

زمان‌بندی چندعاملی ماشین‌های موازی ناهمگن با در نظر گرفتن هزینه انرژی و کارهای به‌هنگام

امیر افسر^۱، جواد بهنامیان^{۲*}

۱. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

خلاصه

در مدل‌های کلاسیک، معمولاً تمرکز بر ارائه برنامه زمان‌بندی با اهداف متناظر با زمان تکمیل کارها است حال آنکه با توجه به ارتباط بین اقتصاد، انرژی و نگرانی‌های زیست‌محیطی، توجه به انرژی مصرفی ماشین‌آلات در سالیان اخیر مورد توجه محققین حوزه‌های مختلف قرار گرفته است. همچنین در تحقیقات عموماً فرض بر آن بوده است که یک عامل (تولیدکننده) به‌تنهایی سعی در بهینه‌سازی هدف خود داشته حال آنکه در واقعیت ممکن است چندین عامل تولیدی به دلیل محدودیت‌های خود به‌ناچار از منابع مشترک جهت پردازش کارها استفاده کنند. در همین راستا در پژوهش حاضر، مساله زمان‌بندی دوعاملی در کارگاه ماشین‌های موازی ناهمگن مورد بررسی قرار گرفته و از آنجا که انرژی مصرفی ماشین‌ها با سرعت پردازش آن‌ها رابطه‌ای مستقیم دارد، هزینه انرژی نیز مورد قرار گرفته است. در اینجا فرض شده است که عامل اول درصد کمینه‌سازی مجموع جریمه‌های دیرکرد و هزینه انرژی و عامل دوم درصد کمینه‌سازی مجموع جریمه‌های دیرکرد و زودکرد است. از آنجائیکه مساله فوق یک مساله *Np-hard* است، علاوه بر مدل‌سازی و حل آن، جهت ارائه راه‌حل‌های مناسب برای ابعاد بزرگ، الگوریتم فراابتکاری ممتیک پیشنهاد و به‌منظور بررسی عملکرد آن، نتایج حاصل با نتایج خروجی نرم‌افزار گمز و فراابتکاری دیگر مقایسه شده است. با توجه به نتایج حاصل، مشاهده گردید که الگوریتم پیشنهادی در ابعاد مختلف مساله عملکرد مناسبی داشته بطوریکه در ابعاد کوچک، در مقایسه نتایج با روش *Lp-Metric* وزنی، و در ابعاد بزرگ، با در نظر گرفتن چندین معیار عملکردی مطرح در ادبیات، الگوریتم پیشنهادی کارایی بسیار مناسبی داشته است.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۷/۷/۹

پذیرش ۱۳۹۸/۶/۵

کلمات کلیدی:

زمان‌بندی چندعاملی

زمان‌بندی ماشین‌های موازی

هزینه انرژی

کارهای به‌هنگام

الگوریتم ممتیک

وجود بحث محدودیت منابع این‌چنینی، باعث به وجود آمدن موضوعی جدید در حیطه زمان‌بندی شده است به نام زمان‌بندی چندعاملی^۱ که ویژگی‌های متفاوت و منحصر به فردی از سایر مسائل زمان‌بندی دارد. در این‌گونه مسائل، چندین عامل مختلف وجود دارند که برای استفاده از یک‌سری منابع مشترک با یکدیگر رقابت می‌کنند. معمولاً یک نهاد مرکزی این عوامل را برای استفاده از منابع مشترک، هماهنگ می‌کند. هر یک از عوامل، کارهای مخصوص به خود را دارند و هر یک درصد بهینه‌سازی تابع هدف خاص خود هستند و مقدار تابع هدف هر یک از عوامل، تنها به زمان‌بندی کارهای مربوط به خودشان، وابسته است. این

۱- مقدمه

در بیشتر مدل‌های کلاسیک مسائل زمان‌بندی، فرض می‌شود تنها یک تصمیم‌گیرنده وجود دارد که بر مساله به‌طور کامل مسلط است و جهت بهینه‌سازی آن با توجه به هدف و اهداف مفروض، اقدام می‌کند. اما گاهی محدودیت منابع به‌گونه‌ای است که چنین امکانی را سلب می‌کند. فرودگاهی را در نظر بگیرید که چندین شرکت هواپیمایی برای پروازهای خود باید از باند فرودگاه استفاده کنند؛ باند فرودگاه نمی‌تواند همزمان در اختیار کلیه هواپیماهای شرکت‌های هواپیمایی قرار گیرد.

پژوهش حاضر، دیگر ضرورت انجام تحقیق را می‌توان به تلاش جهت کاهش انرژی مصرفی در مباحث تولید چندعاملی، معطوف کرد. ساختار این پژوهش بدین‌صورت است که در بخش ۲، خلاصه‌ای از تحقیقات انجام شده در حوزه مساله موردنظر ارائه می‌شود. در بخش ۳، شرح کاملی از مساله به همراه مدل ریاضی و روش حل پیشنهادی آن ارائه می‌گردد. در بخش ۴، یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جستجو جهت حل ابعاد بزرگ مساله توسعه داده می‌شود. در بخش ۵، به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، نتایج حاصل از آن با نتایج حاصل از خروجی نرم‌افزار گمز و یک الگوریتم فراابتکاری دیگر (رقیب)، مقایسه و تشریح خواهند شد. در نهایت در بخش ۶ نتیجه‌گیری نهایی و زمینه‌های تحقیقات آتی در این حوزه تشریح می‌شود.

۲- مرور ادبیات

ماشین‌های موازی به‌عنوان یکی از زیرمجموعه‌های اصلی و پایه در فن زمان‌بندی، از جایگاه ویژه و مهمی برخوردارند و همواره زمان‌بندی این ماشین‌ها بر مبنای اهداف مختلف، موردنظر محققین بوده است [۱]. کیم^۲ و همکاران [۲] در سال ۲۰۰۲ یک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به‌منظور کمینه‌سازی مجموع دیرکرد در یک مساله زمان‌بندی ماشین‌های موازی ناهمگن، ارائه کردند. وردولد^۳ و هارکنس^۴ [۳] در سال ۲۰۰۲ دو الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جستجو همسایگی به‌منظور حل مساله زمان‌بندی ماشین‌های موازی ناهمگن با هدف کمینه‌سازی مجموع موزون زمان تکمیل کارها، پیشنهاد کردند. راجندران^۵ و سابور^۶ [۴] در سال ۲۰۰۴ یک الگوریتم فرا ابتکاری جستجو ممنوع به‌منظور بهینه‌سازی مجموع موزون دیرکرد در زمان‌بندی ماشین‌های موازی ناهمگن با در نظر گرفتن قطع کار، پیشنهاد دادند. توکلی‌مقدم و همکاران [۵] در سال ۲۰۰۹ یک الگوریتم ژنتیک به‌منظور کمینه کردن تعداد کارهایی که تحویل آن‌ها با دیرکرد روبرو می‌شود و زمان تکمیل آخرین کار در یک مساله زمان‌بندی ماشین‌های موازی ناهمگن با در نظر گرفتن زمان‌های آماده‌سازی وابسته به ماشین‌ها و وابسته به توالی، ارائه دادند. بالین^۷ [۶] در سال ۲۰۱۱ یک الگوریتم ژنتیک را به‌منظور بهینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار در یک مساله زمان‌بندی ماشین‌های موازی با ماشین‌های ناهمگن، پیشنهاد داد. لین^۸ و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۱ چند الگوریتم ابتکاری و یک الگوریتم ژنتیک را به‌منظور بهینه‌سازی مجموع موزون دیرکردها، مجموع موزون زمان اتمام کارها و زمان تکمیل آخرین کار در یک مساله زمان‌بندی ماشین‌های موازی ناهمگن، مقایسه کردند. والادا^۹ و رویز^{۱۰} [۸] در سال ۲۰۱۱ به‌منظور کمینه کردن زمان اتمام کلیه کارها، یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی برای مساله زمان‌بندی ماشین‌های موازی ناهمگن با زمان‌های آماده‌سازی وابسته به ماشین‌ها، پیشنهاد کردند.

ویژگی که چندین عامل از یک‌سری منابع مشترک جهت پردازش کارهایشان استفاده می‌کنند، زمان‌بندی را به سمت یک هدف جدید هدایت می‌کند به‌گونه‌ای که در پی ارائه راه‌حلی قابل‌قبول و خوب جهت برآورد اهداف کلیه عوامل باشد؛ یعنی با توجه به پیچیدگی مسائل زمان‌بندی چندعاملی و عدم امکان بهینه‌سازی همزمان اهداف تمامی عوامل در اغلب موارد، سعی در ارائه برنامه زمان‌بندی به‌گونه‌ای است که هدف هر یک از عوامل به نحوی رضایت‌بخش، تأمین شود. با توجه به اهمیت روزافزون مباحث مربوط به منابع انرژی و ملاحظات زیست‌محیطی، در راستای تحقق اهداف بهره‌وری هر یک از صنایع مختلف، سعی در کاهش انرژی مصرفی هر یک از واحدهای صنعتی موردتوجه محققین، تولیدکنندگان و ارائه‌دهندگان خدمات قرار گرفته است. سالیان اخیر دیدگاه مربوط به کاهش هزینه‌های انرژی در مسائل زمان‌بندی نیز دخیل شده است و برخی از پژوهش‌گران مسائل زمان‌بندی، سعی کرده‌اند برنامه زمان‌بندی را به‌گونه‌ای ارائه دهند که هم اهداف معمول این‌گونه مسائل به نحوی مطلوب برآورده شود و هم مباحث مربوط به انرژی مصرفی، برنامه زمان‌بندی را به سمت کاهش انرژی مصرفی و هزینه‌های مرتبط با آن، متمایل سازد.

در این پژوهش، یک مساله زمان‌بندی چندعاملی در کارگاهی با ماشین‌های موازی ناهمگن^۱ مدنظر قرار می‌گیرد. هر یک از عوامل، درصد بهینه‌سازی تابع هدف خاص خود هستند و لزوماً تابع هدف عوامل، با یکدیگر یکسان نیست. به‌منظور کاهش انرژی مصرفی ماشین‌آلات، هزینه انرژی مصرفی، برنامه زمان‌بندی را تحت تأثیر قرار می‌دهد و کاهش انرژی مصرفی در کنار سایر اهداف، مدنظر قرار می‌گیرد. در این پژوهش کارهای به‌هنگام برای یکی از عوامل وجود دارند که هر یک باید در پنجره زمانی مربوط به موعد تحویل خود، تکمیل گردند تا مورد رضایت باشند. هدف، تعیین زمان آغاز و پایان فعالیت‌های مربوط به هر یک از عوامل روی ماشین‌آلات است به‌گونه‌ای که با در نظر گرفتن هزینه انرژی مصرفی، مجموع هزینه‌های ناشی از برنامه تولید پیشنهادی، حداقل گردد و تابع هدف هر یک از عوامل به نحو مطلوبی برآورد شود. با توجه به اهمیت مسائل زمان‌بندی چندعاملی در محیط‌هایی که منابع و ماشین‌آلات مشترک بین چندین عامل به اشتراک گذاشته می‌شوند، یکی از ضرورت‌های پژوهش حاضر، انجام آن به‌منظور ارائه راه‌حل مطلوب جهت برآورده کردن رضایت‌بخش اهداف عوامل در مسائل دنیای واقعی است. همچنین محدودیت و گرانی منابع انرژی در کنار نگرانی‌های زیست‌محیطی، باعث شده است که مقوله انرژی مصرفی، بیش‌ازپیش موردتوجه محققین و تصمیم‌گیرندگان در برنامه‌ریزی سیستم‌های مختلف قرار گیرد و با توجه به در نظر گرفتن مباحث مربوط به انرژی مصرفی ماشین‌آلات تولیدی در

6. Subur
7. Balin
8. Lin
9. Vallada
10. Ruiz

1. Unrelated Machines in parallel
2. Kim
3. Vredevelde
4. Hurkens
5. Rogendran

روردریگز^۱ و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۳ یک الگوریتم تکرار حریصانه به منظور ارائه راه‌حلی معقول برای ابعاد بزرگ مسأله زمان‌بندی ماشین-های موازی ناهمگن با هدف کمینه‌سازی مجموع موزون زمان تکمیل کارها، پیشنهاد کردند. در مطالعه فانیول‌پیرو^۲ و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۷ یک مسأله زمان‌بندی با ماشین‌های موازی ناهمگن مطرح گردید و به منظور بهینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار، یک الگوریتم دقیق-ابتکاری ارائه شد.

