نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید
IERPS
ISSN: 2345-2269
سال ششم، شماره دوازدهم، بهار و تابستان ۱۳۹۷، صفحه ۴۹-۶۱
www.ier.basu.ac.ir
DOI: 10.22084/ier.2018.13378.1606

ارائه مدل مکان‌یابی-تخصیص چند سطحی در چارچوب شبکه‌های صف

درّین صفّاری[۱]، عبدالله آقایی[۲،*]، عماد روغنیان[۳]

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.
۲. استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.
۳. دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
دریافت ۱۳۹۶/۰۱/۲۰
پذیرش ۱۳۹۷/۰۳/۲۹

کلمات کلیدی:
مکان‌یابی-تخصیص
خدمات چند سطحی
تئوری صف
بهینه‌سازی چندهدفه
روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده

خلاصه

در این مقاله مسئله مکان‌یابی-تخصیص تسهیلات چند سطحی مستعد ازدحام بررسی می‌گردد. در بسیاری از مسائل مکان‌یابی دنیای واقعی، یک مرکز خدماتی قادر به خدمت‌دهی هم‌زمان تمامی تقاضای دریافت خدمت از آن مرکز نمی‌باشد، بنابراین تشکیل صف و ازدحام غیرقابل‌اجتناب است. بدین منظور یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی چندهدفه برای مسئله مکان‌یابی تسهیلات صفی با ساختاری مشابه شبکه صف سری M/M/1 طراحی می‌شود که در آن تسهیلات دارای چندین سطح هستند و مشتریان برای تکمیل خدمت باید همه سطوح را طی کنند. توابع هدف مدل کمینه‌سازی مجموع مدت‌زمان سفر مشتریان به تسهیلات و مدت‌زمان انتظار در سیستم، و کمینه‌سازی حداکثر احتمال بیکاری در تسهیلات است. مدل ریاضی پیشنهادی به کمک ابزار تحلیل حساسیت، اعتبارسنجی و تأثیر تغییرات محتمل پارامترها بر روی جواب پارتو بررسی می‌گردد. نتایج به دست آمده نشان‌دهنده صحت رفتار مدل نسبت به پارامترهای حساس مسئله است. همچنین برای ارزیابی مدل تعدادی مثال عددی ارائه و با استفاده از روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده در بهینه‌سازی چندهدفه، حل می‌شوند. مکان مناسب از بین مکان‌های بالقوه برای تعداد مناسبی از تسهیلات در هر سطح و تخصیص مشتریان به تسهیلات هر سطح به کمک جواب‌های پارتوی به دست آمده تعیین می‌شوند.

۱- مقدمه

مسئله مکان‌یابی تسهیلات از جمله تصمیم‌های بلندمدت و استراتژیک مراکز صنعتی و خدماتی مختلف است که به‌راحتی و در کوتاه‌مدت قابل‌تغییر نمی‌باشد. بنابراین نسبت به سایر تصمیمات این مراکز، از انعطاف‌پذیری کمتری برخوردار است و با توجه به هزینه‌های بالای آن، باید در مراحل اولیه طراحی مورد توجه قرار گیرد [۱]. مکان تسهیلات نقش مهمی در عملکرد سیستم‌های خدمت‌رسانی ایفا می‌کند و با توجه به این دیدگاه که تمرکز بر مشتری و رضایت وی همواره از اصلی‌ترین فعالیت‌های یک سیستم خدمت‌دهی است، باید به مسئله انتخاب مکان مناسب برای احداث تسهیلات توجه ویژه‌ای کرد [۲]. بنابراین برنامه‌ریزی صحیح برای مکان مراکز صنعتی و خدماتی، یکی از مسائل مهم در حوزه تحقیق در عملیات است که در منافع اقتصادی و کاهش هزینه‌ها، عملکرد مناسب سیستم خدمت‌رسانی و رضایت مشتری تأثیر بسزایی دارد و موفقیت یا شکست این مراکز، به انتخاب محل استقرارشان بستگی دارد.

علم مکان‌یابی، شاخه‌ای از دانش بهینه‌سازی است که اولین بار توسط آلفرد وبر در سال ۱۹۰۹ معرفی شد و از اواسط دهه ۱۹۶۰

* نویسنده مسئول: عبدالله آقایی
تلفن: ۸۴۰۶۳۳۶۳-۰۲۱؛ پست الکترونیکی: aaghaie@kntu.ac.ir

توسعه یافت [۳]. واژه «تجزیه و تحلیل مکان‌یابی» به مدل‌سازی، فرمول‌بندی و حل دسته‌ای از مسائل که به‌صورت قرارگیری تسهیلات در یک فضای مفروض توصیف می‌شوند، اشاره دارد. اصطلاحات استقرار، تثبیت موقعیت، جایابی یا موقعیت‌یابی مترادف‌هایی هستند که برای این‌گونه مسائل استفاده می‌شوند [۴]. در مکان‌یابی تسهیلات، طراح مکان تسهیلات مورد نظر را به‌منظور برآورده کردن تقاضای مجموعه‌ای از مشتریان مشخص، تعیین می‌کند. منظور از این تسهیلات، کارخانجات و مراکز صنعتی (تولیدکنندگان)، تأمین‌کنندگان، انبارها، مراکز توزیع، مدارس، دانشگاه‌ها، کتابخانه‌ها، بیمارستان‌ها، درمانگاه‌ها، داروخانه‌ها، اورژانس، ایستگاه‌های پلیس‌راه، ایستگاه‌های آتش‌نشانی و ... است. بنابراین کاربردهای مسئله مکان‌یابی به‌طور مکرر در زندگی حقیقی قابل‌مشاهده است که نمونه‌هایی از این کاربردها عبارت‌اند: از مکان‌یابی مراکز علمی، مکان‌یابی سیستم‌های مراقبت سلامت، مکان‌یابی خدمات اورژانسی، مکان‌یابی خدمات عمومی و مکان‌یابی تسهیلات در زنجیره تأمین.

مسئله مکان‌یابی– تخصیص، یک دسته مهم از مسائل مکان‌یابی تسهیلات است که در اصل توسط کوپر در سال ۱۹۶۳ مطرح شد [۵]. این مدل‌ها به‌طور هم‌زمان تسهیلات را موقعیت‌یابی کرده و تقاضای مشتریان را به آن‌ها تخصیص می‌دهند و گاهی تعداد بهینه و ظرفیت تسهیلات را نیز مشخص می‌کنند [۶ و ۷].

