پیروی می‌کنند توسعه داد.

- رویه‌هایی در شناسایی روندهای موجود در پارامترهای برآورد شده از توزیع‌های احتمال ارائه کرد.

- از برآوردهای استوارتر در برآورد پارامترهای توزیع احتمال مشخصه کیفی از داده‌های موجود بهره گرفت.

- براساس منطق پیشنهادی نمودارهایی که به تغییرات و انحرافات کوچک در توزیع‌های احتمال مشخصه کیفی حساس‌تر هستند توسعه داد.

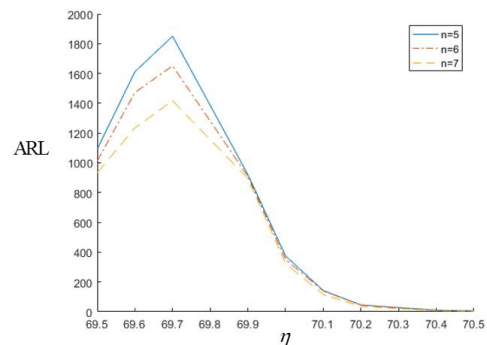
- به مطالعه در رابطه با محاسبه نقطه تغییر در نمودارهای توسعه داده شده پرداخت.

در فاز دو، با استفاده از سطح θ_R محاسبه شده، تغییرات مختلفی در پارامترهای توزیع مشخصه کیفی ایجاد می‌شود که تغییرات متناظر آن در مقادیر ARL و SDRL به ازای اندازه نمونه (n) های متفاوت در جدول ۳ محاسبه شده است. از آنجایی که در این روش از نمودار کنترل نرمال برای پیش داده‌های ویبول استفاده می‌شود، به‌منظور انجام تحلیل‌های دقیق‌تر، بعد از تبدیل داده‌های ویبول به نرمال، تأثیر تغییرات پارامترهای مقیاس و شکل در مقادیر میانگین و انحراف معیار توزیع نرمال مطابق جدول ۴ بررسی می‌شود.

نتایج کمی در رابطه با مقادیر متوسط طول دنباله‌ها، مطابق رابطه ۱۹ به دست می‌آیند. برای مثال، نتایج نمودار توسعه داده شده با $ARL_0 = 370$ و $n = 5$ نشان می‌دهد که:

- زمانی که $\eta = 70$ است، ۱٪ کاهش در مقدار پارامتر شکل، منجر به ۱۷٫۲۸٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\beta = 100$ است، ۰٫۲۸٪ افزایش در مقدار پارامتر مقیاس، منجر به ۸۷٫۷۴٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\beta = 100$ است، ۰٫۴۲٪ کاهش در مقدار پارامتر مقیاس، منجر به ۳۹۴٫۰۴٪ افزایش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\eta = 70$ و $\beta = 100$ است، ۰٫۵٪ کاهش در هر دو پارامتر، منجر به ۳۲۰٫۸۷٪ افزایش در مقدار ARL می‌شود.
- زمانی که $\eta = 70$ و $\beta = 100$ است، ۰٫۷۱٪ افزایش در مقدار پارامتر مقیاس و ۰٫۵٪ افزایش در مقدار پارامتر شکل، منجر به ۹۸٫۳۶٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.

نمودار شکل ۱۳ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله را به ازای شیفت‌های مختلف در η و با مقدار β ثابت به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت نشان می‌دهد.



شکل (۱۳): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\beta = 100$ در توزیع ویبول مطابق روش اول

نمودار شکل ۱۴ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله را به ازای شیفت‌های مختلف در β و با مقدار η ثابت به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت نشان می‌دهد.

جدول (۱): میانگین و انحراف استاندارد تعداد اجراها به ازای شیفت‌های مختلف برای توزیع نرمال