در سالیان اخیر، پژوهشگران حوزه زمان‌بندی کاهش مصرف انرژی را در کنار سایر اهداف زمان‌بندی، مدنظر قرار داده‌اند. بهبود بهره‌وری تولید، به حداقل رساندن زمان اتمام کلیه کارها، کاهش هزینه‌های تولید [۱۱] و کاهش انرژی مصرفی [۱۲]، از جمله مهم‌ترین اهداف در برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید، می‌باشند. در سال ۲۰۰۵ یان^۳ و همکاران [۱۳] یک مسأله زمان‌بندی دوهدفه در محیط کار کارگاهی را با اهداف کمینه‌سازی زمان اتمام آخرین کار و انرژی مصرفی، مطرح کردند. آن‌ها به منظور حل مسأله، یک الگوریتم ابتکاری بر پایه الگوریتم جستجو ممنوع پیشنهاد دادند. در تحقیق لیو^۴ و همکاران [۱۴] نیز یک مسأله زمان‌بندی در محیط کارگاه جریانی انعطاف‌پذیر مطرح شد و یک الگوریتم ژنتیک بهبود یافته به منظور بهینه‌سازی مصرف انرژی در کنار کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار، ارائه گردید. یلدریم و موزون^۵ [۱۵] در یک کارگاه تک ماشین، با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک دو هدفه، به بهینه‌سازی مجموع زمان‌های تکمیل کارها و مجموع انرژی مصرفی پرداختند. فانگ^۶ و همکاران [۱۶] یک برنامه‌ریزی چند هدفه عدد صحیح مختلط به منظور بهینه‌سازی زمان اتمام آخرین کار و کمینه‌سازی مصرف انرژی در یک کارگاه جریان کارگاهی، پیشنهاد کردند. همچنین فانگ و همکاران [۱۷] یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح به منظور کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های دیرکرد و هزینه انرژی پیشنهاد کرد که با استفاده از الگوریتم گروه ذرات، به حل آن پرداختند. اخیراً، با توجه به فشار وارد بر کارخانه‌ها مبنی بر صرفه‌جویی در مصرف انرژی و همچنین در نظر گرفتن ملاحظات زیست‌محیطی، زمان‌بندی تحت زمان مصرف انرژی (TOU)^۷، بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۱۸]. در پژوهش مون^۸ و همکاران [۱۹] یک مسأله زمان‌بندی ماشین‌های موازی ناهمگن مطرح شد و یک الگوریتم بر پایه الگوریتم ژنتیک جهت بهینه‌سازی مجموع موزون هزینه‌های انرژی و زمان تکمیل آخرین کار، پیشنهاد گردید. دینگ^۹ و همکاران [۲۰] یک پژوهش مشابه را در نظر گرفتند و به منظور بهینه‌سازی هزینه‌های مصرف الکتریسیته، یک الگوریتم

ابتکاری تولید ستون را پیشنهاد دادند. در مطالعه لو^{۱۰} و همکاران [۲۱] مسأله زمان‌بندی تولید با هدف کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار و هزینه انرژی کل در کارگاه جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر مطرح شد و یک الگوریتم فراابتکاری کلونی مورچگان جهت حل مسأله پیشنهاد گردید. در تحقیق ژانگ^{۱۱} و همکاران [۲۲] مسأله زمان‌بندی با توجه به مصرف انرژی و مباحث زیست‌محیطی مطرح شد و کمینه‌سازی مصرف برق و ردپای کربن^{۱۲} با توجه به محدودیت‌های مسأله، به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته شد. شارما^{۱۳} و همکاران [۲۳] یک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید را به منظور بهینه‌سازی هزینه الکتریسیته مصرفی در کارگاه ماشین‌های موازی با قابلیت تنظیم سرعت برای پردازش عملیات‌های مختلف، گسترش دادند. همچنین در مطالعه ادا و همکاران [۱۸] مسأله زمان‌بندی ماشین‌های موازی ناهمگن به منظور بهینه‌سازی هزینه کل الکتریسیته مصرفی در حوزه TOU با وجود امکان برش^{۱۴} در پردازش کارها، به‌گونه‌ای که زمان تکمیل آخرین کار از حد بالایی تجاوز نکند، مدنظر قرار گرفت و دو الگوریتم ابتکاری جهت مسأله با ابعاد بزرگ، پیشنهاد شد.

در راستای گسترش مسائل زمان‌بندی، مسائل زمان‌بندی چندعاملی در دهه اخیر بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است. بیکر^{۱۵} و اسمیت^{۱۶} [۲۴] در سال ۲۰۰۳ یک مدل جدید برای مسأله زمان‌بندی تک ماشین به‌گونه‌ای ارائه دادند که هدف از زمان‌بندی ماشین، کاهش دیرکرد کارهای مربوط به دپارتمان تحقیق و توسعه و کمینه کردن مجموع زمان‌های تکمیل کارهای مربوط به دپارتمان تولید بود. در مقاله اگنتیس^{۱۷} و همکاران [۲۵] نخستین بار زمان‌بندی دوعاملی معرفی شد؛ جایی که هدف عامل اول شامل تعداد کارهایی که دچار دیرکرد می‌شوند، با استفاده از یک حد بالا، کنترل می‌شد و هدف عامل دوم، کمینه‌سازی مجموع موزون زمان‌های تکمیل کارهای مربوط به خود بود. این مطالعات، سرآغازی برای پژوهش و بررسی مسائل زمان‌بندی چندعاملی بود و با الهام از ایده‌های موجود در این پژوهش‌ها، مسأله زمان‌بندی چندعاملی جزء مسائل کاربردی و محبوب در زمینه زمان‌بندی شناخته شد. در سال ۲۰۰۶، چنگ^{۱۸} و همکاران [۲۶] یک زمان‌بندی دوعاملی را در محیط تک ماشین پیشنهاد کردند. در مطالعات آن‌ها هدف هر دو عامل، کمینه‌سازی تعداد وزنی کارهایی که دچار دیرکرد شده‌اند، در نظر گرفته شد. در این پژوهش پیچیدگی مسأله در شرایط مختلف، بررسی شد و الگوریتم‌هایی ابتکاری جهت حل مسأله در حالات مختلف، پیشنهاد گردید. لئونگ^{۱۹} و همکاران [۲۷] مدل مقاله اگنتیس را گسترش دادند و در کارگاه‌های تک ماشین

11. Zhang
12. Carbon Footprint
13. Sharma
14. Preemption
15. Baker
16. Smith
17. Agnetis
18. Cheng
19. Leung

1. Rodriguez
2. Fanjul-Peyro
3. Yan
4. Liu
5. Yildirim and Mouzon
6. Fang
7. Time of use
8. Moon
9. Ding
10. Luo

فعالیت‌های نت برای عامل سوم، به‌وسیله الگوریتم ژنتیک و روش شاخه و کران، حدود قابل‌قبولی ارائه دادند. در پژوهش شیائو^۶ و همکاران [۳۵] یک مساله زمان‌بندی دو عاملی در کارگاه جریان کارگاهی دو ماشین در نظر گرفته شد. آن‌ها به‌منظور کمینه‌سازی مجموع زمان‌های تکمیل کارهای مربوط به عامل اول و کمینه‌سازی حداکثر دیرکرد در تکمیل کارهای مربوط به عامل دوم، ۴ الگوریتم ژنتیک پیشنهاد دادند. در تحقیق یوان^۷ و همکاران [۳۶] مساله زمان‌بندی دو عاملی در کارگاه تک ماشین با وجود زمان‌های در دسترس بودن کارها و امکان برش در پردازش کارها در نظر گرفته شد و پیچیدگی مساله با هدف کمینه‌سازی حداکثر تأخیر برای هر دو عامل، موردبررسی قرار گرفت. با توجه به اهمیت روزافزون منابع انرژی در دنیای امروز، شکاف تحقیقاتی در حوزه زمان‌بندی چندعاملی را می‌توان به عدم وجود مباحث انرژی مصرفی در بحث زمان‌بندی در سیستم‌های تولیدی چندعاملی، معطوف کرد. در این پژوهش سعی می‌شود در مباحث تولیدی و برنامه‌ریزی تولید چندعاملی، برنامه زمان‌بندی به‌گونه‌ای ارائه گردد که تخصیص و توالی کارهای مربوط به هر یک از عوامل به روی ماشین‌آلات به نحوی مناسب که اهداف رایج مسائل زمان‌بندی برآورده شود، مشخص گردد و همچنین مباحث مربوط به انرژی مصرفی و هزینه‌های مربوطه، برنامه زمان‌بندی را تحت تأثیر قرار دهند و هزینه‌های انرژی نیز کاهش یابد. پس می‌توان جنبه نوآوری این پژوهش را درگیر کردن مباحث مربوط به انرژی در مسائل زمان‌بندی تولیدی چندعاملی دانست.

۳- بیان مساله و ارائه مدل ریاضی

فرض می‌شود دو عامل مجزا وجود دارد که هر یک، کارهای مربوط به خود را دارند (عامل اول n کار و عامل دوم n' کار). این دو عامل باید از یک‌سری منابع مشترک که در این‌جا شامل ماشین‌های موازی ناهمگن هستند، جهت پردازش کارهایشان استفاده کنند. به تعداد مشخصی ماشین‌های موازی ناهمگن وجود دارد که هر یک برای پردازش کارها، قابل تنظیم در سرعت‌های مختلفی هستند و مقدار انرژی مصرفی هر یک از ماشین‌آلات به ازای هر واحد زمان پردازش در هر یک از سرعت‌های مربوط به آن ماشین، مشخص و متفاوت از ماشین دیگر است؛ یعنی به‌منظور پردازش هر یک از کارهای مربوط به هر یک از عوامل، می‌توان سرعت پردازش ماشین را برای پردازش آن کار به‌طور دلخواه تعیین کرد. استفاده از سرعت بالای ماشین‌آلات، سبب تسریع در پردازش کارها می‌گردد و البته بدیهی است که هرچه سرعت پردازش یک ماشین بیشتر باشد، انرژی مصرفی آن ماشین نیز بیشتر خواهد بود. ضمناً زمان لازم برای پردازش هر یک از کارها زمانی که یک ماشین با سرعت استاندارد (نرمال) به پردازش آن کار بپردازد، مشخص است. انجام هر یک از کارهای مربوط به عوامل، تک‌مرحله‌ای است و شرح

و ماشین‌های موازی همگن، مساله زمان‌بندی دوعاملی را با در نظر گرفتن امکان برش کارها و وجود زمان‌های دسترسی به کارها، بررسی کردند. در مطالعات وو^۱ و همکاران [۲۸] مساله زمان‌بندی دوعاملی در کارگاه تک‌ماشین با در نظر گرفتن هدف کمینه‌سازی مجموع زمان‌های دیرکرد برای عامل اول و نبود کار دیرکرد شده برای عامل دوم، مطرح شد و از الگوریتم‌های ابتکاری و روش شاخه و کران^۲ به‌منظور پیدا کردن حدود بالا و راه‌حل‌های نزدیک به راه‌حل بهینه، استفاده کردند. همچنین در مطالعات چنگ و همکاران [۲۹] یک مساله زمان‌بندی دو عاملی در محیط تک ماشین با در نظر گرفتن اثرات یادگیری بر کوتاه نمودن زمان لازم برای پردازش هر کار، در نظر گرفته شد. آن‌ها به‌منظور کمینه‌سازی مجموع وزنی زمان‌های تکمیل کارهای عامل اول و نبود کار دیرکرد برای عامل دوم، ۳ الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پیشنهاد کردند. در پژوهش الویکیس^۳ و همکاران [۳۰] یک مساله زمان‌بندی دو عاملی در کارگاه ماشین‌های موازی یکسان در نظر گرفته شد. در این تحقیق که هدف عامل اول، بهینه‌سازی یک تابع هزینه مربوط به کارهای خود و هدف عامل دوم کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار بود، از الگوریتم‌های چندجمله‌ای جهت بهینه‌سازی مساله استفاده شد. در مطالعه لی^۴ و همکاران [۳۱] یک مساله زمان‌بندی دو عاملی در کارگاه تک ماشین با وجود زمان‌های در دسترس بودن کارهای مربوط به هر یک از عوامل، در نظر گرفته شد. هدف از زمان‌بندی در این مطالعه، کمینه‌سازی مجموع زمان‌های دیرکرد در تکمیل کارهای مربوط به عامل اول به‌گونه‌ای که حداکثر دیرکرد در تکمیل کارهای مربوط به عامل دوم از حد بالایی تجاوز نکند، در نظر گرفته شد و به‌منظور حل ابعاد بزرگ‌تر این مساله، ۳ الگوریتم فراابتکاری ژنتیک پیشنهاد گردید. در سال ۲۰۱۶، لی و همکاران [۳۲] یک مساله زمان‌بندی دو عاملی در کارگاه ماشین‌های موازی یکسان را مدنظر قرار دادند؛ جایی که هدف مساله به‌گونه‌ای بود که مجموع وزنی زمان‌های تکمیل کارهای عامل اول کمینه شود و حداکثر زمان تکمیل کارهای عامل دوم، از یک حد بالای معین، تجاوز نکند. برای حل این مساله در ابعاد کوچک، از الگوریتم شاخه و کران و برای حل مساله در ابعاد بزرگ‌تر، از الگوریتم ژنتیک استفاده شد. در پژوهش لی و وانگ^۵ [۳۳] یک مساله زمان‌بندی با ۳ عاملی در کارگاه تک ماشین مطرح شد؛ هدف عامل اول، کمینه‌سازی مجموع موزون زمان‌های تکمیل، هدف عامل دوم، کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار و هدف عامل سوم، انجام به‌موقع فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات در نظر گرفته شد. آن‌ها از روش شاخه و کران و الگوریتم ژنتیک برای حل نمودهای مختلف از مساله، استفاده کردند. همچنین در یک مقاله مشابه دیگر، لی و وانگ [۳۴] برای مساله زمان‌بندی سه‌عاملی با در نظر گرفتن هدف کمینه‌سازی زمان تکمیل آخرین کار برای عامل اول و کمینه‌سازی ماکزیموم دیرکرد برای عامل دوم و و انجام به‌موقع

