

## مدل‌سازی و حل مسئله زنجیره‌تأمین ساخت بر مبنای سفارش در شرایط محدودیت ظرفیت تولید با استفاده از الگوریتم آزادسازی لاگرانژی

رضا توکلی مقدم<sup>۱</sup>، سید محمدحسن حسینی<sup>۲\*</sup>، حسین عموزاد خلیلی<sup>۳</sup>

۱. استاد، دانشکده مهندسی صنایع پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران، ایران
۲. استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت دانشگاه صنعتی شاهرود، سمنان، ایران
۳. استادیار، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی واحد نوشهر، ایران

### خلاصه

فرآیندهای تولید و عرضه محصولات با شدت گرفتن فضای رقابتی، دچار تغییرات الگویی شده و امروزه در قالب شبکه زنجیره‌تأمین بررسی می‌شود. در این میان اهمیت جریان مواد در شبکه تأمین، و توزیع محصولات در شبکه توزیع از میان جریان‌های سه‌گانه مالی، اطلاعاتی، و مواد حائز توجه بیشتری می‌باشند. همچنین توجه بیشتر به مشتری و خواسته‌های او موجب شده تا شبکه‌های تولید و توزیع به سمت تولید بر مبنای سفارش متمایل شوند. در این مقاله ضمن بررسی جایگاه شبکه توزیع در یک زنجیره تأمین، به ارائه مدلی برای فرآیند توزیع زنجیره‌تأمین بر مبنای سفارش پرداخته و برای نزدیک‌تر شدن مسئله به شرایط دنیای واقعی، محدودیت‌های تولید و عرضه محصولات نیز لحاظ می‌شود. در این مسئله انواع واحدهای تولید، مراکز توزیع، و خرده‌فروشان وجود داشته و پس از مشخص شدن یک سفارش، کالاها از طریق مراکز توزیع به خرده‌فروش ارسال می‌شود. همچنین در صورت نزدیکی فاصله خرده‌فروشان تا کارخانجات، کالاها از طریق کارخانجات نیز به‌طور مستقیم به سوی خرده‌فروشان قابل ارسال می‌باشد. حداکثر کردن سود کل به‌عنوان هدف مسئله مورد مطالعه در نظر گرفته شده است. لذا ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط توسعه داده می‌شود. سپس با توجه به پیچیدگی مسئله، الگوریتمی مبتنی بر روش آزادسازی لاگرانژ جهت حل آن پیشنهاد می‌شود. در انتها ضمن ارائه یک مثال عددی، عملکرد الگوریتم پیشنهادی ارزیابی شده است.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۷/۱۲/۳

پذیرش ۱۳۹۸/۷/۴

کلمات کلیدی:

زنجیره‌تأمین ساخت بر مبنای

سفارش

محدودیت عرضه

برنامه‌ریزی عدد صحیح

الگوریتم آزادسازی لاگرانژ

### ۱- مقدمه

طراحی شبکه زنجیره‌تأمین یکی از تصمیمات مهم و استراتژیک سازمان‌ها بوده که فرآیندهای مهمی همچون تأمین، ساخت و تولید، و توزیع را تحت تأثیر قرار می‌دهد. با افزایش اهمیت توجه به خواسته مشتری، موضوع طراحی شبکه زنجیره‌های تأمین در سال‌های اخیر اغلب در جهت تولید سفارشی یا ساخت بر اساس سفارش (BTO)<sup>۱</sup> بوده است [۱]. در این محیط‌ها انتخاب محصولات توسط مشتری و بر اساس طرح‌های موجود انجام می‌شود. در چنین محیطی کارخانجات

مجبور به تکاپو جهت مستدل کردن فعالیت‌ها، تمرکز بر صلاحیت‌ها، مزیت‌های رقابتی، ارائه خدمات تجاری، برون‌سپاری هر چه بیشتر جریان‌های بالاسری و انجام فعالیت‌های غیراصلی برای شرکای زنجیره‌تأمین خود می‌باشند.

با افزایش شدت رقابت در تولید و عرضه کالات و خدمات، شرکت‌ها به رقابتی چندگانه در اهداف عملکردی خویش از قبیل کیفیت، قیمت، پاسخگویی، انعطاف‌پذیری و قابلیت اطمینان پرداخته‌اند. در چنین شرایطی، تولید انبوه به هدف اصلی بسیاری از شرکت‌ها تبدیل شده است [۲]. بر این اساس، شرکت‌ها به استقرار و توسعه‌ی زنجیره‌ی

1. Build To Order (BTO)

\* نویسنده مسئول: سیدمحمدحسن حسینی

تلفن: ۰۲۱-۷۷۲۵۳۹۹؛ پست الکترونیکی: [sh.hosseini@shahroodut.ac.ir](mailto:sh.hosseini@shahroodut.ac.ir)

میلادی، بهبود فرایندهای داخلی که به منظور حضور در صحنه رقابت انجام می‌گرفت، نیازمند توسعه استراتژی‌های بازاریابی شد. به عبارت دیگر، تولیدکنندگان کالا و مراکز خدماتی استراتژی‌های خود را در راستای ارائه محصولات براساس نیازهای مشتریان و جلب رضایت ایشان پایه‌ریزی کردند.

با جهانی‌شدن بازارها و فشرده‌گی روزافزون رقابت در فضای کسب‌وکار جدید، سازمان‌ها دریافته‌اند که برای موفقیت در بازار نه تنها خود باید سریع و چالاک باشند، بلکه تأمین‌کنندگان آن‌ها و شبکه توزیع محصولات نیز می‌بایست از هماهنگی و انعطاف‌پذیری مناسب برخوردار باشند [۱].

گلاس من و وانگ در پژوهشی با عنوان زمان‌بندی موجودی در سیستم‌های جمع‌آوری تولیدی مونتاژ بر مبنای سفارش، به بررسی ارتباط همزمان بین سطح موجودی و زمان انتظار تحویل سفارش به مشتری در زنجیره تأمین مونتاژ بر مبنای سفارش پرداختند. بررسی ایشان نشان می‌دهد که افزایش سطح موجودی تولیدات با نرخ ثابت می‌تواند زمان انتظار تحویل را به صورت چشمگیری کاهش دهد اما این امر موجب افزایش هزینه‌های نگهداری می‌شود [۲].

تانگ و تانگ در پژوهشی با عنوان سیاست‌های قیمت‌گذاری و زمان‌بندی مبتنی بر زمان تأخیر مجاز برای یک سیستم ساخت بر مبنای سفارش، تأثیر قیمت تمام شده و زمان انتظار تحویل بر درآمد حاصل از تولید ساخت بر مبنای سفارش را بررسی کردند. در پژوهش ایشان فرض بر این بود که استفاده از محصول نهایی برای مشتریان بالقوه با کوتاه‌تر شدن و کمتر شدن زمان انتظار تحویل ارتباط مستقیم دارد. بدین ترتیب هرچه قدر زمان انتظار تحویل کمتر شود، مطلوبیت استفاده از محصولات برای مشتریان بیشتر خواهد شد [۳]. در ادامه، محققین روش‌های مختلفی برای برنامه‌ریزی فعالیت‌ها در زنجیره تأمین ساخت بر مبنای سفارش پیشنهاد کرده‌اند. در این میان، پرساد و همکاران طی تحقیقی با عنوان بررسی سیستم‌های تولیدی ساخت بر مبنای سفارش در زنجیره‌های عرضه در حال توسعه، به مقایسه‌ی ماهیت جهانی زنجیره‌ی تأمین و مقایسه‌ی آن در کشورهای توسعه‌یافته با کشورهای در حال توسعه پرداخته‌اند [۴]. هووارد و مایم سیزیک در تحقیقی با عنوان بررسی استراتژی‌های عرضه بر مبنای سفارش با هدف مدیریت تولید خودکار در جهان، استراتژی تأمین برای یک شرکت خودکار سازی جهانی که از استراتژی ساخت بر مبنای سفارش استفاده می‌کرد را بررسی کردند. در مطالعه ایشان، اهمیت موضوع ارتباطات بین تولید و توزیع و تأثیر آن بر عرضه و عملکرد شبکه توزیع به خوبی بیان شده است. ایشان نشان دادند که استراتژی ساخت بر مبنای سفارش تأثیر قابل توجهی بر میزان تقاضا دارد و هرچه قدر این استراتژی در سطح سازمانی قوی‌تر و دقیق‌تر اجرا شود، بیشتر می‌توان به مزایای حاصل از پیاده‌سازی این استراتژی دست یافت [۵].

چو و همکاران در پژوهشی با عنوان رویکرد مدیریت دانش در زنجیره‌های تولید ساخت بر مبنای سفارش، شیوه‌های مدیریت دانش

تأمین ساخت بر مبنای سفارش که قابلیت انعطاف‌پذیری و پاسخگویی خوبی دارد، تمرکز کرده‌اند. استفاده از این استراتژی تبدیل به یک سلاح رقابتی جهت گرفتن سهم بیشتر بازار، در بازار جهانی نیز شده است [۳].

در زنجیره‌ی تأمین ساخت بر مبنای سفارش (BTOSC)<sup>۱</sup>، پس از دریافت سفارش، اقدام به تأمین مواد، ساخت قطعات و محصول نهایی می‌شود. به محض دریافت سفارش، محصولات در کارخانه مونتاژ می‌شوند و به سوی خرده‌فروشان از طریق مراکز توزیع فرستاده شده و اگر فاصله‌ی خرده‌فروشان تا کارخانجات به اندازه‌ی کافی و مناسب نزدیک باشد به طور مستقیم از کارخانه تحویل خرده‌فروش می‌گردند. در بین سفارشات ورودی به شرکت‌های تولیدی ساخت بر اساس سفارش، فقط برخی از آن‌ها برای تولید انتخاب شده و بقیه رد می‌شوند. بنابراین این شرکت‌ها باید سفارشات را قبول کنند که سود و سهم آن‌ها را در بازار رقابتی افزایش دهد.

