

مدل برنامه‌ریزی کمینه‌سازی زمان سیکل در سلول‌های تولیدی رباتیک سه ماشین با فرض وجود تعویض ابزار

واحد مرادی^۱، مهدی یوسفی‌نژاد عطاری^{۲*}، هیوا فاروقی^۳

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بناب، بناب، ایران.

۲. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بناب، بناب، ایران.

۳. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، ایران.

خلاصه

در این مقاله مسئله زمان‌بندی در سلول‌های تولیدی رباتیک سه ماشین برای تولید قطعات مختلف با فرض وجود تعویض ابزار مورد بررسی قرار گرفته است. در سلول تولیدی رباتیک انعطاف‌پذیر ماشین‌ها از طریق تعویض ابزار می‌توانند کلیه عملیات مربوط به تولید قطعات را انجام دهند. از آنجا که مخزن ابزار ماشین‌ها دارای ظرفیت محدود است، لذا برای تولید قطعات مختلف توسط ماشین‌ها، نیاز به تعویض ابزار خواهد بود. مسئله اصلی در این مقاله تصمیم‌گیری در مورد سیاست جابجایی قطعات توسط ربات، ترتیب ورود قطعات به سلول تولیدی رباتیک و همچنین نحوه‌ی تعویض ابزار روی ماشین‌ها برای رسیدن به زمان سیکل بهینه می‌باشد. از این رو در این مقاله رویکردی جدید برای محاسبه تعداد تعویض ابزار ارائه شده است و مدل برنامه‌ریزی ریاضی کمینه‌سازی زمان سیکل تولیدی مسئله مورد بررسی ارائه شده است. توسط مدل نشان داده شده است که زمان تعویض ابزار را می‌توان با مسائل موجود در سلول‌های تولیدی رباتیک ادغام و فرمول‌بندی کرد و نتایج حاصل نشان داد که زمان تعویض ابزار و توالی ورود قطعات در انتخاب سیاست حرکتی ربات و زمان تولید تأثیر مستقیم دارد. با استفاده از نرم‌افزار GAMS مسائل عددی مربوط به مدل ریاضی حل شده و نشان داده شده است که نرم‌افزار GAMS برای قطعات بیشتر از ۸ در زمان معقول به جواب نمی‌رسد، ولی مسائلی تا ۸۰ قطعه مختلف با استفاده از الگوریتم ژنتیک در زمان معقول به جواب می‌رسند. همچنین نشان داده شده است که زمان حل توسط الگوریتم ژنتیک کمتر از زمان حل به وسیله GAMS می‌باشد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۵/۱۰/۲۸

پذیرش ۱۳۹۶/۱۰/۰۴

کلمات کلیدی:

زمان‌بندی

سلول تولیدی رباتیک

تعویض ابزار

توالی ورود قطعات

الگوریتم ژنتیک

تکمیل قطعات را انجام دهند که معمولاً این امر به دلیل ظرفیت محدود مخزن ابزار مستلزم تعویض ابزار خواهد بود. چیدمان‌های مختلفی برای این نوع از خطوط تولیدی در نظر گرفته شده است. امروزه با پیشرفت تکنولوژی در بسیاری از این خطوط تولید برای افزایش سرعت تولید و کاهش زمان‌های حمل و نقل از ربات‌ها برای جابجایی قطعات بین ماشین‌ها و ناحیه ورودی و خروجی خط تولید استفاده می‌شود. زمانی که قطعه‌ای جهت پردازش به ماشین تخصیص می‌یابد کلیه ابزارهای لازم برای انجام عملیات روی

۱- مقدمه

در سلول‌های تولیدی انعطاف‌پذیر، ماشین‌های CNC خود را با قطعاتی که باید توسط این نوع از خطوط تولیدی پردازش شوند، منطبق می‌کنند تا بتوانند با استفاده از ابزارهایی که روی مخزن ابزار ماشین تعبیه شده است، تمامی عملیات مورد نیاز برای تولید و

* نویسنده مسئول: مهدی یوسفی‌نژاد عطاری

تلفن: ۰۴۱-۳۷۷۴۴۴۸۱؛ پست الکترونیکی: myousefi@bonabiau.ac.ir

شده در مقالات [۲] و [۳] و [۸] از کارایی و سرعت محاسباتی بیشتری برخوردار بود [۱۴]. چاوز و همکاران نیز در سال ۲۰۱۵ یک روش فراابتکاری هیبرید بر پایه الگوریتم ژنتیک برای مسئله کمینه کردن تعداد تعویض ابزار ارائه نمودند [۱۵].

با بررسی مقالات مورد اشاره در ادبیات تحقیق می‌توان دریافت که بر اساس دانش نویسندگان مقاله، در اکثر تحقیقات صورت گرفته در این زمینه زمان تعویض ابزار نادیده گرفته شده و مدل‌های ارائه شده صرفاً به تعیین توالی ورود قطعات به سلول، زمان‌بندی پردازش قطعات روی ماشین‌ها و کمینه کردن تعداد تعویض ابزارها پرداخته‌اند. در ادامه در بخش ۲ تعریف ساختار مسئله تحقیق و چهارچوب اصلی مفاهیم مورد استفاده در این مقاله تشریح شده است. در بخش ۳ مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای کمینه‌سازی زمان سیکل در سلول رباتیک سه ماشین مسئله مورد بررسی با فرض تعویض ابزار ارائه می‌شود. در بخش ۴ به تحلیل فضای جواب در مسائل نمونه‌ای و حل مدل ریاضی پرداخته می‌شود و نهایتاً در بخش ۵ به ارائه نتایج و جمع‌بندی مقاله و پیشنهاد‌های آتی اختصاص می‌یابد.

۲- تشریح ساختار مسئله تحقیق

۲-۱-۲- تعریف مسئله

سلول‌های تولیدی رباتیک شامل یک یا چند ربات برای جابجایی قطعات بین ماشین‌ها/ ایستگاه‌های کاری و یک یا چند ماشین CNC برای پردازش قطعات هستند. در این سلول‌های تولیدی، ربات پس از دریافت قطعه از ناحیه‌ی ورودی، آن را جهت پردازش به سمت ماشین‌ها می‌برد و پس قطعات را پس از اتمام عملیات ماشین یا ماشین‌ها روی قطعه مورد نظر، آن را به ایستگاه یا ناحیه خروجی منتقل می‌نماید. این حرکات ربات به صورت تکراری و پشت سرهم در سلول تولیدی تکرار می‌شوند به‌گونه‌ای که زمان کل تولید (زمان سیکل) به حداقل برسد [۱۶]. در اکثر مقالات ارائه شده در حوزه زمان‌بندی سلول‌های تولیدی رباتیک فرض سیکلی بودن تولید و توالی حرکات ربات بر اساس سیاست حرکتی مورد نظر در نظر گرفته شده است. این مقالات نوع قطعات را در دو حالت یکسان و متفاوت مورد بررسی قرار داده‌اند. به‌علاوه زمان‌های حرکت بارگذاری و تخلیه و زمان جابجایی ربات بین ماشین‌ها/ایستگاه‌های در اکثر مقالات یکسان و ثابت فرض شده است. همچنین فرض می‌شود که در ناحیه ورودی همیشه قطعه وجود دارد و ناحیه خروجی نیز ظرفیت نامحدود دارد [۱۷-۲۱]. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد در مقالات مورد بررسی در حوزه تعویض ابزار سلول‌های تولیدی رباتیک تنها زمان پردازش قطعات به عنوان پارامتر زمان در نظر گرفته شده است و زمان تعویض ابزار عمدتاً نادیده انگاشته شده است. از این رو در این مقاله مسئله توالی ورود قطعات مختلف به یک سلول تولیدی رباتیک سه ماشین و زمان‌بندی عملیات لازم روی ماشین‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد.

قطعه مورد نظر در مخزن ابزار ماشین نصب می‌گردد که با توجه به ظرفیت محدود مخزن، برخی از ابزارهای موجود در مخزن ابزار بایستی با ابزارهای جدید موردنیاز جایگزین گردند که تعویض ابزار نامیده می‌شود [۱]. در معرفی مسائل مربوط به تعویض ابزار، مسئله توالی عملیات و نحوه‌ی جایگزینی ابزارها برای پردازش عملیات لازم برای تولید قطعه مورد نظر مطرح شده و الگوریتم KTNS برای توالی بهینه انجام کارها و تعداد بهینه‌ی تعویض ابزارها معرفی گردیده است [۲]. کراما و همکاران نشان داده‌اند که این مسئله در حالتی که ظرفیت مخزن ابزار ماشین بیشتر از دو باشد NP-hard است. لذا برای حل این مسئله مدل برنامه‌ریزی خطی‌ای ارائه و با استفاده از یک روش فراابتکاری حل نموده و نتایج حاصله را نتایج الگوریتم KTNS مقایسه نموده‌اند [۳]. پروالت و فینکه مسئله تعویض ابزار را در حالتی بررسی کرده‌اند که زمان تعویض ابزار به نوع ابزارها وابسته نمی‌باشد. آن‌ها در این تحقیق حداکثر نمودن جریان نقدینگی در شبکه را مدنظر قرار داده‌اند [۴]. هرتز و همکاران از دو رویکرد ابتکاری برای حل مسائل تعویض ابزار استفاده کرده و ادعا نموده‌اند که این روش‌ها زمان حل مسئله را به طور قابل توجهی کاهش می‌دهد [۵]. الفوزان و السلطان [۶] در سال ۲۰۰۳ از الگوریتم فراابتکاری جستجوی ممنوعه برای حل مسئله مطرح شده توسط تانگ و دیناردو استفاده نمودند. آکتورک و همکاران در سال ۲۰۰۳ احتمال سایش را برای ابزار در نظر گرفته و با هدف کمینه کردن دامنه عملیات^۱ مسئله را مدل‌سازی نمودند. [۷]. لاپورته و همکاران مدل پیشنهادی تانگ و دیناردو را که برای مسئله تعویض ابزار در سال ۱۹۸۸ ارائه کرده بودند و دارای $n^2 + 2nm$ متغیر و $3n + 2nm - m$ محدودیت بود به چالش کشیده و از طریق اضافه کردن یک فعالیت مجازی در شروع و پایان هر قطعه مدل ریاضی دیگری را ارائه نمودند که آزادی سازی خطی آن به مراتب از مدل آنها بهتر بود [۸]. در سال ۲۰۰۵ نیز الگوریتمی مینی بر جستجوی پرتو برای حل مسائل تعویض ابزار روی یک ماشین انعطاف‌پذیر ارائه گردیده است [۹]. کراما و همکاران این مسئله را در حالتی که ابزارها متفاوت و غیرهمسان هستند و با فرض معلوم بودن توالی ورود قطعات به سلول تولیدی مطالعه نموده و ثابت نمودند که این مسئله NP-complete است [۱۰]. در سال ۲۰۰۸ مدلی برای کمینه‌کردن تعداد تعویض ابزار ارائه گردید که مجموعه‌ی کارهای لازم برای پردازش قطعات روی ماشین را به گونه‌ای تعیین می‌کرد که منجر به برآورده شده هدف مسئله گردد و در ضمن برای حل این مدل از الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی ممنوعه استفاده گردید [۱۱]. این مسئله را یانسی و همکاران با استفاده از الگوریتم شمارشی حل نمودند [۱۲]. آمایا و همکاران نیز برای حل این مسئله از الگوریتم فراابتکاری ممتیک بهره جستند [۱۳]. کاتانزارو و همکاران مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی برای مسئله تعویض ابزار ارائه نمودند که نسبت به مدل‌های قبلی ارائه

ماشین‌ها هیچ قطعه‌ای وجود ندارد. برای شروع سیکل ربات یک قطعه را از ناحیه‌ی ورودی باربرداری می‌کند (E) و به طرف ماشین اول حرکت می‌کند (δ) و قطعه را روی ماشین اول بارگذاری می‌کند (E). سپس ربات جلوی ماشین اول منتظر می‌ماند تا پردازش قطعه روی ماشین اول به اتمام برسد (w^k_1) و سپس قطعه را از ماشین اول باربرداری کرده (E) و با ماشین دوم می‌برد (δ) و آن را روی ماشین دوم بارگذاری می‌کند (E). پس از اتمام پردازش قطعه روی ماشین دوم (δ) و روی آن بارگذاری می‌کند (E) و به ماشین سوم می‌برد (δ) و روی آن بارگذاری می‌کند (E). پس از اتمام پردازش قطعه روی ماشین سوم (w^k_3)، قطعه را باربرداری کرده (E) و به ناحیه خروجی می‌برد (δ) و آن را روی ناحیه خروجی بارگذاری می‌کند (E). پس از اتمام قطعه پردازش قطعه روی هر سه ماشین و تحویل آن به ناحیه خروجی توسط ربات، اکنون ربات به روبروی ناحیه ورودی باز می‌گردد (۴δ). اکنون طبق تعریف سیکل ۱-واحدۀ دقیقاً یک قطعه توسط این سیکل تولید شده است و ربات به حالت اولیه سیکل بازگشته است. مجموع زمان سیکل‌های ۱-واحدۀ در سلول‌های تولیدی رباتیک سه ماشینه در جدول ۱ آمده است [۲۰].