μ	σ	$n=5$		$n=6$		$n=7$	
		ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
۴۸	۳/۸	۱۴۸/۶۶۳۳	۱۴۳/۹۳۵۲	۱۲۵/۰۹۳۳	۱۲۳/۱۷۸۹	۱۲۹/۷۸۶۷	y
	۳/۹	۹۶/۲۳۳۳	۸۶/۸۶۵۴	۹۲/۳۵۳۳	۸۰/۵۲۲۴	۷۷/۱۶۰۰	۶۶/۸۹۹۱
	۴	۵۹/۱۹۰۰	۵۴/۵۰۱۱	۵۸/۹۵۶۷	۵۶/۷۸۷۲	۵۲/۸۴۶۷	۴۹/۲۱۲۹
	۴/۱	۵۲/۳۴۰۰	۴۹/۴۹۷۰	۳۵/۱۹۶۷	۳۲/۶۳۵۹	۳۶/۹۶۳۳	۳۱/۱۴۴۶
	۴/۲	۳۴/۵۲۰۰	۳۰/۶۴۱۷	۲۸/۲۴۶۷	۲۶/۸۲۳۸	۲۸/۶۲۳۳	۲۶/۹۱۳۲
۴۹	۳/۸	۸۹۰/۳۹۰۰	۸۳۷/۲۹۹۳	۷۶۱/۱۲۰۰	۶۹۹/۲۳۴۱	۷۲۸/۹۷۶۷	۶۹۷/۴۳۹۳
	۳/۹	۴۲۲/۷۸۳۳	۴۱۹/۶۸۳۵	۳۴۹/۲۹۶۷	۳۲۶/۹۶۷۵	۳۳۷/۱۷۶۷	۳۲۹/۱۰۰۲
	۴	۲۲۲/۱۴۳۳	۲۱۸/۰۹۰۵	۲۲۱/۲۲۰۰	۲۱۱/۵۸۴۰	۱۹۴/۵۵۶۷	۱۸۸/۰۵۴۹
	۴/۱	۱۶۴/۹۱۶۷	۱۵۳/۸۹۳۳	۱۲۳/۹۲۶۷	۱۱۹/۰۵۷۹	۱۱۵/۴۳۶۷	۱۱۲/۱۵۱۹
	۴/۲	۸۶/۵۹۶۷	۷۹/۲۵۱۱	۷۵/۳۵۶۷	۷۱/۵۷۷۵	۶۶/۵۷۰۰	۶۰/۸۳۱۸
۵۰	۳/۸	۱۵۷۴/۱	۱۵۰۷/۲	۱۳۱۳/۹	۱۳۰۵/۴	۱۳۱۱/۲	۱۳۰۰/۸
	۳/۹	۶۷۳/۹۵	۶۶۴/۶۴۹۷	۶۶۲/۸۸۶۷	۶۵۲/۴۵۷۴	۵۸۵/۲۱۳۳	۵۵۹/۳۸۰۳
	۴	۳۷۲/۹۱۳۳	۳۶۹/۱۳۲۵	۳۲۷/۳۵۰۰	۳۰۰/۴۵۴۳	۲۹۰/۳۹۰۰	۲۶۴/۳۰۸۲
	۴/۱	۲۱۱/۰۵۶۷	۱۹۸/۰۰۷۰	۱۹۸/۳۰۰۰	۱۹۰/۰۸۵۵	۱۶۵/۱۸۳۳	۱۶۱/۳۶۶۸
	۴/۲	۱۲۵/۶۲۶۷	۱۱۹/۸۱۴۹	۱۰۷/۴۵۶۷	۱۰۳/۴۵۶۶	۱۰۱/۹۶	۹۱/۰۲۱۲
۵۱	۳/۸	۸۰۶/۳۶۶۷	۷۶۵/۸۳۴۲	۷۴۵/۷۲۳۳	۷۰۲/۱۲۴۲	۶۹۳/۶۰۷۵	۶۷۷/۴۵۰۹
	۳/۹	۴۳۷/۵۳۶۷	۴۳۴/۴۹۶۷	۴۱۶/۵۶۰۰	۳۹۶/۶۶۱۷	۳۵۳/۷۴۶۷	۳۲۷/۷۸۶۴
	۴	۲۴۱/۴۰۳۳	۲۳۶/۸۷۸۲	۱۹۹/۴۱۶۷	۱۹۶/۵۲۰۴	۱۹۶/۱۷۰۰	۱۸۶/۷۷۰۴
	۴/۱	۱۵۶/۴۱۶۷	۱۴۶/۵۵۹۴	۱۳۶/۶۳۰۰	۱۲۳/۵۶۸۹	۱۱۸/۳۸۰۰	۱۱۲/۳۱۶۳
	۴/۲	۹۹/۷۰۰۰	۹۴/۳۶۶۱	۸۱/۹۱۳۳	۷۹/۵۴۸۳	۷۳/۱۶۶۷	۷۱/۰۹۹۹
۵۲	۳/۸	۱۳۳/۲۵۶۷	۱۳۰/۶۳۹۶	۱۲۶/۵۶۰۰	۱۲۴/۱۴۶۹	۱۲۱/۸۴۰۰	۱۱۱/۱۸۳۲
	۳/۹	۹۴/۵۰۳۳	۸۷/۴۷۹۴	۸۰/۰۴۰۰	۸۱/۴۴۸۷	۶۶/۱۱۳۳	۶۳/۱۰۶۴
	۴	۶۴/۴۷۰۰	۶۴/۸۵۵۷	۵۵/۳۹۶۷	۵۴/۶۰۶۵	۵۳/۶۵۰۰	۵۳/۱۵۶۱
	۴/۱	۴۴/۷۲۶۷	۴۱/۵۲۱۵	۳۸/۵۶۶۷	۳۵/۷۱۴۱	۳۵/۱۵۳۳	۳۰/۸۶۶۰
	۴/۲	۳۳/۶۶۰۰	۲۹/۸۹۷۸	۲۹/۰۳۶۷	۲۵/۵۱۲۸	۲۷/۴۵۶۷	۲۴/۲۵۴۳

جدول (۲): میانگین و انحراف استاندارد تعداد اجراها به ازای شیفت‌های مختلف برای توزیع لوگ نرمال