5. Wang
6. Shiau
7. Yuan

1. Wu
2. Branch and Bound
3. Elvikis
4. Lee

پارامترها	
زمان لازم برای پردازش کار j از عامل a تحت سرعت استاندارد	p_{ja}
حد بالای پنجره تحویل کار j از عامل a	d_{ja}
حد پایین پنجره تحویل کار j از عامل a	d'_{ja}
جریمه دیرکرد کار j از عامل 1 در واحد زمان	c_j
کامین سرعت پردازش ماشین M_i	S_{is}
هزینه انرژی مصرفی ماشین M_i در واحد زمان تحت سرعت S_{is}	e_{is}
زمان لازم برای پردازش کار j از عامل a روی ماشین i تحت سرعت i ($t_{jais} = p_{ja} / S_{is}$)	t_{jais}

کارها از پیش تعیین شده است و باید هر یک از کارها، تنها به یکی از ماشین‌ها تخصیص یابند و یک توالی از آن ماشین را به خود اختصاص دهند (برش وجود ندارد) و با سرعت تعیین شده، پردازش گردد. هر کار می‌تواند روی هر یک از ماشین‌های موجود، پردازش شود و محدودیتی در تخصیص کارها به ماشین‌ها وجود ندارد. فرض می‌شود کلیه کارها در زمان صفر، در دسترس هستند و آماده پردازش می‌باشند. در ضمن فرض می‌شود زمان آماده‌سازی برای کلیه کارها، در زمان پردازش آن‌ها لحاظ شده است و کارها بلافاصله بعد از اتمام پردازش خود، قابل تحویل هستند. هر یک از عوامل تابع هدف خاص خود را دارند به‌گونه‌ای که هدف عامل اول، کمینه‌سازی مجموع جریمه‌های دیرکرد و هزینه انرژی مصرفی ماشین‌آلات تولیدی است و هدف عامل دوم انجام به‌موقع و به‌هنگام کارهای مربوط به خود است؛ کارهای مربوط به عامل دوم، کارهایی هستند که باید هر کدام به‌موقع در یک پنجره زمانی مربوط به موعد تحویل خود، تکمیل شوند و اگر خارج از پنجره زمانی خود تکمیل گردند، مورد رضایت نیستند. از آنجاکه وجود توابع هدف با مقیاس‌های متفاوت، به جذابیت بیشتر مساله کمک می‌کند، تابع هدف هر یک از عوامل به‌این‌ترتیب در نظر گرفته شده است. هدف از مسأله، تخصیص هر یک از کارها به ماشین‌ها، تعیین توالی کارهای تخصیص یافته به هر یک از ماشین‌ها و تعیین سرعت مناسب ماشین‌ها برای پردازش هر کار به‌گونه‌ای که هدف هر یک از عوامل به نحو مطلوبی برآورده شود، است.

متغیرهای تصمیم

دیرکرد کار j از عامل a	T_{ja}
زودکرد کار j از عامل a	E_{ja}
اگر کار j از عامل a به توالی l از ماشین i تحت سرعت S_{is} تخصیص یابد، $x_{jails} = 1$ ، در غیر این صورت $x_{jails} = 0$	x_{jails}
لحظه شروع یک کار در توالی l از ماشین M_i	$b_{i,l}$

$$\min z_1 = \sum_{j=1}^n (c_j T_{j1}) + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{n+n'} \sum_{s=1}^{s_i} (x_{jails} t_{jais} e_{is}) \quad (1)$$

$$\min z_2 = \sum_{j=1}^n (T_{j2} + E_{j2}) \quad (2)$$

$$St : \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{n+n'} \sum_{s=1}^{s_i} x_{jails} = 1 \quad \forall j, a \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{a=1}^2 \sum_{s=1}^{s_i} x_{jails} \leq 1 \quad \forall i, l \quad (4)$$

$$b_{i,l+1} - b_{i,l} = \sum_{j=1}^n \sum_{a=1}^2 \sum_{s=1}^{s_i} x_{jails} t_{jais} \quad (5)$$

$$\forall i, 1 \leq l \leq (n+n') - 1$$

$$b_{i,1} = 0 \quad \forall i \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{a=1}^2 \sum_{s=1}^{s_i} x_{j,a,i,l,s} \leq \sum_{j=1}^n \sum_{a=1}^2 \sum_{s=1}^{s_i} x_{j,a,i,l-1,s} \quad (7)$$

$$\forall i, l (l \neq 1)$$

$$T_{ja} \geq b_{i,l} + x_{jails} t_{jais} - (1 - x_{jails}) M - d_{ja} \quad (8)$$

$$\forall j, a, i, l, s$$

$$E_{ja} \geq d'_{ja} - (b_{i,l} + x_{jails} t_{jais}) - (1 - x_{jails}) M \quad (9)$$

$$\forall j, a, i, l, s$$

$$T_{ja} \geq 0 \quad \forall j, a \quad (10)$$

$$E_{ja} \geq 0 \quad \forall j, a \quad (11)$$

$$x_{jails} \in \{0,1\} \quad \forall j, a, i, l, s \quad (12)$$

۳-۱- مدل سازی ریاضی مساله

در ادامه جهت ارائه مدل ریاضی بر پایه [۳۷]، مجموعه‌ها، شاخص‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم تعریف می‌گردند.

مجموعه‌ها

مجموعه مربوط به کارها به‌منظور پردازش	J
$\{J_1, J_2, \dots, J_n\}, \{J'_1, J'_2, \dots, J'_n\}$	
مجموعه مربوط به ماشین‌ها	M
$\{M_1, M_2, \dots, M_m\}$	
مجموعه مربوط به عوامل $\{a_1, a_2\}$	A

شاخص‌ها

شاخص مربوط به ماشین‌ها $1 \leq i \leq m$	i
شاخص مربوط به عوامل $a = 1, 2$	a
شاخص مربوط به کارها $1 \leq j \leq \max\{n, n'\}$	j
شاخص مربوط به موقعیت (توالی) در ماشین‌ها $1 \leq l \leq n+n'$	l
شاخص مربوط به سرعت ماشین M_i ، جایی که s_i تعداد سرعت‌های مختلف ماشین i -ام است	s
	$1 \leq s \leq s_i$

را خنثی می‌کند و جواب‌های با کیفیتی را در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد. تابع هدف نهایی مساله با استفاده از رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود که در آن W_1 و W_2 وزن اهداف اول و دوم می‌باشند و با هر بار تغییر در مقادیر اوزان اهداف و حل مساله، قادر به تولید جواب خواهیم بود.

$$\min Z = w_1 \frac{z_1 - z_1^*}{z_1^*} + w_2 \frac{z_2 - z_2^*}{z_2^*} \quad (13)$$

۴- الگوریتم فراابتکاری ممتیک

با توجه به پیچیدگی مساله پژوهش حاضر، جهت ارائه راه‌حل مناسب در مدت زمان معقول برای ابعاد بزرگ مساله، یک الگوریتم فراابتکاری ارائه می‌شود. از آنجاکه الگوریتم ممتیک با استفاده از عملگرها و روش‌های مختلف جستجو همسایگی، جستجو چندجانبه بر روی مجموعه جواب‌ها اعمال می‌کند و سعی در پیدا کردن جواب‌های با کیفیت بالا در زمان معقول و تعداد تکرار کمتر دارد و همچنین با توجه به امکان تطبیق مناسب آن با مساله پژوهش حاضر و انعطاف‌پذیری بالای آن، یک الگوریتم فراابتکاری ممتیک برای ارائه راه‌حل در زمان معقول برای پژوهش حاضر، ارائه می‌گردد [۳۷]. با توجه به چند هدفه بودن مساله، از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره^۱ در مراحل مختلف الگوریتم پیشنهادی استفاده می‌شود.

به‌منظور نمایش هر جواب مساله، یک ماتریس با تعداد سطر برابر با تعداد کل کارها ($n + n'$) و سه ستون پیشنهاد می‌گردد به‌گونه‌ای که n سطر اول ماتریس، مربوط به کارهای J_1, J_2, \dots, J_n عامل اول و n' سطر بعدی مربوط به کارهای $J_1, J_2, \dots, J_{n'}$ عامل دوم است. کل درایه‌های ماتریس را اعدادی بین ۰ تا ۱۰۰ تشکیل می‌دهند. ستون اول ماتریس به‌منظور تخصیص کارها به ماشین‌ها، ستون دوم مربوط به تعیین توالی کارهای تخصیص یافته به ماشین‌ها و ستون سوم مربوط به سرعت پردازش هر کار است. به‌منظور درک بهتر از نحوه نمایش جواب مساله موردنظر پژوهش حاضر، یک نمودار مساله با وجود ۵ کار برای عامل اول و ۷ کار برای عامل دوم در یک کارگاه با ۳ ماشین موازی ناهمگن در نظر بگیرید که هر یک از ماشین‌آلات قابلیت تنظیم سرعت در ۳ حالت مختلف تند، کند و نرمال را دارند. بنابراین در مثال ساده در نظر گرفته شده، هر جواب مساله با استفاده از یک ماتریس ۱۲ سطری (به اندازه مجموع کارها) و ۳ ستونی، نمایش داده می‌شود. همان‌گونه که بیان شد، ستون اول ماتریس چگونگی تخصیص کارها به ماشین‌ها را بیان می‌کند و با توجه به فرض ۳ ماشین بودن نمودار فعلی، برای این نمودار مساله چنانچه عددی در ستون اول کوچک‌تر یا مساوی ۳۳ بود، کار مربوط به آن (سطر مربوط به آن عدد) به ماشین اول تخصیص می‌یابد (مثلاً اگر عدد موجود در سطر i و ستون اول برابر ۲۲ بود، کار i به ماشین اول تخصیص می‌یابد) و اگر عدد بین ۳۳ و ۶۶ بود کار مربوط به آن عدد به ماشین دوم تخصیص می‌یابد و در غیر این صورت، کار مربوط به آن عدد به ماشین سوم تخصیص می‌یابد. بعد از

معادله (۱) تابع هدف عامل اول را نشان می‌دهد که مجموع هزینه‌های جریمه دیرکرد و انرژی مصرفی را حداقل می‌کند. معادله (۲) تابع هدف عامل دوم را نشان می‌دهد که مجموع دیرکرد و زودکرد را بر حسب واحد زمان نشان می‌دهد. محدودیت (۳) بیان می‌کند هر کار از هر عامل باید به یک توالی از یک ماشین تخصیص یابد و تحت سرعت مشخص پردازش شود. محدودیت (۴) نشان‌دهنده این موضوع است که هر توالی از هر یک از ماشین‌ها حداکثر می‌تواند به یکی از کارهای عوامل اختصاص پیدا کند. محدودیت (۵) و (۶) زمان شروع یک کار را در هر توالی از ماشین‌ها مشخص می‌کند که این مقادیر برای محاسبه دیرکرد و زودکرد کارها موردنیاز هستند. محدودیت (۷) جهت ایجاد توالی صحیح کارهای تخصیص یافته به هر یک از ماشین‌ها ایجاد شده است و بیان می‌کند که نمی‌توان به یک توالی از هر یک از ماشین‌ها بدون آنکه به توالی قبل از آن کاری تخصیص یافته باشد، کاری تخصیص داد. زمان‌های دیرکرد کارها طبق محدودیت‌های (۸) و (۱۰) و زمان‌های زودکرد کارها طبق محدودیت‌های (۹) و (۱۱) مشخص می‌شوند. محدودیت (۱۲) هم طبق تعریف متغیر، بیان می‌کند برنامه‌ریزی موردنظر، یک برنامه‌ریزی عدد صحیح باینری است.

در ارائه این مدل، از مدل مقاله فانگ و همکاران [۱۷] استفاده شده است بطوریکه مدل مقاله فانگ و همکاران، مربوط به یک مساله زمان‌بندی در کارگاه ماشین‌های موازی ناهمگن با در نظر گرفتن هزینه انرژی است که در پژوهش حاضر از این مدل در ارائه یک مساله زمان‌بندی چندعاملی با در نظر گرفتن هزینه انرژی ماشین‌آلات استفاده شده است. با ایده گرفتن از مدل مقاله فانگ و همکاران و اضافه نمودن مباحث مربوط به زمان‌بندی چندعاملی و وجود کارهای به‌هنگام با استفاده از تعریف مجموعه‌ها، شاخص‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم جدید و تغییر و اضافه کردن محدودیت‌های لازم، به ارائه مدل ریاضی برای مساله پژوهش حاضر پرداخته شده است. از آنجاکه اثبات NP -Hard بودن یک مساله کار سختی است و نیاز به محاسبات پیچیده دارد، همواره تلاش بر این است که میزان پیچیدگی مسائل مختلف نسبت به یکدیگر به‌صورت سلسله مراتبی، مقایسه گردد. از آنجاکه مساله ماشین‌های موازی همگن به ازای هر تعداد ماشین، حتی دو ماشین با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های دیرکرد، یک مساله NP -hard است [۳۸]. پس مساله ماشین‌های موازی ناهمگن نیز با این تابع هدف، یک مساله NP -hard است و از طرفی با توجه به اینکه چندعاملی شدن یک مساله چیزی از پیچیدگی آن مساله نمی‌کاهد و با چندعاملی شدن مساله، محدودیت‌های اولیه مساله از بین نمی‌رود بلکه به محدودیت‌های مساله و پیچیدگی آن اضافه می‌شود، پس قطعاً مساله موردپژوهش یک مساله NP -hard است.

با توجه به اینکه که در مدل دوهدفه مطرح‌شده، هدف عامل اول و دوم با یکدیگر هم مقیاس نیستند، از روش Lp -Metric وزنی جهت بهینه‌سازی مدل استفاده می‌شود؛ چراکه به‌طور تجربی مشاهده گردید که استفاده از این روش برای مساله موردپژوهش، به‌خوبی اثر مقیاس‌ها

این مقادیر در مقایسه برانزندی و انتخاب جواب‌های تولید شده طی عملگرهای ممتیکی، کاربرد مستقیم دارند. همچنین جهت مقایسه دو یا چند جواب با یکدیگر طی پیاده‌سازی عملگرهای تقاطع، جهش و جست‌وجو همسایگی، از روشی بر پایه روش Lp -Metric وزنی استفاده می‌شود که طی آن از برانزنده‌ترین جواب هر تکرار که توسط روش SAW به‌دست‌آمده، در رابطه روش Lp -Metric وزنی استفاده می‌شود.