۳-۲- مجموعه اندیس‌ها

- اندیس‌های مورد استفاده در این تحقیق به شکل زیر می‌باشند.
- n : اندیس مجموع تعداد کل قطعات می‌باشد. مقدار عدد صحیح می‌گیرد.
 - m : اندیس مجموع ماشین‌ها می‌باشد و مقادیر ۱ و ۲ و ۳ می‌گیرد.
 - i : اندیس شمارنده قطعات می‌باشد و مقادیر $1, 2, 3, \dots, n$ می‌گیرد.
 - k : اندیس شمارنده توالی قطعات می‌باشد و مقادیر $1, 2, 3, \dots, n$ می‌گیرد.
 - s : اندیس شمارنده ابزار می‌باشد و مقادیر $1, 2, 3, \dots, T_m$ می‌گیرد.

۴-۲- پارامترهای مدل

- $A_{i,s,m}$: این متغیر یک متغیر ورودی و باینری می‌باشد و نیاز قطعات به ابزارها را بیان می‌کند و زمانی برابر یک می‌باشد که قطعه i روی ماشین m به ابزار s نیاز داشته باشد. در غیر این صورت مقدار آن برابر صفر خواهد بود.
- w^k_m : زمان انتظار ربات روبروی ماشین m در توالی ورود قطعات k را بیان می‌کند.
- $a_{\sigma(k)}$: برابر مجموع زمان پردازش قطعه و تعویض ابزار روی ماشین اول در توالی ورود قطعات k است. این متغیر یک متغیر عدد صحیح می‌باشد.

ماشین‌های مورد بررسی از نوع CNC بوده و در صورت تجهیز مخزن ابزار به ابزارهای لازم برای پردازش عملیات، از انعطاف‌پذیری و قابلیت تولید قطعات مختلف برخوردار هستند. لازم به ذکر است که به دلیل محدود بودن ظرفیت مخزن ابزار ماشین، لازم است برای امکان تولید قطعات مختلف و پردازش عملیات مرتبط با تولید هر قطعه برخی از ابزارهای موجود در مخزن با ابزارهای لازم جدید جایگزین گردند که این مسئله مستلزم صرف زمان برای تعویض ابزار خواهد بود. به‌علاوه در این مسئله فرض می‌شود که برای تکمیل عملیات قطعات، هر قطعه باید به ترتیب روی هر سه ماشین پردازش شود. همچنین سیاست حرکتی ربات از قطعه‌ای به قطعه دیگر نمی‌تواند تغییر کند.

۲-۲- تعاریف و مفاهیم مورد استفاده در سلول‌های تولیدی

رباتیک سه ماشینه

در این بخش علاوه بر ارائه تعاریف لازم در سلول‌های تولیدی رباتیک، سیاست یا نحوه‌ی حرکت ربات و جابجایی قطعات بین ماشین‌ها در سلول نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد.

زمان سیکل: زمان سیکل برابر مجموع زمان‌های لازم برای پردازش و جابجایی مجموعه‌ای از قطعات مختلف توسط ربات بین ایستگاه‌ها توسط سلول تولیدی رباتیک می‌باشد به‌طوری‌که ابتدا و انتهای سیکل دقیقاً مشابه هم باشند.

تعریف سیکل n واحدۀ: مجموعه توالی از حرکات ربات می‌باشد که در آن هر ماشین دقیقاً n بار بارگذاری و باربرداری شده و در نهایت ربات به حالت اولیه در شروع سیکل باز می‌گردد.

سیاست حرکتی: به منظور تولید قطعات و پردازش عملیات مورد نیاز برای تولید هر قطعه، لازم است ربات قطعه را از ناحیه ورودی به سمت ماشین‌ها جابجا نموده و در نهایت پس از تکمیل عملیات پردازش قطعه، آن را به سمت ناحیه خروجی حمل نماید. این توالی حرکات ربات در سلول تولیدی را سیاست حرکتی می‌نامند. انواع سیاست‌های حرکتی (S_1 تا S_6) در سلول تولیدی رباتیک سه ماشینه به شرح زیر است [۲۳]. در این سیاست‌ها A_{ij} عبارت است از اینکه ربات قطعه را از ناحیه/ماشین i به ناحیه/ماشین j جابجا نماید؛ که ناحیه ورودی با اندیس صفر و ماشین‌ها به ترتیب با اندیس‌های ۱، ۲ و ۳ و ناحیه خروجی با اندیس ۴ مشخص می‌شوند.

$$S_1: A_{.1}A_{12}A_{23}A_{34}$$

$$S_2: A_{.1}A_{23}A_{12}A_{34}$$

$$S_3: A_{.1}A_{12}A_{34}A_{23}$$

$$S_4: A_{.1}A_{34}A_{12}A_{23}$$

$$S_5: A_{.1}A_{23}A_{34}A_{12}$$

$$S_6: A_{.1}A_{34}A_{23}A_{12}$$

در این مقاله سیاست حرکتی S_1 به طور کامل توضیح داده می‌شود و جزئیات سیاست‌های حرکتی دیگر در مطالعه ستهی و همکارانش [۲۳] تشریح شده‌اند. طبق سیاست حرکتی S_1 در ابتدای شروع سیکل ربات روبروی ناحیه ورودی قرار دارد و روی

جدول (۱): زمان سیکل‌های یک واحد در سلول تولیدی رباتیک سه ماشینه

سیاست حرکتی	زمان سیکل‌های یک واحد
S_1	$T_{\sigma(k)}^1 = w_1^k + w_2^k + w_3^k + 8\delta + 8\epsilon$ $w_1^k = a_{\sigma(k)}$ $w_2^k = b_{\sigma(k)}$ $w_3^k = c_{\sigma(k)}$ $T_{\sigma(k)}^1 = a_{\sigma(k)} + b_{\sigma(k)} + c_{\sigma(k)} + 8\delta + 8\epsilon$
S_2	$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^2 = w_1^{k+1} + w_2^k + w_3^k + 8\delta + 8\epsilon$ $w_1^{k+1} = \max\{0, a_{\sigma(k+1)} - w_2^k - 4\delta - 2\epsilon\}$ $w_2^k = \max\{0, b_{\sigma(k)} - w_3^{k-1} - 4\delta - 4\epsilon\}$ $w_3^k = \max\{0, c_{\sigma(k)} - w_1^{k+1} - 4\delta - 2\epsilon\}$ $T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^2 = 8\delta + 8\epsilon + \max\{0, a_{\sigma(k)} + b_{\sigma(k)}, \frac{a_{\sigma(k)} + b_{\sigma(k+1)} + c_{\sigma(k+1)}}{2} - 6\delta - 4\epsilon, c_{\sigma(k)} - 4\delta - 2\epsilon\}$
S_3	$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^3 = w_1^{k+1} + w_2^{k+1} + w_3^k + 8\delta + 8\epsilon$ $w_1^{k+1} = a_{\sigma(k+1)}$ $w_2^{k+1} = \max\{0, b_{\sigma(k+1)} - w_3^k - 4\delta - 2\epsilon\}$ $w_3^k = \max\{0, c_{\sigma(k)} - a_{\sigma(k+1)} - 4\delta - 4\epsilon\}$ $T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^3 = \max\{a_{\sigma(k+1)} + 8\delta + 8\epsilon, c_{\sigma(k)} + 4\delta + 4\epsilon, a_{\sigma(k+1)} + b_{\sigma(k+1)} + 4\delta + 2\epsilon\}$
S_4	$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^4 = w_1^{k+1} + w_2^{k+1} + w_3^k + 8\delta + 8\epsilon$ $w_1^{k+1} = \max\{0, a_{\sigma(k+1)} - w_3^k - 4\delta - 2\epsilon\}$ $w_2^{k+1} = b_{\sigma(k+1)}$ $w_3^k = \max\{0, c_{\sigma(k)} - 4\delta - 2\epsilon\}$ $T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^4 = \max\{b_{\sigma(k+1)} + 6\delta + 8\epsilon, b_{\sigma(k+1)} + c_{\sigma(k)} + 6\delta + 6\epsilon, a_{\sigma(k+1)} + b_{\sigma(k+1)} + 6\delta + 6\epsilon\}$
S_5	$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^5 = w_1^{k+1} + w_2^k + w_3^k + 8\delta + 8\epsilon$ $w_1^{k+1} = \max\{0, a_{\sigma(k+1)} - c_{\sigma(k)} - w_2^k - 4\delta - 2\epsilon\}$ $w_2^k = \max\{0, b_{\sigma(k+1)} - 4\delta - 4\epsilon\}$ $w_3^k = c_{\sigma(k)}$ $T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^5 = \max\{c_{\sigma(k)} + 8\delta + 8\epsilon, b_{\sigma(k)} + c_{\sigma(k)} + 4\delta + 6\epsilon, a_{\sigma(k+1)} + 4\delta + 4\epsilon\}$
S_6	$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)\sigma(k+2)}^6 = w_1^{k+2} + w_2^{k+1} + w_3^k + 8\delta + 12\delta$ $w_1^{k+2} = \max\{0, a_{\sigma(k+2)} - w_2^{k+1} - w_3^k - 8\delta - 4\epsilon\}$ $w_2^{k+1} = \max\{0, b_{\sigma(k+1)} - w_3^k - 8\delta - 4\epsilon\}$ $w_3^k = \max\{0, c_{\sigma(k)} - w_1^{k+2} - 8\delta - 4\epsilon\}$ $T_{\sigma(k)\sigma(k+1)\sigma(k+2)}^6 = 12\delta + 8\epsilon + \max\{0, a_{\sigma(k+2)} - 8\delta - 4\epsilon, b_{\sigma(k+1)} - 8\delta - 4\epsilon, c_{\sigma(k)} - 8\delta - 4\epsilon\}$

- $CH_{k,m}$: مجموع تعداد تعویض ابزارها در مرحله k روی ماشین را بیان می‌کند و مقادیر عدد صحیح می‌گیرد.
- q : زمان مورد نیاز برای یک بار تعویض ابزار می‌باشد و جزو متغیرهای ورودی مسئله است. این متغیر عدد صحیح می‌باشد.
- ϵ : زمان بار برداری و بارگذاری قطعه توسط ربات از ورودی، ماشین‌ها و خروجی می‌باشد. این پارامتر، یک پارامتر ورودی و متغیر عدد صحیح می‌باشد. این زمان برای کلیه ایستگاه‌ها برابر در نظر گرفته شده است.