μ	σ	$n=5$		$n=6$		$n=7$	
		ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
۶۸	۱/۹	۱۱/۷۳۶۰	۹/۹۹۸۹	۹/۴۶۴۰	۸/۱۵۹۳	۸/۴۷۶۰	۷/۶۴۷۱
	۱/۹۵	۱۰/۱۴۶۰	۹/۶۴۹۳	۸/۷۴۲۰	۷/۴۵۴۲	۷/۷۴۸۰	۶/۵۶۶۵
	۲	۸/۹۱۴۰	۷/۱۷۱۴	۷/۳۱۸۰	۵/۷۲۸۷	۶/۲۷۶۰	۵/۲۸۷۳
	۲/۰۵	۷/۳۸۶۰	۵/۶۸۷۷	۶/۴۱۲۰	۴/۸۸۵۳	۵/۸۴۸۰	۴/۲۴۵۶
	۱/۲	۶/۷۵۰۰	۴/۷۰۴۹	۵/۶۰۰۰	۴/۳۶۴۲	۵/۲۳۲۰	۳/۹۰۳۴
۶۹	۱/۹	۱۴۸/۸۹۴۰	۱۴۶/۴۰۴۱	۱۲۰/۳۶۶۰	۱۱۷/۲۱۵۱	۱۱۹/۸۹۰۰	۱۱۲/۲۸۶۴
	۱/۹۵	۱۰۰/۲۴۶۰	۹۷/۴۴۷۹	۷۶/۵۶۷۵	۷۴/۵۴۱۰	۷۵/۰۶۶	۷۳/۹۸۰۵
	۲	۶۸/۳۶۴۰	۶۱/۵۶۴۵	۵۴/۷۶۴۰	۵۴/۶۷۹۶	۵۰/۸۶۰۰	۴۹/۷۹۲۸
	۲/۰۵	۴۸/۰۸۶۰	۴۲/۸۶۳۲	۴۱/۲۹۸۰	۳۹/۰۰۶۴	۳۷/۶۵۰۰	۳۵/۶۸۰۶
	۲/۱	۳۲/۸۸۲۰	۳۰/۶۷۶۳	۳۲/۱۰۰۰	۳۰/۱۲۵۹	۲۶/۲۴۶۰	۲۳/۴۶۸۰
۷۰	۱/۹	۱۴۳۸/۳	۱۳۹۶/۱	۱۳۵۳/۸	۱۲۸۹/۶	۱۱۵۲/۲	۱۱۴۵/۷
	۱/۹۵	۷۴۱/۰۸۰۰	۷۱۸/۵۰۸۲	۶۷۲/۳۰۱۲	۶۵۱/۷۹۸۸	۶۳۷/۰۸۸۸	۶۳۴/۹۹۷۵
	۲	۳۷۳/۴۱۳۶	۳۷۰/۱۳۲۵	۳۲۵/۶۴۳۳	۲۹۴/۱۰۴۴	۲۸۶/۰۳۰۰	۲۷۹/۰۳۱۰
	۲/۰۵	۲۰۷/۳۶۰۰	۲۰۴/۶۵۱۵	۱۸۲/۴۲۰۰	۱۸۱/۵۳۷۳	۱۷۰/۸۸۳۳	۱۶۷/۰۵۰۳
	۲/۱	۱۲۶/۲۹۵۰	۱۱۹/۴۲۰۰	۱۱۲/۶۶۵۰	۱۰۶/۹۸۱۱	۱۰۱/۹۷۱۷	۹۹/۰۴۳۴
۷۱	۱/۹	۱۵۵/۹۶۶۰	۱۵۲/۶۲۷۰	۱۳۳/۶۷۶۰	۱۲۱/۴۶۶۴	۱۱۷/۵۶۲۰	۱۱۳/۹۸۹۴
	۱/۹۵	۹۷/۵۷۶۰	۹۷/۰۰۲۱	۸۶/۴۴۰۰	۸۴/۳۷۱۷	۷۹/۹۹۸۰	۷۹/۳۶۷۵
	۲	۶۴/۹۲۸۰	۶۲/۸۸۶۸	۵۶/۴۱۰۰	۵۴/۸۸۵۹	۵۱/۵۸۴۰	۴۸/۲۲۸۳
	۲/۰۵	۴۹/۳۲۶۰	۴۹/۱۰۱۴	۴۰/۸۳۰۰	۳۸/۷۳۰۰	۳۵/۰۵۴۰	۳۲/۰۹۱۹
	۲/۱	۳۴/۴۳۰۰	۳۳/۷۱۶۳	۲۹/۶۰۰۰	۲۶/۶۶۲۷	۲۸/۷۷۲۰	۲۷/۳۷۵۱
۷۲	۱/۹	۱۲/۰۰۶۰	۱۰/۷۱۳۳	۹/۶۴۴۰	۸/۳۲۵۱	۸/۷۴۰۰	۷/۷۵۵۰
	۱/۹۵	۹/۴۲۰۰	۷/۶۲۰۵	۸/۳۹۰۰	۶/۸۱۰۸	۷/۶۸۲۰	۶/۷۱۱۱
	۲	۸/۲۰۰۰	۶/۳۳۶۳	۷/۶۹۶۰	۶/۷۰۴۱	۶/۱۲۰۰	۴/۸۶۱۴
	۲/۰۵	۷/۷۰۲۰	۵/۷۰۵۳	۶/۶۶۲۰	۵/۰۰۵۸	۵/۷۱۰۰	۴/۱۹۴۹
	۲/۱	۷/۱۰۰۰	۵/۶۹۴۵	۵/۶۵۶۰	۴/۳۸۰۹	۵/۱۸۰۰	۳/۶۸۵۵

جدول (۳): میانگین و انحراف استاندارد تعداد اجراها به ازای شیفت‌های مختلف در توزیع ویبول مطابق روش اول