والد اول			والد دوم			والد سوم		
۱۹	۶۸	۷۵	۷۶	۸۲	۵۶	۹۰	۲۵	۲۳
۸۳	۶۸	۲۴	۲۴	۵۰	۱۰	۱	۲۳	۲۷
۸۵	۶۸	۱۳	۸۶	۶۳	۹۸	۳۵	۷	۲۸
۳۹	۲۵	۹۶	۳۲	۳	۹۶	۸۵	۵	۹۶
۳۵	۵۲	۸۸	۴۴	۸۵	۲۵	۴۴	۰	۲۰
۱۷	۳۸	۹۶	۱۴	۳۱	۷۴	۴۵	۶۷	۳۷

فرزند تولید شده

۱۹	۶۸	۷۵
۸۳	۶۸	۲۴
۸۶	۶۳	۹۸
۳۲	۳	۹۶
۴۴	۰	۲۰
۴۵	۶۷	۳۷

شکل (۱): چگونگی عملکرد عملگر تقاطع

در عملگر تقاطع الگوریتم پیشنهادی (شکل ۱)، به‌منظور افزایش تنوع، ۳ والد به‌صورت تصادفی از جمعیت نسل گذشته انتخاب می‌شود و فرزند، سطر یک تا k خود را از والد اول، سطر $(k+1)$ تا p خود را از والد دوم و سطر $(p+1)$ تا $(n+n')$ خود را از والد سوم دریافت می‌کند که k برابر با $\lfloor n/2 \rfloor$ و مقدار p برابر با $n + \lfloor n'/2 \rfloor$ محاسبه می‌شود. در هر تکرار با توجه به نرخ تقاطع، درصد مشخصی از جمعیت، توسط تابع تقاطع تولید می‌شود و معیار انتخاب جواب برای انتقال به نسل بعد از بین والدین و فرزندان، چرخه رولت است. همچنین به‌ازای هر جواب از یک نسل، یک جواب جدید توسط تابع جهش تولید می‌شود به‌گونه‌ای که دو سطر از هر جواب را به‌صورت تصادفی انتخاب کرده و مقادیر آن‌ها با مقادیر تصادفی دیگری جایگزین می‌گردد (شکل ۲).

جواب تولید شده با استفاده از عملگر جهش

۴	۷۱	۲۹
۵۱	۹۲	۸۱
۳۰	۹	۸۵
۴۸	۶۰	۹۶
۸۵	۶	۳۲
۳۱	۲۴	۳۹

عملگر جهش

۴	۷۱	۲۹
۶۴	۸۶	۶۸
۳۰	۹	۸۵
۴۸	۶۰	۹۶
۸۵	۶	۳۲
۱۳	۸۱	۴۹

شکل (۲): چگونگی عملکرد عملگر جهش

تخصیص کارها، ستون دوم توالی کارهای تخصیص یافته به هر یک از ماشین‌ها را مشخص می‌کند؛ به‌نحوی که از بین کارهای تخصیص یافته به هر ماشین، هرچه عدد ستون دوم مربوط به کاری کوچک‌تر باشد، توالی آن کار جلوتر (زودتر) است. مثلاً اگر کار ۱ و کار ۴، به ماشین ۱ تخصیص یافته بودند و عدد موجود در سطر ۱ و ستون دوم ماتریس جواب، از عدد موجود در سطر ۴ و ستون دوم ماتریس جواب کوچک‌تر بود، یعنی توالی کار ۱، زودتر از کار ۴ بر روی ماشین ۱ است. ستون سوم مشخص‌کننده سرعت پردازش هر کار است؛ به‌نحوی که در مثال طرح شده با مشخص بودن کارهای تخصیص یافته به ماشین‌ها، اگر کاری طبق ستون اول ماتریس جواب، به ماشین اول تخصیص یافته باشد و عدد مربوط به ستون سوم آن کار (سطر)، کوچک‌تر از ۳۳ باشد، سرعت پردازش آن کار روی حالت کند تنظیم می‌شود و اگر عدد بین ۳۳ و ۶۶ باشد، سرعت پردازش آن کار روی حالت نرمال تنظیم می‌شود و در غیر این صورت، سرعت پردازش آن کار روی حالت سریع تنظیم می‌شود. البته اگر در سایر نموده‌ها، ماشین‌هایی وجود داشتند که قابلیت تنظیم سرعت در تعداد حالات دیگری را دارا بودند، بدیهی است که متناسب با شرایط موجود اقدام به تعیین سرعت پردازش کارهای تخصیص یافته به آن ماشین صورت می‌پذیرد؛ برای مثال اگر ماشین شماره ۲ فقط قابل تنظیم در سرعت‌های تند و نرمال بود، اگر کاری طبق ستون اول ماتریس جواب به ماشین ۲ تخصیص یافته باشد و عدد مربوط به ستون سوم آن کار کوچک‌تر از ۵۰ باشد، سرعت پردازش آن کار روی نرمال و در غیر این صورت روی تند تنظیم می‌شود.

برای تولید جمعیت اولیه، به‌صورت کاملاً تصادفی و به تعداد معین، اقدام به تولید ماتریس جواب (کروموزوم) می‌شود. اندازه جمعیت در طول تکرار الگوریتم، ثابت در نظر گرفته می‌شود. از آنجاکه مساله پژوهش حاضر، یک مساله بهینه‌سازی دو هدفه است، در نتیجه هر یک از جواب‌های تولید شده به‌وسیله الگوریتم (هر کروموزوم)، دو مقدار متناظر با تابع هدف اول (تابع هدف عامل اول) و تابع هدف دوم (تابع هدف عامل دوم) به خود می‌بندد. از آنجاکه تابع هدف اول از جنس هزینه و تابع هدف دوم از جنس واحد زمان (مثلاً تعداد روز) است، پس دو مقدار هدف با یکدیگر جمع‌پذیر نیستند؛ چراکه مقیاسشان با یکدیگر تفاوت دارد. در مساله موردنظر پس از هر تکرار الگوریتم، به تعداد مشخص و ثابتی جواب تولید می‌شود که هر جواب یک ارزش از نظر تابع هدف عامل اول و یک ارزش دیگر از نظر تابع هدف عامل دوم دارد. اگر جواب‌های تولید شده، گزینه‌ها و مقدار تابع هدف عامل اول، شاخص اول و مقدار تابع هدف عامل دوم، شاخص دوم فرض گردند، با استفاده از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه می‌توان گزینه‌ها را اولویت‌بندی کرد؛ یعنی می‌توان برانزنده‌ترین جواب را با در نظر گرفتن هر دو تابع هدف، به روش‌های مختلف تعیین کرد. در الگوریتم پیشنهادی، پس از تولید جمعیت اولیه و هم‌چنین پس از پایان هر تکرار الگوریتم، برانزنده‌ترین کروموزوم آن تکرار به روش SAW تعیین می‌گردد و در حافظه الگوریتم ذخیره و به‌روزرسانی می‌گردد؛ چراکه

حاصل، هر آزمایش ۸ بار تکرار شده است. تنظیم پارامترها برای سه بعد کوچک، متوسط و بزرگ مساله صورت می‌گیرد. با توجه به جدید بودن مساله و مدل پژوهش حاضر و نبود مسائل مشابه به‌منظور بهره‌برداری از داده‌ها و پارامترهای اولیه آن‌ها، پارامترها و داده‌های مساله به روش تصادفی با استفاده از تابع توزیع یکنواخت، تولید شده‌اند. از آنجاکه مساله پژوهش حاضر یک مساله دو هدفه با مقیاس‌های متفاوت است و همچنین به‌منظور در نظر گرفتن زمان لازم برای رسیدن به جواب نهایی در هر آزمایش، جواب نهایی هر آزمایش توسط رابطه (۱۴) محاسبه می‌گردد. در رابطه ۱۴، Z_{final} برازندگی نهایی بی‌مقیاس شده جواب حاصل از الگوریتم، Z_1 و Z_2 مقادیر تابع هدف عوامل اول و دوم (حاصل از حل مساله به‌وسیله الگوریتم پیشنهادی)، \max_1 بزرگ‌ترین (ضعیف‌ترین) مقدار به‌دست‌آمده برای تابع هدف عامل اول در کلیه دفعات حل مساله با استفاده الگوریتم پیشنهادی در کلیه آزمایش‌ها، \max_2 بزرگ‌ترین (ضعیف‌ترین) مقدار به‌دست‌آمده برای تابع هدف عامل دوم در کلیه دفعات حل مساله با استفاده الگوریتم پیشنهادی در کلیه آزمایش‌ها، W_1 و W_2 ضریب اهمیت تصمیم‌گیرنده به اهداف عوامل یک و دو در تعیین جواب نهایی بی‌مقیاس شده، W_t ضریب اهمیت تصمیم‌گیرنده به زمان لازم برای دستیابی به جواب نهایی حاصل از الگوریتم، t زمان لازم برای دستیابی به جواب نهایی حاصل از الگوریتم و \max_t بزرگ‌ترین (ضعیف‌ترین) زمان لازم برای دستیابی به جواب نهایی در کلیه دفعات حل مساله با استفاده الگوریتم پیشنهادی در کلیه آزمایش‌ها است.

$$Z_{final} = [w_1(1 - \frac{z_1}{\max_1}) + w_2(1 - \frac{z_2}{\max_2}) + w_t(1 - \frac{t}{\max_t})] / (w_1 + w_2 + w_t) \quad (14)$$

نتایج حاصل از تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی به شرح جدول ۱، به‌دست‌آمده است.

در نهایت از بین کل فرزندان تولید شده به‌وسیله جهش، به تعداد معین فرزندان که برانده‌تر باشند، به نسل بعد منتقل می‌گردند. برای اعمال عملگر جستجو همسایگی، شعاع همسایگی برابر با یک در نظر گرفته می‌شود؛ یعنی برای هر جوابی که با استفاده از عملگرهای تقاطع و جهش برای حضور در نسل بعد انتخاب شد، $(n + n')$ همسایه به‌گونه‌ای تولید می‌شود که هر جواب همسایه فقط در یک سطر با جواب فعلی تفاوت دارد. سپس از بین همسایه‌ها، جواب همسایه‌ای که بهترین برازندگی را دارد، جایگزین جواب فعلی می‌شود و به نسل بعد، انتقال می‌یابد (شکل ۳).

جواب اولیه				جواب همسایه		
۲۸	۶۵	۱۹	عملگر جستجو همسایگی	۲۸	۶۵	۱۹
۹۹	۷۰	۹۲		۹۹	۷۰	۹۲
۵۱	۲۱	۳۱		۷۶	۲۷	۷۷
۴۳	۷۲	۹۶		۴۳	۷۲	۹۶
۱۱	۹۴	۵۶		۱۱	۹۴	۵۶
۲۹	۹۴	۳۱		۲۹	۹۴	۳۱

شکل (۳): چگونگی عملکرد عملگر جستجو همسایگی

در الگوریتم پیشنهادی طی عملگرهای تقاطع، جهش و جست‌وجو همسایگی، هر جا نیاز به مقایسه دو یا چند جواب بود، از روش بر پایه روش Lp -Metric استفاده می‌شود. همچنین در هر تکرار، درصد معینی از جمعیت، مستقیماً به نسل بعدی منتقل می‌شوند که معیار انتخاب، چرخه رولت است و معیار اختتام الگوریتم، طی شدن تعداد تکرار معین توسط الگوریتم پیشنهادی، در نظر گرفته می‌شود. با توجه به توضیحات ارائه‌شده درباره نمایش جواب و عملگرهای الگوریتم پیشنهادی، مشاهده می‌شود که عملگرهای مبتنی به گونه‌ای ارائه شده‌اند که پس از پیاده‌سازی بر روی کروموزوم‌ها، کروموزوم‌های تولید شده همگی موجه هستند و کروموزوم غیرموجه تولید نمی‌شود؛ از آنجاکه طی عملگرهای تشریح شده، کلیه جواب‌هایی که تولید می‌شوند، جواب‌هایی با $n + n'$ سطر و سه ستون می‌باشند که اعداد آن‌ها در بازه صفر تا صد هستند، هیچ جواب غیرموجهی تولید نمی‌شود.