- $b_{\sigma(k)}$: برابر مجموع زمان پردازش قطعه و تعویض ابزار روی ماشین دوم در توالی ورود قطعات k است. این متغیر یک متغیر عدد صحیح می‌باشد.
- $C_{\sigma(k)}$: برابر مجموع زمان پردازش قطعه و تعویض ابزار روی ماشین دوم در توالی ورود قطعات k است. این متغیر یک متغیر عدد صحیح می‌باشد.
- P_{mi} : این متغیر زمان مورد نیاز برای پردازش قطعه i روی ماشین m می‌باشد که متغیر ورودی مسئله می‌باشد و مقادیر عدد صحیح می‌گیرد.

می‌گیرد. این ماتریس جزو اطلاعات ورودی می‌باشد که T_s برابر با تعداد کل ابزارهای مورد نیاز برای پردازش کلیه قطعات است. همچنین فرض کنید ماتریس B_{is} نیز هم‌مرتبه با ماتریس A_{is} باشد که در آن مجموع درایه‌های آن حتماً باید برابر ظرفیت مخزن ابزار ماشین باشد؛ یعنی اگر ظرفیت ابزار ماشین برابر C باشد حتماً باید به تعداد C درایه از ماتریس B_{is} عدد یک بگیرند و مابقی درایه‌ها عدد صفر بگیرند. این ماتریس، ماتریس تصمیم‌گیری می‌باشد و نشان می‌دهد که در هر مرحله چه ابزارهایی باید روی ماشین قرار بگیرند. به طور مثال اگر تعداد کل ابزارهای مورد نیاز برای تمامی قطعات برابر ۵ و قطعه شماره ۱ به ابزارهای شماره ۱ و شماره ۳ نیاز داشته باشد، ماتریس A_{is} تعریف شده به صورت رابطه ۱ خواهد بود.

$$A_{1s} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

حال توسط مثال ۱. نشان می‌دهیم که اگر شرایط روابط ۱ و ۲ و ۳ به صورت هم‌زمان برقرار باشند، آنگاه تعداد تعویض ابزار در توالی k ام برابر است با $\frac{1}{2} [\sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^{T_i} (B_{k-1,si} - B_{k,si})]$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n X_{jk} * A_{js} * B_{ks} = A_{js} \quad \forall s = 1, \dots, T_i \quad (2)$$

$$\sum_{s=1}^{T_i} B_{ks} = C \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{jk} = 1 \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (4)$$

مثال ۱: فرض کنید یک ماشین وجود دارد و تعداد سه قطعه تولید می‌شوند. برای تکمیل قطعات جمعاً ۵ ابزار نیاز داریم و ظرفیت ابزار ماشین ۳ است. برای مثال همچنین فرض کنید می‌خواهیم برای توالی ۳ $\Rightarrow ۲ \Rightarrow ۱$ از قطعات محاسبه تعویض ابزار را بررسی کنیم. اگر قطعات به ابزارهای زیر طبق رابطه ۵ نیاز داشته باشند.

$$A_{1s} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A_{2s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A_{3s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

یعنی قطعه اول به ابزارهای ۱ و ۳ نیاز دارد و قطعه دوم به ابزارهای ۳ و ۴ و ۵ نیاز دارد و قطعه سوم به ابزارهای ۲ و ۵ نیاز دارد. با توجه به اطلاعات داده شده اگر بخواهیم در توالی سوم یعنی هنگامی که قطعه سه باید وارد شود، تعداد تعویض ابزار را محاسبه کنیم یعنی $k=۳$ ، بدیهی است با توجه به تعریف ماتریس B_{is} در مرحله $k-۱$ یعنی مرحله ۲ این ماتریس حتماً به شکل رابطه ۵ بوده است؛ زیرا باید برای پردازش قطعه همه ابزارهای مورد نیاز روی ماشین باشند.

- δ : زمان جابجایی ربات بین هر دو ایستگاه متوالی می‌باشد. این متغیر نیز یک متغیر ورودی می‌باشد و مقادیر عدد صحیح می‌گیرد.
- T_m : تعداد کل ابزارهای موجود روی ماشین m می‌باشد. این متغیر ورودی مسئله می‌باشد.
- C_m : ظرفیت مخزن ابزار ماشین m می‌باشد و مقادیر صحیح می‌گیرد. مقدار آن همیشه کوچکتر یا مساوی T_m در نظر گرفته می‌شود.

۲-۵- متغیرهای تصمیم

- $T_{\sigma(k)}^f$: زمان سیکل طبق سیاست حرکتی S_f و توالی ورود $\sigma(k)$ می‌باشد. این متغیر یک متغیر عدد صحیح و متغیر تصمیم‌گیری می‌باشد.
- X_{ik} : این متغیر یک متغیر تصمیم‌گیری و باینری می‌باشد و توالی ورودی قطعات را مشخص می‌کند. این متغیر زمانی برابر یک می‌باشد که قطعه i در k امین جایگاه از توالی ورودی قطعات قرار بگیرد. در غیر اینصورت این متغیر برابر صفر می‌باشد.
- $B_{k,s,m}$: این متغیر یک متغیر تصمیم‌گیری و باینری می‌باشد و وضعیت ابزارها روی ماشین‌ها را در هر مرحله بیان می‌کند و زمانی برابر یک می‌باشد که ابزار s در توالی k روی ماشین m قرار بگیرد. در غیر اینصورت مقدار آن برابر صفر خواهد بود.

۳- مدل ریاضی مسئله

۳-۱- رویکرد پیشنهادی برای محاسبه تعداد تعویض ابزار

در این بخش بر اساس مفاهیم و مفروضات قبلی در مورد مسائل مربوط به مسئله تعویض ابزار، رویکرد جدیدی برای محاسبه تعداد تعویض ابزار ارائه می‌گردد. تعویض ابزار برای یک قطعه زمانی مورد نیاز می‌باشد که در مرحله قبلی یک یا چند ابزار مورد نیاز قطعه روی ماشین قرار نداشته باشند. در این حالت به تعداد ابزارهایی که مورد نیاز قطعه می‌باشند و روی ماشین قرار ندارند، باید تعویض ابزار انجام گیرد. بر اساس الگوریتم KTNS ابزارهایی که در مراحل بعدی زودتر به آن‌ها نیاز داریم نگه داشته می‌شوند. این الگوریتم روی یک ماشین به جواب بهینه می‌رسد.

در مسائل مربوط به محاسبه تعداد تعویض ابزار توالی ورودی قطعات و همچنین نحوه‌ی قرارگیری ابزارها در هر مرحله مورد بررسی قرار می‌گیرند. برای بیان رویکرد پیشنهاد شده جهت محاسبه تعداد تعویض ابزار در این مقاله، فرض کنید n قطعه مختلف باید توسط یک ماشین پردازش شوند. همچنین فرض کنید نیاز قطعه i به مجموعه ابزارهای موجود روی ماشین به صورت یک ماتریس ستونی به نام A_{is} با تعداد T_s سطر و یک ستون نشان داده شود. درایه‌های این ماتریس باینری بوده و اگر قطعه i به s امین ابزار نیاز داشته آن درایه یک می‌باشد، در غیر این صورت مقدار صفر

می‌تواند فقط یک تعویض ابزار انجام دهد. زمان تعویض ابزار روی همه ماشین‌ها برابر و ثابت می‌باشد. زمان جابجایی ربات بین کلیه ایستگاه‌ها با هم برابر، ثابت و جمع‌پذیر می‌باشند. هر ماشین به محض رسیدن قطعه کار را شروع می‌نماید و در حین انجام پردازش اجازه هیچ توقفی برای ماشین وجود ندارد. ربات در ناحیه ورودی هیچ‌گاه منتظر رسیدن قطعه بعدی نمی‌باشد و همچنین در ناحیه خروجی هیچ‌گاه منتظر خالی شدن ناحیه خروجی جهت بارگذاری آن نمی‌شود. زمان پردازش قطعه روی ماشین‌ها یک پارامتر ثابت است. تنها پس از انجام کلیه تعویض ابزارهای لازم ماشین می‌تواند کار پردازش را شروع نماید.

با توجه به مفروضات بیان شده در این بخش می‌توان دریافت که در این حالت می‌توان زمان سیکل کلیه سیاست‌های حرکتی بیان شده در بخش ۲-۲ را با توجه به فرض وجود تعویض ابزار که در بخش ۳-۱ تشریح شده است، محاسبه نمود و مدل برنامه‌ریزی ارائه کرد که بتواند بهترین سیاست حرکتی ربات و بهترین توالی ورود قطعات و بهترین تعداد تعویض ابزار را با هدف کمینه‌سازی زمان سیکل محاسبه نماید. در مطالعات قبلی فرض محدودیت ابزار بیان شده است ولی مسئله تعویض ابزار در مسائل تولید رباتیک مورد بررسی قرار نگرفته است. همچنین در مطالعات قبلی فرض محدودیت ابزار روی سلول تولیدی رباتیک دو ماشینیه بوده است که در این مقاله فضای سلول تولیدی سه ماشینیه فرض شده است و در این مقاله رویکردی جدید برای محاسبه تعداد تعویض ابزار ارائه گردیده است.

۴- مدل ریاضی مسئله

در این بخش روش مدل‌سازی مسئله کمینه کردن زمان سیکل در سلول تولیدی رباتیک سه ماشین با فرض وجود تعویض ابزار ارائه می‌گردد. در مدلی برنامه‌ریزی که در این بخش ارائه خواهد شد، با جستجو در توالی‌های مختلف ورود قطعات مختلف به سلول تولیدی رباتیک و همچنین پیدا کردن تعویض ابزارهای بهینه در هر توالی از ورود قطعات، سیاست حرکتی بهینه را طوری می‌یابد که زمان سیکل برای تولید یک مجموعه از قطعات مختلف در سلول تولیدی رباتیک کمینه شود. توالی ورود قطعات به سلول‌های تولیدی رباتیک در زمان سیکل تأثیر می‌گذارد زیرا زمان تولید هر قطعه وابسته به قطعه‌ای است که در توالی قبلی روی ماشین‌ها بوده است [۲۱]. لذا با توجه زمان سیکل‌های ارائه شده در بخش ۲-۲ در هر توالی قطعات مختلف از ورود قطعات زمان سیکل می‌تواند تغییر کند.

همچنین با توجه به جدول ۱ زمان سیکل به پارامترهای $a_{\sigma(k)}$ و $b_{\sigma(k)}$ و $c_{\sigma(k)}$ بستگی دارد که به ترتیب زمان پردازش قطعات روی ماشین‌های ۱ و ۲ و ۳ هستند. حال با توجه به مفروضات بخش ۲ زمان تعویض ابزار نیز به‌عنوان یک پارامتر تأثیرگذار در زمان سیکل خواهد بود که زمان کل پردازش روی قطعه در هر ماشین می‌تواند برابر مجموع زمان انجام عملیات ماشین روی قطعه به اضافه‌ی زمان تعویض ابزار روی هر قطعه باشد.

$$B_{2s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

از طرفی چون قطعه شماره ۳ در توالی سوم قرار دارد در نتیجه طبق شرط سوم فقط $X_{۳۳}$ عدد می‌گیرد و مابقی برابر صفر خواهند بود. حال برای اینکه شرط اول برای توالی $k=۳$ برقرار باشد باید حتماً مؤلفه‌های دوم و پنجم $B_{۳s}$ عدد یک بگیرند. همچنین برای اینکه شرط دوم برقرار باشد یکی از مؤلفه‌های اول یا سوم یا چهارم باید عدد یک بگیرند. حال در هر سه حالت تعداد تعویض ابزار را به ترتیب روابط ۷ تا ۹ محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} CH_3 &= 1/2 \left[\sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^{T_i} |B_{k-1,si} - B_{ksi}| \right] \\ &= 1/2 * |(1-0) + (1-0) + (0-1) + (0-1) \\ &\quad + (1-1)| = 2 \end{aligned} \quad (۷)$$

$$\begin{aligned} CH_3 &= 1/2 \left[\sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^{T_i} |B_{k-1,si} - B_{ksi}| \right] \\ &= 1/2 * |(0-0) + (1-0) + (1-1) + (0-1) \\ &\quad + (1-1)| = 1 \end{aligned} \quad (۸)$$

$$\begin{aligned} CH_3 &= 1/2 \left[\sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^{T_i} |B_{k-1,si} - B_{ksi}| \right] \\ &= 1/2 * |(0-0) + (1-0) + (0-1) + (1-1) \\ &\quad + (1-1)| = 1 \end{aligned} \quad (۹)$$

با توجه به حالت دوم در مرحله ۳ یعنی زمانی که در ماتریس $B_{۳s}$ مؤلفه‌های دوم و سوم و پنجم آن یک می‌باشد درمی‌یابیم که در این حالت ابزارهای شماره ۲ و ۳ و ۵ روی ماشین قرار دارند و از آنجا که قطعه شماره ۳ به ابزارهای ۲ و ۵ نیاز دارد در نتیجه می‌تواند پردازش شود و با مقایسه این ماتریس با ماتریس $B_{۳s}$ در می‌یابیم که ابزار شماره ۲ به‌جای ابزار شماره ۴ قرار داده شده است. این بدان معنا می‌باشد که نحوه تعویض ابزار نیز توسط روش ارائه شده، کاملاً مشخص می‌شود.