در بسیاری از سیستم‌ها یک سلسله مراتب از تسهیلات با جریانی بین تسهیلات مستقر، وجود دارد [۸]. مسئله مکان‌یابی چند سطحی زمانی مطرح می‌شود که تسهیلات دارای سطوح مختلف باشند و تسهیلات سطوح مختلف خدمات متفاوتی را ارائه دهند. ارتباط و پیوستگی بین سطوح مختلف، حل مسئله مکان‌یابی به‌صورت مستقل برای هر سطح را غیرممکن می‌کند. سیستم‌های با ساختار چند سطحی در بخش‌های مختلف اعم از بخش‌های عمومی و بخش‌های خصوصی از جمله سیستم‌های مراقبت سلامت، سیستم‌های مدیریت و دفع مواد زائد جامد، سیستم آموزش و پرورش، سیستم‌های خدمات فوریت‌های پزشکی و شبکه‌های مخابراتی رایج هستند [۹].

یکی از قدیمی‌ترین و بهترین روش‌های تحلیلی برای مدل‌سازی خطوط انتظار، تئوری صف است [۱۰]. اولین مقاله در این حوزه توسط جانسون در سال ۱۹۰۷ ارائه شد که روش مورد استفاده وی از لحاظ ریاضی دقیق نبود. بنابراین از نقطه نظر دقیق بودن عملکرد، مقاله ارلنگ در سال ۱۹۰۹ از لحاظ تاریخی در ظهور این حوزه دارای اهمیت بسیار است [۱۱]. در بسیاری از مسائل مکان‌یابی دنیای واقعی، زمان خدمت‌دهی در مقایسه با فواصل زمانی مراجعات متوالی مشتریان قابل‌ملاحظه بوده و تشکیل صف و ازدحام غیرقابل‌اجتناب است [۱۲]. لارسون در سال ۱۹۷۴ برای نخستین بار پدیده ازدحام را در مسائل مکان‌یابی در نظر گرفت [۱۳]. در واقع ازدحام زمانی اتفاق می‌افتد که یک مرکز خدماتی قادر به خدمت‌دهی به‌تمامی تقاضایی که به‌طور هم‌زمان برای دریافت خدمت از آن مرکز اتفاق می‌افتد، نباشد [۹]. طبق گفته کوپر تئوری صف روش مناسبی برای مطالعه تسهیلات پرازدحام است [۱۴].

با توجه به اهمیت و کاربردهای ذکر شده برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص تسهیلات پرازدحام، در بخش دوم این مقاله به‌مرور مقالات این حوزه پرداخته می‌شود. در نهایت مدل جدیدی برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص تسهیلات پرازدحام در حالت چند سطحی پیشنهاد می‌گردد که شکل کلی این مسئله، تشریح و مدل‌سازی ریاضی آن در بخش سوم ارائه می‌گردد. در بخش چهارم به شرح روش حل مسئله و در بخش پنجم به نتایج محاسباتی پرداخته خواهد شد. جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها در بخش آخر مقاله ارائه می‌شوند.

۲- مرور ادبیات

وانگ و همکاران مدلی تک‌هدفه برای مکان‌یابی-تخصیص دستگاه‌های خودپرداز در قالب سیستم صف M/M/۱ تدوین کردند. آن‌ها محدودیتی برای حداکثر زمان انتظار مجاز در نظر گرفته و از سه الگوریتم ابتکاری رها کردن حریصانه، جستجوی ممنوع و شاخه و حد مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ برای حل مدل استفاده کردند [۱۵]. پسندیده و نیاکی مسئله مکان‌یابی-تخصیص با در نظر گرفتن مدل صف M/M/۱ را به‌صورت چندهدفه مدل‌سازی کردند و به کمک الگوریتم ژنتیک، مدل ارائه شده با دو تابع هدف حداقل کردن مجموع زمان سفر و مدت‌زمان انتظار مشتری در سیستم و حداقل کردن میانگین احتمال بیکاری تسهیلات، را حل کردند [۱۶]. پسندیده و همکاران، در مدل‌سازی مسئله ورود گروهی مشتریان در چارچوب سیستم‌های صف $M^x/M/1$ را نیز در نظر گرفتند. آن‌ها برخلاف مقاله پسندیده و نیاکی، از کمینه کردن حداکثر احتمال بیکاری در تسهیلات استفاده کردند و معتقدند کمینه کردن میانگین احتمال بیکاری لزوماً منجر به حداقل کردن احتمالات بیکاری همه تسهیلات نمی‌شود. این محققین مدل چندهدفه خود را از روش استاندارد Lp به حالت تک‌هدفه تبدیل کرده و از الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید استفاده کردند [۱۷]. حاجی‌پور و همکاران مدلی چندهدفه برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص چند سطحی به‌صورت مدل صف M/M/۱ ارائه کردند و با کمک روش‌های فراابتکاری بهینه‌سازی میرایی ارتعاشات چندهدفه و جستجوی هارمونی چندهدفه مدل را حل کرده و روش‌های ارائه شده را با الگوریتم‌های ژنتیک با مرتب‌سازی نا چیره و شبیه‌سازی تبرید چندهدفه مقایسه کردند [۱۸].

هاروود به مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی-تخصیص پوشش جزئی برای مکان‌یابی آمبولانس‌های خدمات اورژانسی با توابع هدف چندگانه، شامل حداکثر کردن جمعیت پوشش داده شده و حداقل کردن هزینه پوشش‌دهی تقاضا پرداخت. هر تسهیل را به‌صورت مدل صف M/M/m/k در نظر گرفته و با مشخص بودن حداقل

سطح اطمینان و محاسبه احتمال مشغول بودن خدمت دهندگان، حداقل تعداد خدمت دهندگان مورد نیاز برای پوشش تقاضای نقاط را محاسبه کرد [۱۹]. توکلی‌مقدم و همکاران مدل چندهدفه جدیدی با افزودن مسئله قیمت‌گذاری، در چارچوب سیستم صف M/M/m/k طراحی کردند که در آن تعداد خدمت دهندگان، قیمت و ظرفیت هر تسهیل نیز جزء متغیرهای مدل بوده و حساسیت مشتریان مختلف نسبت به قیمت و فاصله تا تسهیلات متفاوت در نظر گرفته شده است. آن‌ها مسئله را به روش بهینه‌سازی میرایی ارتعاشات چندهدفه حل کرده و با الگوریتم‌های ژنتیک با مرتب‌سازی نا چیره و ژنتیک با رتبه‌بندی نا چیره مقایسه کردند [۲۰].