۴-۱- تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

به‌منظور تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی، از روش تاگوچی^۱ استفاده شده است. به این منظور بنا به نظر محقق با توجه به مشاهدات تجربی و شناخت حاصل از الگوریتم پیشنهادی، سه عامل نرخ جهش، تعداد تکرار الگوریتم و تعداد جمعیت اولیه جهت تنظیم، انتخاب شده‌اند. برای هر یک از عوامل، دو سطح با توجه به پژوهش لی و همکاران [۳۲] و مشاهدات تجربی و نظر محقق در نظر گرفته شده است. با توجه به آزمایش‌های طراحی شده توسط روش تاگوچی با در نظر گرفتن ۳ عامل و دو سطح برای هر عامل، از آنجاکه جواب‌های نهایی حاصل از هر بار حل مساله توسط الگوریتم‌های فراابتکاری و کیفیت آن‌ها، لزوماً با یکدیگر یکسان نیست، جهت افزایش دقت و اعتبار نتایج

جدول (۱): نتایج تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

نرخ جهش			ابعاد مسئله
سطح مناسب	سطح ۲	سطح ۱	
۰/۲	۰/۲	۰/۱۵	بعد کوچک
۰/۱۵	۰/۲	۰/۱۵	بعد متوسط
۰/۲	۰/۲	۰/۱۵	بعد بزرگ
تعداد تکرار الگوریتم			ابعاد مسئله
سطح مناسب	سطح ۲	سطح ۱	
۱۵۰	۲۵۰	۱۵۰	بعد کوچک
۳۰۰	۴۵۰	۳۰۰	بعد متوسط
۳۰۰	۴۵۰	۳۰۰	بعد بزرگ
تعداد جمعیت اولیه			ابعاد مسئله
سطح مناسب	سطح ۲	سطح ۱	
۱۰۰	۲۰۰	۱۰۰	بعد کوچک
۲۰۰	۳۵۰	۲۰۰	بعد متوسط
۲۰۰	۳۵۰	۲۰۰	بعد بزرگ

جدول (۲): نتایج حاصل از حل نموده‌های بعد کوچک با استفاده از روش پیشنهادی و گمز

نتایج حل با الگوریتم پیشنهادی				نتایج حل با گمز				زمان اجرا	Z۱	Z۲	تکرار	زمان اجرا	Z۱	Z۲	w۱	w۲	
Z۱	Z۲	تکرار	زمان اجرا	Z۱	Z۲	تکرار	زمان اجرا										
۶۳۸۶	۰/۵	۱	۱۲۰/۵۴	۶۳۸۲	۰/۵	۱	۱۲۰/۵۴	۶۳۸۲	۰/۵	۰/۵	۱	۱۲۰/۵۴	۶۳۸۲	۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵
۶۳۸۵	۰/۵	۲	۱۲۵/۰۲	۶۳۸۲	۰/۵	۲	۱۲۵/۰۲	۶۳۸۲	۰/۴	۰/۶	۲	۱۲۵/۰۲	۶۳۸۲	۰/۴	۰/۶	۰/۴	۰/۶
۶۳۸۲	۰/۵	۳	۱۳۲/۴	۶۳۸۲	۰/۵	۳	۱۳۲/۴	۶۳۸۲	۰/۶	۰/۴	۳	۱۳۲/۴	۶۳۸۲	۰/۶	۰/۴	۰/۶	۰/۴
۶۳۸۵	۰/۵	۴	۱۳۱/۸	۶۳۸۲	۰/۵	۴	۱۳۱/۸	۶۳۸۲	۰/۳	۰/۷	۴	۱۳۱/۸	۶۳۸۲	۰/۳	۰/۷	۰/۳	۰/۷
۱۹۱۵۷	۱۷/۵	۱	۲۰۹۵/۴	۲۱۸۳۶	۰/۵	۱	۲۰۹۵/۴	۲۱۸۳۶	۰/۵	۰/۵	۱	۲۰۹۵/۴	۲۱۸۳۶	۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵
۱۹۰۹۴	۱۸	۲	۲۱۰۸/۶	۲۱۶۹۵	۰/۴	۲	۲۱۰۸/۶	۲۱۶۹۵	۰/۴	۰/۶	۲	۲۱۰۸/۶	۲۱۶۹۵	۰/۴	۰/۶	۰/۴	۰/۶
۱۹۰۹۴	۱۸	۳	۲۱۱۲/۸	۲۱۶۹۵	۰/۶	۳	۲۱۱۲/۸	۲۱۶۹۵	۰/۶	۰/۴	۳	۲۱۱۲/۸	۲۱۶۹۵	۰/۶	۰/۴	۰/۶	۰/۴
۱۹۰۹۴	۱۸	۴	۲۰۹۷/۱	۲۱۶۹۵	۰/۳	۴	۲۰۹۷/۱	۲۱۶۹۵	۰/۳	۰/۷	۴	۲۰۹۷/۱	۲۱۶۹۵	۰/۳	۰/۷	۰/۳	۰/۷
۷۳۴۳/۵	۸	۱	۱۹۲۲/۸	۷۳۴۳/۵	۰/۵	۱	۱۹۲۲/۸	۷۳۴۳/۵	۰/۵	۰/۵	۱	۱۹۲۲/۸	۷۳۴۳/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵
۷۳۴۳/۵	۸	۲	۱۹۸۷/۶	۷۳۴۳/۵	۰/۴	۲	۱۹۸۷/۶	۷۳۴۳/۵	۰/۴	۰/۶	۲	۱۹۸۷/۶	۷۳۴۳/۵	۰/۴	۰/۶	۰/۴	۰/۶
۷۳۴۳/۵	۸	۳	۱۹۹۴/۶	۷۳۴۳/۵	۰/۶	۳	۱۹۹۴/۶	۷۳۴۳/۵	۰/۶	۰/۴	۳	۱۹۹۴/۶	۷۳۴۳/۵	۰/۶	۰/۴	۰/۶	۰/۴
۷۳۴۳/۵	۸/۵	۴	۲۰۰۳/۳	۷۳۴۳/۵	۰/۳	۴	۲۰۰۳/۳	۷۳۴۳/۵	۰/۳	۰/۷	۴	۲۰۰۳/۳	۷۳۴۳/۵	۰/۳	۰/۷	۰/۳	۰/۷
۳۸۸۴۶/۵	۳۲/۵	۱	۱۵۳۶/۲	۴۳۳۰۰/۵	۰/۵	۱	۱۵۳۶/۲	۴۳۳۰۰/۵	۰/۵	۰/۵	۱	۱۵۳۶/۲	۴۳۳۰۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵
۳۸۸۲۹	۳۲/۵	۲	۱۵۵۲/۱	۴۳۰۶۰	۰/۴	۲	۱۵۵۲/۱	۴۳۰۶۰	۰/۴	۰/۶	۲	۱۵۵۲/۱	۴۳۰۶۰	۰/۴	۰/۶	۰/۴	۰/۶
۳۸۸۳۸	۳۲/۵	۳	۱۴۹۸/۴	۴۳۱۲۷	۰/۶	۳	۱۴۹۸/۴	۴۳۱۲۷	۰/۶	۰/۴	۳	۱۴۹۸/۴	۴۳۱۲۷	۰/۶	۰/۴	۰/۶	۰/۴
۴۰۴۲۷	۲۶	۴	۱۵۴۳/۸	۴۳۰۶۰	۰/۳	۴	۱۵۴۳/۸	۴۳۰۶۰	۰/۳	۰/۷	۴	۱۵۴۳/۸	۴۳۰۶۰	۰/۳	۰/۷	۰/۳	۰/۷

جدول (۳): نتایج حل مساله بعد متوسط توسط الگوریتم پیشنهادی و رقیب

نتایج حاصل از حل مساله توسط الگوریتم رقیب			نتایج حاصل از حل مساله توسط الگوریتم پیشنهادی			تکرار
زمان لازم	هدف عامل دوم	هدف عامل اول	زمان لازم	هدف عامل دوم	هدف عامل اول	
۱۴۸۳/۶۴	۱۲۳/۵	۱۷۱۴۰۴	۱۶۴۲/۴۹	۱۸/۵	۱۵۲۰۸۵	تکرار ۱
۱۴۹۰/۲۵	۱۷۵	۵۹۶۹۴	۱۶۰۶/۲۱	۱۲۱/۵	۵۵۷۴۷/۵	تکرار ۲
۱۴۶۷/۵۶	۲۰۰	۶۷۵۸۶/۵	۱۶۳۱/۴۲	۱۴۹	۴۷۵۶۴/۵	تکرار ۳
۱۴۹۹/۱۵	۱۲۷	۱۵۸۱۱۴	۱۶۹۷/۱	۱۲۹/۵	۶۰۳۴۶	تکرار ۴
۱۴۳۰/۵۸	۱۱۸	۱۱۴۸۵۰	۱۶۳۵/۱۲	۶۵	۹۵۱۶۲	تکرار ۵
۱۴۰۵/۸۶	۱۵۵	۱۱۸۵۷۷	۱۶۱۱/۰۹	۷۲	۹۷۳۱۹	تکرار ۶
۱۴۹۷/۲۸	۲۲۹/۵	۶۴۸۸۸	۱۶۲۳/۲۹	۱۲۶/۵	۶۲۸۵۸	تکرار ۷
۱۴۹۷/۷۷	۲۴۰/۵	۴۷۴۲۷/۵	۱۶۳۷/۲۵	۱۱۸/۵	۶۲۰۸۹	تکرار ۸
۱۴۸۶/۹۸	۱۳۶	۱۵۰۶۸۵	۱۶۲۵/۶۵	۱۶۰/۵	۴۶۶۹۶	تکرار ۹
۱۴۴۹/۹۳	۱۷۸/۵	۶۲۸۵۵	۱۶۷۸/۰۲	۱۵۶/۵	۴۷۶۲۹/۵	تکرار ۱۰

جدول (۴): نتایج حل مساله بعد بزرگ توسط الگوریتم پیشنهادی و رقیب

تکرار	نتایج حاصل از حل مساله توسط الگوریتم پیشنهادی			نتایج حاصل از حل مساله توسط الگوریتم رقیب		
	هدف عامل اول	هدف عامل دوم	زمان لازم	هدف عامل اول	هدف عامل دوم	زمان لازم
تکرار ۱	۶۳۰۶۹/۵	۳۰۸	۲۷۳۶/۴۸	۶۲۴۴۰	۵۳۹/۵	۲۳۶۴/۰۲
تکرار ۲	۶۲۵۱۲/۵	۳۴۲	۲۷۷۸/۷۸	۷۳۵۷۷	۴۲۵/۵	۲۳۵۰/۳۵
تکرار ۳	۶۲۵۱۱	۳۱۸/۵	۲۷۵۰/۴	۶۵۸۹۸	۶۵۶	۲۳۶۷/۲۴
تکرار ۴	۶۴۸۹۰	۲۹۹	۲۷۸۳/۷۷	۶۲۵۳۲/۵	۶۳۳/۵	۲۳۷۷/۰۳
تکرار ۵	۶۲۴۳۸	۳۳۶/۵	۲۸۱۳/۶۳	۷۰۸۲۷	۵۳۸	۲۳۴۱/۱۵
تکرار ۶	۶۲۵۴۳	۳۰۱	۲۸۲۹/۲۹	۶۲۳۱۳	۷۷۵/۵	۲۲۶۸/۲۶
تکرار ۷	۶۲۳۵۲	۳۲۵	۲۷۹۹/۶۵	۶۹۷۲۹/۵	۵۵۵/۵	۲۲۴۲/۴۶
تکرار ۸	۶۲۴۸۹	۳۱۷/۵	۲۷۶۶/۲۶	۷۲۶۸۷/۵	۶۳۷/۵	۲۳۸۶/۱۳
تکرار ۹	۶۲۵۲۲	۳۳۱/۵	۲۸۰۹/۴۹	۸۰۱۲۲	۵۱۰/۵	۲۳۷۷/۰۱
تکرار ۱۰	۶۲۵۸۷	۳۱۷/۵	۲۸۰۹/۳۴	۶۲۵۹۷/۵	۵۹۵	۲۳۴۳/۵۷

۵- تجزیه و تحلیل نتایج

در این بخش ابتدا به منظور بررسی کارایی الگوریتم و همچنین اعتبارسنجی مدل پیشنهادی، نتایج حاصل از حل چندین نمود از مساله موردنظر با استفاده از روش $Lp-Metric$ و الگوریتم‌های پیشنهادی، مقایسه و تشریح می‌شود. از آنجاکه مساله پژوهش حاضر یک مساله $Np-Hard$ است، رسیدن به جواب نهایی برای ابعاد بزرگ مساله به‌وسیله روش‌های دقیق در زمان معقول غیرممکن است و نرم‌افزار گمز برای ابعاد بزرگ مساله، به جواب نهایی نمی‌رسد. نتایج حاصل از حل چندین نمود کوچک از مساله به‌وسیله الگوریتم پیشنهادی و روش $Lp-Metric$ وزنی به شرح جدول ۲ موجود است.

نتایج حل حاصل از روش $Lp-Metric$ وزنی، راه‌حل‌های پارتو ضعیف را ارائه می‌دهند. نتایج به‌دست‌آمده برای هر یک از اهداف با استفاده از روش $Lp-Metric$ وزنی و مقایسه آن‌ها با مقادیر بهینه هر یک از اهداف بدون در نظر گرفتن هدف دیگر، و همچنین مقایسه آن‌ها با راه‌حل‌های به‌دست‌آمده با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، نشان از صحت مدل پیشنهادی دارد.

جهت بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، مطابق نتایج به‌دست‌آمده، هیچ‌یک از راه‌حل‌های حاصل از الگوریتم پیشنهادی، راه‌حل مغلوب نمی‌باشند؛ به بیان بهتر برای هر نمود از مساله، در تمامی تکرارهای الگوریتم پیشنهادی، راه‌حل نهایی توسط سایر راه‌حل‌های به‌دست‌آمده چه توسط الگوریتم پیشنهادی و چه توسط روش $Lp-Metric$ وزنی، مغلوب نمی‌شوند و الگوریتم پیشنهادی جواب‌های با کیفیتی را حتی در مقایسه با جواب‌های حاصل از روش حل دقیق در زمان کوتاه‌تر، ارائه می‌کند. در ضمن، با توجه به پیچیدگی مساله، زمان لازم برای حل مساله با استفاده از روش $Lp-Metric$ بسیار بزرگ‌تر از زمان لازم برای رسیدن به جواب نهایی توسط الگوریتم پیشنهادی، است؛ به‌گونه‌ای که برای ابعاد بزرگ مساله، روش‌های دقیق جوابگو نیست و نرم‌افزار گمز توانایی ارائه راه‌حل نهایی را ندارد.