۳-۲- تعریف مسئله تولید سلولی رباتیک با فرض وجود تعویض ابزار

در این مقاله برای بیان مسئله تولید سلولی با فرض وجود تعویض ابزار فرض می‌کنیم مجموعه‌ای از قطعات مختلف توسط سه ماشین باید پردازش شوند که وظیفه جابجایی قطعات بین ناحیه ورودی و خروجی و ماشین‌ها را یک ربات نگه‌دارنده بر عهده دارد و همه قطعات باید ابتدا توسط ماشین اول و سپس ماشین دوم و سپس ماشین سوم پردازش شوند. روی هر ماشین تمامی ابزارهای مورد نیاز برای قطعات وجود دارد ولی مخزن ابزار هر ماشین دارای ظرفیت محدودی است و نمی‌تواند به‌طور هم‌زمان از کلیه ابزارها استفاده نماید و در صورتی که ابزار مورد نیاز قطعه‌ای روی مخزن ابزار ماشین نباشد باید تعویض ابزار نماید. در هر مرحله ماشین

$$CH_{k,m} = 1/2 \left[\sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^{T_m} |X_{i,k} * X_{i,(k-1)} * (B_{(k-1),t,m} - B_{k,t,m})| \right] \forall k \quad (21)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} * A_{i,s,m} * B_{k,s,m} = A_{i,s,m} \forall i \quad (22)$$

$$= 1, \dots, n \quad s = 1, \dots, T_m \quad m = 1, 2, 3 \quad (23)$$

$$\sum_{s=1}^{T_1} B_{k,s,m} = C_m \forall k = 1, \dots, n \quad m = 1, 2, 3 \quad (24)$$

$$X_{i,0} = X_{i,n} \forall i = 1, \dots, n \quad (25)$$

$$B_{0,t,m} = X_{n,t,m} \forall i = 1, \dots, nt = 1, \dots, T_m m = 1, 2, 3 \quad (26)$$

$$a_{\sigma(k)} = \sum_{i=1}^n X_{i,k} * ((CH_{k,1} * q) + p_{1,i}) \quad (27)$$

$$\forall k = 1, \dots, n \quad b_{\sigma(k)} = \sum_{i=1}^n X_{i,k} * ((CH_{k,2} * q) + p_{2,i}) \quad (28)$$

$$\forall k = 1, \dots, n \quad c_{\sigma(k)} = \sum_{i=1}^n X_{i,k} * ((CH_{k,3} * q) + p_{3,i}) \quad (29)$$

$$\forall k = 1, \dots, n \quad a_{\sigma(n+1)} = \sum_{i=1}^n X_{i,1} a_{\sigma(1)} \quad (30)$$

$$b_{\sigma(n+1)} = \sum_{i=1}^n X_{i,1} b_{\sigma(1)} \quad (31)$$

$$c_{\sigma(n+1)} = \sum_{i=1}^n X_{i,1} c_{\sigma(1)} \quad (32)$$

$$a_{\sigma(n+2)} = \sum_{i=1}^n X_{i,2} a_{\sigma(2)} \quad (33)$$

$$b_{\sigma(n+2)} = \sum_{i=1}^n X_{i,2} b_{\sigma(2)} \quad (34)$$

$$c_{\sigma(n+2)} = \sum_{i=1}^n X_{i,2} c_{\sigma(2)} \quad (35)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (36)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (37)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (38)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (39)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (40)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (41)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (42)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (43)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (44)$$

$$\sum_{k=1}^n X_{i,k} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (45)$$

در نتیجه زمان کل پردازش قطعه i روی ماشین m در توالی k ام را به صورت روابط ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ می‌توان محاسبه نمود.

$$a_{\sigma(k)} = \sum_{k=1}^n X_{ik} * ((CH_{k1} * q) + p_{1i}) \quad (10)$$

$$b_{\sigma(k)} = \sum_{k=1}^n X_{ik} * ((CH_{k1} * q) + p_{2i}) \quad (11)$$

$$c_{\sigma(k)} = \sum_{k=1}^n X_{ik} * ((CH_{k1} * q) + p_{3i}) \quad (12)$$

حال با توجه به جدول ۱ و بخش ۳-۱ و همچنین روابط ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ مدل برنامه‌ریزی کمینه‌سازی زمان سیکل در سلول‌های تولیدی رباتیک سه ماشین با فرض وجود تعویض ابزار ارائه می‌گردد.

$$\text{Min} C_{\text{opt}} \quad (13)$$

$$C_{\text{opt}} = \min(T_{\sigma(k)}^1, T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^2, T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^3, T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^4, T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^5, T_{\sigma(k)\sigma(k+1)\sigma(k+2)}^6) \quad (14)$$

$$T_{\sigma(k)}^1 = n(8\varepsilon + 8\delta) + \sum_{k=1}^n (a_{\sigma(k)} + b_{\sigma(k)} + c_{\sigma(k)}) \quad (15)$$

$$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^2 = n * (8\varepsilon + 8\delta) + \left(\begin{array}{l} \max\{0, a_{\sigma(k)} + b_{\sigma(k)}, \\ \frac{a_{\sigma(k)} + b_{\sigma(k+1)} + c_{\sigma(k+1)}}{2} - 6\delta - 4\varepsilon, \\ c_{\sigma(k)} - 4\delta - 2\varepsilon \} \end{array} \right) \quad (16)$$

$$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^3 = \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{l} \max\{a_{\sigma(k+1)} + 8\delta + 8\varepsilon, \\ c_{\sigma(k+1)} + 4\delta + 4\varepsilon, \\ a_{\sigma(k+1)} + b_{\sigma(k+1)} + 4\delta + 2\varepsilon \} \end{array} \right) \quad (17)$$

$$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^4 = \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{l} \max\{b_{\sigma(k+1)} + 6\delta + 8\varepsilon, \\ b_{\sigma(k+1)} + c_{\sigma(k)} + 6\delta + 6\varepsilon, \\ a_{\sigma(k+1)} + b_{\sigma(k+1)} + 6\delta + 6\varepsilon \} \end{array} \right) \quad (18)$$

$$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)}^5 = \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{l} \max\{c_{\sigma(k),i} + 8\delta + 8\varepsilon, \\ b_{\sigma(k),i} + c_{\sigma(k),i} + 4\delta + 6\varepsilon, \\ a_{\sigma(k+1),i} + 4\delta + 4\varepsilon \} \end{array} \right) \quad (19)$$

$$T_{\sigma(k)\sigma(k+1)\sigma(k+2)}^6 = n(12\delta + 8\varepsilon) + \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{l} \max\{0, a_{\sigma(k+2)} - 8\delta - 4\varepsilon, \\ b_{\sigma(k+1)} - 8\delta - 4\varepsilon, \\ c_{\sigma(k)} - 8\delta - 4\varepsilon \} \end{array} \right) \quad (20)$$

در بخش ۲ نوع کلیه بازه و نوع پارامترها بیان شده است لذا در انتهای مدل ارائه شده نوع متغیرها تعیین نشده است و همچنین متغیرهای ورودی مسئله و متغیرهای تصمیم مشخص شده‌اند. در این مدل برنامه‌ریزی ریاضی رابطه ۱۳ تابع هدف مسئله می‌باشد که برابر کمترین زمان سیکل بین زمان‌های شش سیاست حرکتی می‌باشد. محدودیت شماره ۱۴ زمان سیکل بهینه و سیاست حرکتی بهینه را برای توالی حرکات ربات به دست می‌آورد که برابر با کمترین زمان سیکل از بین زمان سیکل‌های شش‌گانه حرکتی در سلول تولیدی سه ماشین است. محدودیت‌های شماره ۱۵ تا ۲۰ به ترتیب زمان سیکل‌ها برای n قطعه طبق سیاست‌های حرکتی S_1 تا S_6 را محاسبه می‌کنند. در محدودیت شماره ۱۵ زمان تولید n قطعه طبق سیاست حرکتی S_1 برابر مجموع زمان تولید هر یک از قطعات می‌باشد و مستقل از ترتیب ورود قطعات به سلول نمی‌باشد زیرا نحوه تعویض ابزار روی مقادیر a و b و c تأثیر می‌گذارد. به همین

ورود قطعات زمان کل سیکل را در هر ۶ سیاست حرکتی ربات محاسبه نمود و در نهایت کمترین زمان سیکل را انتخاب نمود. در نتیجه تعداد کل نقاط شدنی برای فضای جواب مدل برنامه‌ریزی ارائه شده برابر با رابطه ۳۶ می‌باشد.

$$6 * \left(n! * \left(\prod_{j=1}^n \left(\left(\frac{T_1 - C_1}{T_j - C_1} \right) * \left(\frac{T_2 - C_2}{T_j - C_2} \right) * \left(\frac{T_3 - C_3}{T_j - C_3} \right) \right) \right) \right) \quad (36)$$

بنا بر آنچه در این بخش ارائه شد، می‌توان به این نتیجه رسید که برای حل مدل برنامه‌ریزی ارائه شده می‌توان الگوریتمی ارائه داد که کلیه نقاط فضای جواب مدل ریاضی را بررسی کند و برای تمامی نقاط فضای جواب زمان سیکل را در شش سیاست حرکتی ربات محاسبه نموده و در نهایت نقطه یا نقاطی را که دارای کمترین زمان سیکل می‌باشند را پیدا کند.

۴-۲- الگوریتم حل مسئله برنامه‌ریزی ارائه شده

با توجه به روابط ۳۴ تا ۳۶ مشاهده می‌شود که اگر تعداد قطعات مختلف و همچنین تعداد ابزارهای مورد نیاز و ظرفیت جعبه ابزار کم باشند، می‌توان برای درستی آزمایشی مدل ریاضی ارائه شده الگوریتم دقیقی برای رسیدن به جواب بهینه این مسئله ارائه داد که کلیه حالت‌های مسئله را بررسی کند و به جواب بهینه برسد؛ اما اگر تعداد قطعات و تعداد ابزارهای مورد نیاز افزایش یابد، فضای جواب مسئله به شدت افزایش می‌یابد و برای حل آن‌ها نیاز به الگوریتم‌های فراابتکاری خواهد بود که این‌گونه مسائل در بخش ۴-۲ مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

لذا با توجه به روابط ۱۳ تا ۳۶ الگوریتمی ارائه می‌شود که بتواند مسئله را به صورت دقیق حل نموده و نقاط بهینه را پیدا کند. الگوریتمی که در ادامه ارائه می‌شود در سی شارپ کد نویسی شده است.