استراتژی ساخت بر مبنای سفارش، توانایی ساخت سریع و استاندارد یا سفارشی کردن محصولات بر اساس اتوماسیون و بدون هیچ‌گونه پیش‌بینی انبار یا تأخیرات خرید را دارا است [۴]. این چنین سیستم‌هایی، فرصت سفارشی کردن محصولات بر اساس نیاز مشتریان را فراهم کرده و سازمان که با افزایش تقاضا از یک طرف مواجه شده، از طرف دیگر با مشکلات عملیاتی از جمله محدودیت ظرفیت خط تولید نیز روبرو خواهد شد.

در این مقاله، مسئله طراحی بخش توزیع شبکه زنجیره تأمین ساخت بر مبنای سفارش با لحاظ محدودیت ظرفیت خط تولید مورد بررسی و حل قرار می‌گیرد. از آنجایی که یکی از مشکلات حل این مدل وجود متغیرهای عدد صحیح و صفر و یک در مدل می‌باشد که موجب پیچیده شدن مسئله می‌گردد، از روش آزادسازی لاگرانژ جهت حل آن استفاده خواهد شد.

الگوریتم آزادسازی لاگرانژ یکی از روش‌های ابتکاری پرکاربرد در حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی ریاضی می‌باشد. این الگوریتم با آزادسازی همه یا برخی از قیود مسئله، ضمن فراهم نمودن اطلاعاتی از جواب بهینه مسئله اصلی، جواب‌های تقریبی قابل قبولی را نیز برای مسئله اصلی ایجاد می‌کند که از این جواب‌ها اغلب به عنوان کران در سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی استفاده می‌شود.

## ۲- مرور ادبیات

سازمان‌ها و شرکت‌های تولیدی تا دهه‌های ۵۰ و ۶۰ میلادی تأکید بر تولید انبوه داشتند تا بدین طریق بتوانند هزینه‌های خود را به حداقل ممکن کاهش دهند. از طرفی، انعطاف‌پذیری و تغییر در فرایندهای تولید بسیار مشکل و هزینه‌بر بود. همچنین تولیدکنندگان دیدگاه خوبی نسبت به مشتریان و تأمین‌کنندگان خود نداشتند و از داشتن ارتباط اطلاعاتی با آن‌ها پرهیز می‌کردند. در دهه‌های ۶۰ و ۷۰

در ابعاد بزرگ می‌باشد و همگرایی خوبی برای کاهش اختلاف کران پایین و بالای مسئله دارد.

در تحقیقات اخیر نیز موضوع ساخت بر مبنای سفارش مورد توجه محققین زیادی بوده است. از جمله می‌توان به تحقیقات انجام شده توسط مظلومیان و همکاران، و همچنین لین و همکاران اشاره نمود که در تحقیقات خود ضمن تأکید بر اهمیت زنجیره تأمین ساخت بر مبنای سفارش، این مسئله را در حالت‌ها و شرایط مختلف بررسی و حل کرده‌اند [۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۰]. ابراهیمی و همکاران نیز مسئله طراحی شبکه زنجیره تأمین ساخت بر مبنای سفارش را مورد بررسی قرار دادند.

ایشان منافع و ترجیحات مشتری را به عنوان یک هدف جدید لحاظ کرده و یک مدل ریاضی دو هدفه برای حل این مسئله توسعه داده‌اند [۱۴]. آلمانی و همکاران یک سیستم تولیدی ترکیبی شامل ساخت برای انبار و ساخت بر مبنای سفارش در صنایع تولید کاشی و سرامیک را معرفی کرده و یک مدل ریاضی جهت تصمیم‌گیری برای انجام تعهدات سفارشات در این محیط از زنجیره تأمین توسعه دادند [۱۵].

پاروز و همکاران نیز به بررسی مسئله طراحی شبکه زنجیره تأمین لب تاب در محیط ساخت بر مبنای سفارش در سطح کلان پرداخته و یک مدل استراتژیک برای این مسئله با هدف افزایش منافع و درآمدها توسعه دادند [۱۶]. ایشان مدل خود را برای شرکت تولیدی لب تاب با مارک دل<sup>۱</sup> شبیه‌سازی کرده و نتایج نشان‌دهنده مؤثر بودن این مدل بوده است.

بررسی مسئله طراحی شبکه توزیع زنجیره تأمین نشان می‌دهد که این مسئله در زمره مسائل سخت قرار داشته و لذا توسعه روش‌های حل با هدف کاهش پیچیدگی مسئله از جمله آزاد کردن برخی قیود می‌تواند حائز اهمیت زیادی باشد. از طرفی، خلاصه تحقیقات پیشین بیانگر آن است که استفاده از روش آزادسازی لاگرانژ جهت ارائه یک کران بالا برای جواب این مسئله در حالت سه سطحی بخش توزیع شامل تولیدکننده، توزیع‌کننده، و خرده‌فروش و با امکان ارسال مستقیم از تولیدکننده به خرده‌فروش که در این مطالعه مدنظر می‌باشد، به‌طور همزمان تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است. از جمله تحقیقات نزدیک به تحقیق حاضر مقاله شی و همکاران [۸] است که در مطالعه ایشان صرفاً موضوع مکان‌یابی مراکز توزیع و تخصیص آن به کارخانه مدنظر بوده است. همچنین صانعی باجگیران [۹] به توسعه الگوریتم آزادسازی لاگرانژ جهت حل این مسئله پرداختند اما در تحقیق ایشان این مسئله به‌صورت دو سطحی مورد مطالعه قرار گرفته و علاوه بر آن، امکان عرضه مستقیم از تولیدکننده به خرده‌فروش بررسی نشده است. مدنظر قرار نگرفته است. تحقیقات مشابهی نیز پیرامون مسئله مورد مطالعه در حالت سه سطحی و با لحاظ محدودیت تولید و امکان ارسال مستقیم از تولیدکننده به خرده‌فروش انجام شده از جمله تحقیق یانگ و همکاران [۱۷]، و ژونگ شنگ و همکاران [۱۸]. اما روش حل این تحقیقات اغلب حل دقیق برای ابعاد کوچک و یا روش‌های ابتکاری و فراابتکاری برای ابعاد بزرگ بوده و رویکرد

در عرصه زنجیره‌ی تأمین ساخت بر مبنای سفارش را مورد بررسی قرار دادند. ایشان در پژوهش خود نشان داد که هرچقدر ارتباط بین رویکردهای راهبردی اتخاذ شده و برنامه‌های عملیاتی سازمان بیشتر و قوی‌تر باشد، سازمان با سرعت و چابکی بالاتری قادر به تطبیق خود به شرایط محیطی خواهد بود [۶].

دی مایرلی مدل توزیع یکپارچه‌ای را برای یک زنجیره‌ی تأمین ساخت بر مبنای سفارش توسعه دادند. مدل ایشان یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط فازی بود که در آن هزینه‌های عملیاتی حداقل می‌شد [۷].

در ادامه و طی یک دهه اخیر، زنجیره‌ی تأمین ساخت بر مبنای سفارش به‌طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است اما تعداد کمی از این بررسی‌ها زمان انتظار تحویل را در مدل‌سازی شبکه در نظر گرفته‌اند. این فرضیه وجود دارد که کاهش زمان انتظار تحویل می‌تواند به موازات افزایش تقاضا، فشار زیادی را بر روی شبکه‌ی توزیع تحمیل کند و در مجموع موجب افزایش هزینه‌های لجستیکی شود. از این‌رو در بسیاری از پژوهش‌ها، در مرحله مدل‌سازی و صورت‌بندی مسئله طراحی زنجیره‌ی تأمین ساخت بر مبنای سفارش، تعادل بین هزینه‌های لجستیکی و زمان انتظار تحویل مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین، مسائل طراحی شبکه تأمین به‌طور سنتی به‌عنوان مسائل جایابی تسهیلات در نظر گرفته می‌شوند.

شی و همکاران در پژوهشی با عنوان ارائه مدل طراحی شبکه زنجیره‌تأمین ساخت بر مبنای سفارش و حل آن، یک الگوریتم حل بر پایه‌ی الگوریتم آزادسازی لاگرانژ برای مسئله طراحی شبکه زنجیره ساخت بر مبنای سفارش ارائه دادند [۸]. مسئله مورد مطالعه ایشان عبارت بود از تعیین محل قرار گرفتن مراکز توزیع و اختصاص مراکز توزیع و یا کارخانه به خرده‌فروشان. در تحقیق ایشان، فرض بر این است که میزان تقاضا به زمان انتظار تحویل و تعادل بین زمان انتظار تحویل و هزینه‌های لجستیکی وابسته است. مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح برای صورت‌بندی این مسئله توسط ایشان توسعه داده شد. در تحقیق ایشان عنوان شده که هرچند یافتن راه‌حل بهینه دقیق برای این‌گونه مسائل دشوار است، اما رویکرد لاگرانژی جواب نزدیک به بهینه این مسائل را ارائه می‌دهد.

صانعی باجگیران و همکاران در پژوهشی با عنوان یکپارچه‌سازی ارزش بهینه‌سازی تاکتیکی در زنجیره‌تأمین چوب، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط به‌منظور یکپارچه‌سازی ارزش در برنامه‌ریزی تاکتیکی زنجیره‌تأمین تهیه الوار ارائه دادند. ایشان ابتدا نشان دادند که صورت‌بندی مسئله در زمره‌ی مسائل سخت قرار می‌گیرد و ضمن بیان سناریوهای مختلف جهت تشخیص محدودیتی که منجر به پیچیده شدن مسئله می‌شود، به بیان نقاط قوت و ضعف انتخاب نادرست محدودیت پیچیده در مدل پرداختند [۹].

ایشان نهایتاً مدل را با استفاده از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ حل کردند و نشان دادند که این الگوریتم قادر به حل مسئله

یا یک کران پایین برای مسئله کمینه سازی بسیار حائز اهمیت است. وجود کران های خوب، به ویژه در الگوریتم های شمارش ضمنی (شاخه و کران) بری محدود کردن فضای شمارش و نیز در برخی الگوریتم های ابتکاری ضروری است.