سیام مدلی عدد صحیح غیرخطی تک‌هدفه برای مکان‌یابی-تخصیص سیستم‌های خدماتی عمومی به‌صورت سیستم صف M/M/m ارائه کرد، که در آن سطوح چندگانه اولویت سفارش، حالت‌های چندگانه حمل‌ونقل، خدمت دهندگان چندگانه و شیفت‌های کاری چندگانه و ظرفیت‌های متفاوت برای مراکز مختلف را در نظر گرفت. وی مدل را خطی‌سازی کرده و مدل معادل را به کمک آزادسازی لاگرانژ حل نمود [۲۱]. ابولین و همکاران مدلی تک‌هدفه برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص شبکه‌ای به‌صورت یک سیستم صف M/M/m تدوین کردند، و در آن تعداد خدمت دهندگان هر تسهیل نیز جزء متغیرهای تصمیم‌گیری مسئله در نظر گرفتند و ابتدا از الگوریتمی حریصانه برای تخصیص خدمت دهندگان و سپس از دو الگوریتم فراابتکاری، شامل الگوریتم نزولی و الگوریتم ژنتیک، برای حل مسئله استفاده کردند [۲۲]. رحمتی و همکاران نیز یک مدل مکان‌یابی-تخصیص در قالب مدل صف M/M/m با متغیر تعداد خدمت دهندگان ارائه کردند. این مدل چندهدفه بوده و از الگوریتم‌های فراابتکاری جستجوی هارمونی چندهدفه و ژنتیک با مرتب‌سازی نا چیره و ژنتیک با رتبه‌بندی نا چیره استفاده کردند [۲۳].

آراز و همکاران مدلی تک‌هدفه برای مکان‌یابی- تخصیص مراکز توزیع خدمات پزشکی بیماری سیاه‌زخم در قالب شبکه صف با تسهیلات M/G/m طراحی و در نهایت از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند [۲۴].

ارکات و زمانی به مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی-تخصیص شبکه‌ای پرداختند. در این مقاله تسهیلات مستعد ازدحام، به‌صورت سیستم صف M/M/۱ عمل می‌کند. آن‌ها امکان انصراف مشتریان قبل از ورود به تسهیل را نیز در مدل لحاظ کرده و تابع هدف را حداقل کردن تقاضای ازدست‌رفته در نظر گرفتند. در نهایت حل دقیق مدل توسط نرم‌افزار گمز را برای تعدادی آزمایشات عددی محاسبه کردند [۱۲]. ارکات و جعفری نیز مدلی تک‌هدفه برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص شبکه‌ای در قالب سیستم صف M/M/۱ ارائه کردند که در آن مشتریان به‌صورت یکنواخت در یال‌های شبکه پراکنده شده‌اند و تابع هدف مسئله حداقل کردن مجموع مدت‌زمان سفر مشتریان و مدت‌زمان انتظار می‌باشد. در این مقاله حل دقیق حاصل از نرم‌افزار گمز با حل حاصل از روش‌های فراابتکاری ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید مقایسه شده است [۲۵].

در مقاله حاضر، مدل چندهدفه جدیدی برای مسئله مکان‌یابی-تخصیص تسهیلات مستعد ازدحام در حالت چند سطحی طراحی می‌شود. در این سیستم سطوح مختلف خدمات مختلفی را ارائه می‌دهند و متقاضیان دریافت خدمت برای تکمیل خدمت باید همه سطوح را به ترتیب طی کنند. در نهایت مسئله با یکی از روش‌های حل مبتنی بر پارتو حل خواهد شد. نوآوری اصلی این مقاله نسبت به اکثر مقالات ادبیات موضوع چند سطحی بودن خدمت‌دهی (در قالب شبکه صف سری) می‌باشد. علی‌رغم کاربردهای بسیار تسهیلات چند سطحی، وجود شکاف تحقیقاتی در رابطه با در نظر گرفتن خدمات چند سطحی در مقالات مکان‌یابی تسهیلات پرازدحام قابل مشاهده می‌باشد. تنها مقاله چند سطحی توسط حاجی‌پور و همکاران [۱۸] ارائه شده است. در مدل ارائه شده توسط این محققین مدت‌زمان‌های سفر مشتریان تنها از سطح اول تا سطوح بالاتر لحاظ شده است، اما در تحقیق حاضر مدل‌سازی جدیدی تدوین شده است، که در آن مدت‌زمان‌های سفر بین تسهیلات سطوح متوالی مدنظر است. در نظر گرفتن ازدحام در این حالت، منجر به تبدیل ساختار مسئله به یک شبکه صف (سری) می‌شود، چراکه تسهیلات سطوح مختلف از نظر ورود مشتری به یکدیگر وابسته بوده و ورودی به تسهیلات هر سطح، خروجی تسهیلات سطح پایین‌تر است. همچنین در مقاله حاجی‌پور و همکاران [۱۸] هزینه‌های احداث تسهیلات و محدودیت بودجه در نظر گرفته نشده که در تحقیق حاضر لحاظ شده‌اند.