الگوریتم:

- قدم اول: کلیه جایگشت‌های قطعات را حساب کن.
- قدم دوم: به ازای هر جایگشت از قدم اول به شرط برقراری هم‌زمان روابط ۲۲ تا ۲۵، طبق رابطه ۲۱ تعداد کل تعویض ابزارها را در هر سه ماشین حساب کن.
- قدم سوم: برای هر جایگشت از قطعات طبق روابط ۲۶ تا ۳۲ مجموع مقادیر زمان پردازش و تعویض ابزار روی هر ماشین را برای کلیه قطعات با توجه به جایگشت موجود در قدم اول حساب کن.
- قدم چهارم: با توجه به روابط ۱۵ تا ۲۰ زمان سیکل هر شش سیاست حرکتی ربات را در هر جایگشت از قدم اول حساب کن.
- قدم پنجم: کمترین زمان‌های سیکل موجود در قدم چهارم را محاسبه کن.

ترتیب محدودیت‌های ۱۶ تا ۲۰ نیز بر همین اساس زمان تولید مجموع n قطعه در سیاست‌های حرکتی دیگر نیز محاسبه شده است. محدودیت‌های ۲۱ تا ۲۳ طبق بخش ۳-۱ تعداد تعویض ابزار را محاسبه می‌کنند. محدودیت‌های ۲۴ و ۲۵ مربوط به فرض سیکلی بودن ورود قطعات می‌باشد. محدودیت شماره ۲۶ تا ۲۸ به ترتیب زمان‌های پردازش کل و مجموع زمان‌های تعویض ابزار روی ماشین‌های اول و دوم و سوم را محاسبه می‌کنند. محدودیت‌های ۲۹ تا ۳۲ نیز مربوط به فرض سیکلی بودن ورود قطعات می‌باشند. محدودیت شماره ۳۳ تضمین می‌کند که هر قطعه فقط در یک توالی قرار بگیرد و همچنین کلیه قطعات در توالی قرار گیرند.

طبق مدل ارائه شده می‌توان دریافت که مسئله سلول‌های تولیدی رباتیک را می‌توان با مسائل تعویض ابزار به صورت هم‌زمان مورد بررسی قرار داد. این مدل برنامه‌ریزی با هدف کمینه کردن زمان سیکل می‌تواند سیاست حرکتی بهینه ربات برای جایابی قطعات در سلول‌های تولیدی رباتیک سه ماشین و نحوه ترتیب ورود قطعات به این سلول تولیدی و همچنین نحوه تعویض ابزارها را در هر مرحله از پردازش قطعات مشخص نماید. در بخش ۴ به حل مثال‌های عددی و همچنین ارائه الگوریتم حل این مدل برنامه‌ریزی پرداخته شده است.

۴-۱- تحلیل مدل برنامه‌ریزی پیشنهادی و حل مسائل عددی

در این بخش حل مسائل عددی در مدل برنامه‌ریزی ارائه شده در بخش سوم بررسی شده است و همچنین فضای جواب آن و نحوه مدل‌سازی آن تشریح شده است.

جهت بررسی فضای جواب مدل برنامه‌ریزی شده همان‌طور که در بخش ۲ ارائه شده است، متغیرهای X_{ik} و B_{ksm} متغیرهای تصمیم‌گیری می‌باشند. متغیر X_{ik} توالی ورود قطعات را بیان می‌کند. همان‌طور که می‌دانیم تعداد توالی‌های ممکن n قطعه برابر تعداد کل جایگشت‌های آن‌ها می‌باشد که برابر با $n!$ می‌باشد. در نتیجه این متغیر تصمیم‌گیری $n!$ نقطه شدنی برای فضای جواب مسئله ایجاد می‌کند. همچنین اگر یک ماشین دارای ظرفیت مخزن ابزار برابر C_m باشد و قطعه j به T_j تعداد ابزار از کل ابزارهای روی آن ماشین (T_m) نیاز داشته باشد آنگاه به تعداد جایگشت‌های رابطه ۳۴ حالت مختلف برای متغیر B_{ktm} ایجاد می‌شود. در این مقاله چون سلول تولیدی رباتیک سه ماشین در نظر گرفته شده است لذا تعداد حالت‌های کل برای ابزارها برای n قطعه برابر با رابطه ۳۵ می‌باشد.

$$\left(\frac{T_m - C_m}{T_j - C_m} \right) \quad (34)$$

$$\prod_{j=1}^n \left(\left(\frac{T_1 - C_1}{T_j - C_1} \right) * \left(\frac{T_2 - C_2}{T_j - C_2} \right) * \left(\frac{T_3 - C_3}{T_j - C_3} \right) \right) \quad (35)$$

با توجه به روابط ۳۴ و ۳۵ می‌توان دریافت که به تعداد حالات جایگشت‌های موجود در رابطه ۳۱ باید برای هر توالی مختلف از

گیگاهرتز و RAM برابر ۴ مگابایت اجرا شده‌اند. با مقایسه نتایج حاصل از این دو روش پس از پنج بار می‌توان دریافت که اولاً مسئله دارای جواب بهینه چندگانه می‌باشد و همچنین کدنویسی بر اساس الگوریتم در سی شارپ جواب‌های بهینه نهایی مشابهی با نرم‌افزار GAMS می‌دهد ولی متوسط زمان لازم برای حل آن کمتر از GAMS است. در این مثال فرض شده است که چهار قطعه مختلف باید توسط سه ماشین پردازش شوند و روی هر ماشین ۵ ابزار مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین ϵ برابر ۱، δ برابر ۲ و q برابر ۲ در نظر گرفته شده‌اند.

برای بررسی عملکرد الگوریتم ارائه شده، زمان حل آن و کیفیت جواب‌های آن با حل مدل ریاضی در نرم‌افزار GAMS مقایسه شده است. همان‌طور که می‌دانیم Baron Solver در نرم‌افزار GAMS یکی از بهترین نرم‌افزارها در حل مدل‌های غیرخطی می‌باشد، لذا جهت راستی آزمایی الگوریتم فوق برای حل مدل ریاضی ارائه شده در نرم‌افزار GAMS کد نویسی شده است. سپس با استفاده از اطلاعات موجود در مطالعه فاروقی و همکاران [۲۴] و نیز همچنین با فرض اطلاعات موجود در جدول ۲ نتایج حاصل از ۵ بار حل مسئله کد نویسی شده در سی شارپ و GAMS در جداول ۳ و ۴ ارائه شده‌اند. این نرم‌افزارها توسط لپ‌تاپ با CPU برابر ۲/۵

جدول (۲): اطلاعات ورودی مثال برای مقایسه الگوریتم ارائه شده و GAMS

		نیاز قطعات روی ماشین ۳				نیاز قطعات روی ماشین ۲				نیاز قطعات روی ماشین ۱				
		۴	۳	۲	۱	۴	۳	۲	۱	۴	۳	۲	۱	
ابزار	۱	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۱
	۲	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۲
	۳	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۳
	۴	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۴
	۵	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۵
	P_{im}	۱۰	۹	۴	۵	۷	۵	۱۲	۸	۶	۳	۸	۲	
	C_m	$C_3=3$				$C_2=3$				$C_1=3$				

جدول (۳): نتایج حل مثال عددی توسط الگوریتم با سی شارپ

ردیف اجرا	توالی بهینه ورود قطعات	نحوه وجود ابزار در هر مرحله از ورود قطعات			سیاست بهینه حرکتی ربات	زمان بهینه سیکل برای تولید n قطعه بر حسب واحد زمان	زمان اجرا بر حسب ثانیه
		$B_{k,s,1}$	$B_{k,s,2}$	$B_{k,s,3}$			
۱	۲,۴,۳,۱	$k=1, i=2: 11001, 11100, 11001$ $k=2, i=4: 01101, 10011, 10110$ $k=3, i=3: 10101, 10011, 10101$ $k=4, i=1: 10011, 11001, 00111$	S_r	۱۲۳	۱۵/۷۸		
۲	۲,۴,۳,۱	$k=1, i=2: 11100, 01110, 01101$ $k=2, i=4: 11100, 10011, 10110$ $k=3, i=3: 10101, 11001, 10101$ $k=4, i=1: 10011, 11100, 01011$	S_r	۱۲۳	۱۵/۸۲		
۳	۲,۴,۱,۳	$k=1, i=2: 11100, 01101, 11001$ $k=2, i=4: 11100, 10011, 10110$ $k=3, i=1: 10011, 11001, 01011$ $k=4, i=3: 10101, 10101, 10101$	S_r	۱۲۳	۱۵/۷۲		
۴	۳,۲,۴,۱	$k=1, i=3: 10101, 11001, 10101$ $k=2, i=2: 11100, 11100, 01011$ $k=3, i=4: 11100, 10011, 10110$ $k=4, i=1: 10011, 11010, 01011$	S_r	۱۲۳	۱۵/۸۲		
۵	۲,۴,۳,۱	$k=1, i=2: 11100, 01110, 01101$ $k=2, i=4: 11100, 10011, 10110$ $k=3, i=3: 10101, 11001, 10101$ $k=4, i=1: 10011, 11100, 01011$	S_r	۱۲۳	۱۵/۸۰		

جدول (۴): نتایج حل مثال عددی توسط GAMS

ردیف اجرا	توالی بهینه ورود قطعات	نحوه وجود ابزار در هر مرحله از ورود قطعات			سیاست بهینه حرکتی ربات	زمان بهینه سیکل برای تولید n قطعه برحسب واحد زمان	زمان اجرا برحسب ثانیه
		مرحله	$B_{k,s,1}$	$B_{k,s,2}$			
۱	۲,۴,۳,۱	$k=1, i=2: 11001, 11100, 11001$ $k=2, i=4: 01101, 10011, 10110$ $k=3, i=3: 10101, 10011, 10101$ $k=4, i=1: 10011, 11001, 00111$			S_2	۱۲۳	۴۲
۲	۲,۴,۳,۱	$k=1, i=2: 11100, 01110, 01101$ $k=2, i=4: 11100, 10011, 10110$ $k=3, i=3: 10101, 11001, 10101$ $k=4, i=1: 10011, 11100, 01011$			S_2	۱۲۳	۴۰
۳	۲,۴,۳,۱	$k=1, i=2: 11100, 01110, 01101$ $k=2, i=4: 11100, 10011, 10110$ $k=3, i=3: 10101, 11001, 10101$ $k=4, i=1: 10011, 11100, 01011$			S_2	۱۲۳	۴۲
۴	۲,۴,۳,۱	$k=1, i=2: 11100, 01110, 01101$ $k=2, i=4: 11100, 10011, 10110$ $k=3, i=3: 10101, 11001, 10101$ $k=4, i=1: 10011, 11100, 01011$			S_2	۱۲۳	۴۲
۵	۲,۴,۳,۱	$k=1, i=2: 11100, 01110, 01101$ $k=2, i=4: 11100, 10011, 10110$ $k=3, i=3: 10101, 11001, 10101$ $k=4, i=1: 10011, 11100, 01011$			S_2	۱۲۳	۴۰