الگوریتم آزادسازی لاگرانژی یکی از روش های ابتکاری پر کاربرد در حل مسائل بهینه سازی ترکیبی محسوب می شود. این الگوریتم با آزادسازی همه یا برخی از قیود مسئله، ضمن فراهم نمودن اطلاعاتی از جواب بهینه مسئله اصلی، جواب های تقریبی قابل قبولی را برای مسئله اصلی ایجاد می کند که عمدتاً از این جواب ها می توان به عنوان یک کران در سایر الگوریتم های بهینه سازی بهره گرفت [۱۹].

در ادامه، ابتدا مفروضات مسئله مورد مطالعه تشریح شده و سپس اندیس ها، پارامترها، و متغیرهای تصمیم مسئله تعریف می شود. در نهایت مدل ریاضی مسئله نیز توسعه داده شده و مورد بررسی قرار می گیرد.

### ۳-۱- مفروضات مسئله

- میزان سفارش و تقاضای هر محصول مشخص و معلوم می باشد.
- هزینه راه اندازی توزیع کنندگان و همچنین هزینه های جابجایی مشخص و معلوم می باشد.
- ظرفیت تولید کارخانه برای هر محصول محدود است.
- محصولات به دو صورت قابل ارسال برای خرده فروشان می باشند. هم به صورت مستقیم از کارخانه تولیدی و هم به صورت غیرمستقیم و از طریق توزیع کنندگان.
- زمان و هزینه حمل و نقل ها مشخص و قطعی می باشد.
- امکان جابجایی محصولات بین خرده فروشان وجود ندارد.

### ۳-۲- اندیس ها و مجموعه ها

$i$ : شماره محصول ( $i = 1, 2, \dots, I$ )

$j$ : شماره مرکز توزیع بالقوه ( $j = 1, 2, \dots, J$ )

$k$ : شماره خرده فروش ( $k = 1, 2, \dots, K$ )

### ۳-۳- پارامترها

$r_{ik}$ : درآمد حاصل از فروش یک واحد محصول  $i$  به خرده فروش  $k$

$d_{ik}$ : تقاضای ایده آل محصول  $i$  توسط خرده فروش  $k$  در صورتی که زمان انتظار تحویل صفر باشد

$de_{ik}$ : تقاضای مورد انتظار خرده فروش  $k$  از محصول  $i$  اگر محصول به طور مستقیم از کارخانه به خرده فروش تحویل داده شود

$de_{ijk}$ : تقاضای مورد انتظار خرده فروش  $k$  از محصول  $i$  اگر محصول توسط توزیع کننده  $j$  به خرده فروش تحویل داده شود

$tp_i$ : زمان توقف محصول  $i$  در کارخانه

$td_{ij}$ : زمان توقف محصول  $i$  در توزیع کننده  $j$

$tpd_{ij}$ : زمان جابجایی و حمل محصول  $i$  از کارخانه به

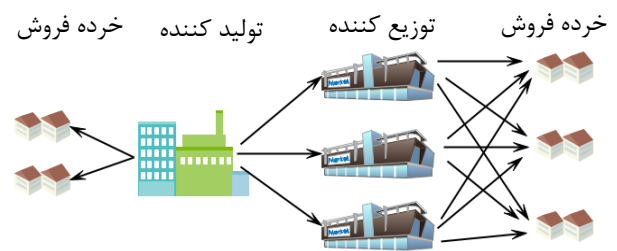
آزادسازی لاگرانژی برای حل این مسائل به کار گرفته نشده است. باتوجه به توضیحات فوق، نوآوری اصلی تحقیق حاضر، به کارگیری الگوریتم آزادسازی لاگرانژی جهت حل و ارائه یک کران بالا برای مسئله طراحی یک شبکه توزیع سه سطحی در زنجیره تأمین ساخت بر مبنای سفارش با امکان ارسال مستقیم از تولیدکننده به خرده فروش و با لحاظ محدودیت تولید محصولات می باشد.

### ۳- بیان مسئله

بخش توزیع یک شبکه زنجیره تأمین ساخت بر مبنای سفارش، طبق تحقیق و پیشنهاد شی و همکاران [۸] همانند شکل (۱) می باشد. در زنجیره تأمین ساخت بر مبنای سفارش (BTO) کارخانه می تواند محصولات مختلفی را تولید کند و ظرفیت کارخانه به اندازه پاسخگویی به همه نیازها و درخواستها می باشد. محصولات ابتدا از کارخانه تولید محصول به مراکز توزیع فرستاده می شوند و سپس از مراکز توزیع به سوی خرده فروشان ارسال می گردند، اگر فاصله خرده فروشان تا کارخانه به اندازه مناسب نزدیک باشد، محصولات به طور مستقیم از کارخانه به خرده فروشان نیز ارسال می شوند.

استراتژی BTO توانایی ساخت سریع و سفارشی محصولات بر اساس اتوماسیون و بدون هیچ گونه پیش بینی انبار یا تأخیرات خرید را دارا است. محصول BTO فرصت سفارشی کردن محصولات بر اساس نیاز مشتریان را فراهم می کند و شرکت که با افزایش تقاضا از یک طرف مواجه شده، از طرف دیگر با مشکلات عملیاتی از جمله محدودیت ظرفیت خط تولید نیز روبرو خواهد شد.

در این قسمت از مقاله، ضمن تشریح مسئله طراحی شبکه BTOSC با ظرفیت خط تولید و عرضه محدود، پارامترها و متغیرهای آن را تعریف نموده و مدل ریاضی آن نیز ارائه می شود. باتوجه به وجود محدودیت های عدد صحیح در مدل ریاضی این مسئله، از روش آزادسازی لاگرانژی جهت حل آن استفاده خواهد شد.



شکل (۱). نمای بخش توزیع شبکه زنجیره تأمین

هر مسئله برنامه ریزی ریاضی شامل پیدا کردن مقدار بهینه تابع هدف در مجموعه موجهی از نقاط است. این مجموعه موجه معمولاً با تعدادی محدودیت مشخص می گردد. در مواردی که پیدا کردن جواب دقیق برای مسئله به هر دلیلی، از جمله زمان محاسباتی بیش از حد، امکان پذیر نیست (مانند بسیاری از مسائل برنامه ریزی عدد صحیح)، یافتن یک کران بالای خوب برای مقدار تابع هدف مسئله پیشینه سازی

رساندن سود کل. اولین جمله تابع هدف درآمد کل حاصل از محصولاتی است که از طریق مراکز توزیع، پخش می‌شوند. دومین جمله در تابع هدف درآمد کل حاصل از محصولاتی است که به‌طور مستقیم از کارخانه به خرده‌فروشان ارسال می‌شود. سومین و چهارمین قسمت تابع هدف هزینه‌های حمل‌ونقل هستند. قسمت پنجم هزینه راه‌اندازی مراکز توزیع می‌باشد.

معادله (۲) اطمینان حاصل می‌کند که تقاضای خرده‌فروش  $k$  به‌طور مستقیم از کارخانه یا از طریق توزیع‌کننده‌ی  $i$  تأمین شده است ولی به‌طور همزمان از طریق هر دو نمی‌تواند تأمین شود. نامعادله (۳) اطمینان حاصل می‌کند که تقاضا می‌تواند از طریق توزیع‌کننده‌های راه‌اندازی شده یا باز شده تأمین شود. محدودیت (۴)، محدودیت عدد صحیح متغیرهای مسئله می‌باشد.

### ۳-۶- مدل ریاضی کامل مسئله مورد تحقیق (مدل II)

مشاهده می‌شود که در مدل کلاسیک و عمومی این مسئله، هزینه انتظار تحویل را در طراحی چرخه‌ی زنجیره‌ی تأمین در نظر گرفته نمی‌شود. در عمل شرکت‌ها با محدودیت زمان تحویل مواجه هستند و باید اطمینان حاصل کنند که مشتریان می‌توانند کالا را در زمان مناسب تحویل بگیرند. به‌عنوان مثال کارخانه انتظار دارد که ۹۰٪ از مشتریان، از زمان انتظار تحویل سفارش خود رضایت داشته باشند و محصولات خود را در کمتر از ۱۰ روز دریافت کنند.

در ادبیات سنتی مدیریت زنجیره‌ی تأمین، درآمد به معنای قیمت هر واحد فروش محصول بود. درحالی‌که هر واحد سود به معنای درآمد خالص حاصل از فروش هر واحد محصول است که کلیه هزینه‌های تولید از جمله هزینه تدارکات، هزینه مدیریت و ... در آن لحظه شده است. در این مقاله تمرکز به زمان انتظار تحویل و هزینه‌های لجستیکی به‌طور همزمان می‌باشد ( $T_{ik}$ ). در واقع این به معنای مجموع سود و هزینه‌های تدارکات است که با تعریف سنتی آن کمی تفاوت دارد.

زمان توقف کارخانه و توزیع‌کننده شناخته شده هستند اما معمولاً مشخص نمی‌شوند. در اینجا با استفاده از ارزش مورد انتظار زمان توقف و با علم به اینکه توزیع‌کننده به‌خوبی عمل می‌کند، میزان تغییرات واریانس زمان توقف حول میانگین کوچک در نظر گرفته می‌شود. زمان حمل‌ونقل بین گره‌ها ثابت است. تقاضا به زمان انتظار تحویل وابسته است و آن را به همراه جزئیات در زیر بررسی می‌کنیم. فرض بر این است که میزان تقاضا به زمان انتظار تحویل وابسته است و یک تابع غیرخطی کاهشی است.