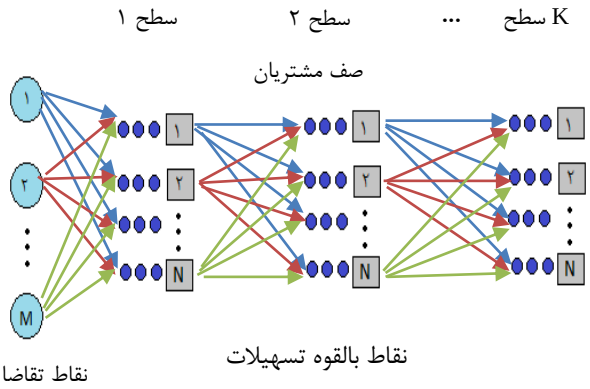
۳- بیان مسئله و مدل‌سازی

در این تحقیق، خدمات دارای تعدادی سطح می‌باشد، به‌طوری‌که تسهیلات هر سطح مشخص، با یکدیگر مشابه و فراهم‌کننده نوع خدمت یکسان می‌باشند. در هر سطح تعداد مشخصی مکان بالقوه وجود دارد که هدف مسئله انتخاب تعداد بهینه تسهیلات مورد نیاز در هر سطح با توجه به محدود بودن بودجه، مکان‌یابی تسهیلات هر سطح و هم‌زمان تخصیص مشتریان به تسهیلات در هر سطح است. هر یک از مشتریان تمامی سطوح را به ترتیب از سطح اول تا بالاترین سطح طی کرده و در هر سطح از یکی از تسهیلات آن سطح خدمت مورد نظر را دریافت می‌کنند. به‌عنوان نمونه‌ای از کاربردهای مسئله با چنین ساختاری می‌توان به کارخانه‌های تولید و مونتاژ غیرمتمرکز، بازدیدهای فنی ماشین و یا سایر سرویس‌های اجباری در نمایندگی‌های مختلف (که بایستی تمامی مراحل خدمت‌دهی طی شود)، سیستم‌های سلامت و موارد مشابه اشاره کرد. شکل (۱) بیانگر مدل مفهومی تحقیق حاضر است:

هر تسهیل به‌صورت یک سیستم صف M/M/۱ در نظر گرفته شده و با فرض تشابه تسهیلات یک سطح، تشکیل شبکه صف سری

می‌دهند. شبکه‌های صف سری حالت خاصی از شبکه‌های جکسون هستند که در آن گره‌ها به‌صورت سری قرار گرفته‌اند. در یک شبکه صف سری دارای ویژگی‌های زیر می‌باشد:

۱- مشتریان از خارج سیستم فقط به گره یک وارد می‌شوند.
۲- خروج مشتریان از سیستم تنها از طریق آخرین گره امکان‌پذیر می‌باشد.
۳- همه مشتریان متقاضی دریافت خدمت از همه ایستگاه‌ها هستند.
۴- ترتیب دریافت خدمت برای همه مشتریان مشابه است [۲۶ و ۲۷].



شکل (۱): مدل مفهومی مسئله مکان‌یابی–تخصیص چند سطحی

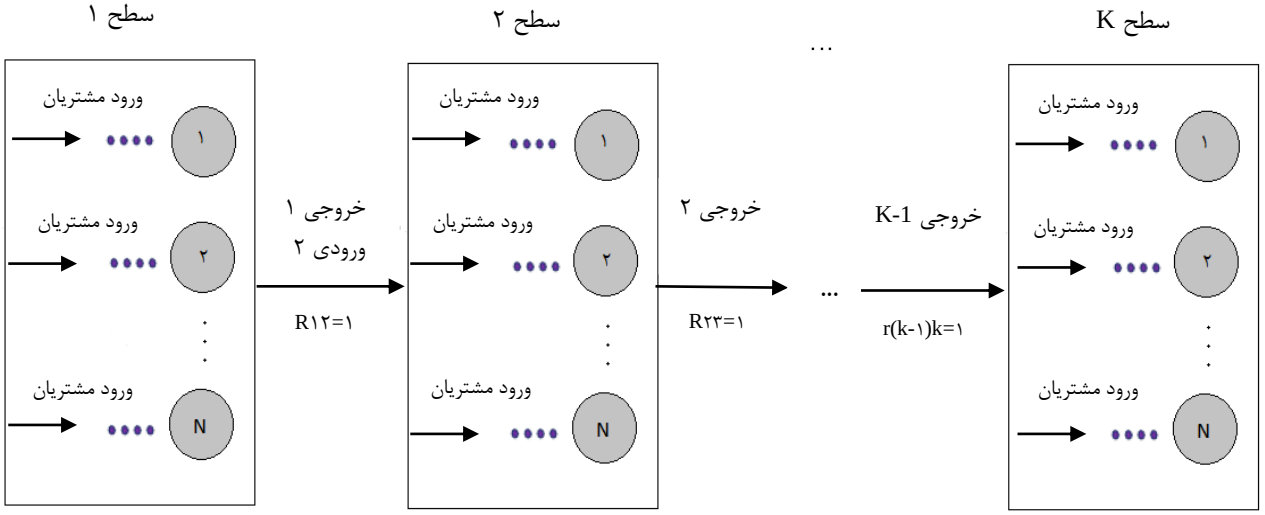
طبق قضیه زیر می‌توان هر یک از تسهیلات موجود را به‌صورت یک سیستم صف مستقل در نظر گرفت و نرخ ورود به تسهیلات سطوح میانی را محاسبه نمود.

قضیه: « یک سیستم سری با k ایستگاه خدمت را در نظر بگیرید. ورود مشتری‌ها به سیستم (یا ورود مشتری‌ها به ایستگاه اول) بر اساس فرآیند پواسون با پارامتر λ است. مدت‌زمان خدمت در هر ایستگاه نمایی فرض می‌شود. در هر ایستگاه تعدادی خدمت دهنده مشغول خدمت هستند. در این صورت هر ایستگاه خدمت را می‌توان یک مدل مستقل M/M/m تصور کرد که آهنگ ورود به آن همان آهنگ ورود مشتری‌ها به سیستم (λ) است، مشروط بر اینکه در همه ایستگاه‌ها ظرفیت صف نامتناهی و ضریب بهره‌وری آن‌ها از یک کمتر باشد» [۲۷].

شبکه صف سری مسئله مکان‌یابی-تخصیص چند سطحی مورد بررسی مطابق با شکل (۲) است.

۳-۱- مفروضات مدل

- مدت‌زمان‌های بین ورود مشتریان و نیز مدت‌زمان‌های خدمت‌دهی مستقل از هم هستند.
- تقاضای مشتریان دارای توزیع پواسون و مدت‌زمان خدمت‌دهی دارای توزیع نمایی است.
- ضریب بهره‌وری کوچک‌تر از یک است (شرط پایداری سیستم در بلندمدت).
- خدمت دهنده ثابت در نظر گرفته شده و مشتریان برای دریافت خدمت به این تسهیلات مراجعه می‌کنند.
- همه تسهیلات یک سطح با یکدیگر مشابه و فراهم‌کننده نوع خدمت یکسان هستند.
- تمامی تقاضای هر نقطه به‌طور کامل برآورده می‌شود.
- وسیله حمل‌ونقل مورد استفاده توسط مشتریان مختلف مشابه است.
- همه مشتریان باید همه سطوح را طی کنند و در سطوح میانی نمی‌توانند سیستم را ترک کنند (شرط لزوم مراجعه).
- مشتریان هر نقطه تقاضا در هر سطح تنها به یک تسهیل تخصیص می‌یابد.
- بودجه موجود برای ساخت تسهیلات محدود می‌باشد.