الگوریتم ژنتیک جهت حل مدل برنامه‌ریزی ارائه شده

با توجه به این‌که مسئله تعویض ابزار یک مسئله NP-hard است [۳]، لذا برای رسیدن به جواب بهینه مسئله تعویض ابزار در حالتی که ظرفیت مخزن ابزار روی ماشین‌ها بیشتر از ۲ باشد باید از روش‌های فراابتکاری استفاده نمود. الگوریتم ژنتیک یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌های فراابتکاری است که توسط پروفسور جان هنری هالند [۲۶] معرفی شد. این الگوریتم از سیستم‌های تکاملی موجود در طبیعت الهام گرفته است. در الگوریتم ژنتیک، مشابه سیستم‌های تکاملی که طی چندین نسل از موجودات به کمک روش‌های لقاح و جهش ژنتیکی به بهبود و اصلاح نسل می‌پردازند، از مکانیزم جهش، اصلاح و بهبود جواب‌ها در حل مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌گردد. بدین منظور، ابتدا با تولید تعدادی جواب اولیه در الگوریتم که به صورت رشته‌هایی متشکل از چند ژن (همان متغیرهای مسئله) می‌باشند و به نام کروموزوم شناخته می‌شوند، جمعیت اولیه شکل می‌گیرد. در مرحله بعد با استفاده از یک روش انتخاب، جفت کروموزوم‌هایی از جمعیت اولیه که والدین نامیده می‌شوند، برگزیده شده و با به‌کارگیری عملگر تقاطع و جهش، نسل بعدی جمعیت ایجاد می‌شود. در گام بعدی با انتخاب جواب‌هایی با تابع برازش بهتر از میان جمعیت نسل حاضر و نسل اول، دوباره جمعیت برتر شکل گرفته و دوباره روند تولید جواب‌های جدید به

کمک عملگرهای یاد شده تا رسیدن به جواب مطلوب ادامه می‌یابد. در استفاده از الگوریتم ژنتیک و مقایسه آن با نتایج حاصل از حل توسط نرم‌افزار GAMS برای مسائل تعویض ابزار و تولید انعطاف‌پذیر می‌توان به دو تحقیق [۲۴، ۲۵] اشاره کرد. با توجه به جدول ۱۰ که مقایسه‌ای از حل مسائل نرم‌افزار GAMS و روش پیشنهادی با استفاده از روش فراابتکاری در این مقاله می‌باشد، نشان خواهیم داد که نرم‌افزار GAMS در مسائل با سایز بزرگ در زمان معقول به جواب نخواهد رسید و لذا برای حل این‌گونه از مسائل لازم است از روش‌های فراابتکاری استفاده شود.

برای حل مسئله تعیین توالی قطعات و تعیین نحوه تعویض ابزار از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است و همچنین قدم‌های الگوریتم ژنتیک استفاده شده برای حل این مسئله بر اساس مطالعه فاروقی و همکاران می‌باشد [۲۴]، با این تفاوت که تابع برازندگی در این مقاله زمان سیکل طبق سیاست‌های شش‌گانه حرکتی ربات می‌باشد و نحوه محاسبه زمان سیکل‌ها در الگوریتم بخش ۴-۱ طبق قدم‌های ۱ تا ۴ تشریح شده است.

الگوریتم ژنتیک بر اساس فلوجارت شکل ۱ مورد استفاده قرار گرفته شده است و جزئیات آن به شرح زیر می‌باشد.

۴-۲-۱- ایجاد کروموزوم

هدف اصلی در مسئله مورد بررسی در این مقاله تعیین توالی ورود

$$f_i = e^{-\phi_i} \quad (37)$$

در این رابطه ϕ_i مقدار تابع هدف بدست آمده از جواب i و f_i مقدار برازندگی بدست آمده برای جواب i می‌باشد.

ردیف	ژن‌ها	۱	۲	۳	۴
۱	توالی قطعات (جایگشت)	۲	۴	۱	۳
۲	ابزارها روی مخزن ابزار ماشین اول	۱	۰	۱	۱
		۱	۱	۰	۰
		۰	۱	۰	۱
		۰	۱	۱	۰
۳	ابزارها روی مخزن ابزار ماشین دوم	۰	۱	۱	۱
		۱	۰	۱	۰
		۱	۱	۱	۱
		۰	۱	۰	۱
۴	ابزارها روی مخزن ابزار ماشین سوم	۱	۱	۰	۱
		۱	۰	۰	۰
		۰	۱	۱	۱
		۰	۱	۱	۰
		۱	۰	۱	۱

شکل (۲): نمونه کروموزوم در الگوریتم ژنتیک

۴-۲-۴- انتخاب

روش‌های مختلفی برای انتخاب وجود دارد که یکی از روش‌های متداول، انتخاب چرخ رولت است و برای مسئله مورد نظر استفاده شده است. اگر f_k مقدار برازندگی کروموزوم k ام باشد، احتمال بقای متناظر با آن کروموزوم عبارت است از:

$$p_k = f_k / \sum_{i=1}^n f_i \quad (38)$$

حال کروموزوم‌ها بر اساس p_k مرتب می‌شوند و q_k که همان مقادیر تجمعی p_k است به صورت رابطه ۳۹ بدست می‌آید.

$$q_k = \sum_{i=1}^k p_i \quad (39)$$

۴-۲-۵- ترکیب (همگذری)

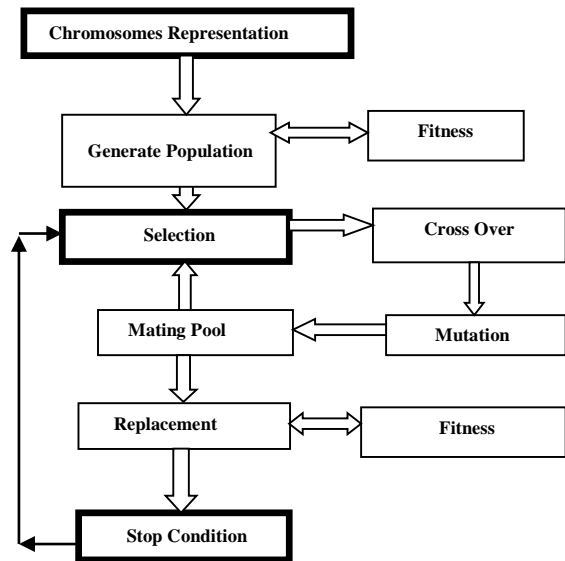
مهم‌ترین عمل ژنتیکی در الگوریتم ژنتیک، عملگر ترکیب است. در مسئله مورد بررسی، یک عدد تصادفی بین ۱ تا n تولید شده و عدد بدست آمده را P در نظر می‌گیریم که P کوچک‌تر و مساوی n یعنی تعداد کلیه قطعات مختلف می‌باشد. حال دو کروموزوم والد را از نقطه P برش داده و فرزند اول حاصل کروموزوم‌های ۱ تا $P-1$ از والد اول و کروموزوم‌های P تا n از والد دوم می‌باشد و فرزند دوم نیز به همین ترتیب حاصل کروموزوم‌های ۱ تا $P-1$ از والد دوم و کروموزوم‌های P تا n از والد اول می‌باشد.

۴-۲-۶- جهش

برای مسئله مورد بررسی ۳ نوع عملگر جهش استفاده شده است که در هر تکرار به تصادف یکی از آنها انتخاب می‌شود.

جهش جابجایی: در این حالت دو نقطه تصادفی از یک کروموزوم

قطعات و نحوه وجود ابزارها در هر مرحله می‌باشد. لذا هر کروموزوم را می‌توان یک جایگشت اعداد صحیح ۱ تا n در نظر گرفت که هر جایگشت از این اعداد یک کروموزوم می‌باشد و توالی ورود قطعات ۱ تا n را مشخص می‌نماید. همچنین هر قطعه روی هر ماشین به تعدادی ابزار نیاز دارد این پارامتر که ورودی مسئله می‌باشد. ظرفیت مخزن ابزار هر ماشین نیز مشخص و جزو اطلاعات ورودی مسئله در نظر گرفته شده است. لذا اگر قطعه i روی ماشین m قرار بگیرد، ظرفیت مخزن ابزار به تعداد $\sum_{s=1}^{T_i} A_{i,s,m}$ باید روی این ماشین به قطعه i تخصیص داده شود، در نتیجه ظرفیت خالی مخزن ابزار به تعداد $C_m - \sum_{s=1}^{T_i} A_{i,s,m}$ خواهد بود که این ظرفیت باید طوری به یکی از ابزارهای دیگر تخصیص داده شود که زمان سیکل کمینه شود. لذا هر کروموزوم طوری تعریف می‌شود که در هر مرحله به صورت اتفاقی و به تعداد ظرفیت خالی مخزن ابزار مجموعه‌ای از ابزارها روی مخزن ابزار قرار بگیرند. با توجه به مثال ارائه شده در بخش ۴-۱ و جدول ۲ یک کروموزوم به عنوان نمونه در شکل ۲ آورده شده است. در شکل ۲ هر ژن از کروموزوم مشخص شده ستونی از اعداد می‌باشد که ردیف اول هر ژن شماره قطعه را بیان می‌کند و ردیف‌های ۲ تا ۴ به ترتیب وجود ابزارها در مخزن ابزار ماشین‌های ۱ تا ۳ را بیان می‌کنند.



شکل (۱): فلوچارت الگوریتم ژنتیک

۴-۲-۲- ایجاد جمعیت اولیه

معمولاً رویکردی که برای ایجاد جمعیت اولیه در الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود، ایجاد جواب‌های تصادفی به تعداد جمعیت (P_c) می‌باشد.

۴-۲-۳- ارزیابی (برازندگی)

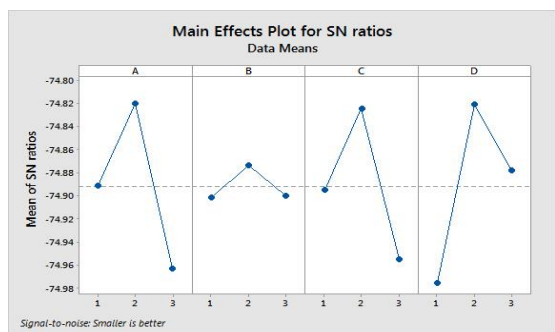
در مسئله مورد بررسی برای یک جواب به‌دست‌آمده، زمان هر سیکل به عنوان مقدار تابع هدف به‌دست‌آمده در نظر گرفته می‌شود. برای تبدیل تابع هدف به مسئله بیشینه‌سازی از تابع نمایشی استفاده شده است و برازندگی یک جواب به صورت رابطه ۳۷ بدست می‌آید.

جدول (۷): محاسبه مقدار تابع هدف در آزمایش‌های روش تاگوچی

A	B	C	D	مقدار تابع هدف
۱	۱	۱	۱	۵۶۱۶
۱	۲	۲	۲	۵۴۵۵
۱	۳	۳	۳	۵۵۹۱
۲	۱	۲	۳	۵۴۶۴
۲	۲	۳	۱	۵۵۹۱
۲	۳	۱	۲	۵۴۷۱
۳	۱	۳	۲	۵۶۰۱
۳	۲	۱	۳	۵۵۸۱
۳	۳	۲	۱	۵۶۱۶



شکل (۳): نمودار میانگین میانگین‌ها برای روش تاگوچی



شکل (۴): نمودار سیگنال به نویز در روش تاگوچی

با توجه به شکل‌های ۳ و ۴ می‌توان دید که پارامترهای دسته دوم میانگین کمتری دارند و همچنین دارای تغییرات سیگنال به نویز بالاتری هستند و با توجه به اینکه تابع هدف مسئله کمینه‌سازی است، لذا پارامترهای جدول ۸ برای استفاده از الگوریتم ژنتیک انتخاب شده‌اند.

جدول (۸): پارامترهای الگوریتم ژنتیک

Max - it	۳۰۰۰
Psize	۸۰
Pc	۰/۸۰
Pm	۰/۲

اندازه مسائل بر اساس تعداد قطعات مختلف دسته‌بندی شده‌اند که به سه دسته کوچک، متوسط و بزرگ تقسیم شده‌اند که حداکثر زمان حل برای هر یک از این مسائل به ترتیب ۲۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ ثانیه در نظر گرفته شده‌اند و اطلاعات مربوط به نحوه دسته‌بندی در جدول ۹ آمده است.

انتخاب و جای آن‌ها با هم عوض می‌شود.

جهش برگشتی: در این نوع جهش، ابتدا دو نقطه تصادفی از یک کروموزوم انتخاب می‌شود و سپس توالی کارها بین این دو مقطع برعکس می‌شود.