به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم ممتیک پیشنهادی برای حل ابعاد بزرگ مساله، نیاز به مقایسه آن با یک الگوریتم دیگر که قبلاً برای حل مساله مشابه با مساله پژوهش حاضر به کار گرفته شده است، است. در مقاله لی و همکاران [۳۲] یک الگوریتم ژنتیک به‌منظور بهینه‌سازی مساله زمان‌بندی دو عاملی در کارگاه ماشین‌های موازی، پیشنهاد شد که با توجه به شباهت‌های آن مساله با مساله پژوهش حاضر و ابعاد مناسب نمودهای موردبررسی آن‌ها، از الگوریتم موجود در پژوهش آقای لی و همکاران به‌عنوان الگوریتم رقیب، جهت بررسی کارایی الگوریتم ممتیک پیشنهادی، استفاده می‌شود. نتایج حاصل از حل دو نمود در ابعاد متوسط و بزرگ از مساله توسط الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب، به شرح جداول ۳ و ۴ است (به‌منظور افزایش اعتبار و دقت نتایج، هر نمود در ۱۰ تکرار توسط هر یک از الگوریتم‌ها حل شده است).

۵-۱- معیارهای ارزیابی عملکرد چندهدفه

در این پژوهش به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، از ۵ معیار جواب نهایی بی‌مقیاس شده (Z_{final})، معیار سطح پوشش $(CS(A,B))$ ، معیار فاصله‌گذاری (S) ، معیار فاصله از نقطه ایده‌آل (MID) و معیار درجه توازن در رسیدن همزمان به اهداف (RAS) استفاده به شرح زیر شده است.

۵-۱-۱- معیار جواب نهایی بی‌مقیاس شده

معیار Z_{final} که توسط محققین پژوهش حاضر ارائه شده است، به‌خوبی هم اهداف عوامل و زمان لازم برای رسیدن به جواب نهایی با استفاده از الگوریتم را در نظر می‌گیرد و هم به شکلی مناسب، این موارد را بی‌مقیاس‌سازی کرده و مجموع بی‌مقیاس شده‌ای از هدف عامل اول، هدف عامل دوم و زمان لازم برای اجرای الگوریتم را در اختیار قرار می‌دهد. نحوه محاسبه معیار جواب نهایی بی‌مقیاس شده مطابق با رابطه ۱۴ و پارامترهای این رابطه در بخش ۴-۱ تشریح گردید. از آنجاکه مقادیر با استفاده از روش بی‌مقیاس‌سازی خطی،

3. Mean ideal distance

4. Rate of achievement to two objectives Simultaneously

1. Cover surface

2. Spacing

مساله پژوهش حاضر) از رابطه $c_i = \sqrt{f_{1i}^2 + f_{2i}^2}$ به دست می‌آید (n برابر با تعداد جواب‌های غیر مغلوب الگوریتم است). بدیهی است در مساله حداقل‌سازی، هر چقدر مقدار MID کوچک‌تر باشد، مطلوبیت آن مجموعه بیشتر خواهد بود.

۵-۱-۵- معیار درجه توازن در رسیدن همزمان به اهداف

به‌منظور افزایش اهمیت درجه توازن در مقادیر توابع هدف یک مساله چند هدفه، بهنامیان و همکاران [۳۹] روشی را پیشنهاد دادند که مجموعه جواب‌هایی که در آن‌ها بین مقادیر اهداف، توازن بیشتری وجود دارد را به‌عنوان مجموعه‌های برتر معرفی می‌کند. با این توصیف، آن‌ها معیاری کمی برای اندازه‌گیری مقدار رسیدن به این توازن بین اهداف مختلف به‌صورت رابطه ۱۸، پیشنهاد کردند:

$$RAS = \frac{\sum_{i=1}^n (f_{1i} - F_i) + (f_{2i} - F_i)}{n} \quad (18)$$

که در آن، n تعداد جواب‌های غیر مغلوب و $F_i = \min\{f_{1i}, f_{2i}\}$ است. از خصوصیات روش توازن این است که وجود جواب‌هایی در امتداد یک محور که مقدار یک هدف مناسب و مقدار هدف دیگر نامناسب باشد (جواب‌های نامتوازن)، باعث افزایش در مقدار این معیار می‌شود.

۵-۲- نتایج عددی

معیارهای محاسبه شده برای هر تکرار از الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب، در جداول ۵، ۶، ۷ و ۸ آمده است. در ضمن، آزمون‌های آماری صورت گرفته در سطح اطمینان ۹۵ درصد و مقادیر معناداری هر یک، در جدول ۹ بخش پیوست‌ها آمده است. در کلیه آزمون‌ها، فرض صفر مبنی بر برابری میانگین معیار موردنظر در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی و رقیب، در مقابل فرض برتری الگوریتم پیشنهادی نسبت به رقیب از دید معیار موردنظر در سطح اطمینان ۹۵ درصد، آزمون می‌شود. همان‌طور که تشریح شد و نیز در جدول ۵ ملاحظه می‌کنید، برای تکراری از الگوریتم که طی آن تعداد جواب‌های غیر مغلوب حاصل از آن تکرار کوچک‌تر از ۳ جواب غیر مغلوب باشد، معیار فاصله‌گذاری در محاسبات دخیل نمی‌گردد؛ به همین دلیل برای تکرار ۵ الگوریتم پیشنهادی که طی آن دو جواب غیر مغلوب به دست می‌آید، معیار فاصله‌گذاری (که الزاماً برابر صفر می‌شود) در محاسبات بعدی دخیل نمی‌گردد (این امر با علامت خط تیره (-) نشان داده شده است).

بی‌مقیاس شده‌اند، در نتیجه برای هر اجرای الگوریتم، هر چه مقدار Z_{final} بزرگ‌تر باشد، مطلوبیت بیشتر است.

۵-۱-۲- معیار سطح پوشش

این معیار یکی از مهم‌ترین معیارهایی است که در مقایسه عملکرد دو الگوریتم، استفاده می‌شود. معیار پوشش مجموعه $CS(A, B)$ نشان‌دهنده درصدی از جواب‌های مجموعه B است که به‌صورت ضعیف توسط جواب‌های مجموعه A مغلوب می‌شوند و اگر مقدار آن برابر یک باشد، یعنی کلیه جواب‌های موجود در مجموعه B توسط جواب‌های موجود در مجموعه A مغلوب می‌شوند.

۵-۱-۳- معیار فاصله‌گذاری

تنوع در جواب‌های به‌دست‌آمده با توجه به فضای حل، معمولاً در بیشتر تحقیقات نادیده گرفته می‌شود. ممکن است از مجموعه جواب‌های مؤثر به‌دست‌آمده، تعداد زیادی مشابه هم باشند و از لحاظ ساختاری، تفاوت زیادی نداشته باشند. به این منظور از معیار فاصله‌گذاری استفاده می‌گردد (رابطه ۱۵):

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \quad (15)$$

در رابطه آن d_i از با استفاده از رابطه ۱۶ محاسبه می‌شود.

$$d_i = \min_j \{ |f_1^i - f_1^j| + |f_2^i - f_2^j| \} \quad (16)$$

\bar{d} برابر میانگین d_i ها است. در رابطه ۱۵، n برابر با تعداد جواب‌های غیر مغلوب الگوریتم است و مقادیر i و j برابر با $i, j = 1, 2, \dots, n$ است. در این روش مقدار فاصله‌گذاری برابر با صفر به این مفهوم است که همه اعضا به‌صورت یکنواخت و مجزا از هم پراکنده شده‌اند و مقادیر کوچک‌تر برای این معیار، مطلوب‌تر است. با توجه به اینکه اگر $n = 2$ باشد، الزاماً $d_1 = d_2 = \bar{d}$ و مقدار s برابر صفر می‌شود، لذا برای محاسبه معیار فاصله‌گذاری، زمانی که تعداد جواب‌های غیر مغلوب الگوریتم بزرگ‌تر از دو باشد، اقدام به محاسبه آن می‌گردد.

۵-۱-۴- معیار فاصله از نقطه ایده‌آل

یکی از روش‌های مؤثر در مقایسه مجموعه‌های پارتو، اندازه‌گیری فاصله جواب‌ها با مجموعه بهترین جواب ممکن، است؛ ولی مشکل این روش در وابستگی آن به موجود بودن بهترین جواب‌ها است و بدیهی است که در مسائل بهینه‌سازی چند هدفه، همیشه این مجموعه در اختیار نیست. به همین دلیل روش تغییر یافته‌ای از این الگو توسط بهنامیان و همکاران [۳۹] پیشنهاد شد که در آن نیازی به اطلاعات جواب بهینه نبوده و قاعدتاً بسیار پرکاربردتر و عمومی‌تر از روش موجود در ادبیات، است. نحوه محاسبه در این روش به‌وسیله رابطه ۱۷ به دست می‌آید:

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{n} \quad (17)$$

که در رابطه ۱۷، c_i فاصله اقلیدوسی بین هر عضو از مجموعه از مبدأ مختصات در مساله حداقل‌سازی بوده و برای یک مساله دو هدفه (مانند

جدول (۵): معیارهای محاسبه شده برای تکرارهای الگوریتم پیشنهادی در نمود بعد متوسط

RAS	MID	S	Zfinal	
۳۷۳۹/۹۳۴۳۳۶	۱۳۳۲۸۹/۶۸۳۹	۳۴۹۵/۴۴۳۰۶۹	-/۴۲۰۷۵۰۵۸۲	تکرار ۱
۳۵۱/۰۹۷۱۶۱۵	۵۱۱۶۵/۳۹۴۶۱	۸۳۴/۷۲۲۶۸۸۵	-/۴۷۸۵۳۶۰۶۴	تکرار ۲
۳۳۶/۴۰۹۰۹۸۹	۴۹۹۰۲/۹۹۸۵۵	۴۳۰/۹۰۶۱۴۱۴	-/۴۴۸۹۲۳۴۷۲	تکرار ۳
۵۴۵/۸۳۶۶۷۱۲	۶۹۲۰۹/۹۵۶۹۴	۲۲۲۹/۶۴۸۹۵۶	-/۴۴۳۷۸۷۸۶۶	تکرار ۴
۱۵۹۴/۵۶۳۷۷۲	۱۰۱۱۲۱/۰۲۰۱	-	-/۴۷۷۱۱۹۶۱۹	تکرار ۵
۸۹۷/۳۵۶۰۲۹	۸۱۸۵۷/۳۶۴۷۲	۷۴۹۶/۶۴۳۴۸۸	-/۴۶۳۲۷۵۳۷۶	تکرار ۶
۳۵۰/۰۷۹۸۶۷۵	۵۲۶۴۲/۸۰۷۳۹	۱۴۹۴/۲۲۰۳۶۱	-/۴۵۱۶۱۳۶۶۵	تکرار ۷
۶۰۰/۷۸۶۲۴۳	۷۰۰۸۶/۳۳۳۹۲	۱۴۸۰/۰/۱۴۰۶۶	-/۴۶۵۰۶۸۷۱	تکرار ۸
۲۸۶/۹۳۹۱۳۴۶	۴۶۶۹۱/۶۱۴۹۷	۲/۸۸۶۷۵۱۳۴۶	-/۴۳۲۵۰۳۴۲۷	تکرار ۹
۲۹۸/۳۴۶۸۳۹۷	۴۷۶۵۶/۲۶۷۰۷	۹۱۱/۲۷۶۷۹۴۳	-/۴۳۰۸۰۶۰۵	تکرار ۱۰

جدول (۶): معیارهای محاسبه شده برای تکرارهای الگوریتم رقیب در نمود بعد متوسط

RAS	MID	S	Zfinal	
۲۱۲۱/۱۰۴۹۷۱	۲۲۳۰۵۸/۵۲۹	۳۵۲۲۴/۵۸۹۹۵	-/۲۱۹۷۵۰۴۴۹	تکرار ۱
۸۴۲/۸۹۶۳۶۹۲	۱۱۳۴۳۵/۴۰۱۷	۱۷۳۶۵/۹۰۱۸۶	-/۳۹۴۰۱۰۶۲	تکرار ۲
۴۹۳/۱۲۳۳۳۸۲	۸۸۰۱۵/۶۹۴۹	۱۱۸۲۰/۳۰۷۱۴	-/۳۳۶۶۸۶۰۷۸	تکرار ۳
۱۵۳۰/۳۷۰۸۴۶	۱۸۷۱۹۱/۳۷۴۵	۱۴۲۲۱/۰۰۳۰۱۶	-/۲۴۳۱۱۵۸۶۴	تکرار ۴
۱۱۴۸/۱۲۱۶۹	۱۳۰۸۵۳/۰۶۱۱	۵۷۰۲/۴۲۶۶۰۴	-/۳۶۷۱۲۹۳۲۸	تکرار ۵
۱۴۷۶/۹۳۴۳۰۷	۲۱۸۶۹۷/۸۲۱۴	۴۸۳۶۵/۲۰۹۴	-/۲۹۹۸۰۶۴۹۱	تکرار ۶
۲۸۸/۳۲۳۴۲۳۲	۶۶۵۰۹/۴۶۵۱۹	۵۱۵۴/۷۸۹۹۷۳	-/۲۹۰۴۱۶۵۸۷	تکرار ۷
۲۰۱/۴۹۳۹۸۸۵	۵۰۰۷۰/۶۲۹۸۹	۴۵۶۱/۳۵۵۸۰۲	-/۳۱۲۸۱۰۶۳	تکرار ۸
۱۴۴۰/۸۶۴۱۷۳	۱۸۵۵۴۴/۲۱۴۷	۹۲۲۸/۷۸۹۱۵۶	-/۲۴۶۹۱۸۰۷۹	تکرار ۹
۹۱۶/۳۸۲۱۸۱۲	۱۴۳۸۹۰/۱۶۸۳	۵۴۴۰۳/۹۴۸۴۹	-/۳۸۵۵۶۴۳۲۵	تکرار ۱۰