شکل (۲): شبکه صف سری مسأله مکان‌یابی–تخصیص چندسطحی

۳-۲- مجموعه‌ها و اندیس‌های مدل

i مجموعه نقاط تقاضا (مشتری)؛ i=۱,۲ ,…, M.

j و j' مجموعه نقاط بالقوه تسهیلات در هر سطح؛ j=۱,۲ ,…, N و j'=۱,۲ ,…, N .

l اندیس سطح تسهیلات؛ l=۱,۲ ,…, K.

۳-۳- پارامترهای مدل

C_l هزینه ساخت هر تسهیل در سطح lام

B کل بودجه موجود برای احداث تسهیلات

λ_i نرخ تقاضای مشتری‌های نقطه iام

γ_{jl} نرخ ورود مشتری‌ها به تسهیل jام در سطح lام

μ_l نرخ خدمت‌دهی هر تسهیل در سطح lام

t_{ij} مدت‌زمان سفر از نقطه تقاضای iام تا تسهیل jام سطح اول

$t'_{j'jl}$ مدت‌زمان سفر از تسهیل j' سطح l-1 تا تسهیل j سطح lام؛ l=۲ ,…, K.

$\pi_{0_{jl}}$ احتمال بیکاری (خالی بودن سیستم) در تسهیل jام سطح l.

Z_1 مجموع کل مدت‌زمان سفر و مدت‌زمان انتظار در سیستم

Z_2 حداکثر احتمال بیکاری سیستم در میان تمامی تسهیلات

۳-۴- متغیرهای تصمیم مدل

y_{jl} متغیر صفر و یک، که اگر تسهیل j ام سطح l ام احداث شود، برابر است با یک و در غیر این صورت برابر صفر است.

x_{ijl} متغیر صفر و یک، که اگر مشتری i ام به تسهیل j ام در سطح l ام تخصیص یابد، برابر است با یک و در غیر این صورت صفر است.

۳-۵- توابع هدف مدل

توابع هدف مدل شامل: (۱) حداقل کردن مجموع مدت‌زمان سفر و مدت‌زمان انتظار در سیستم و (۲) حداقل کردن حداکثر احتمال بیکاری در میان تمامی تسهیلات سطوح مختلف، است. این اهداف با یکدیگر در تضاد بوده و به شرح زیر می‌باشند:

$$\text{Min } Z_1 = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} \lambda_i\, t_{ij} x_{ij1} + \sum_{l=2}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\sum_{j'=1}^{N} \lambda_i\, t'_{j'jl} x_{ij'(l-1)} x_{ijl} + \sum_{l=1}^{K}\sum_{j=1}^{N} \left(\frac{1}{\mu_l - \gamma_{jl}}\right) \gamma_{jl} \quad (۱)$$

$$\text{Min } Z_2 = \max_{\substack{j=1,\dots,N \\ l=1,\dots,K}} \{\pi_{0_{jl}} . y_{jl}\} \quad (۲)$$

به‌منظور خطی‌سازی عبارت غیرخطی $x_{ij'(l-1)}x_{ijl}$ در تابع هدف اول متغیر صفر و یک $u_{ij'jl}$ را به‌صورت $u_{ij'jl} = x_{ij'(l-1)}x_{ijl}$، و به‌منظور خطی‌سازی تابع هدف غیرخطی دوم متغیر عدد حقیقی مثبت w را به‌صورت $w = \max_{\substack{j=1,\dots,N \\ l=1,\dots,K}} \{\pi_{0_{jl}} . y_{jl}\}$ می‌توان تعریف کرد.

جدول (۱) درستی برابری $u_{ij'jl}$ با عبارت $x_{ijl} \times x_{ij'(l-1)}$ را نشان می‌دهد:

جدول (۱): بررسی صحت خطی‌سازی

$u_{ij'jl}$	$x_{ij'(l-1)}+x_{ijl}-1$	$x_{ij'(l-1)} \times x_{ijl}$	x_{ijl}	$x_{ij'(l-1)}$
۰	-۱	۰	۰	۰
۰	۰	۰	۱	۰
۰	۰	۰	۰	۱
۱	۱	۱	۱	۱

۳-۶- ارائه مدل ریاضی مسئله

$$\text{Min Z1} = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} \lambda_i\, t_{ij} x_{ij1} + \sum_{l=2}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\sum_{j'=1}^{N} \lambda_i\, t'_{j'jl} u_{ij'jl} + \sum_{l=1}^{K}\sum_{j=1}^{N} \left(\frac{1}{\mu_l - \gamma_{jl}}\right) \gamma_{jl} \quad (۳)$$

$$\text{Min } Z_2 = w \quad (۴)$$

Subject to:

$$u_{ij'jl} \le x_{ij'(l-1)}\ ; \quad i=1,2,\dots,M,\ j=1,2,\dots,N,\ j'=1,2,\dots,N,\ l=2,\dots,K \quad (۵)$$

$$u_{ij'jl} \le x_{ijl}\ ; \quad i=1,2,\dots,M,\ j=1,2,\dots,N,\ j'=1,2,\dots,N\ l=2,\dots,K \quad (۶)$$

$$u_{ij'jl} \ge x_{ij'(l-1)} + x_{ijl} - 1\ ; \quad i=1,2,\dots,M,\ j=1,2,\dots,N,\ j'=1,2,\dots,N,\ l=2,\dots,K \quad (۷)$$

$$w \ge \pi_{0_{jl}} y_{jl}\ ; \quad l=1,2,\dots,K,\ j=1,2,\dots,N \quad (۸)$$

$$\sum_{j=1}^{N} y_{jl} \ge 1; \quad l = 1,2,\dots,K \quad (۹)$$

$$y_{jl} \le \sum_{i=1}^{M} x_{ijl} \le M\, y_{jl}; \quad l=1,2,\dots,K,\ j=1,2,\dots,N \quad (۱۰)$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ijl} = 1; \quad l=1,2,\dots,K,\ i=1,2,\dots,M \quad (۱۱)$$

$$\sum_{j'=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} u_{ij'jl} = 1; \quad l=2,\dots,K,\ i=1,2,\dots,M \quad (۱۲)$$