جهش الحاقی (حذف و انتقال): در این حالت بعد از انتخاب دو نقطه تصادفی از کروموزوم، مکان نقطه انتخابی اول به بعد از مکان انتخابی نقطه دوم انتقال داده می‌شود.

در الگوریتم ژنتیک پارامترهای ورودی مسئله که مربوط به زمان می‌باشند، با واحد ثانیه عدد صحیحی تصادفی با تابع توزیع یکنواخت فرض شده‌اند که بازه‌های این تابع توزیع برای هر یک از پارامترها در جدول ۵ آمده است.

جدول (۵): بازه پارامترها

$P_{i,m}$	(۲ ۳۰)
ε	(۲ ۵)
δ	(۲ ۵)
C_m	(۲ ۱۰)
T_m	(۵ ۱۵)
q	(۲ ۷)

روش تاگوچی یکی از پرکاربردترین روش‌های آماری برای تحلیل حساسیت خروجی یک فرآیند در حوزه طراحی آزمایش‌ها به شمار می‌رود. این روش زمانی استفاده می‌شود که با انجام بخشی از کل آزمایش‌ها لازم برای تعیین سطوح بهینه عوامل (مستقل) در نظر گرفته شده، به تعیین بهترین سطح خروجی فرآیند پرداخته شود. به این نوع از طرح‌ها، طرح‌های عاملی کسری گفته می‌شود.

این روش داده‌های تکراری به دست آمده از آزمایش‌ها را به یک نشانگر تغییرات تبدیل می‌نماید که به آن تبدیل نسبت سیگنال به نویز گفته می‌شود. هدف از روش تاگوچی، حداکثر سازی این نشانگر است [۲۷]. برای استفاده از روش تاگوچی در تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک سه دسته پارامتر برای حل یک مثال عددی با تعداد ۳۰ قطعه مختلف و ظرفیت مخزن ابزار برابر ۱۳ رو هر ماشین آزمایش شده است و مقادیر آن‌ها در جدول شماره ۶ آمده است.

جدول (۶): سه دسته پارامتر برای طراحی آزمایش‌های روش تاگوچی

		۱	۲	۳
A	Max it	۲۰۰۰	۳۰۰۰	۴۰۰۰
B	Psize	۷۰	۸۰	۹۰
C	Pc	۰/۵	۰/۸۰	۰/۴
D	Pm	۰/۴	۰/۲	۰/۵

بر اساس سه دسته از پارامترهای مربوط به جدول ۶ طراحی آزمایش انجام شده برای روش تاگوچی طبق جدول ۷ در نظر گرفته شده‌اند و مقدار تابع هدف در هر حالت برای مثال در نظر گرفته شده محاسبه شده است.

با استفاده از مقادیر تابع هدف در جدول ۷ از نرم‌افزار MINITAB برای تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک با روش تاگوچی استفاده شده است و نتایج آن در شکل‌های ۳ و ۴ آمده است.

جدول (۹): دسته‌بندی مسائل

تعداد قطعات	دسته‌بندی
۴-۵-۷-۸-۱۰	کوچک
۱۵-۲۰-۳۰	متوسط
۴۰-۶۰-۸۰	بزرگ

الگوریتم ژنتیک بر اساس الگوریتم ارائه شده در بخش ۴-۱ در برنامه سی شارپ کد نویسی شده و توسط لپ‌تاپ با CPU برابر ۲/۵ گیگاهرتز و RAM برابر ۴ مگابایت جهت مقایسه بهتر کارکرد الگوریتم ژنتیک اجرا شده و نتایج حاصل از آن با حل مسائل در نرم‌افزار GAMS در دسته‌بندی کوچک ارائه شده در جدول ۹ به تعداد ۵ مثال عددی حل شده است و نتایج این مقایسه بدست آمده در جدول ۱۰ ارائه شده است.

جدول (۱۰): مقایسه مقدار تابع هدف حاصل از الگوریتم ژنتیک و GAMS در دسته‌بندی کوچک

GA		GAMS		مثال	مسئله $n * T_m * C_m$
زمان	مقدار تابع هدف	زمان	مقدار تابع هدف		
۴۸/۵۵	۲۴۰	۲۳۰	۲۴۰	۱	
۵۰/۳۳	۳۸۵	۱۳۰	۳۸۵	۲	
۴۹/۸۵	۲۸۵	۲۴۵	۲۸۵	۳	۵*۶*۳
۶۲/۳۵	۲۴۰	۲۱۰	۲۴۰	۴	
۴۸/۸۵	۲۷۵	۲۳۰	۲۷۵	۵	
۶۵/۵۸	۳۳۶	۳۲۰	۳۳۶	۱	
۷۲/۸۵	۴۵۰	۳۲۱	۴۵۰	۲	
۶۸/۲۵	۱۲۵۰	۴۰۰	۱۲۵۰	۳	۷*۱۰*۴
۶۶/۲۵	۸۲۰	۳۳۰	۸۲۰	۴	
۵۹/۴۷	۳۰۹	۳۴۰	۳۰۹	۵	
۷۶/۳۲	۴۱۱	۷۲۰۰	بدون جواب	۱	
۸۲/۲۵	۴۳۵	۷۲۰۰	بدون جواب	۲	
۷۵/۲۵	۴۱۱	۷۲۰۰	بدون جواب	۳	۹*۱۰*۵
۷۷/۸۵	۵۲۰	۷۲۰۰	بدون جواب	۴	
۷۶/۸۵	۴۲۰	۷۲۰۰	بدون جواب	۵	

جدول (۱۲): مقادیر تابع هدف بدست آمده از الگوریتم ژنتیک برای

مسائل با سایز متوسط

مسئله	مثال	الگوریتم ژنتیک		
		کمترین	متوسط	بیشترین
	۱	۶۳۲	۶۷۵	۷۱۸
	۲	۶۳۳	۶۷۱/۵	۷۱۰
۱۵*۱۲*۶	۳	۷۶۸	۸۱۵/۵	۸۶۳
	۴	۷۶۸	۷۶۸	۷۶۸
	۵	۸۰۸	۸۳۵	۸۹۹
	۱	۱۰۳۴	۱۰۹۸/۵	۱۱۶۳
	۲	۱۰۷۱	۱۰۹۰/۵	۱۱۱۰
۲۰*۱۵*۸	۳	۸۷۱	۸۸۵/۵	۹۰۰
	۴	۱۱۷۰	۱۱۷۴/۵	۱۱۷۹
	۵	۴۰۷	۴۰۸	۴۰۹
	۱	۱۳۲۰	۱۳۲۰	۱۳۲۰
	۲	۲۰۰۹	۲۰۲۲	۲۰۳۵
۳۰*۱۵*۸	۳	۵۹۱۲	۵۹۵۲/۵	۵۹۹۳
	۴	۴۳۲۰	۴۳۲۰	۴۳۲۰
	۵	۴۰۸۰	۴۰۸۰	۴۰۸۰

تعداد قطعات بیشتر از ۸ در نرم‌افزار GAMS در زمان معقول به

در این جدول $n * T_m * C_m$ به ترتیب بیانگر سایز مسئله یعنی تعداد قطعات، تعداد کل ابزارها روی ماشین m و همچنین ظرفیت مخزن ابزار روی ماشین m برای هر مثال می‌باشد. نتایج بدست آمده از جدول ۱۰ نشان می‌دهد که حل مدل ریاضی ارائه شده در

جدول (۱۱): مقادیر تابع هدف بدست آمده از الگوریتم ژنتیک

برای مسائل با سایز کوچک

مسئله	مثال	الگوریتم ژنتیک		
		کمترین	متوسط	بیشترین
	۱	۲۴۰	۲۴۰	۲۴۰
	۲	۲۴۹	۲۴۹	۲۴۹
۵*۸*۴	۳	۳۸۸	۳۸۸	۳۸۸
	۴	۲۲۵	۲۲۵	۲۲۵
	۵	۴۲۰	۴۲۰	۴۲۰
	۱	۴۸۰	۴۸۰	۴۸۰
	۲	۶۷۰	۶۷۶	۶۸۲
۱۰*۹*۴	۳	۵۹۰	۵۹۰	۵۹۰
	۴	۲۴۲	۲۴۱	۲۴۳
	۵	۲۴۰	۲۴۴	۲۴۸

جواب می‌رسند و در نتیجه می‌توان ادعا کرد که این شرایط برای مسائل سایز متوسط و بزرگ نیز برقرار خواهد بود.

۵- جمع‌بندی نتایج و پیشنهادهای آتی

در این مقاله مسئله برنامه‌ریزی در سلول‌های تولیدی رباتیک سه ماشین با فرض وجود تعویض ابزار مورد بررسی قرار گرفته است. هدف اصلی در این مقاله بررسی تأثیر زمان تعویض ابزار در زمان تولید مجموعه قطعات مختلف در سلول‌های تولیدی رباتیک سه ماشین بوده است. در بخش ۱ که مربوط به پیشینه تحقیق می‌باشد نشان داده شد که تاکنون مطالعات انجام شده زمان تعویض ابزار به عنوان پارامتری در زمان تولید در نظر گرفته نشده است و صرفاً تعداد تعویض ابزار مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در سلول‌های تولیدی رباتیک تنها متغیر زمان پردازش قطعات روی ماشین‌ها در محاسبه زمان سیکل تولید مورد بررسی قرار گرفته شده است. در این مقاله دو مسئله فوق بررسی و فرض شده است تعدادی قطعات مختلف باید توسط یک سلول رباتیک سه ماشین تکمیل شوند که هر قطعه جهت تکمیل شدن به ترتیب باید روی هر سه ماشین پردازش شوند ولی ماشین‌ها به دلیل محدودیت در ظرفیت مخزن ابزار نمی‌توانند کلیه ابزارهای لازم برای تمامی قطعات را به طور هم‌زمان استفاده نمایند، لذا جهت تکمیل پردازش کلیه قطعات ممکن است نیاز به تعویض ابزار داشته باشند. مسئله اصلی در این مقاله تعیین توالی بهینه ورود قطعات به سلول تولیدی، نحوه‌ی تعویض ابزار در هر مرحله با در نظر گرفتن متغیری به عنوان زمان تعویض ابزار و همچنین نحوه‌ی جابجایی قطعات بین ایستگاه‌ها توسط ربات (سیاست حرکتی ربات) به منظور محاسبه زمان سیکل می‌باشد، که برای حل آن یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی با هدف کمینه کردن زمان سیکل ارائه گردید. این مقاله حالت تعمیم یافته‌ای از مقاله آقای گل‌تکین و همکاران می‌باشد [۱۹]. در بخش ۳ روشی جدید برای محاسبه تعداد تعویض ابزارها ارائه گردید. سپس نحوه‌ی مدل‌سازی مسئله تشریح شده است. در بخش ۴ فضای جواب مدل بررسی و برای حل مسئله الگوریتمی ارائه شده است که در نرم‌افزار سی شارپ کد نویسی شده است و تعدادی مثال عددی برای رسیدن به جواب دقیق حل شده‌اند. همچنین با استفاده از الگوریتم ژنتیک تعدادی مسائل عددی حل شده‌اند و نتایج آن با کد نویسی مدل در نرم‌افزار GAMS مقایسه شده است، که نتایج حاصل نشان داده است که حل مدل توسط نرم‌افزار GAMS فقط برای مسائل با سایز کوچک در زمان معقول به جواب می‌رسد و همچنین حل مدل توسط الگوریتم ژنتیک برای رسیدن به جواب بهینه به زمان کمتری نیاز دارد و نیز برای مسائل با سایز متوسط و بزرگ نیز چون نرم‌افزار GAMS در زمان معقول به جواب بهینه نمی‌رسد لذا لازم است برای حل این‌گونه از مسائل از روش‌های فراابتکاری استفاده شود. توسط این مقاله نشان داده است که تعویض ابزار می‌تواند به عنوان یک فرض برای مسائل سلول

جواب نمی‌رسد ولی در مثال‌هایی به تعداد ۹ قطعه نتایج بدست آمده از جدول ۱۰ نشان می‌دهد که حل مدل ریاضی ارائه شده در تعداد قطعات بیشتر از ۸ در نرم‌افزار GAMS در زمان معقول به جواب نمی‌رسد ولی در مثال‌هایی به تعداد ۹ قطعه مختلف توسط الگوریتم ژنتیک در کمتر از ۲۰۰ ثانیه به جواب رسیده‌اند که این نشان می‌دهد حل مدل ریاضی ارائه شده توسط نرم‌افزار GAMS برای مسائل با سایز متوسط و بزرگ در زمان معقول امکان‌پذیر نیست. لذا لازم است برای حل این مسئله از الگوریتم‌های فرا ابتکاری استفاده نمود. در نتیجه توسط الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک بر اساس الگوریتم ارائه شده در بخش ۴-۱ مسائلی با سایزهای کوچک، متوسط و بزرگ حل شده‌اند که نتایج آن در جدول‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳ آمده است. در این مثال‌ها زمان توقف الگوریتم ژنتیک برای مسائل به ترتیب ۲۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده‌اند. هر مثال ۱۰ بار توسط الگوریتم اجرا شده است و کمترین، متوسط و بیشترین مقدار تابع هدف برای هر مسئله در ده بار اجرای هر مثال، در این جدول‌ها آورده شده است. شرط توقف برای الگوریتم بیشترین تعداد تکرار هر دور از الگوریتم ژنتیک (Max-it) و زمان آن در نظر گرفته شده است.