η	β	$n=5$		$n=6$		$n=7$	
		ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
۶۹/۵	۹۹	۹۴۲/۲۱	۹۲۶/۱	۷۹۸/۲	۷۸۱/۱	۷۳۶/۷	۷۲۶/۹
	۹۹/۵	۱۰۲۹/۶	۹۵۹/۹	۸۸۷/۲	۸۶۲/۲	۸۳۶/۲	۸۳۱/۴
	۱۰۰	۱۰۱۹/۴	۱۰۸۴/۳	۱۰۱۲/۱	۱۰۰۱	۹۳۳/۶	۸۸۹/۳
	۱۰۰/۵	۱۳۳۵/۴	۱۲۵۶/۳	۱۱۱۳/۸	۱۰۹۶/۳	۱۰۴۵/۱	۱۰۲۶/۵
	۱۰۱	۱۵۳۳/۱	۱۴۲۶/۶	۱۲۵۶/۳	۱۱۴۹/۴	۱۱۴۵/۱	۱۱۴۴/۳
۶۹/۷	۹۹	۱۴۲۶/۸	۱۴۲۴/۱	۱۲۵۳/۷	۱۱۹۸/۵	۱۲۳۵/۵	۱۲۰۲/۳
	۹۹/۵	۱۷۵۳/۳	۱۷۴۰/۸	۱۴۸۵/۱	۱۴۱۰	۱۳۳۰/۹	۱۳۱۸
	۱۰۰	۱۸۵۰/۱	۱۷۸۱/۸	۱۶۵۱/۵	۱۶۲۲/۷	۱۴۱۶/۷	۱۴۴۳/۲
	۱۰۰/۵	۲۰۰۶/۶	۱۹۳۷/۶	۱۸۵۲/۲	۱۷۸۰/۷	۱۵۱۶	۱۴۳۴/۴
	۱۰۱	۲۱۴۸/۲	۲۱۴۱/۶	۲۱۳۳/۶	۲۰۶۱/۱	۱۸۴۰/۸	۱۷۹۹/۱
۷۰	۹۹	۳۰۹/۷	۳۰۶/۹	۲۸۱/۲	۲۷۸/۲	۲۵۴/۱	۲۴۵
	۹۹/۵	۳۳۵/۱	۳۲۸/۳	۳۰۴/۸	۲۹۱/۶	۲۷۵/۲	۲۷۳/۴
	۱۰۰	۳۷۴/۵	۳۶۵/۹	۳۵۰/۹	۳۴۲/۹	۳۳۴/۴	۳۱۶
	۱۰۰/۵	۴۰۸/۸	۴۰۳/۵	۳۸۲/۱	۳۷۸/۳	۳۴۴	۳۳۷/۴
	۱۰۱	۴۹۲/۹	۴۷۵/۱	۴۱۶/۴	۳۹۸/۶	۳۹۴/۹	۳۷۸/۴
۷۰/۲	۹۹	۴۲/۲	۴۰/۴	۳۴/۹	۳۱/۹	۳۳/۶	۲۳/۳
	۹۹/۵	۴۳/۳	۳۸/۷	۳۹/۵	۳۸/۱	۳۴/۶	۳۴/۲
	۱۰۰	۴۵/۹	۴۱/۹	۴۴/۶	۲۴/۴	۳۵/۵	۳۳/۵
	۱۰۰/۵	۵۱/۱	۴۸/۳	۴۴/۶	۴۲/۷	۳۹/۳	۳۵/۶
	۱۰۱	۵۵/۶	۵۱/۳	۴۶	۴۵/۵	۴۰/۹	۳۹/۱
۷۰/۵	۹۹	۵/۷	۳/۵	۵/۱	۳/۲	۴/۵	۲/۸
	۹۹/۵	۶	۳/۹	۵/۲	۳/۳	۴/۶	۳
	۱۰۰	۶/۱	۴/۱	۵/۲	۳/۴	۴/۶	۳/۲
	۱۰۰/۵	۶/۲	۴/۲	۵/۴	۳/۵	۴/۷	۲/۹
	۱۰۱	۶/۴	۳/۴	۵/۴	۳/۷	۴/۸	۳/۱

جدول (۴): تأثیر تغییرات پارامترهای توزیع ویبول در پارامترهای توزیع نرمال تبدیل‌شده مطابق روش اول

η	β	μ	σ	ARL
۶۹/۵	۹۹	-۱/۱۰۱۶	-۰/۹۹۹۲	۹۲۴/۲۱
	۹۹/۵	-۰/۸۲۴۱	-۰/۱۲۹۱	۱۰۲۹/۶۵۷۱
	۱۰۰	-۰/۸۲۶۷	۱/۱۳۷۶	۱۰۹۱/۴۶۲۴
	۱۰۰/۵	-۰/۷۵۲۸	۱/۱۶۷۳	۱۳۳۵/۴۳۰۰
	۱۰۱	-۰/۹۰۸۲	۱/۰۹۳۲	۱۵۵۳/۱۹۶۱
۶۹/۷	۹۹	-۰/۵۴۳۸	۱/۲۶۵۹	۱۴۲۶/۸۷۲۲
	۹۹/۵	-۰/۶۷۶۲	۱/۱۹۷۰	۱۷۵۳/۳۵۹۱
	۱۰۰	-۰/۶۴۶۱	۱/۲۵۰۵	۱۸۵۰/۱۱۹۶
	۱۰۰/۵	-۰/۷۳۶۴	۱/۱۶۶۲	۲۰۰۶/۶۸۷۶
	۱۰۱	-۰/۴۸۸۲	۱/۳۰۶۵	۲۱۴۸/۲۳۱۵
۷۰	۹۹	-۰/۰۴۲۷	۱/۳۶۳۷	۳۰۹/۷۳۹۰
	۹۹/۵	۰/۲۲۲۶	۱/۳۵۷۳	۳۳۵/۰۸۲۰
	۱۰۰	-۰/۲۳۲۵	۱/۳۴۴۲	۳۷۴/۴۸۰۰
	۱۰۰/۵	۰/۰۳۲۷	۱/۳۵۶۴	۴۰۸/۸۳۴۰
	۱۰۱	۰/۲۹۱۹	۱/۳۹۶۰	۴۹۲/۹۰۲۰
۷۰/۲	۹۹	۰/۲۳۰۰	۱/۳۵۱۲	۴۲/۱۹۳۰
	۹۹/۵	۰/۰۵۱۶	۱/۳۴۵۲	۴۳/۳۳۵۰
	۱۰۰	۰/۱۷۴۳	۱/۴۱۹۵	۴۵/۹۰۰۰
	۱۰۰/۵	۰/۴۵۵۹	۱/۳۲۳۱	۵۱/۱۰۵۰
	۱۰۱	-۰/۰۷۲۹	۱/۳۵۲۳	۵۵/۶۴۷۰
۷۰/۵	۹۹	۰/۵۵۱۴	۱/۳۴۳۷	۵/۶۶۲۰
	۹۹/۵	۰/۴۶۶۰	۱/۳۸۷۷	۶/۰۵۲۰
	۱۰۰	۰/۶۲۴۵	۱/۳۰۸۸	۶/۱۱۴۰
	۱۰۰/۵	۰/۶۲۶۷	۱/۲۵۸۲	۶/۱۲۸۰
	۱۰۱	۰/۴۲۴۴	۱/۴۶۴۰	۶/۴۳۴۰