$$\sum_{l=1}^{K}\sum_{j=1}^{N} C_l\, y_{jl} \le B; \quad (۱۳)$$

$$\sum_{i=1}^{M} \lambda_i x_{ijl} \le \mu_l; \quad l=1,2,\dots,K,\ j=1,2,\dots,N \quad (۱۴)$$

$$\gamma_{jl} = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i x_{ijl}\ ; \quad l=1,2,\dots,K,\ j=1,2,\dots,N \quad (۱۵)$$

$$\pi_{0jl} = 1 - \frac{\gamma_{jl}}{\mu_l} \quad ; \quad l=1, 2, \ldots, K, \ j=1, 2, \ldots, N \tag{۱۶}$$

$$x_{ijl} \in \{0,1\}; \quad i=1, 2, \ldots, M, j=1,2,\ldots,N, \ l=1,2,\ldots,K$$
$$y_{jl} \in \{0,1\}; \quad j=1, 2, \ldots, N, l=1, 2, \ldots, K$$
$$u_{ij'jl} \in \{0,1\}; \quad i=1, 2, \ldots, M, j=1, 2, \ldots, N, j'=1, 2, \ldots, N, \ l=2, \ldots, K \quad w \geq 0 ; \tag{۱۷}$$

تابع هدف (۳) مجموع کل مدت‌زمان سفر مشتریان و مدت‌زمان انتظار مشتریان در سیستم و تابع هدف (۴) به همراه محدودیت (۸) حداکثر احتمال بیکاری در میان تمامی تسهیلات را حداقل می‌کند. معادلات (۵) تا (۸) در ارتباط با خطی‌سازی توابع هدف می‌باشند. محدودیت (۹) تضمین می‌کند که در هر سطح از خدمت حداقل یک تسهیل احداث گردد. محدودیت (۱۰) بیان می‌کند که مشتریان باید تنها به تسهیلات احداث شده تخصیص یابند و همچنین به هر تسهیل احداث شده باید حداقل یک مشتری و حداکثر به تعداد کل مشتریان، تخصیص یابد. محدودیت‌های (۱۱) و (۱۲) تضمین می‌کنند که هر مشتری فقط از یکی از تسهیلات در هر سطح خدمت دریافت می‌کند و همه مشتریان باید همه سطوح را طی کنند. محدودیت (۱۳) بیانگر محدودیت بودجه برای احداث تسهیلات می‌باشد. محدودیت (۱۴) تضمین می‌کند که نرخ ورود به هر تسهیل از ظرفیت خدمت‌دهی آن تسهیل بیشتر نباشد. معادله (۱۵) بیانگر نرخ ورود به هر تسهیل می باشد و معادله (۱۶) احتمال بیکاری هر یک از تسهیلات سطوح مختلف را محاسبه می‌کند. محدودیت‌های (۱۷) نیز محدوده متغیرهای تصمیم مدل را مشخص می‌کنند.

در این مدل شرط مراجعه به نزدیک‌ترین تسهیل برای مشتریان لحاظ نشده است. چراکه در حالت چند سطحی برخلاف حالت تک سطحی، مراجعه به نزدیک‌ترین تسهیل در هر سطح، منجر به کوتاه‌ترین فاصله در کل مسیر طی شده توسط مشتری نمی‌شود.

۴- روش محدودیت اپسیلون تقویت شده

روش محدودیت اپسیلون یکی از رویکردهای شناخته شده برای مواجه با مسائل چندهدفه است، که در آن یکی از توابع هدف را با انتقال سایر توابع هدف به محدودیت‌ها بهینه می‌کند. این روش مزیت‌های بسیاری نسبت به سایر روش‌های مواجه با مدل‌های چندهدفه دارد. مزیت‌های روش محدودیت اپسیلون در مقایسه با روش وزن دهی عبارت‌اند از [۲۸]:

۱- در مسائل خطی، روش وزن دهی به فضای شدنی اولیه اعمال شده و تنها جواب‌های گوشه‌ای کارا تولید می‌کند. اما روش محدودیت اپسیلون با تغییر دادن فضای شدنی اولیه قادر است جواب‌های غیر گوشه‌ای کارا هم تولید کند. در نتیجه روش وزن دهی ممکن است منجر به تعداد اجراهای زائد زیادی شود، چرا که ترکیب‌های مختلفی از اوزان می‌تواند منجر به جواب گوشه‌ای کارای یکسان شود. اما در روش محدودیت اپسیلون، تقریباً در هر اجرا جواب کارای متفاوتی تولید می‌شود.

۲- روش وزن‌دهی توانایی تولید جواب‌های کارای پشتیبانی نشده در مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح و عدد صحیح مختلط را ندارد. در حالی که روش محدودیت اپسیلون این ضعف را ندارد.

۳- در روش وزن‌دهی مقیاس‌گذاری توابع هدف تأثیر بسزایی بر نتایج به دست آمده دارد، بنابراین نیازمند یک مقیاس مشترک قبل از تشکیل مجموع وزنی است. در حالی که در روش محدودیت اپسیلون ضروری نمی‌باشد.

۴- یک مزیت دیگر روش محدودیت اپسیلون آن است که برخلاف روش وزن‌دهی، به‌راحتی می‌توان تعداد جواب‌های کارای تولید شده را از طریق تنظیم تعداد تقسیم‌بندی دامنه هر یک از توابع هدف، کنترل کرد.

این روش علی‌رغم دارا بودن مزیت‌های فراوان نسبت به سایر روش‌ها مانند روش وزن‌دهی، در مواردی باید به آن توجه کرد: (۱) محاسبه دامنه توابع هدف در مجموعه کارا، (۲) تضمین کارا بودن جواب به دست آمده، (۳) افزایش زمان حل مسئله در صورت وجود بیش از دو تابع هدف. روش محدودیت اپسیلون تقویت شده به‌منظور غلبه بر ضعف‌های موجود در روش محدودیت اپسیلون، برای محاسبه مقادیر جدول نتایج نهایی، برای هر تابع هدف از روش لکسیکوگراف استفاده کرده و محدودیت‌های مربوط به توابع هدف فرعی را با قرار دادن متغیرهای کمکی به تساوی تبدیل می‌کند [۲۸].