ژو و همکاران بر روی مسائل دسته‌بندی در افق برنامه‌ریزی مطالعه کردند و فرض کردند که بخشی از تقاضای برآورده نشده مشتریان در یک دوره برنامه‌ریزی به فروش از دست رفته می‌انجامد و این نرخ توسط یک تابع عمومی به‌طور مداوم کاهش می‌یابد [۲۰]. سن خوزه و همکاران مدل کمبود از تقاضای برآورده نشده را به‌عنوان یک تابع نمایی منفی از زمان انتظار تحویل تعریف کردند [۲۱]. خسروشاهی و همکاران نیز در تحقیق خود به بررسی تأثیر سطح سرویس و زمان انتظار بر اثر شلاقی در یک زنجیره‌تأمین سه سطحی پرداخته و این

توزیع‌کننده  $j$   
 زمان جایجایی و حمل محصول  $i$  از توزیع‌کننده  $j$  به خرده‌فروش  $k$  :  $tdr_{ijk}$   
 زمان جایجایی و حمل محصول  $i$  از کارخانه به خرده‌فروش  $k$  :  $tpr_{ik}$   
 هزینه جایجایی و حمل هر واحد محصول  $i$  از کارخانه به توزیع‌کننده  $j$  :  $cpd_{ij}$   
 هزینه جایجایی و حمل هر واحد محصول  $i$  از توزیع‌کننده  $j$  به خرده‌فروش  $k$  :  $cdr_{ijk}$   
 هزینه جایجایی و حمل هر واحد محصول  $i$  به‌طور مستقیم از کارخانه به خرده‌فروش  $k$  :  $cpr_{ik}$   
 هزینه راه‌اندازی توزیع‌کننده  $j$  :  $f_j$   
 حداکثر ظرفیت تولید محصول  $i$  در کارخانه :  $b_i$

### ۳-۴- متغیرهای تصمیم

اگر تقاضای محصول  $i$  توسط توزیع‌کننده  $j$  به خرده‌فروش  $k$  برسد برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است. :  $X_{ijk}$   
 اگر تقاضای محصول  $i$  به‌طور مستقیم از کارخانه به خرده‌فروش  $k$  برسد برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر خواهد بود. :  $Y_{ik}$   
 اگر توزیع‌کننده  $j$  راه‌اندازی شود برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر خواهد بود. :  $Z_j$

### ۳-۵- مدل ریاضی مسئله در حالت عمومی (مدل I)

فرمول‌بندی ریاضی مسئله مورد مطالعه در حالت عمومی و کلاسیک که در این مقاله تحت عنوان مدل I نامیده می‌شود، بر مبنای پژوهش شی و همکاران [۸] به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K r_{ik} de_{ijk} X_{ijk} + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K r_{ik} de_{ik} Y_{ik} - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (Cpd_{ij} + Cdr_{jk}) de_{ijk} X_{ijk} - \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K Cpr_{ik} de_{ik} Y_{ik} - \sum_{j=1}^J f_j Z_j \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^J X_{ijk} + Y_{ik} = 1 \quad \forall i, k \quad (2)$$

$$X_{ijk} \leq Z_j \quad \forall i, k, j \quad (3)$$

$$X_{ijk}, Y_{ik}, Z_j \in \{0, 1\} \quad \forall i, k, j \quad (4)$$

همان‌طور که عنوان شد، مدل فوق مدل عمومی و کلاسیک یک مسئله طراحی زنجیره‌ی تأمین ساخت بر مبنای سفارش است که جزء مسائل بهینه‌سازی تولید-توزیع عدد صحیح می‌باشد. در این مدل، معادله (۱) بیانگر تابع هدف می‌باشد که عبارت است از به حداکثر

نمی‌تواند از ظرفیت کارخانه یا محصول قابل‌ارائه از طریق کارخانه به‌طور مستقیم و یا از طریق مراکز توزیع بیشتر باشد. با توجه به توضیحات فوق، مدل II که مدل کامل شده مسئله مورد تحقیق می‌باشد در ادامه آمده است.

$$\begin{aligned} \max Z = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K r_{ik} de_{ijk} X_{ijk} \\ & + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K r_{ik} de_{ik} Y_{ik} \\ & - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (Cpd_{ij} \\ & + Cdr_{jk}) de_{ijk} X_{ijk} \\ & - \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K Cpr_{ik} de_{ik} Y_{ik} \\ & - \sum_{j=1}^J f_j Z_j \end{aligned} \quad (10)$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^J X_{ijk} + Y_{ik} = 1 \quad \forall i, k \quad (11)$$

$$X_{ijk} \leq Z_j \quad \forall i, k, j \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K X_{ijk} + \sum_{k=1}^K Y_{ik} \leq b_i \quad \forall i \quad (13)$$

$$\exp(-\lambda t_{ijk}) X_{ijk} \geq l \quad \forall i, j, k \quad (14)$$

$$\exp(-\lambda t_{ijk}) Y_{ik} \geq l \quad \forall i, j, k \quad (15)$$

$$X_{ijk}, Y_{ik}, Z_j \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k \quad (16)$$

در معادلات (۱۴) و (۱۵) عبارت  $l$  بیانگر سطح خدمات ارائه شده است. به‌عنوان مثال اگر یک شرکت خواهان این است که ۹۵٪ مشتریان از زمان انتظار تحویل احساس رضایت داشته باشند آنگاه خواهیم داشت:  $l = 0.95$ .

#### ۴- حل مسئله با استفاده از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ

حل مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط در اندازه‌های کوچک و متوسط توسط نرم‌افزارهایی نظیر CPLEX و Gurobi به راحتی صورت می‌گیرد، اما با افزایش اندازه مسئله، سرعت حل آن کاهش می‌یابد و حل مسائل بسیار بزرگ، به دلیل محدودیت‌های حافظه با این نرم‌افزارها دچار مشکل می‌شود. روش آزادسازی لاگرانژی یکی از روش‌های پرکاربرد برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید و مشکل به خصوص مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح است [۲۴]. این روش که اولین بار توسط هلد و کارپ به منظور حل مسئله فروشنده دوره‌گرد ابداع شد، یکی از روش‌هایی است که یک مسئله بهینه‌سازی مقید و مشکل را توسط یک مسئله ساده‌تر حل می‌کند [۲۶، ۲۵].

ایده اصلی روش آزادسازی لاگرانژی، آزاد کردن محدودیت‌های

تأثیر را تأیید کردند [۲۲]. الیاس به بررسی رفتار خریداران اتومبیل جدید پرداخت و دریافت ۶۵٪ خریداران بر این باورند که زمان انتظار تحویل از لحظه سفارش تا تحویل نهایی، در انتخاب نهایی اتومبیل مهم است. تحقیقات صورت گرفته بر روی زمان انتظار تحویل اتومبیل جدید توسط مشتریان نشان می‌دهد که: ۱۹٪ از مشتریان انتظار دارند اتومبیل خود را در عرض ۱ هفته، ۴۲٪ در عرض ۲ هفته، ۲۲٪ در کمتر از ۳ هفته، ۱۲٪ در کمتر از ۴ هفته، ۵٪ بین ۴ تا ۶ هفته تحویل بگیرند [۲۳]. بررسی نتایج این تحقیقات و تحقیقات مشابه نشان می‌دهد که با افزایش زمان انتظار تحویل، تعداد مشتریان از دست رفته بیشتر می‌شود. لازم و ضروری است که با در نظر گرفتن تقاضای وابسته به زمان انتظار تحویل به طراحی چرخه زنجیره‌ی تأمین بپردازیم. فرض می‌کنیم که میزان تقاضای محصول  $i$  یک تابع نمایی منفی از زمان انتظار تحویل است که مطابق رابطه (۵) محاسبه می‌شود.

$$de_{ik} = di_{ik} \times \exp(-\lambda t) \quad (5)$$

در رابطه (۵) پارامتر  $t$  زمان انتظار تحویل از لحظه سفارش تا تحویل نهایی و پارامتر  $\lambda$  حساسیت میزان تقاضا نسبت به زمان انتظار را مشخص می‌کند. براین اساس، با افزایش زمان انتظار، میزان تقاضا به صورت نمایی کاهش می‌یابد. از رابطه (۵) مشخص می‌شود که میزان تقاضای خرده‌فروش  $k$ ، بستگی به زمان انتظار تحویل از کارخانه تا تحویل به خرده‌فروش  $k$  دارد و تابعی از زمان است که مطابق رابطه (۶) قابل محاسبه می‌باشد. در صورتی که این زمان کوتاه‌تر شود میزان تقاضا به‌طور غیرخطی افزایش خواهد یافت.

$$t_{ijk} = tp_i + td_{ij} + td_j + tdr_{jk} \quad (6)$$

زمان انتظار تحویل محصول کارخانه که توسط توزیع‌کننده  $j$  به خرده‌فروش  $k$  ارسال می‌شود عبارت است از مجموع زمان توقف در کارخانه، زمان توقف در توزیع‌کننده  $j$  و زمان جابجایی بین کارخانه و توزیع‌کننده  $j$ ، و یا بین کارخانه و خرده‌فروش  $k$ . لذا پس از انجام تبدیل مطابق روابط (۷) و (۸)، میزان تقاضای محصول  $i$  توسط خرده‌فروش  $k$  براساس رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

$$t_{ik} = tp_i + td_{ij} \quad (7)$$

$$de_{ik} = di_{ik} \times \exp(-\lambda t_{ik}) \quad (8)$$

$$de_{ik} = di_{ijk} \times \exp(-\lambda t_{ijk}) \quad (9)$$

حال می‌توان مدت زمان ارائه خدمات مورد انتظار را با اضافه کردن برخی از محدودیت‌های زمانی در مدل عمومی I اعمال نمود. همچنین با توجه به مسئله مورد مطالعه در این تحقیق، محدودیت جدیدی به مدل اضافه می‌کنیم که به واسطه آن، ظرفیت تولید و ارائه محدود به توان تولید می‌شود. این محدودیت جهت نزدیک‌تر شدن مسئله به شرایط دنیای لحاظ شده است. این محدودیت اطمینان حاصل می‌کند که مجموع تقاضاهای برآورده شده توسط کارخانه یا مراکز توزیع

$$\begin{aligned} \max Z = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K a_{ijk} X_{ijk} + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K b_{ik} Y_{ik} \\ & - \sum_{j=1}^J f_j Z_j \\ & + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K u_{ik} \left[ 1 - \sum_{j=1}^J X_{ijk} \right. \\ & \left. - Y_{ik} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

#### ۴-۱- زیر مسئله ۱

زیر مسئله ۱ مطابق روابط (۲۰) و (۲۱) تعریف می‌شود.

$$\max Z = \sum_{k=1}^K (b_{ik} - u_{ik}) \times Y_{ik} \quad (20)$$

ST.

$$Y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \quad (21)$$

در زیرمسئله ۱ موضوع محدودیت ظرفیت تولید و عرضه لحاظ نشده و لذا محدودیت‌های (۱۳) الی (۱۵) در مدل مربوطه بررسی نمی‌شود. بدیهی است که در این شرایط حمل‌ونقل افزایش یافته و امکان تأمین بیشتری فراهم می‌شود لذا مقدار بیشتری برای تابع هدف حاصل خواهد شد. لذا در این زیرمسئله داریم:

اگر  $(b_{ik} - u_{ik}) > 0$  آنگاه  $Y_{ik} = 1$  و در غیر این صورت برابر صفر خواهد بود.