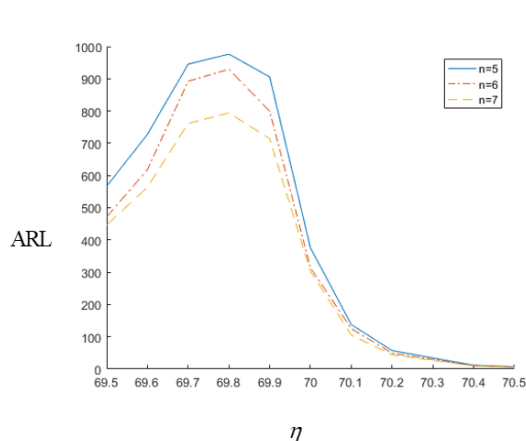
جدول (۵): میانگین و انحراف استاندارد تعداد اجراها به ازای شیفت‌های مختلف در توزیع ویبول مطابق روش دوم

η	β	$n=5$		$n=6$		$n=7$	
		ARL	SDRL	ARL	SDRL	ARL	SDRL
۶۹/۵	۹۹	۴۴۵/۴۰۰	۴۲۵/۱۱۰۷	۴۰۳/۰۲۰۰	۳۸۰/۲۴۴۹	۳۴۷/۶۱۰۰	۳۳۶/۷۳۷۶
	۹۹/۵	۵۲۶/۲۰۰	۴۸۵/۶۰۱۷	۴۰۹/۵۹۰۰	۳۸۰/۱۱۱۷۷	۳۶۳/۲۱۸۰	۳۵۳/۳۷۱۰
	۱۰۰	۵۶۶/۳۳۰۰	۶۵۵/۸۳۱۱	۴۷۱/۲۰۸۰	۴۶۸/۱۳۳۱	۴۴۶/۲۴۶۰	۴۳۶/۰۵۷۲
	۱۰۰/۵	۵۹۶/۲۴۲۰	۵۷۴/۴۲۳۰	۵۴۴/۵۵۰۰	۵۳۶/۶۸۷۰	۴۵۰/۱۸۲۰۰	۴۳۹/۲۴۷۵
	۱۰۱	۶۵۹/۴۱۴۰	۶۳۴/۲۷۱۰	۵۶۳/۲۷۰۰	۵۴۰/۳۲۸۳	۵۱۹/۳۳۸۰	۵۱۵/۱۳۲۶
۶۹/۷	۹۹	۷۷۰/۴۲۰۰	۷۴۴/۹۲۶۸	۶۶۸/۴۵۲۰	۶۴۸/۸۳۳۷	۶۰۲/۰۳۶۰	۵۸۹/۱۷۶۵
	۹۹/۵	۸۳۳/۷۰۲۰	۸۰۷/۷۵۸۷	۷۴۶/۰۹۸۰	۷۲۰/۷۴۰۶	۶۸۴/۳۰۲۰	۶۶۱/۵۶۸۸
	۱۰۰	۹۴۵/۱۳۰۰	۸۷۳/۵۸۲۶	۸۹۲/۳۶۰۰	۸۲۴/۳۳۹۰	۷۶۱/۵۵۶۰	۷۳۶/۴۴۲۳
	۱۰۰/۵	۱۰۸۸/۱	۱۰۳۸/۲	۸۶۸/۰۳۸۰	۷۷۶/۲۹۱۲	۸۸۰/۶۲۰۰	۸۵۶/۲۰۰۰
	۱۰۱	۱۰۹۱/۵	۹۷۷/۱۰۷۸	۱۰۷۵/۱	۱۰۳۱/۵	۹۵۱/۶۷۲۰	۹۳۱/۰۶۷۶
۷۰	۹۹	۳۰۶/۴۲۴۰	۳۰۳/۸۷۴۸	۲۷۳/۵۷۲۰	۲۶۱/۳۴۲۷	۲۴۳/۶۹۶۰	۲۳۵/۵۰۷۶
	۹۹/۵	۳۱۲/۹۷۸۰	۲۹۲/۷۵۸۹	۲۹۳/۷۶۰۰	۲۷۸/۸۵۶۹	۲۷۹/۷۷۸۰	۲۶۸/۹۵۶۵
	۱۰۰	۳۷۵/۱۳۰۸	۳۷۴/۱۱۱۷	۳۱۳/۴۳۲۰	۲۰۷/۴۵۹۲	۳۰۲/۸۴۴۰	۲۹۴/۱۰۷۶
	۱۰۰/۵	۳۷۵/۸۶۴۰	۳۷۴/۴۹۷۴	۳۶۱/۳۳۴۰	۳۴۱/۳۳۶۱	۳۴۷/۰۵۰۰	۳۱۲/۴۸۷۹
	۱۰۱	۴۹۶/۳۳۵۰	۴۸۵/۳۰۸۸	۴۲۸/۹۹۶۲	۴۱۹/۸۱۶۰	۴۰۴/۰۵۸۷	۳۸۳/۹۲۶۸
۷۰/۲	۹۹	۴۷/۸۶۸۰	۴۵/۰۵۷۰	۴۰/۷۹۸۰	۴۰/۵۷۳۹	۳۹/۳۳۱۰	۳۶/۷۲۸۶
	۹۹/۵	۵۶/۰۳۴۰	۵۳/۵۸۸۷	۴۴/۳۷۴۰	۴۳/۳۳۶۸	۴۰/۱۱۰۰	۳۹/۲۳۳۶
	۱۰۰	۵۶/۸۹۰۰	۵۴/۹۴۵۵	۴۸/۹۰۲۰	۴۷/۲۹۱۸	۴۴/۲۱۶۰	۴۱/۶۸۱۰
	۱۰۰/۵	۶۰/۸۳۲۰	۵۴/۸۳۴۴	۵۳/۲۰۶۰	۵۱/۵۵۹۸	۵۱/۵۹۶۰	۴۹/۵۹۴۸
	۱۰۱	۶۹/۶۰۶۰	۶۶/۲۶۹۶	۵۸/۰۱۲۰	۵۷/۷۶۶۰	۵۲/۳۹۶۰	۵۰/۵۶۸۹
۷۰/۵	۹۹	۶/۶۹۶۰	۴/۵۰۸۷	۵/۵۹۶۰	۳/۷۵۶۷	۵/۱۸۸۰	۳۲/۴۸۵۵
	۹۹/۵	۶/۹۰۲۰	۴/۵۹۴۱	۵/۹۴۶۰	۳/۹۰۹۷	۵/۱۲۴۰	۳/۵۶۱۲
	۱۰۰	۶/۹۷۰۰	۴/۸۳۴۰	۶/۰۱۵۰	۴/۱۴۶۱	۵/۲۲۳۰	۳/۴۷۴۴
	۱۰۰/۵	۷/۱۴۰۰	۵/۰۳۳۷	۶/۰۵۱۰	۴/۳۰۹۹	۵/۳۸۶۰	۳/۸۳۳۲
	۱۰۱	۷/۲۰۷۰	۵/۰۲۶۹	۶/۰۲۴۰	۴/۱۵۸۰	۵/۴۳۴۰	۳/۷۸۳۹