جدول (۱۳): مقادیر تابع هدف بدست آمده از الگوریتم ژنتیک برای

مسائل با سایز بزرگ

مسئله	مثال	الگوریتم ژنتیک		
		کمترین	متوسط	بیشترین
۱۵*۳۰*	۱	۴۸۶۴	۴۹۰۵	۴۹۴۶
	۲	۳۸۱۸	۳۸۶۲/۵	۳۹۰۷
	۳	۴۰۸۴	۴۱۰۹/۵	۴۱۳۵
	۴	۸۹۶۰	۸۹۶۰	۸۹۶۰
	۵	۲۷۸۷	۲۸۲۱	۲۸۵۵
۲۰*۵۰*۶۰*	۱	۵۶۲۶	۵۶۵۸/۵	۵۶۹۱
	۲	۹۸۴۵	۹۹۲۷	۱۰۰۰۹
	۳	۱۰۲۵۴	۱۰۳۵۸/۵	۱۰۴۶۳
	۴	۹۴۸۰	۹۴۹۱/۵	۹۵۰۳
	۵	۹۳۵۲	۹۳۶۴	۹۳۷۶
۲۰*۶۰*۸۰*	۱	۲۷۷۹	۲۸۱۴	۲۸۴۹
	۲	۱۱۴۵۹	۱۱۵۶۳	۱۱۶۱۳
	۳	۱۱۶۱۸	۱۱۶۹۶	۱۱۷۷۴
	۴	۶۵۵۵	۶۵۹۴/۵	۶۶۳۴
	۵	۷۳۳۸	۷۳۹۰/۵	۷۴۴۳

با توجه به نتایج حاصل از این بخش، در مدل برنامه‌ریزی ارائه شده و با توجه به پیچیدگی مسئله می‌توان به این نتیجه رسید که حل مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده در این مقاله با سایز متوسط و بزرگ بدون استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری در زمان معقولی به نتیجه نمی‌رسند. همچنین با توجه به جدول ۱۰ می‌توان دید که استفاده از الگوریتم ژنتیک در مسائلی با سایز کوچک زودتر به

- [11] Konak, A., Kulturel-Konak, S., Azizoğlu, M., (2008). "Minimizing the number of tool switching instants in Flexible Manufacturing Systems", *International Journal of Production Economics*, 116(2): 298-307 .
- [12] Yanasse, H.H., Rodrigues, R.d.C.M., Senne, E.L.F., (2009). "An enumeration algorithm based on partial ordering to solve the minimization of tool switches problem", *Gestão & Produção*, 16(3): 370-381 .
- [13] Amaya, J.E., Cotta, C., Fernández-Leiva, A.J., (2012). "Solving the tool switching problem with memetic algorithms, Artificial Intelligence for Engineering Design", *Analysis and Manufacturing*, 26(02): 221-235 .
- [14] Catanzaro, D., Gouveia, L., Labbé, M., (2015). "Improved integer linear programming formulations for the job Sequencing and tool Switching Problem", *European Journal of Operational Research*, 244(3): 766-777 .
- [15] Chaves, A., Lorena, L., Senne, E., Resende, M., (2015). "Hybrid method with CS and BRKGA applied to the minimization of tool switches problem", *Computers & Operations Research*.
- [16] Sethi, S.P., Sriskandarajah, C., Sorger, G., Blazewicz, J., Kubiak, W., (1992). "Sequencing of parts and robot moves in a robotic cell", *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 4(3-4): 331-358 .
- [17] Zarandi, M.F., Mosadegh, H., Fattahi, M., (2013). "Two-machine robotic cell scheduling problem with sequence-dependent setup times", *Computers & Operations Research*, 40(5): 1420-1434 .
- [18] Al-Ahmari, A., (2016). "Optimal robotic cell scheduling with controllers using mathematically based timed Petri nets. *Information Sciences*", 329: 638-648 .
- [19] Gultekin, H., Akturk, M.S., Karasan, O.E., (2006). "Cyclic scheduling of a 2-machine robotic cell with tooling constraints", *European Journal of Operational Research*, 174(2): 777-796 .
- [20] Abadi, I.K., Gholami, S., (2009). "Robot Movements in a Cyclic Multiple-Part Type Three-Machine Flexible Robotic Cell Problem", *Transactions E: Industrial Engineering*, 16: 36-54 .
- [21] Fathian, M., Kamalabadi, I.N., Heydari, M., Farughi, H., (2011). "A Petri net model for part sequencing and robot moves sequence in a 2-machine robotic cell", *Journal of Software Engineering and Applications*, 4(11): 603-614.
- [22] Crama, Y., Kats, V., Van de Klundert, J., Levner, E., (2000). "Cyclic scheduling in robotic flowshops", *Annals of operations Research*, 96(1-4): 97-124.
- [23] Sethi, S.P., Sriskandarajah, C., Sorger, G., Blazewicz, J., Kubiak, W., (1992). "Sequencing of parts and robot moves in a robotic cell",

تولیدی رباتیک در نظر گرفته شود و همچنین نشان داده شده است که می‌توان به صورت هم‌زمان سیاست حرکتی بهینه ربات، ترتیب بهینه ورود قطعات و همچنین نحوه تعویض ابزار بهینه با هدف کمینه کردن زمان سیکل برای تولید مجموعه‌ای از قطعات مختلف مدل‌سازی و در مورد آنها تصمیم‌گیری شود. مطالعات آتی در این موضوع می‌تواند تغییر تابع هدف و با تصمیم‌گیری چند معیاره در این نوع مسائل باشد. همچنین می‌توان این مدل برنامه‌ریزی غیرخطی برای مسائل چند ماشینه رباتیک تعمیم داده شود. ارائه الگوریتم‌های فراابتکاری و مقایسه آن‌ها با نتایج این مقاله نیز می‌تواند بررسی شود.

مراجع

- [1] Shirazi, R., Frizelle, G., (2001). "Minimizing the number of tool switches on a flexible machine: an empirical study", *International Journal of Production Research*, 39(15): 3547-3560.
- [2] Tang, C.S., Denardo, E.V., (1988). "Models arising from a flexible manufacturing machine, part I: minimization of the number of tool switches", *Operations research*, 36(5): 767-777.
- [3] Crama, Y., Oerlemans, A.G., Spieksma, F.C., (1996). "Minimizing the number of tool switches on a flexible machine", Springer.
- [4] Privault, C., Finke, G., (1995). "Modelling a tool switching problem on a single NC-machine. *Journal of Intelligent Manufacturing*", 6(2): 87-94.
- [5] Hertz, A., Laporte, G., Mittaz, M., Stecke, K.E., (1998). "Heuristics for minimizing tool switches when scheduling part types on a flexible machine", *IIE transactions*, 30(8): 689-694 .
- [6] Al-Fawzan, M., Al-Sultan, K., (2003). "A tabu search based algorithm for minimizing the number of tool switches on a flexible machine", *Computers & industrial engineering*, 44(1): 35-47 .
- [7] Akturk, M.S., Ghosh, J.B., Gunes, E.D., (2003). "Scheduling with tool changes to minimize total completion time: a study of heuristics and their performance", *Naval Research Logistics (NRL)*, 50(1): 15-30 .
- [8] Laporte, G., Salazar-Gonzalez, J.J., Semet, F., (2004). "Exact algorithms for the job sequencing and tool switching problem", *IIE transactions*, 36(1): 37-45 .
- [9] Zhou, B.H., Xi, L.F., Cao, Y.S., (2005). "A beam-search-based algorithm for the tool switching problem on a flexible machine", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25(9-10): 876-882 .
- [10] Crama, Y., Moonen, L.S., Spieksma, F.C., Talloen, E., (2007). "The tool switching problem revisited", *European Journal of Operational Research*, 182(2): 952-957 .

پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۱(۱): ۱۳-۲۴.

[26] Holland, J.H., "Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology", Control and artificial intelligence. 1992: MIT press.

[27] Roy, R., (1990). "A Primer on the Taguchi Method, Society of Manufacturing Engineers. Ann Arbor, Mich, USA.

International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 4(3-4): 331-358 .

[24] Farughi, H., Dolatabadiazadeh, M., Moradi, V., Karbasi, v., Mostafayi, S., (2017). "Minimizing the number of tool switches in flexible manufacturing cells subject to tools reliability using genetic algorithm", Journal of Industrial and Systems Engineering, 10(1): 17-33.

[۲۵] فخرزاد، محمدباقر، علی‌نژاد، اسماعیل. (۱۳۹۲). «برنامه‌ریزی

و زمان‌بندی پیشرفته با در نظر گرفتن اثر یادگیری در

سیستم‌های ساخت کارگاهی انعطاف‌پذیر». نشریه



Modeling for Minimizing Cycle Time in a Three-Machine Robotic Cell with Assumption of Tool Switching

V. Moradi ¹, M. Yousefi Nejad Attari ^{1,*}, H. Farughi ²

¹ Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University, Bonab Branch, Bonab, Iran.

² Department of Industrial Engineering, University of Kurdistan, Iran.

ARTICLE INFO

Article history:

Received 17 January 2017

Accepted 25 December 2017

Keywords:

Scheduling
Robotic Production Cell
Tool switching
Sequencing
GA

ABSTRACT

In this paper, three-machine scheduling problem in robotic production cells that producing different parts and assuming the tool change has been investigated. The main issue in this article is make decisions about how to move the parts by a robot between machines, the order of parts to robotic production cells as well as how to tool switch on the machine is to achieve the optimum cycle time. A new approach to calculate the number of tool switching is provided. Then a programming model for minimizing cycle time is presented in this problem and the results showed that tool changing and parts sequencing has a direct impact on robot movement policy and cycle time. Finally, numerical examples have been studied using Genetic algorithms. The results were compared with software GAMS. It has been proven that GAMS does not answer for more than eight parts in a reasonable time, but examples up to 80 different parts using Genetic Algorithm reach to answer in a reasonable time. The results showed that tool switching time and parts sequencing have direct impact on cycle time.

* Corresponding author. Mahdi Yousefi Nejad Attari

Tel.: 041-37744481; E-mail address: myousefi@bonabiau.ac.ir