#### ۴-۲- زیر مسئله ۲

زیرمسئله ۲ مطابق روابط (۲۲) تا (۲۴) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \max Z = & \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (a_{ijk} - u_{ik}) \times X_{ijk} \\ & - f_j Z_j \\ & + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K u_{ik} \end{aligned} \quad (22)$$

ST.

$$X_{ijk} \leq Z_j \quad \forall i, k, j \quad (23)$$

$$X_{ijk}, Z_j \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \quad (24)$$

در حل زیر مسئله ۲ محدودیت‌های مربوط به تولید و عرضه در الگوریتم حل و روش‌های تعیین حد بالا و پایین به صورت ضمنی لحاظ شده و لذا بدیهی است که تأمین کمتری صورت خواهد گرفت و مقدار تابع هدف نیز نسبت به حالت قبل کمتر خواهد بود. الگوریتم حل این زیرمسئله مطابق مراحل زیر می‌باشد:

Step 0: Initialize

$$Z_j = 0,$$

Step 1: For  $i=1$  to  $I$

پیچیده و ضرب آن‌ها در ضریبی به نام ضرایب لاگرانژ و افزودن آن‌ها به تابع هدف مسئله می‌باشد. انتظار می‌رود حل مسئله آزاد شده آسان‌تر از حل مسئله اصلی باشد. به ازای هر مقدار ثابت از ضرایب لاگرانژ، جواب بهینه مسئله آزاد شده، کران پایینی برای مسئله اصلی خواهد بود (در مسئله مینیمم سازی). به عبارت دیگر، هر جواب از مسئله آزاد شده یک کران برای جواب مسئله اصلی ارائه می‌دهد. به دلیل حذف برخی قیود و بزرگ‌تر شدن ناحیه شدنی، حل مسئله آزاد شده آسان‌تر از حل مسئله اصلی خواهد بود. از طرفی، جواب مسئله آزاد شده به شرط شدنی بودن در مسئله اصلی، کران بالایی برای آن خواهد بود. برای این منظور، معمولاً یک الگوریتم ابتکاری برای ساختن جواب شدنی (کران بالا) از جواب کران پایین پیشنهاد می‌شود. در نتیجه با ماکزیمم کردن، مینیمم حاصل از مسئله آزاد شده، کران پایینی بهتری برای مسئله اصلی به دست می‌آید و در یک فرآیند تکراری می‌توان جواب حاصل را به سمت جواب مسئله اصلی سوق داد. برای این منظور از روش زیر گردان<sup>۱</sup> برای حل مسئله دوگان لاگرانژی استفاده می‌شود. مسئله ماکزیمم‌سازی تابع لاگرانژ با متغیرهای دوگان (ضرایب لاگرانژ) را مسئله دوگان لاگرانژی می‌نامند.

در این بخش، یک الگوریتم بر مبنای روش آزادسازی لاگرانژ جهت حل این مدل ارائه می‌شود. اجرای این الگوریتم در ادامه تشریح می‌شود.

ابتدا راه‌حل بهینه مدل با آزاد کردن محدودیت شماره (۱۱) و افزودن آن به تابع هدف که باعث تجزیه مسئله به دو زیر مسئله مستقل می‌شود به دست می‌آید. سپس مسئله آسان شده را با استفاده از الگوریتم آزادسازی لاگرانژ حل می‌کنیم. راه‌حل به دست آمده توسط الگوریتم آزادسازی لاگرانژ ممکن است محدودیت شماره (۱۱) را نقض کند. به همین منظور یک الگوریتم ابتکاری نیز اعمال می‌شود تا جواب بهینه‌ای حاصل شود که محدودیت شماره (۱۱) را نیز ارضاء کند. باتوجه به توضیحات فوق، ابتدا دو پارامتر مطابق روابط (۱۷) و (۱۸) تعریف می‌شود.

$$a_{ijk} = (r_{ik} - cpd_{ij} - cdr_{jk}) \times de_{ijk} \quad (17)$$

$$b_{ik} = (r_{ik} - cpr_{ik}) \times de_{ik} \quad (18)$$

حال محدودیت (۱۱) مطابق رابطه (۱۹) به تابع هدف مدل ریاضی اضافه می‌شود تا از طرفی باعث ساده‌تر شدن مسئله شده و از طرف دیگر مسئله را مطابق روابط (۲۰) تا (۲۴) به دو زیر مسئله مستقل تفکیک می‌کند.

گام چهارم: محاسبه اندازه گام جدید

$$norm = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \left( 1 - \sum_{j=1}^J X_{ijk} - Y_{ik} \right)^2$$

$$if \quad norm > 0, \text{ then } stepsize = \frac{\alpha(LR - LB)}{norm}$$

$$\text{else } stepsize = \frac{stepsize}{2}$$

گام پنجم: به روزرسانی ضرایب لاگرانژ

$$u_{ik} = u_{ik} - stepsize \times \left( 1 - \sum_{j=1}^J X_{ijk} - Y_{ik} \right)$$

گام ششم: معیار توقف

اگر زمان تکرار الگوریتم بزرگتر از Ni باشد و یا فاصله ضرایب لاگرانژ در دو تکرار متوالی از ε کوچکتر باشد، الگوریتم را متوقف می‌کنیم، در غیر این صورت به گام ۱ برمی‌گردیم. برای این الگوریتم داریم: Ni = 200 و ε = 0.01.

لازم به ذکر است که انتخاب پارامترها در محاسبه اندازه گام هر مرحله بسیار مهم است. همان‌طور که در قسمت‌های قبل گفته شد، الگوریتم زیرگردان برای حل دوگان مسائل لاگرانژی و به دست آوردن یک برآورد خوش‌بینانه (کران بالا) مورد استفاده قرار می‌گیرد. حال اگر این راه‌حل دوگان، محدودیت‌ها را برآورده کند، جواب بهینه مدل به دست آمده است، در غیر این صورت مدل (۱) نشدنی خواهد بود و وارد فاز شدنی سازی مسئله خواهیم شد.

#### ۴-۴ الگوریتم ابتکاری برای محاسبه کران پایین مدل

##### BTOSC

گام صفر: پیدا کردن یک محدودیت ناشدنی و مقداردهی اولیه به آن

در ابتدا یک جفت (i, k) ناشدنی پیدا می‌کنیم که در رابطه زیر صادق باشد:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^J X_{ijk} + Y_{ik} \neq 1 \\ X_{ijk} = 0 \quad \forall j \\ Y_{ik} = 0 \end{cases}$$

گام اول: پیدا کردن یک مکان و تخصیص دادن آن به بهترین توزیع‌کننده‌ی j\* از میان توزیع‌کنندگان راه‌اندازی شده به طوری که داشته باشیم:

$$B_{j^*} = \max\{a_{ijk} | Z_j = 1\}$$

اگر  $b_{ik} > b_{j^*}$  توزیع‌کننده j را به خرده‌فروش k اختصاص می‌دهیم و  $X_{ijk} = 1$  و در غیر این صورت کارخانه را مستقیماً به خرده‌فروش k اختصاص داده می‌شود و داریم:  $Y_{ik} = 1$ .

گام دوم: بررسی جفت i, k های نشدنی باقیمانده

اگر هیچ جفت نشدنی دیگری وجود نداشت الگوریتم را متوقف می‌کنیم و در غیر این صورت به گام اول برمی‌گردیم.

ایده اصلی این روش ابتکاری این است که یکی یکی جواب‌های نشدنی را انتخاب کرده و آن را به خرده‌فروشان، توزیع‌کنندگان و

For k=1 to K

$$If \quad a_{ijk} - u_{jk} \geq 0 \Rightarrow X_{ijk} = 1$$

Step 2: Judge

If

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (a_{ijk} - u_{jk}) \times X_{ijk} - f_j \geq 0 \Rightarrow Z_j = 1$$

Else

$$X_{ijk} = 0$$

این الگوریتم برای زیر مسأله‌ی ۲، جواب بهینه را ارائه می‌دهد.

همچنین در مرحله‌ی اول اطمینان می‌دهد که هر کدام از خرده‌فروشان تنها به یک توزیع‌کننده اختصاص یافته است. مرحله دوم اطمینان می‌دهد که هر مرکز توزیع تنها زمانی می‌تواند راه‌اندازی شود که مقدار  $\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (a_{ijk} - u_{jk}) \times X_{ijk}$  بیشتر از هزینه ثابت راه‌اندازی آن باشد.

#### ۴-۳ الگوریتم زیرگردان برای مسأله‌ی BTOSC

الگوریتم زیرگردان برای حل مسائل دوگان لاگرانژی مورد استفاده قرار می‌گیرد و می‌تواند به عنوان یک برآورد خوش‌بینانه (کران بالا) برای مسئله ساخت بر مبنای سفارش ارائه شود. مراحل اصلی این الگوریتم به شرح زیر است:

گام صفر: مقداردهی اولیه

$$X_{ijk}, Y_{ifk}, Z_j = 0 \quad \forall i, k, j$$

با این مقداردهی اولیه در واقع یک جواب امکان‌پذیر اولیه و یک مقدار بدبینانه LB برای مسئله به دست می‌آید.