جدول (۶): تأثیر تغییرات پارامترهای توزیع ویبول در پارامترهای توزیع نرمال تبدیل‌شده مطابق روش دوم*

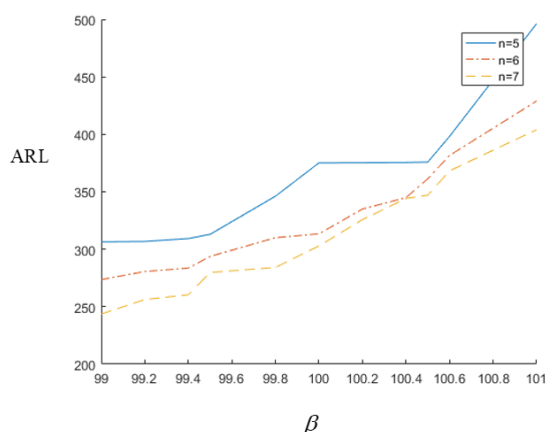
η	β	μ	σ	ARL
۶۹/۵	۹۹	۱۲/۴۵۴	۵/۴۴۰۲	۴۴۵/۴۰۰۰
	۹۹/۵	۱۱/۸۳۵	۵/۴۶۵۸	۵۲۶/۲۰۰۰
	۱۰۰	۱۰/۰۳۱	۴/۱۰۱۷	۵۶۶/۳۳۰۰
	۱۰۰/۵	۱۰/۷۴۱	۴/۴۹۷۶	۵۹۶/۲۴۲۰
	۱۰۱	۱۰/۴۶۲	۴/۳۲۷۹	۶۵۹/۴۱۴۰
۶۹/۷	۹۹	۱۱/۰۱۱	۴/۶۶۳۰	۷۷۰/۴۲۰۰
	۹۹/۵	۱۱/۸۸۶	۵/۷۲۸۳	۸۳۳/۷۰۲۰
	۱۰۰	۱۲/۴۲۸	۵/۴۴۸۲	۹۴۵/۱۳۰۰
	۱۰۰/۵	۱۲/۰۳۱	۵/۱۷۱۸	۱۰۸۸/۱
	۱۰۱	۱۱/۷۴۲	۵/۱۸۲۶	۱۰۹۱/۵
۷۰	۹۹	۱۵/۴۱۱	۶/۶۸۸۹	۳۰۶/۴۲۴۰
	۹۹/۵	۱۳/۹۹۰	۶/۳۹۴۹	۳۱۲/۹۷۸۰
	۱۰۰	۱۵/۱۷۱	۶/۴۱۱۲	۳۷۵/۱۳۰۸
	۱۰۰/۵	۱۴/۸۸۹	۶/۳۷۵۰	۳۷۵/۸۶۷۰
	۱۰۱	۱۳/۷۰۱	۶/۱۱۶۵	۴۹۶/۳۳۵۰
۷۰/۲	۹۹	۱۷/۲۲۲	۶/۵۹۰۷	۴۷/۸۶۶۰
	۹۹/۵	۱۹/۵۱۵	۵/۷۲۲۴	۵۶/۰۳۴۰
	۱۰۰	۱۶/۸۰۳	۶/۴۲۷۴	۵۶/۸۹۰۰
	۱۰۰/۵	۱۸/۸۶۴	۵/۸۹۰۲	۶۰/۸۳۲۰
	۱۰۱	۱۹/۲۳۹	۵/۶۲۰۷	۶۹/۶۰۶۰
۷۰/۵	۹۹	۱۷/۵۴۰	۶/۳۶۹۳	۶/۶۹۹۰
	۹۹/۵	۱۹/۰۷۸	۶/۰۳۱۶	۶/۹۰۲۰
	۱۰۰	۱۶/۷۷۳	۶/۷۴۳۴	۶/۹۷۰۰
	۱۰۰/۵	۱۹/۸۷۹	۵/۳۱۳۵	۷/۱۴۰۰
	۱۰۱	۱۹/۱۱۵	۵/۹۶۶۲	۷/۲۰۷۰