در بهینه‌سازی با روش لکسیکوگراف توابع هدف توسط تصمیم‌گیرنده بر اساس اهمیت، رتبه‌بندی می‌شود. در این روش ابتدا تابع هدف با اولویت بالا را به‌صورت تک‌هدفه بهینه می‌شود. فرض کنید $f_1(\underline{x})$ تابع هدف با بالاترین اولویت و جواب بهینه آن برابر f_1^* است. برای بهینه کردن تابع هدف دوم با اضافه کردن محدودیت $f_1(\underline{x}) = f_1^*$ جواب بهینه بهینه‌سازی اول را حفظ کرده و مقدار f_2^* محاسبه می‌شود. به همین ترتیب برای تابع هدف i ام بایستی مدل (۱۸) را بهینه کرد [۲۹]:

$$\begin{aligned} &\text{Max } f_i(x) \\ &\text{Subject to:} \\ &g_j(x) \leq 0; \quad j=1, \ldots, m \\ &f_l(x) = f_l^*; \quad l=1, \ldots, i-1 \end{aligned} \tag{۱۸}$$

مدل روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده برای مسئله حداقل سازی به‌صورت زیر می‌باشد، که در آن δ عددی کوچک و r_i دامنه تابع هدف iام است [۳۰]:

$$\begin{aligned} &\text{Min } (f_1(x) - \delta \times (s_2/r_2 + s_3/r_3 + \ldots + s_k/r_k)) \\ &\text{Subject to:} \\ &f_2(x) + s_2 = \varepsilon_2 \\ &f_3(x) + s_3 = \varepsilon_3 \\ &\ldots \\ &F_k(x) + s_k = \varepsilon_k \\ &x \in S \\ &s_i \in R+ \end{aligned} \tag{۱۹}$$

گام‌های روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده به‌صورت زیر است:

۱- با استفاده از روش لکسیکوگراف، مقادیر جدول نتایج نهایی را محاسبه کنید.
۲- یکی از توابع هدف را به‌عنوان تابع هدف اصلی مسئله انتخاب کنید.
۳- بهترین و بدترین مقدار هر یک از توابع هدف فرعی در جدول نتایج نهایی (به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار ستون مربوطه در جدول نتایج نهایی در مدل حداکثر سازی) را استخراج کنید.
۴- دامنه هر یک از توابع هدف فرعی را محاسبه کنید.
۵- دامنه توابع هدف فرعی را با توجه به تعداد جواب پارتوی مورد نظر، به تعداد از قبل مشخصی تقسیم کنید (هر یک از مقادیر حاصل از این تقسیم بندی برای تابع هدف f_i، به‌عنوان یکی از ε_iها به کار می‌رود).
۶- تابع هدف اصلی را به‌عنوان تابع هدف مدل و سایر توابع هدف را در محدودیت‌ها به‌صورت مدل (۱۹) قرار دهید.
۷- مدل (۱۹) حاصل شده را به ازای هر یک از مقادیر ε_k ,..., ε_1 حل کنید (جواب‌های به دست آمده به ازای هر یک از مقادیر ε_k ,..., ε_2، یکی از جواب‌های پارتوی مسئله‌اند).
۸- جواب‌های پارتوی مسئله را گزارش کنید.

الگوریتم محدودیت اپسیلون تقویت‌شده از حالت آزاد شروع می‌کند و به‌مرور فضای جواب را محدود می‌کند. به این معنی که برای مسئله حداقل سازی ابتدا از بیشترین مقادیر سمت راست (اپسیلون‌ها) آغاز کرده و در تکرارهای بعد به‌مرور مقادیر سمت راست را کاهش می‌دهد [۳۱]. نمودار جریان روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده برای مسئله حداقل سازی مطابق با شکل (۳) است.

۵- نتایج محاسباتی

برای بررسی و تحلیل مدل پیشنهادی ارائه شد، تعدادی مثال عددی در ابعاد کوچک به کمک روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده در نرم‌افزار گمز ۲۴,۱,۲ کدنویسی شده است. با توجه به اینکه رضایت مشتری از اهمیت بیشتری نسبت به اهداف مالکین برخوردار است، تابع هدف اول مدل، به‌عنوان تابع هدف اصلی مسئله برای روش محدودیت اپسیلون انتخاب شده است. پارامتر ni الگوریتم محدودیت اپسیلون تقویت‌شده برابر مقدار ۱۰ در نظر گرفته شده و پارامترهای مدل مسئله مطابق با جدول (۲) است.

نتایج به دست آمده توسط حل‌کننده غیرخطی بارون مطابق با جدول (۳) می‌باشد. جواب‌های به دست آمده، جواب بهینه مطلق هستند (مقدار Gap صفر به دست آمده است). همان‌طور که انتظار می‌رود برای مثال‌های کوچک‌تر تعداد جواب پارتویی کمتری تولید می‌شود. جبهه پارتویی مسئله برای یکی از مثال‌های عددی مسئله (مثال ۸)، مطابق با شکل (۴) است. همان‌طور که قابل مشاهده است این جبهه از مجموعه‌ای از نقاط تشکیل می‌شود که تمامی جواب‌های دیگر را مغلوب می‌کنند اما قادر به مغلوب کردن یکدیگر نیستند و در آن‌ها هیچ یک از توابع هدف مسئله نمی‌توانند بدون بدتر شدن مقدار تابع هدف دیگر، بهبود یابند.

جدول (۲): پارامترهای تصادفی مدل

پارامتر	توزیع تصادفی	پارامتر	توزیع تصادفی
λ_i	توزیع یکنواخت (۲و۱۶)	t_{ij}	توزیع یکنواخت (۵۰و۱۰۰)
μ_l	توزیع یکنواخت (۳۰و۵۰)	$t'_{j'j2}$	توزیع یکنواخت (۶۵و۹۵)
C_l	توزیع یکنواخت (۱۰۰و۵۰۰)	$t'_{j'j3}$	توزیع یکنواخت (۴۰و۸۰)