جدول (۷): معیارهای محاسبه شده برای تکرارهای الگوریتم پیشنهادی در نمود بعد بزرگ

RAS	MID	S	Zfinal	
۱۷۱/۵۴۸۵۲۵	۶۲۵۹۰/۷۵۰۰۷	۲۳۳/۶۲۶۱۱۲	-/۳۳۲۸۲۸۰۸۱	تکرار ۱
۱۸۱/۷۸۶۵۴۹۷	۶۲۵۱۳/۹۳۵۵۱	-	-/۳۱۵۰۸۱۶۱۸	تکرار ۲
۱۵۵/۳۵۵۰۶۶	۶۲۴۶۱/۱۶۹۶۵	۲۶/۰۹۵۹۷۶۷	-/۳۳۹۲۱۶۴۷۶	تکرار ۳
۱۷۸/۶۳۶۹۸۹۶	۶۳۴۱۱/۷۱۴۷۴	۸۲۰/۵۹۷۳۴۳۴	-/۳۲۵۰۳۸۷۱۹	تکرار ۴
۱۶۹/۳۹۳۶۵۶۱	۶۳۰۱۳/۸۵۳۵۸	۹۱۹/۱۴۱۶۲۸۵	-/۳۱۵۸۲۶۹۱۵	تکرار ۵
۱۸۳/۴۸۸۷۰۶۸	۶۲۵۰۴/۶۷۵۲۱	۸۶/۸۴۳۳۴۵۵۵	-/۳۳۲۵۰۶۴۹	تکرار ۶
۱۹۰/۸۵۲۳۰۷۷	۶۲۳۵۲/۸۴۷	-	-/۳۳۳۱۷۶۱۵۱	تکرار ۷
۱۳۹/۶۵۰۶۰۵۶	۶۲۴۸۵/۵۹۱۴۶	-	-/۳۲۸۷۲۰۹۷۵	تکرار ۸
۱۵۸/۵۸۲۷۷۱۶	۶۲۴۷۵/۲۹۲۶۴	۵۰/۲۲۹۴۷۳۴۲	-/۳۱۸۲۷۹۱۸۸	تکرار ۹
۱۸۵/۱۷۷۱۱۶	۶۲۸۹۱/۷۰۴۴۳	۵۹۵/۸۳۰۵۱۲۸	-/۳۲۵۱۸۶۴۳۴	تکرار ۱۰

جدول (۸): معیارهای محاسبه شده برای تکرارهای الگوریتم رقیب در نمود بعد بزرگ

RAS	MID	S	Zfinal	
۱۱۲/۹۲۵۸۹۸۹	۶۲۴۱۸/۴۰۶۲۳	-	-/۲۴۲۸۹۲۸۲۱	تکرار ۱
۱۵۵/۶۴۴۱۲۴۷	۶۹۲۸۵/۴۳۹۷۷	-	-/۲۴۷۰۵۹۷۰۵	تکرار ۲
۸۶/۴۵۵۲۶۱۴۱	۶۳۶۶۲/۲۴۷۹۸	۱۰۳۲/۲۵۳۵۵۲	-/۱۶۵۳۱۱۲۶۵	تکرار ۳
۱۴۸/۸۷۲۱۲۴۷	۹۱۴۸۹/۶۶۸۰۱	۲۳۴۹۹/۵۱۴۶۶	-/۱۹۳۰۲۶۵۱۱	تکرار ۴
۴۷۶/۹۵۰۳۵۶	۲۱۷۷۲۷/۱۹۹۷	۱۵۴۹۲/۸۲۵۹	-/۲۰۳۴۱۲۰۲۹	تکرار ۵
۹۵/۰۱۷۹۱۹۵۳	۷۱۹۳۳/۲۸۹۶۲	۱۱۶۱/۰۵۱۳۹۱	-/۱۲۸۵۶۸۱۲۶	تکرار ۶
۱۸۱/۵۹۵۶۸۴۳	۹۶۶۰۷/۴۲۱۷۲	۱۴۰۸۳۲۰۸۰۹	-/۲۰۶۸۴۱۰۴۷	تکرار ۷
۱۹۶/۰۸۷۵۷۹۲	۱۱۱۹۷۴/۹۲۸۷	۱۳۷۰۴/۲۳۳۵۳	-/۱۳۹۶۲۳۳۶۹	تکرار ۸
۱۴۷/۷۹۵۱۸۶۹	۷۹۴۷۷/۸۰۹۴۷	-	-/۱۶۸۶۵۷۲۸۱	تکرار ۹
۱۰۰/۴۶۵۸۹۰۸	۶۲۴۰۳/۰۴۲۱	-	-/۲۱۴۹۲۵۴۲	تکرار ۱۰

جدول (۹): نتایج و آزمون‌های آماری صورت گرفته جهت مقایسه معیارهای ارزیابی عملکرد

RAS		MID		S		Zfinal	
مقدار معناداری آزمون	آزمون آماری صورت گرفته	مقدار معناداری آزمون	آزمون آماری صورت گرفته	مقدار معناداری آزمون	آزمون آماری صورت گرفته	مقدار معناداری آزمون	آزمون آماری صورت گرفته
۰/۳۸۴۷	من-ویتنی	۰/۰۰۳	آزمون T	۰/۰۰۱۹	من-ویتنی	۰	آزمون T
۰/۱۴۰۵	من-ویتنی	۰/۰۰۸۶	من-ویتنی	۰/۰۳۴	آزمون T	۰	آزمون T

جدول (۱۰): خلاصه نتایج حاصل از مقایسه الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب

مساله بعد متوسط		مساله بعد بزرگ		معیارهای مقایسه
الگوریتم پیشنهادی	الگوریتم رقیب	الگوریتم پیشنهادی	الگوریتم رقیب	
✓	×	✓	×	Zfinal
✓	×	✓	×	CS(A,B)
✓	×	✓	×	S
✓	×	✓	×	MID
عدم برتری یک الگوریتم نسبت به دیگری		عدم برتری یک الگوریتم نسبت به دیگری		RAS

مطلوبیت و کارایی بالای الگوریتم پیشنهادی جهت ارائه راه‌حل برای مساله پژوهش حاضر، دارد. شایان به ذکر است که گرچه به‌طور کلی الگوریتم ممتیک با توجه به بکارگیری عملگرهای جستجو همسایگی و جستجو بیشتر فضای حل و افزایش زمان لازم برای طی شدن هر تکرار الگوریتم، سنگین‌تر از الگوریتم ژنتیک است و استفاده از روش‌های مختلف جستجو همسایگی سبب افزایش زمان لازم برای ارائه راه‌حل نهایی می‌شود، اما معمولاً الگوریتم ممتیک باعث می‌شود که فضای حل، بهتر و با دقت بیشتری جستجو شود و جواب‌های باکیفیت‌تری، ارائه شود و برای ارائه راه‌حل نهایی حاصل از الگوریتم، نیاز به تعداد تکرار کمتری باشد.

۶- نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی

در بیشتر مدل‌های کلاسیک مسائل زمان‌بندی، تکمیل هرچه زودتر کارها باعث بهبود اهداف مساله می‌شود؛ ولی با توجه به اینکه در پژوهش حاضر مصرف انرژی و هزینه‌های مربوطه برای عامل اول و یک تابع هدف به‌هنگام برای عامل دوم در نظر گرفته شده است، مشاهده می‌شود که تلاش جهت تکمیل زود هنگام کارها و استفاده از سرعت‌های بالا ماشین-آلات، الزاماً باعث بهبود تابع هدف هر یک از عوامل نمی‌شود؛ چراکه استفاده از سرعت بالا جهت پردازش کارهای عامل اول، گرچه باعث می‌شود کارهای مربوط به عامل اول زودتر تکمیل شوند و جریمه دیرکرد کاهش یابد، ولی طبیعتاً باعث افزایش هزینه انرژی مصرفی ماشین‌آلات می‌شود و در مورد عامل دوم نیز از آنجاکه زودکرد در تکمیل کارهای عامل دوم مورد رضایت نیست، الزاماً استفاده از سرعت بالای ماشین‌آلات به بهبود تابع هدف عامل دوم کمک نمی‌کند و گاهی عامل دوم به دلیل لزوم انجام به‌هنگام کارهای خود سعی دارد از سرعت پایین ماشین‌آلات استفاده کند و زمان تکمیل کارهای خود را به تعویق بیندازد. با توجه به اهمیت مسائل زمان‌بندی چندعاملی در محیط‌هایی که منابع و ماشین‌آلات مشترک بین چندین عامل به اشتراک گذاشته می‌شوند، یکی از یافته‌های پژوهش حاضر، ارائه برنامه زمان‌بندی مطلوب جهت

در جداول ۷ و ۸ نیز علامت خط تیره به همین معنی است. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، معیار سطح پوشش بیان می‌کند که در نمود بعد متوسط، تمامی جواب‌های غیرمغلوبی که از هر تکرار الگوریتم رقیب به‌دست‌آمده‌اند، توسط جواب‌های غیر مغلوب به‌دست‌آمده از الگوریتم پیشنهادی، مغلوب می‌شوند و همچنین هیچ‌یک از جواب‌های غیر مغلوب به‌دست‌آمده از الگوریتم پیشنهادی، توسط جواب‌های غیر مغلوب به‌دست‌آمده از الگوریتم رقیب، مغلوب نمی‌شوند. همچنین در نمود بعد بزرگ، ۹۰/۲۴ درصد از کلیه جواب‌های غیر مغلوب به‌دست‌آمده از تکرارهای الگوریتم رقیب، توسط جواب‌های غیر مغلوب به‌دست‌آمده از تکرارهای الگوریتم پیشنهادی، مغلوب می‌شوند و تنها ۵/۷۱ درصد از کلیه جواب‌های غیر مغلوب به‌دست‌آمده از تکرارهای الگوریتم رقیب، مغلوب می‌شوند که این موضوع نشان از برتری الگوریتم پیشنهادی در حل نموده‌های بعد متوسط و بزرگ مساله نسبت به الگوریتم رقیب، دارد. با محاسبه سایر معیارها در تکرارهای مختلف الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب و انجام آزمون‌های آماری متناسب برای هر یک، جدول ۱۰ خلاصه نتایج حاصل از مقایسه الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب را نشان می‌دهد.

با توجه به جدول ۱۰، مطابق با نتایج به‌دست‌آمده و آزمون‌های آماری صورت گرفته در سطح اطمینان ۹۵ درصد، الگوریتمی که از نظر هر یک از معیارها بهتر عمل می‌کند با علامت (✓)، و الگوریتم ضعیف‌تر با علامت (×) مشخص شده است. در نتیجه، الگوریتم پیشنهادی از دید معیارهای جواب نهایی بی‌مقیاس شده (Z_{final})، سطح پوشش ($CS(A,B)$)، فاصله گذاری (S) و فاصله از نقطه ایده‌آل (MID)، نسبت به الگوریتم رقیب برای مساله پژوهش حاضر، مطلوب‌تر عمل کرده و از دید معیار درجه توازن (RAS)، الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم رقیب تقریباً در یک سطح قرار دارند و هیچ‌یک نسبت به دیگری، برتری مشهودی ندارد. الگوریتم پیشنهادی در هیچ‌یک از معیارهای مطرح‌شده، در مقایسه با الگوریتم رقیب مغلوب نمی‌شود که این مهم نشان از

به زمان‌بندی چندعاملی در آن دخیل باشد و هم مباحث مربوط به زمان‌بندی چند کارخانه‌ای؛ حالتی را در نظر بگیرید که تعدادی از کارخانجات موجود در شبکه مجازی مساله زمان‌بندی چند کارخانه‌ای، مجبور باشند جهت پردازش کارهای خود، از یک‌سری منابع که با چندین عامل دیگر به اشتراک گذاشته می‌شوند، استفاده کنند. در این حالت نیز می‌توان مباحث انرژی مصرفی را نیز وارد مساله مورد پژوهش نمود. در ضمن پیشنهاد می‌شود مسائل زمان‌بندی چندعاملی و چند کارخانه‌ای در حوزه (TOU) نیز مورد توجه قرار گرفته است. در این‌گونه مسائل، فرض می‌شود که هزینه انرژی مصرفی یک ماشین در واحد زمان در یک بازه زمانی، متفاوت از هزینه انرژی مصرفی همان ماشین در واحد زمان در یک بازه زمانی دیگر است.