همچنین برای به دست آوردن تابع هدف مدل آزاد شده، یک مقدار ابتدایی توسط تابع هدف مدل آزاد شده به دست می‌آوریم و آن را LR می‌نامیم. در این صورت داریم:

$$LR = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K b_{ik}$$

علاوه بر آن، UB مقدار خوش‌بینانه (کران بالا) بوده و مقدار اولیه آن عبارت است از:  $UB = +\infty$  و داریم:

$$u_{ik} = b_{ik} + 1, \quad stepsize = 1, \quad \alpha = 2$$

گام اول: حل زیر مسئله‌ها

در این مرحله با توجه به  $u_{ik}$  مشخص، همه‌ی زیر مسائل ۱ و ۲ بایستی حل شوند و یک مقدار مجدد جهت تابع هدف مدل آزاد شده LR محاسبه گردد.

گام دوم: به روزرسانی کران بالا

$$if \quad UB > LR \Rightarrow UB = LR$$

گام سوم: سرعت بخشیدن در به روزرسانی کران بالا

در صورتی که بهبودی در کران بالا پس از n تکرار نداشته باشیم، مقدار α را نصف کرده و داریم:

$$LB_{update} = LB + (LR - LB)/n$$

$$if \quad LB_{update} < LR \text{ then } LB = LB_{update}$$

در رابطه فوق، عبارت n همان تعداد تکرار جهت بهبود کران بالا می‌باشد که در این تحقیق برابر با ۱۰ لحاظ شده است.



کارخانه تخصیص می‌دهیم تا جایی که بهترین سود ممکن به دست آید. موردنیاز از جمله محدودیت تولید و عرضه به آن اضافه شده است. مقادیر مختلف این پارامترها در جدول (۱) ارائه شده است.

### ۵- حل مسائل و تحلیل نتایج

در این قسمت تعداد ۲۱ مسئله تست در اندازه‌های مختلف حل شده و نتایج مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. داده‌های موردنیاز این مسائل از پژوهش شی و همکاران [۸] اقتباس شده و پارامترهای جدید

جدول (۱): مقادیر پارامترهای مسائل تست

پارامتر	اندیس‌ها	حدود تغییرات پارامتر
$r_{ik}$	$\forall i, k$	Uniform int. (5, 20)
$de_{ik}$	$\forall i, k$	Uniform int. (5, 10)
$de_{ijk}$	$\forall i, j, k$	Uniform int. (1, 5)
$Cpd_{ij}$	$\forall i, f, j$	Uniform int. (1, 8)
$Cdr_{ijk}$	$\forall i, j, k$	Uniform int. (1, 5)
$Cpr_{ik}$	$\forall i, f, k$	Uniform int. (5, 10)
$b_i$	$\forall i, f$	Uniform int. (5, 50)
$f_j$	$\forall j$	Uniform int. (5, 50)

جدول (۲): اطلاعات کامل مسائل تست

اندازه مسئله	شماره مسئله	P	DC	R	تعداد معادلات	تعداد متغیرهای تصمیم (باینری)
اندازه کوچک	۱	۳	۷	۱۰	۲۴۱	۲۴۷
	۲	۳	۸	۱۲	۳۲۵	۳۳۲
	۳	۴	۸	۱۲	۴۴۳	۴۴۰
	۴	۴	۱۰	۱۵	۶۶۱	۶۷۰
	۵	۵	۸	۱۴	۶۳۱	۶۳۸
	۶	۵	۱۰	۱۸	۹۹۱	۱۰۰۰
	۷	۶	۹	۱۸	۱۰۸۱	۱۰۸۹
اندازه متوسط	۸	۷	۱۴	۲۵	۲۶۲۶	۲۶۳۹
	۹	۸	۱۶	۲۹	۳۹۴۵	۳۹۶۰
	۱۰	۹	۱۸	۳۰	۵۶۴۴	۵۶۶۱
	۱۱	۱۰	۲۰	۳۰	۶۳۰۱	۶۳۲۰
	۱۲	۱۲	۲۴	۵۵	۱۶۵۰۱	۱۶۵۲۴
	۱۳	۱۴	۲۸	۶۵	۲۶۳۹۱	۲۶۴۱۸
	۱۴	۱۸	۳۵	۴۵	۲۹۱۶۱	۲۹۱۹۵
اندازه بزرگ	۱۵	۲۰	۳۵	۴۵	۳۲۴۰۱	۳۲۴۳۵
	۱۶	۱۵	۳۵	۱۰۰	۵۴۰۰۱	۵۴۰۳۵
	۱۷	۲۴	۳۵	۷۹۰	۶۸۲۵۶۱	۶۸۲۵۹۵
	۱۸	۲۴	۳۵	۱۹۹۰	۱۷۱۹۳۶۱	۱۷۱۹۳۹۵
	۱۹	۴۴	۵۵	۱۹۹۰	۴۹۰۳۳۶۱	۴۹۰۳۴۱۵
	۲۰	۵۴	۸۴	۱۹۹۰	۷۲۹۸۱۰۱	۷۲۹۸۱۸۵
	۲۱	۷۵	۹۵	۱۹۵۰	۸۲۸۰۰۰۱	۸۲۸۰۰۹۶

جدول (۳): نتایج حل مسائل تست (مدل I) با نرم افزار گمز

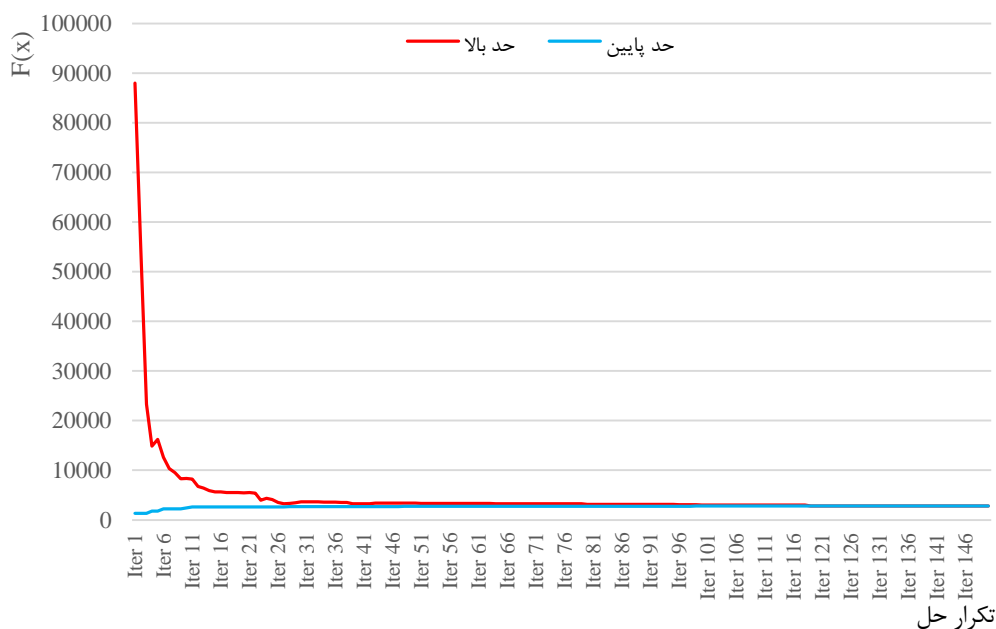
اندازه مسئله	شماره مسئله	P	DC	R	زمان حل	جواب نهایی
اندازه کوچک	۱	۳	۷	۱۰	۰,۱۲۱	۵۶۷
	۲	۳	۸	۱۲	۰,۱۲۸	۴۲۴
	۳	۴	۸	۱۲	۰,۱۳۵	۵۲۶
	۴	۴	۱۰	۱۵	۰,۱۳۶	۱۳۳۷
	۵	۵	۸	۱۴	۰,۱۴۳	۱۳۳۱
	۶	۵	۱۰	۱۸	۰,۲۴۰	۱۷۱۹
	۷	۶	۹	۱۸	۰,۲۴۲	۱۹۱۱
اندازه متوسط	۸	۷	۱۴	۲۵	۰,۲۴۲	۴۲۲۲
	۹	۸	۱۶	۲۹	۰,۳۸۴	۵۶۱۰
	۱۰	۹	۱۸	۳۰	۰,۳۸۹	۵۳۳۵
	۱۱	۱۰	۲۰	۳۰	۰,۵۱۰	۷۳۵۰
	۱۲	۱۲	۲۴	۵۵	۱,۱۸۱	۱۶۸۵۰
	۱۳	۱۴	۲۸	۶۵	۱,۷۱۳	۲۲۵۵۸
	۱۴	۱۸	۳۵	۴۵	۲,۰۲۴	۲۱۴۵۹
اندازه بزرگ	۱۵	۲۰	۳۵	۴۵	۲,۲۵۱	۲۳۵۷۲
	۱۶	۱۵	۳۵	۱۰۰	۳,۵۷۰	۴۰۷۵۹
	۱۷	۲۴	۳۵	۷۹۰	*	*
	۱۸	۲۴	۳۵	۱۹۹۰	*	*
	۱۹	۴۴	۵۵	۱۹۹۰	*	*
	۲۰	۵۴	۸۴	۱۹۹۰	*	*
	۲۱	۷۵	۹۵	۱۹۵۰	*	*

جدول (۴): نتایج حل مسائل تست (مدل II بدون لحاظ محدودیت تولید و عرضه) با الگوریتم آزادسازی لاگرانژی