* (تمامی مقادیر μ و σ در این جدول، ضربدر عدد $۱۰^{۵۰}$ می‌شوند.)



شکل (۱۶): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\beta = 100$ در توزیع ویبول مطابق روش دوم

نمودار شکل ۱۷ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله را به ازای شیفت‌های مختلف در β و با مقدار η ثابت به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت نشان می‌دهد.

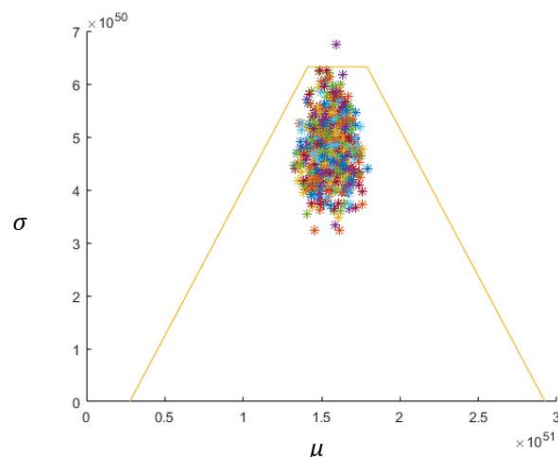


شکل (۱۷): روند تغییرات متوسط طول دنباله به ازای $\eta = 70$ در توزیع ویبول مطابق روش دوم

همان‌طور که از نمودارها برمی‌آید رابطه مستقیمی بین اندازه نمونه و مقدار میانگین طول دنباله وجود دارد. در هر دو حالت η ثابت و β ثابت، با افزایش تعداد نمونه‌ها مقدار ARL کاهش می‌یابد.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق نمودارهای کنترلی به منظور پایش قابلیت فرایندهایی که از توزیع‌های نرمال، لوگ نرمال و ویبول پیروی می‌کنند توسعه داده شد. این نمودارها براساس این منطق توسعه داده شدند که احتمال خارج از حدود مجاز بودن مشخصه کیفی کمتر از درصد عدم انطباق مورد انتظار باشد. در همین راستا این نمودارها در قالب روابط ریاضی ساده‌ای تعریف و تحلیل شدند. به همین ترتیب عملکرد نمودارها در شناسایی انحرافات توزیع‌های مشخصه کیفی با استفاده از تحلیل‌های



شکل (۱۸): نتیجه حاصل از یک تکرار شبیه‌سازی در فرایند ویبول مطابق روش دوم

در فاز دو، با استفاده از سطح θ_R محاسبه شده، تغییرات مختلفی در پارامترهای توزیع زمان شکست ایجاد می‌شود که تغییرات متناظر آن در مقادیر ARL و SDRL به ازای اندازه نمونه (n)‌های متفاوت در جدول ۵ محاسبه شده است. از آنجایی که در این روش نیز از نمودار کنترل نرمال برای پایش داده‌های ویبول استفاده می‌شود، به منظور انجام تحلیل‌های دقیق‌تر، بعد از تبدیل داده‌های ویبول به نرمال، تأثیر تغییرات پارامترهای مقیاس و شکل در مقادیر میانگین و انحراف معیار توزیع نرمال مطابق جدول ۶ بررسی می‌شود.

نتایج کمی در رابطه با مقادیر متوسط طول دنباله‌ها، مطابق رابطه ۱۹ به دست می‌آیند. برای مثال، نتایج نمودار توسعه داده شده با $ARL_0 = 370$ و $n = 5$ نشان می‌دهد که:

■ زمانی که $\eta = 70$ است، ۱٪ کاهش در مقدار پارامتر شکل، منجر به ۱۸٫۳۱٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.

■ زمانی که $\beta = 100$ است، ۰٫۲۸٪ افزایش در مقدار پارامتر مقیاس، منجر به ۸۴٫۸۳٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.

■ زمانی که $\beta = 100$ است، ۰٫۴۲٪ کاهش در مقدار پارامتر مقیاس، منجر به ۱۵۱٫۹۴٪ افزایش در مقدار ARL می‌شود.

■ زمانی که $\eta = 70$ و $\beta = 100$ است، ۰٫۵٪ کاهش در هر دو پارامتر، منجر به ۵۹٫۵۸٪ افزایش در مقدار ARL می‌شود.

■ زمانی که $\eta = 70$ و $\beta = 100$ است، ۰٫۷۱٪ افزایش در مقدار پارامتر مقیاس و ۰٫۵٪ افزایش در مقدار پارامتر شکل، منجر به ۹۸٫۰۹٪ کاهش در مقدار ARL می‌شود.

نمودار شکل ۱۶ روند تغییرات مقدار متوسط طول دنباله را به ازای شیفت‌های مختلف در η و با مقدار β ثابت به ازای اندازه نمونه‌های متفاوت نشان می‌دهد.