مراجع

- [1] Pinedo, M., (2001). *Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- [2] Kim, D-W., Kim, K-H., Jang, W., Chen, F., (2002). "Unrelated parallel machine scheduling with setup times using simulated annealing". *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 18: 223-231.
- [3] Vredeveld, T., Hurkens, C., (2002). "Experimental comparison of approximation algorithms for scheduling unrelated parallel machines". *Informatics Journal on Computing*, 14(2): 175-189.
- [4] Rogendran, R., Subur, F., (2004). "Unrelated parallel machine scheduling with job splitting". *IIE Transaction*, 36: 356-372.
- [5] Tavakkoli-Moghaddam, R., Taheri, F., Bazzazi, M., Izadi, M., Sassani, F., (2009). "Design of a genetic algorithm for bi-objective unrelated parallel machines scheduling with sequence-dependent setup times and precedence constraints". *Computers & Operations Research*, 36: 3224-3230.
- [6] Balin, S., (2011). "Non-identical parallel machine scheduling using genetic algorithm". *Expert System with Applications*, 38: 6814-6821.
- [7] Lin, Y. K., Pfund, M. E., Fowler, J. W., (2011). "Heuristics for minimizing regular performance measures in unrelated parallel machine scheduling problem". *Computers & Operations Research*, 38(6): 901-916.
- [8] Vallada, E., Ruiz, R., (2011). "A genetic algorithm for the unrelated parallel machine scheduling problem with sequence dependent setup times". *European Journal of Operational Research*, 211: 612-622.
- [9] Rodriguez, F. J., Lozano, M., Blum, C., Garcia-Martinez, C., (2013). "An iterated greedy algorithm for the large-scale unrelated parallel machine scheduling problem". *Computers & Operations Research*, 40: 1829-1841.
- [10] Fanjul-Peyro, L., Perea, F., Ruiz, R., (2017). "Models and matheuristics for the unrelated parallel machine scheduling problem with additional resources". *European Journal of Operational Research* 000 (2017): 1-12.

برآورد کردن رضایت‌بخش اهداف عوامل در مسائل دنیای واقعی است. امروزه بسیاری از منابع نظیر باند فرودگاه، ماشین‌آلات تولیدی، منابع انرژی و ... وجود دارند که بین چندین عامل به اشتراک گذاشته می‌شوند و یافته‌های پژوهش حاضر، می‌تواند به شکلی مناسب تخصیص و توالی کارهای عوامل به روی منابع مشترک را به‌گونه‌ای که هدف یا اهداف هر یک از عوامل به نحوی مطلوب برآورده شود، مشخص سازد. همچنین با توجه به محدودیت و گرانی منابع انرژی در کنار نگرانی‌های زیست‌محیطی، یکی دیگر از یافته‌ها پژوهش حاضر در برنامه‌ریزی و تلاش جهت کاهش انرژی مصرفی ماشین‌آلات و آلودگی‌های زیست‌محیطی در مباحث تولید چندعاملی، ایجاد توازن بین انرژی مصرفی ماشین‌آلات و سایر اهداف کارخانجات تولیدی و مدیریت هر چه بهتر کلیه هزینه‌های کارخانجات مختلف در راستای تحقق بهره‌وری، از آنجاکه مساله مورد بررسی در پژوهش حاضر، یک مساله Np -Hard بود و روش‌های بهینه‌سازی دقیق توانایی ارائه راه‌حل در زمان مناسب و معقول برای ابعاد بزرگ مساله را ندارند، یک الگوریتم فراابتکاری ممتیک به‌منظور حل مساله در ابعاد بزرگ‌تر ارائه گردید. با گنجانیدن ایده‌ها و دانش محقق در الگوریتم پیشنهادی و تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی در ابعاد مختلف مساله با استفاده از روش تاگوچی، با توجه به نتایج محاسباتی حاصل، مشاهده گردید که الگوریتم پیشنهادی در ارائه راه‌حل برای ابعاد مختلف مساله، بسیار خوب عمل می‌کند؛ چراکه در بعد کوچک مساله، با مقایسه راه‌حل‌های ارائه شده توسط الگوریتم پیشنهادی و راه‌حل‌های ارائه شده توسط روش Lp -Metric وزنی، کیفیت بالای راه‌حل‌های ارائه شده توسط الگوریتم پیشنهادی (حتی در مقایسه با روش دقیق) مشخص گردید و همچنین به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در ارائه راه‌حل برای ابعاد بزرگ‌تر مساله، خروجی حاصل از الگوریتم پیشنهادی و یک الگوریتم دیگر که قبلاً توسط محققین دیگری برای حل مساله‌ای که تا حدودی شبیه به مساله پژوهش حال حاضر بود، ارائه گردیده بود (الگوریتم رقیب)، در ابعاد مختلف مدنظر قرار گرفت و از ۵ معیار به‌منظور مقایسه و بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم رقیب، استفاده گردید. تشریح و مقایسه نتایج حاصل، نشان از برتری الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم رقیب در ارائه راه‌حل برای ابعاد بزرگ‌تر مساله، داشت. از آنجائیکه مسائل حوزه زمان‌بندی چندعاملی، مسائل جدیدی هستند، دست محققین برای پژوهش‌های آتی در این زمینه بسیار باز است. یکی از شکاف‌های تحقیقاتی در حوزه زمان‌بندی چندعاملی، عدم بررسی مسائل حوزه زمان‌بندی چندعاملی در محیط کارگاه باز است؛ با توجه به اهمیت مسائل زمان‌بندی در محیط کارگاه باز و تطابق بسیاری از مسائل دنیای واقعی با آن‌ها، می‌توان مسائل زمان‌بندی چندعاملی را در محیط کارگاه باز مطرح کرد و جهت ارائه راه‌حل، تلاش نمود. همچنین پیشنهاد می‌گردد مباحث مربوط به مصرف انرژی به مسائل حوزه زمان‌بندی چند کارخانه‌ای ورود کنند و کاهش مصرف انرژی در کنار سایر اهداف معمول این دسته از مسائل، مورد توجه قرار گیرد. همچنین می‌توان مساله زمان‌بندی را به‌گونه‌ای ارائه کرد که هم مباحث مربوط

- competing agents". *Operations Research*, 52(2): 229-242.
- [26] Cheng, T. C. E., Ng, C. T., Yuan, J. J., (2006). "Multi-agent scheduling on a single machine to minimize total weighted number of tardy jobs". *Theoretical Computer Science*, 362(1-3): 273-281.
- [27] Leung, J. Y. T., Pinedo, M., Wan, G. H., (2010). Competitive two agents scheduling and its applications. *Operations Research*, 58(2): 458-469.
- [28] Wu, C. C., Huang, S. K., Lee, W. C., (2011). "Two-agent scheduling with learning consideration". *Computers & Industrial Engineering*, 61(4): 1324-1335.
- [29] Cheng, T. C. E., Cheng, S. R., Wu, W. H., Hsu, P. H., Wu, C. C., (2011). "A two-agent single machine scheduling problem with truncated sum-of-processing-timesbased learning considerations". *Computers & Industrial Engineering*, 60(4): 534-541.
- [30] Elvikis, D., Hamacher, H. W., T'kindt, V., (2011). "Scheduling two agents on uniform parallel machines with makespan and cost functions". *Journal of Scheduling*, 14(5): 471-481.
- [31] Lee, W. C., Chung, Y. H., Hu, M. C., (2012). "Genetic algorithms for a two-agent single-machine problem with release time". *Applied Soft Computing*, 12(11): 3580-3589.
- [32] Lee, W. C., Wang, J. Y., Lin, M. C., (2016). "A branch-and-bound algorithm for minimizing the total weighted completion time on parallel identical machines with two competing agents". *Knowledge-Based Systems*, 105: 68-82.
- [33] Lee, W. C., Wang, J. Y., (2014). "A scheduling problem with three competing agents". *Computers & Operations Research*, 51: 208-217.
- [34] Lee, W. C., Wang, J. Y., (2017). "A three-agent scheduling problem for minimizing the makespan on a single machine". *Computers & Industrial Engineering*, 106: 147-160.
- [35] Shiau, Y. R., Tsai, M. S., Lee, W. C., Cheng, T. C. E., (2015). "Two-agent two-machine flowshop scheduling with learning effects to minimize the total completion time". *Computers & Industrial Engineering*, 87: 580-589.
- [36] Yuan, J. J., Ng, C. T., Cheng, T. C. E., (2015). "Two-agent single-machine scheduling with release dates and preemption to minimize the maximum lateness". *Journal of Scheduling*, 18(2): 147-153.
- [37] Behnamian, J., Afsar, A., (2020). Optimizing "Penalties of total lateness and energy costs for heterogeneous parallel machines scheduling using memetic algorithm". *Industrial Management Studies*, 18(58): 29-57.
- [38] Garey, MR., Johnson, DS., (1978). "Strong NP-completeness results: Motivation, examples, and implications". *Journal of the Association for Computing Machinery*, 25(3): 499-508.
- [39] Behnamian J., Fatemi Ghomi SMT, Zandieh M., (2009). "A multi-phase covering Pareto-optimal front method to multi-objective scheduling in a realistic hybrid flowshop using a hybrid metaheuristic". *Expert Systems with Applications*, 36(8): 11057-1106
- [11] Hoogeveen, H., (2005). "Multicriteria scheduling". *European Journal of Operational Research*. 167: 592e623.
- [12] Liu, Y., Dong, H., Lohse, N., Petrovic, S., Gindy, N., (2013). "An investigation into minimizing total energy consumption and total weighted tardiness in job shops". *Journal of Cleaner Production*. 1e10.
- [13] Yan, H., Fei, L., Hua-jun, C., Cong-bo, L., (2005). A bi-objective model for job-shop scheduling problem to minimize both energy consumption and makespan. *J. Cent. South Univ. Technol.* 12.
- [14] Liu, X., Zou, F., Zhang, X., (2008). "Mathematical model and genetic optimization for hybrid flow shop scheduling problem based on energy consumption". *In: 2008 Chinese Control and Decision Conference*, pp. 1002e1007.
- [15] Yildirim, M.B., Mouzon, G., (2011). "Single-machine sustainable production planning to minimize total energy consumption and total completion time using a multiple objective genetic algorithm". *In: IEEE Transactions on Engineering Management*, pp. 1e13.
- [16] Fang, K., Uhan, N., Zhao, F., Sutherland, J.W., (2011). "A new approach to scheduling in manufacturing for power consumption and carbon footprint reduction". *Journal of Manufacturing Systems*. 30, 234e240.
- [17] Fang, K., Bertrand M.T., Lin. (2012). "Parallel-machine scheduling to minimize tardiness penalty and power cost". *Computers & Industrial Engineering*, 64 (2013): 224-234.
- [18] Ada Che, Shibohua Zhang, Xueqi, Wu. (2017). "Energy-conscious unrelated parallel machine scheduling under time-of-use electricity tariffs". *Journal of cleaner production*. 156(10): 688-697
- [19] Moon, J.Y., Shin, K., Park, J., (2013). "Optimization of production scheduling with time-dependent and machine-dependent electricity cost for industrial energy efficiency". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 68, 523-535.
- [20] Ding, J.Y., Song, S., Zhang, R., Chiong, R., (2016). "Parallel machine scheduling under time-of-use electricity prices: new models and optimization approaches". *IEEE Transactions on Automation Science & Engineering*, 13(2): 1138-1154.
- [21] Luo, H., Du, B., Huang, G.Q., Chen, H., Li, X., (2013). "Hybrid flow shop scheduling considering machine electricity consumption cost". *International Journal of Production Economics*, 146: 423-439.
- [22] Zhang, H., Zhao, F., Fang, K., Sutherland, J.W., (2014). "Energy-conscious flow shop scheduling under time-of-use electricity tariffs". *CIRP Annals – Manufacturing Technology*, 63: 37-40.
- [23] Sharma, A., Zhao, F., Sutherland, J.W., (2015). "Econological scheduling of a manufacturing enterprise operating under a time-of-use electricity tariff". *Journal of Cleaner Production*, 108: 256-270.
- [24] Baker, K. R., Smith, J. C. (2003). "A multiple-criterion model for machine scheduling". *Journal of Scheduling*, 6(1): 7-16.
- [25] Agnetis, A., Mirchandani, P. B., Pacciarelli, D., Pacifici, A., (2004). "Scheduling problems with two



DOI: 10.22084/ier.2019.17391.1796

Multi-agent Heterogeneous Parallel Machines Scheduling Problem with Energy Cost and Just-in-Time Jobs

A. Afsar¹, J. Behnamian^{2*}

^{1,2} Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 1 October 2018
Accepted 27 August 2019

Keywords:

Multi-agent scheduling
Parallel-machines scheduling
Energy cost, Just-in-time jobs
Memetic algorithm

ABSTRACT

In the classic models of scheduling problems, researchers mostly concentrate on the objectives considering jobs completion time. Due to the relation among economy, energy and environmental concerns, attention to the energy use of machines have been considered by researchers in the field of scheduling in recent years. Also, In the literature of scheduling problems, it is mostly assumed that one agent try to optimize the problem. But, occasionally there are several agents that each has their own jobs and they must use a series of common resources to process them. In this study, a two-agent heterogeneous parallel-machines scheduling problem is studied in which the process speed of each job on each machine is adjustable. Since there is a direct link between the energy used in machines and process speed, the used energy costs affect on scheduling problem. In this study, the first agent is tried to minimize total tardiness penalty as well as energy costs of production machines and the second agent is tried to minimize total tardiness and earliness (the objective function of just-in-time production). The suitable schedule should be considered to allocate and sequence jobs of agents to the common resources (heterogeneous parallel-machines) to optimize appropriately the agent's objective functions. Since the proposed problem is Np-hard, in order to solve it in large scale problems, a Memetic algorithm is developed and to verify the performance of this algorithm, comparing the results of Memetic algorithm with the results of GAMS software and of another meta-heuristic algorithm, indicates the desirable performance of the proposed algorithm.

* Corresponding author. J. Behnamian
Tel.: 081-38292505; E-mail address: behnamian@basu.ac.ir