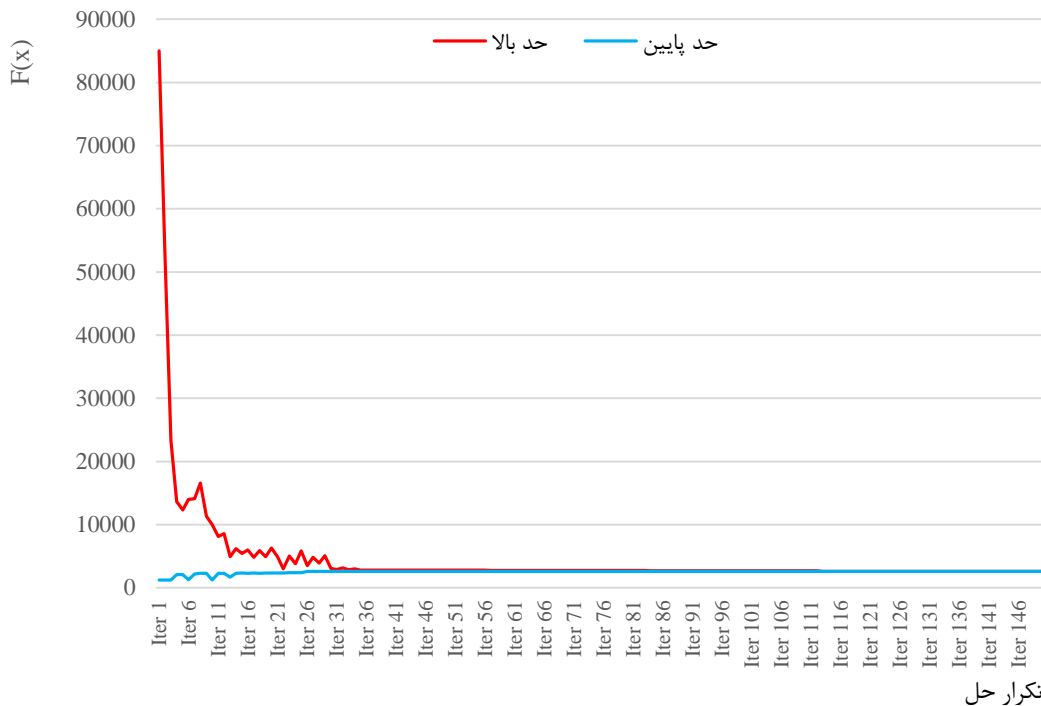
اندازه مسئله	شماره مسئله	P	DC	R	حد پایین	حد بالا	اختلاف	زمان حل
اندازه کوچک	۱	۳	۷	۱۰	۵۴۱	۵۷۸	٪۶	۰,۲۲
	۲	۳	۸	۱۲	۴۱۰	۴۶۹	٪۱۳	۰,۲۶
	۳	۴	۸	۱۲	۵۰۳	۵۲۷	٪۱۲	۰,۲۷
	۴	۴	۱۰	۱۵	۱۱۴۸	۱۴۸۴	٪۲۳	۰,۲۱
	۵	۵	۸	۱۴	۱۳۷۹	۱۳۹۸	٪۱	۰,۴۰
	۶	۵	۱۰	۱۸	۱۷۱۶	۱۷۸۳	٪۴	۰,۴۹
	۷	۶	۹	۱۸	۱۹۲۶	۲۰۳۳	٪۵	۰,۷۳
اندازه متوسط	۸	۷	۱۴	۲۵	۳۹۷۹	۴۲۷۵	٪۷	۱,۳۹
	۹	۸	۱۶	۲۹	۵۵۴۶	۵۷۳۲	٪۳	۲,۰۶
	۱۰	۹	۱۸	۳۰	۴۷۹۵	۵۴۶۵	٪۱۲	۲,۵۱
	۱۱	۱۰	۲۰	۳۰	۶۸۰۱	۷۴۸۵	٪۹	۳,۲۴
	۱۲	۱۲	۲۴	۵۵	۱۵۳۵۶	۱۷۰۴۶	٪۱۱	۸,۳۰
	۱۳	۱۴	۲۸	۶۵	۲۰۰۶۹	۲۲۸۵۱	٪۱۲	۱۲,۳۷
	۱۴	۱۸	۳۵	۴۵	۱۸۷۱۳	۲۱۷۷۴	٪۱۵	۱۴,۸۱
اندازه بزرگ	۱۵	۲۰	۳۵	۴۵	۲۰۱۴۰	۲۴۵۱۶	٪۱۹	۱۶,۷۴
	۱۶	۱۵	۳۵	۱۰۰	۲۶۲۱۵	۴۱۳۰۰	٪۱۳	۳۱,۱۸
	۱۷	۲۴	۳۵	۷۹۰	۴۴۶۱۰۳	۵۳۴۱۳۵	٪۱۶	۷۴۸,۳۷
	۱۸	۲۴	۳۵	۱۹۹۰	۱۱۱۹۸۸۴	۱۳۴۲۱۷۴	٪۱۷	۶۲۴۷,۰۹
	۱۹	۴۴	۵۵	۱۹۹۰	۱۹۹۷۲۹۸	۲۸۷۵۷۵۵	٪۳۱	۳۴۹۴۲,۹۱
	۲۰	۵۴	۸۴	۱۹۹۰	۲۱۹۷۲۹۸	۳۰۳۰۰۳۴	٪۲۷	۴۱۳۰۲,۳۵
	۲۱	۷۵	۹۵	۱۹۵۰	۲۳۵۹۲۱۹	۳۳۳۸۰۲۸	٪۲۹	۴۵۸۰۲,۸۴

جدول (۵): نتایج حل مسائل تست (مدل II با لحاظ محدودیت تولید و عرضه) با الگوریتم آزادسازی لاگرانژ

اندازه مسئله	شماره مسئله	P	DC	R	حد پایین	حد بالا	اختلاف	زمان حل
اندازه کوچک	۱	۳	۷	۱۰	۲۸۵	۲۸۵	%۰	۰,۱۹
	۲	۳	۸	۱۲	۵۸۷	۵۸۷	%۰	۰,۳۱
	۳	۴	۸	۱۲	۶۷۲	۶۹۵	%۳	۰,۲۹
	۴	۴	۱۰	۱۵	۹۴۴	۹۹۰	%۵	۰,۳۹
	۵	۵	۸	۱۴	۹۷۹	۱۰۴۶	%۶	۰,۵۳
	۶	۵	۱۰	۱۸	۱۷۶۱	۱۸۱۳	%۳	۰,۶۲
	۷	۶	۹	۱۸	۲۱۲۶	۲۲۲۶	%۴	۰,۶۳
اندازه متوسط	۸	۷	۱۴	۲۵	۲۶۰۱	۳۷۴۴	%۳۶	۰,۶۲
	۹	۸	۱۶	۲۹	۴۶۱۴	۵۰۱۰	%۸	۲,۲۷
	۱۰	۹	۱۸	۳۰	۶۲۳۴	۶۷۳۰	%۷	۱,۳۸
	۱۱	۱۰	۲۰	۳۰	۶۶۳۰	۷۲۳۵	%۸	۳,۱۵
	۱۲	۱۲	۲۴	۵۵	۱۵۹۹۸	۱۷۵۳۶	%۹	۷,۸۵
	۱۳	۱۴	۲۸	۶۵	۲۰۳۶۴	۲۲۹۴۹	%۱۱	۱۳,۷۳
	۱۴	۱۸	۳۵	۴۵	۱۹۹۰۸	۲۳۰۲۷	%۱۴	۱۵,۴۱
اندازه بزرگ	۱۵	۲۰	۳۵	۴۵	۲۱۱۹۶	۲۶۵۹۶	%۲۲	۱۷,۳۶
	۱۶	۱۵	۳۵	۱۰۰	۳۳۱۶۵	۳۸۳۳۴	%۱۴	۳۱,۱۹
	۱۷	۲۴	۳۵	۷۹۰	۴۴۶۱۲۰	۵۱۹۴۲۱	%۱۴	۷۸۰,۶۰
	۱۸	۲۴	۳۵	۱۹۹۰	۱۱۲۵۶۰۶	۱۳۹۹۱۶۹	%۲۲	۴۳۸۹,۶۱
	۱۹	۴۴	۵۵	۱۹۹۰	۱۹۰۹۵۰۳	۲۲۱۲۴۸۷	%۱۴	۵۹۹۱,۴۱
	۲۰	۵۴	۸۴	۱۹۹۰	۲۱۰۳۵۰۷	۲۷۷۷۴۲۵	%۲۴	۲۸۱۹۱,۳۹
	۲۱	۷۵	۹۵	۱۹۵۰	۲۲۴۱۶۲۰	۲۹۰۴۱۸۲	%۲۴	۳۰۵۶۵,۰۷



شکل (۲): همگرایی کران بالا و پایین الگوریتم آزادسازی لاگرانژ برای مسئله سایز ۶ مدل I



شکل (۳): همگرایی کران بالا و پایین الگوریتم آزادسازی لاگرانژی برای مسئله سایز ۶ مدل II

اضافه شدن محدودیت تولید و عرضه در شکل (۳) آمده است. این نتایج بیانگر سرعت مناسب الگوریتم حل در همگرایی جواب مسئله می باشد.

#### ۶- نتیجه گیری

مسئله تولید و عرضه بر مبنای سفارش مشتری یکی از مسائل مهم در حوزه زنجیره ی تأمین می باشد. در این مسئله، به محض دریافت سفارش، محصولات در کارخانجات تولید شده و از طریق مراکز توزیع به سوی خرده فروشان ارسال می شوند و در صورتی که فاصله خرده فروشان تا محل تولید به اندازه کافی نزدیک باشد به طور مستقیم از محل تولید، تحویل خرده فروش می شوند.

در این مقاله، مسئله توزیع در زنجیره تأمین بر مبنای سفارش مشتری مورد بررسی قرار گرفت و با لحاظ محدودیت ظرفیت تأمین و عرضه کالا که از ویژگی های دنیای واقعی می باشد، یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط برای آن توسعه داده شد. تابع هدف در نظر گرفته شده عبارتست از به حداکثر رساندن سود کل حاصله. مدل ریاضی مسئله برای مسائل با ابعاد کوچک مبتنی بر داده ها و پارامترهای استاندارد استخراج شده از تحقیقات پیشین اجرا شد. با توجه به پیچیدگی مدل ریاضی مسئله فوق، یک الگوریتم مبتنی بر روش آزادسازی لاگرانژی نیز پیشنهاد شده است. نتایج به دست آمده از حل مسائل با ابعاد مختلف نشان می دهد که الگوریتم توسعه داده شده در این مقاله، قادر به حل این مسائل در زمان مناسبی می باشد.