- of Quality Technology, 23(2): p. 125-134.
- [8] Boyles, R.A., (1991). "The Taguchi capability index", *Journal of Quality Technology*, 23(1): 17-26.
- [9] Sarkar, A. and Pal, S. (1997). "Process control and evaluation in the presence of systematic assignable cause". *Quality Engineering*, 10(2): 383-388.
- [10] Subramani, J., (2010). "Process control in the presence of linear trend", *Model Assisted Statistics and Applications*, 5(4): 273-282.
- [11] Subramani, J., (2004). "Application of systematic sampling in process control, statistics and applications. *Journal of Society of Statistics*", *Computer and Applications (New Series)*, 1: 7-17.
- [12] Subramani, J. and S. Balamurali, (2012). "Control charts for variables with specified process capability indices". *International Journal of Probability and Statistics*, 1(4): 101-110.
- [13] Ahmad, L., M. Aslam, and C.-H. Jun, (2016). "The design of a new repetitive sampling control chart based on process capability index", *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 38(8): 971-980.
- [14] Liao, M.-Y., (2016). "Process capability control chart for non-normal data—evidence of on-going capability assessment", *Quality Technology & Quantitative Management*, 13(2): 165-181.
- [15] Slam, M., Rao, G. S., AL-Marshadi, A. H., Ahmad, L., Jun, C. H. (2019). "Control Charts for Monitoring Process Capability Index Using Median Absolute Deviation for Some Popular Distributions", *Processes*, 7(5): 287-293
- [16] Faraz, A., E.M. Saniga, and C. Heuchenne, (2015). "Shewhart control charts for monitoring reliability with Weibull lifetimes". *Quality and Reliability Engineering International*, 31(8): 1565-1574.
- [17] Borrór, C.M., D.C. Montgomery, and G.C. Runger, (1999). "Robustness of the EWMA control chart to non-normality". *Journal of Quality Technology*, 31(3): 309-316.
- [18] Batson, R. G., Jeong, Y., Fonseca, D. J., & Ray, P. S. (2006). "Control charts for monitoring field failure data". *Quality and Reliability Engineering International*, 22(7): 733-755.
- شبه‌سازی مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل‌های انجام شده نشان می‌دهند که نمودارها در شناسایی انحرافات فاز دو و اعلام هشدار عملکرد مطلوبی دارند. به‌منظور مطالعات آتی می‌توان:
- نمودارهای کنترلی برای پایش قابلیت فرایندهایی که از توزیع‌های احتمال دیگر پیروی می‌کنند توسعه داد.
- رویه‌هایی در شناسایی روندهای موجود در پارامترهای برآورد شده از توزیع‌های احتمال ارائه کرد.
- از برآوردگرهای استوارتر در برآورد پارامترهای توزیع احتمال مشخصه کیفی از داده‌های موجود بهره گرفت.
- براساس منطق پیشنهادی نمودارهایی که به تغییرات و انحرافات کوچک در توزیع‌های احتمال مشخصه کیفی حساس‌تر هستند توسعه داد.
- به مطالعه در رابطه با محاسبه نقطه تغییر در نمودارهای توسعه داده شده پرداخت.

مراجع

- [1] Montgomery, D.C., (2007). *Introduction to statistical quality control*, John Wiley & Sons.
- [2] Kane, V.E., (1986). "Process capability indices", *Journal of quality technology*, 18(1): 41-52.
- [3] Aslam, M., (2018). "Statistical monitoring of process capability index having one-sided specification under repetitive sampling using an exact distribution". *IEEE Access*, 6: 25270-25276.
- [4] Chen, K.-S., K.-T. Yu, and S. Sheu, (2006). "Process capability monitoring chart with an application in the silicon-filler manufacturing process", *International Journal of Production Economics*, 103(2): 565-571.
- [5] Spiring, F.A., (1995). "Process capability: a total quality management tool". *Total Quality Management*, 6(1): 21-34.
- [6] Chen, K., H. Huang, and C.T. Huang, (2007). "Control charts for one-sided capability indices", *Quality & Quantity*, 41(3): 413-427.
- [7] Spiring, F.A., (1991). *Assessing process capability in the presence of systematic assignable cause*. *Journal*



Control Charts for Process Capability Monitoring Based on the Probability Distribution Parameters of the Quality Characteristics

S. Janalipour¹, K. Sabri-Laghaie^{2*}, R. Noorossana³

^{1,2} Department of Industrial Engineering, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

³ Faculty of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology

ARTICLE INFO

Article history:

Received 14 October 2019

Accepted 21 December 2019

Keywords:

Process capability

Control chart

Normal

Log-Normal

Weibull

ABSTRACT

Process capability indices are widely used in different industries for quality assurance purposes. An appropriate analysis of the process capability index can result in improving quality level and satisfying customer requirements. Recently, some control charts have been developed for continuous evaluation of process capability in producing conforming products. However, these charts are designed to monitor a single index and cannot directly show the relation between parameters of the quality characteristic distribution and the process capability index. In fact, average and dispersion of a process are combined into an index and control charts monitor this individual index. In this research, control charts are developed for monitoring the capability of a process in producing conforming products. In these charts, the capability of a process in producing conforming products is monitored in terms of the average and dispersion of the process. Therefore, interaction between these measures can also be considered into account. Control charts are developed for Normal, Lognormal and Weibull distributions and their performances are evaluated through simulation and Average Run Length (ARL) and Standard Deviation of Run Length (SDRL) measures. The results show that the proposed control charts can lead to an appropriate monitoring of the process capability.

* Corresponding author. K. Sabri-Laghaie
Tel.: 044-31980265 ; E-mail address: sabri@uut.ac.ir