همچنین به منظور انجام تحقیقات بعدی می توان این مسئله را تحت شرایط عدم قطعیت برای برخی پارامترها مانند میزان تقاضا و زمان انتقال کالا بین مراکز توزیع و خرده فروشان مدل سازی و حل نمود.

بر اساس توزیع یکنواخت تعیین شده در جدول (۱)، مقادیر پارامترها، در یک بازه به صورت تصادفی انتخاب می شوند. بر این اساس تعداد ۲۱ سایز مسئله با تعداد مختلف مرکز توزیع (DC)، خرده فروش (R)، و تعداد محصولات (P) تهیه شده که اطلاعات تکمیلی این مسائل در جدول (۲) ارائه شده است.

مسائل تست ابتدا در نرم افزار GAMS 23.6 کد نویسی شده و روی یک رایانه Intel core (TM) i5 با پردازنده ی 2.60GHZ و RAM 4.00GB اجرا شده است. این نرم افزار با توجه به محدودیت زمانی اعمال شده، قادر به حل ۱۶ مسئله اول شد اما برای سایز ۱۷ تا ۲۱ قادر به یافتن جواب بهینه نشد. نتایج حل مسائل با نرم افزار گمز در جدول (۳) آمده است.

همچنین مسائل تست را مطابق با مدل II اما بدون اعمال محدودیت تولید و عرضه با استفاده از الگوریتم آزادسازی لاگرانژی حل کرده و نتایج در جدول (۴) ارائه شده است. همان طور که ملاحظه می گردد الگوریتم آزادسازی لاگرانژی قابلیت به دست آوردن جواب های مناسب جهت مسئله ی BTO در تمام سایزهای ارائه شده را دارا می باشد.

حال مسائل تست مطابق با مدل II و بعد از اضافه شدن محدودیت تولید و عرضه با استفاده از الگوریتم مبتنی بر آزادسازی لاگرانژی حل می شوند. نتایج حاصل از حل این مدل در جدول (۵) آمده است. همان طور که مشاهده می شود، زمان اجرا و گپ موجود بین کران بالا و پایین پس از اضافه کردن محدودیت ظرفیت کم شده است. همچنین در شکل (۲) همگرایی کران بالا و پایین مسئله آمده است. این نتایج بر اساس ۱۵۰ تکرار حل مسئله شماره ۶ مطابق مدل عمومی I به دست آمده است. این تحلیل برای حل مسئله شماره ۶ با مدل II و بعد از

- of Engineering, 31(7): 1066-1073.
- [15] Alemany, MME., Ortiza, A., Vicente, SF. (2018). A decision support tool for the order promising process with product homogeneity requirements in hybrid Make-To-Stock and Make-To-Order environments. Application to a ceramic tile company, *Computers & Industrial Engineering*, 122: 219-234.
- [16] Parvez, M., Ullah, N., Sabuj, M.A., Islam, S. (2018). Profit Maximization of DELL Inc. through Build-to-Order Supply Chain for Laptop Manufacturing, *American Journal of Industrial and Business Management*, 8: 1657-1671.
- [17] Lee, Y. H., & Kim, S. H. (2002). Production-distribution planning in supply chain considering capacity constraints. *Computers & industrial engineering*, 43(1-2), 169-190.
- [18] Hua, Z., Zhang, X., & Xu, X. (2011). Product design strategies in a manufacturer-retailer distribution channel. *Omega*, 39(1), 23-32.
- [19] Hernández-Leandro, N. A., Boyer, V., Salazar-Aguilar, MA, Rousseau, LM. (2019). A matheuristic based on Lagrangian relaxation for the multi-activity shift scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, 272(3.1): 859-867.
- [20] Zhou, Y.W., Lau, H.S., Yang, S.L. (2004). A finite horizon lot-sizing problem with time-varying deterministic demand and waiting-time-dependent partial backlogging. *International Journal of Production Economics*, 91(2):109-119.
- [21] San Jose, LA., Sicilia, J., García-Laguna, J. (2006). Analysis of an inventory system with exponential partial backordering. *International Journal of Production Economics*, 100(1):76-86.
- [23] Elias, S. (2000). New vehicle buyer behaviour-quantifying key stages in the consumer buying process. In: Paper presented 3DayCar annual year-end conference, Cardiff, December.
- [25] Held, M., Karp, R.M. (1970). The traveling-salesman problem and minimum spanning trees, *Operations Research*, 18(6): 1138-1162.
- [26] Held, M., Karp, R.M. (1971). The traveling-salesman problem and minimum spanning trees: Part II, *Mathematical Programming*, 1(1): 6-25.
- [۲۲] خسروشاهی، حسین، معطر حسینی، سید محمد و مرجانی محمدرضا (۱۳۹۳). "اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی در یک زنجیره تأمین خطی سه سطحی با استفاده از یک روش میانگین متحرک برای برآورد تقاضا"، پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۲ (۴): ۳۷-۲۱.
- [۲۴] اسدی گنگرج، ابراهیم و نهاوندی، نسیم (۱۳۹۴). "توسعه روش آزدسازی لاگرانژین برای حل مسئله زمانبندی در محیط جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر"، پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۳ (۶): ۱۳۱-۱۲۱.
- همچنین لحاظ نمودن همزمان مسئله مدیریت موجودی و هزینه‌های نگهداری کالا در مراکز توزیع و خرده‌فروشان می‌تواند موضوع جدیدی برای مطالعات آتی باشد.
- ### مراجع
- [1] Aziz, N.A.B., & Moin, N. H. (2007). Genetic Algorithm Based Approach for the Multi Product Multi Period Inventory Routing Problem. Paper presented at the Proceedings, IEEE IEEM, Singapore.
- [2] Glasserman, P., Wang, Y. (1998). Lead time-inventory trade-offs in assemble-to-order systems. *Operation Research*, 46(6), 858-871.
- [3] Tang K., Tang, J. (2002). Time-based pricing and lead time policies for a build-to-order manufacturer. *Production and Operation Management*, 11(3): 374-392.
- [4] Prasad, S., Tata, J., Madan, M. (2005). Build to order supply chains in developed and developing countries. *Operation Management*, 23(5): 551-568.
- [5] Miemczyk, J., Howard, M. (2008). Supply strategies for build-to-order: managing global auto operations. *Supply Chain Management*, 13(1): 3-8.
- [6] Chow, H.K.H., Choy, K.L., Lee, W.B. (2007). Knowledge management approach in build-to-order supply chains. *Industrial Management & Data System*, 107(6): 882-919.
- [7] Demirli, K., Yimer, A.D. (2008). Fuzzy scheduling of a build-to-order supply chain. *International Journal of Production Research*, 46(14):3931-3958.
- [8] Shi, J., Zhang, G., Sha, J. (2012). A Lagrangian based solution algorithm for a build-to-order supply chain network design problem. *Advances in Engineering Software*, 49(1): 21-28.
- [9] Sanei Bajgiran, O., Kazemi Zanjaniac, M., Nourelfath, M. (2016). The value of integrated tactical planning optimization in the lumber supply chain. *International Journal of Production Economics*, 171(1): 22-33.
- [10] Lamazlounian, M., Wong, K.Y., Govindan, K., Kannan, D. (2016). A robust optimization model for agile and build-to-order supply chain planning under uncertainties, *Annals of Operations Research*, 240(2): 435-470.
- [11] Lamazlounian, M., Wong, K.Y., Ahmadi, M. (2014). A mathematical model for supply chain planning in a build-to-order environment, in *Enabling manufacturing competitiveness and economic sustainability*, Springer; 315-320.
- [12] Lin, C.C., Wang, T.H. (2011). Build-to-order supply chain network design under supply and demand uncertainties, *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(8): 1162-1176.
- [13] Lin, C.C., Wu, Y.C. (2013). Optimal pricing for build-to-order supply chain design under price-dependent stochastic demand, *Transportation Research Part B: Methodological*, 56: 31-49.
- [14] Ebrahimi, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Jolaib, F. (2018). Bi-objective Build-to-order Supply Chain Problem with Customer Utility, *International Journal*





## Modelling the Building to Order Supply Chain Management Considering Restriction on Capacities Using Lagrangian Relaxation (LR) Algorithm

R. Tvakoli-Moghaddam<sup>1\*</sup>, S.M.H. Hosseini<sup>2</sup>, H. Amoozad Khalili<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Industrial Engineering, University of Tehran

<sup>2</sup> Department of Industrial Engineering & Management, Shahrood University of Technology

<sup>3</sup> Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University, Nowshahr Branch

### ARTICLE INFO

#### *Article history:*

Received 11 March 2019

Accepted 12 October 2019

#### *Keywords:*

Build to order supply chain  
Providing constrain  
Integer programming  
Lagrangian Relaxation (LR)

### ABSTRACT

Processes of production and supply of products have been changed in pattern in condition of intensifying the competitive atmosphere and are studied in the form of a supply chain network. In the meantime, the importance of the flow of materials in the supply network, and the distribution of products in the distribution network is more important among the three streams of finance, information, and materials. More attention to customer has led production process to build to order (BTO). Distribution chain as a part of supply chain is studied in this paper and a new mathematical model is produced for build to order supply chain (BTOSC). Providing constraints are considered in order to close condition to real world. There is kinds of production units, distribution centers, and retailers. After deterministic an order, it will be sent from distribution centers to a retailer or from a production unit to retailers directly. The objective function is to maximize total profit. First, a new mixed integer linear programming model is developed for the considered problem. Due to the complexity of mathematical model, a new algorithm is introduced to solve it based on Lagrangian Relaxation (LR). Finally, the efficiency of the proposed algorithm is evaluated by solving a numerical example.

\* Corresponding author. S.M.H. Hosseini

Tel.: 021-7725399; E-mail address: [sh.hosseini@shahroodut.ac.ir](mailto:sh.hosseini@shahroodut.ac.ir)