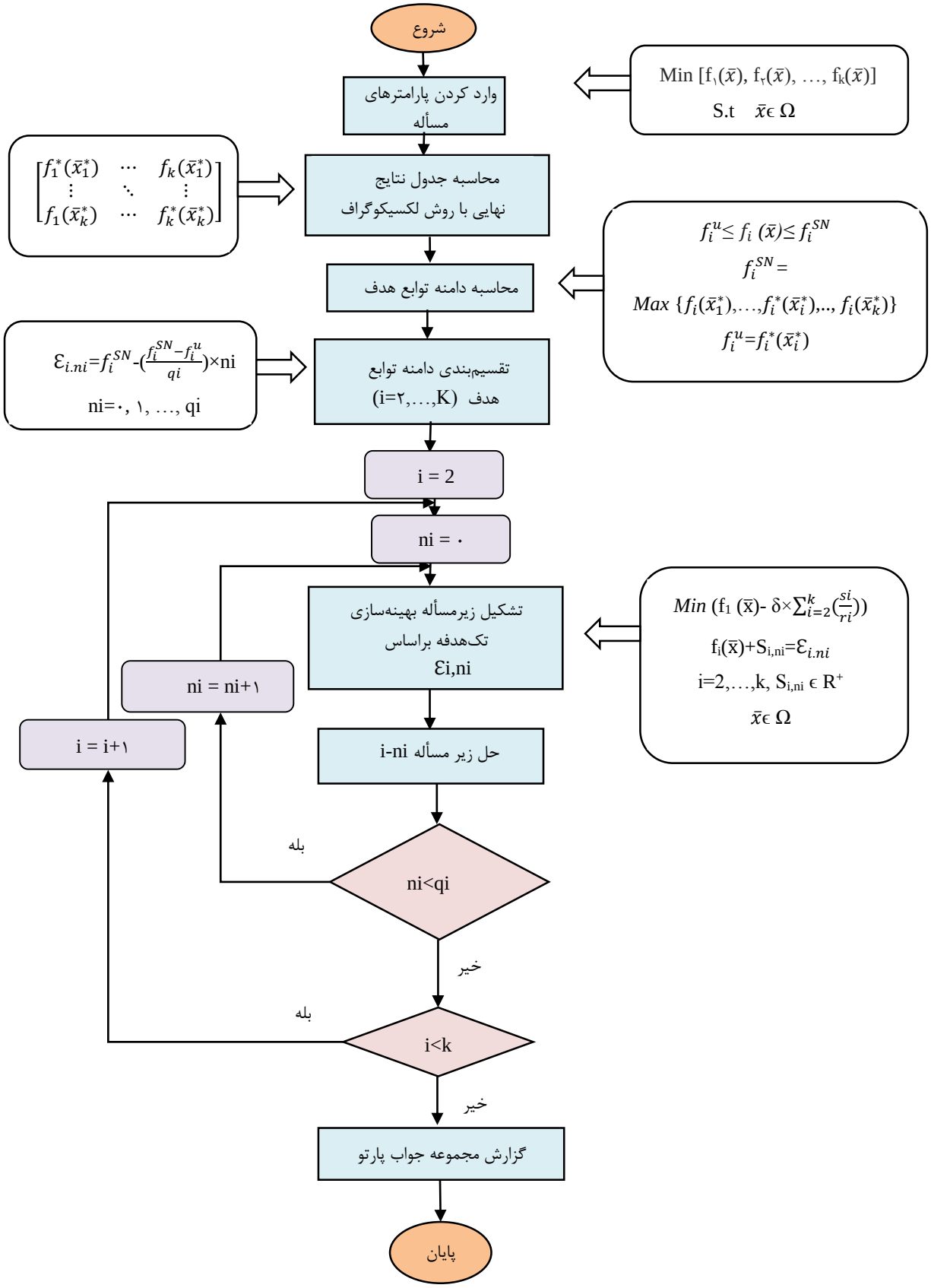
به علت داشتن مجموعه جواب پارتویی و وجود تعداد متغیرهای زیادی برای هر یک از جواب‌های پارتویی مسئله، برای نمایش نحوه مکان‌یابی و تخصیص صورت گرفته، تنها مقادیر متغیرهای به دست آمده برای یکی از جواب‌های مثال ۸ (جواب پارتوی شماره ۱) در جدول (۴) آمده است. همان‌طور که از مقادیر به دست آمده برای متغیرها ملاحظه می‌شود، در هر سطح از خدمت حداقل یک تسهیل احداث شده است، و مشتریان تنها به تسهیلات احداث شده تخصیص داده شده‌اند و تمامی مشتریان همه سطوح را طی کرده‌اند و نیز فقط به یکی از تسهیلات در هر سطح تخصیص داده شده‌اند. همچنین مسیر هر یک از مشتریان از مقادیر متغیرهای تخصیص قابل تشخیص می‌باشد: مشتریان نقطه تقاضای ۱ به ترتیب از تسهیلات ۴۵۱ در سطوح متوالی، مشتریان نقاط تقاضای ۲ و ۳ و ۵ از تسهیلات ۲۱۵ در سطوح متوالی و مشتریان نقطه تقاضای ۴ از تسهیلات ۵۵۱ در سطوح متوالی عبور می‌کنند.

همچنین همان‌طور که انتظار داشتیم و در جدول (۳) نیز مشاهده می‌شود، در مسئله حداقل سازی جواب‌های روش محدودیت اپسیلون از بیشترین مقدار تابع هدف فرعی (تابع هدف دوم) آغاز کرده و در تکرارهای بعد با محدود کردن مقادیر اپسیلون، مقدار آن را کاهش می‌دهد و متقابلاً به دلیل متناقض بودن توابع هدف، مقدار تابع هدف اصلی (تابع هدف اول) افزایش می‌یابد.

با مقایسه نتایج مثال‌های ۴ و ۷ (و یا مثال‌های ۳ و ۶) در جدول (۳) درمی‌یابیم که با افزایش تعداد سطوح تسهیلات، تابع هدف اول افزایش می‌یابد، چراکه با افزایش تعداد سطوح مدت‌زمان سفر مشتریان طولانی‌تر می‌شود. همچنین با مقایسه نتایج مثال‌های ۶ و ۷ می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش تعداد مشتریان تابع هدف اول افزایش پیدا می‌کند، چراکه هرچه تعداد مشتریان بیشتر باشد، زمان سفر به ازای مجموع مشتریان افزایش می‌یابد. همچنین مدت‌زمان انتظار در تسهیلات نیز بیشتر خواهد بود.

به‌منظور ارزیابی مدل پیشنهادی، تغییرات محتمل برخی پارامترهای مهم مسئله تحلیل بر روی جواب بهینه بررسی می‌گردد.

نتایج حاصل از تغییرات نرخ تقاضا، نرخ خدمت‌دهی و مدت‌زمان سفر برای مثالی با تعداد پنج مشتری، دو سطح و سه تسهیل بالقوه در هر سطح به ترتیب مطابق با شکل‌های (۵)، (۶) و (۷) می‌باشد.



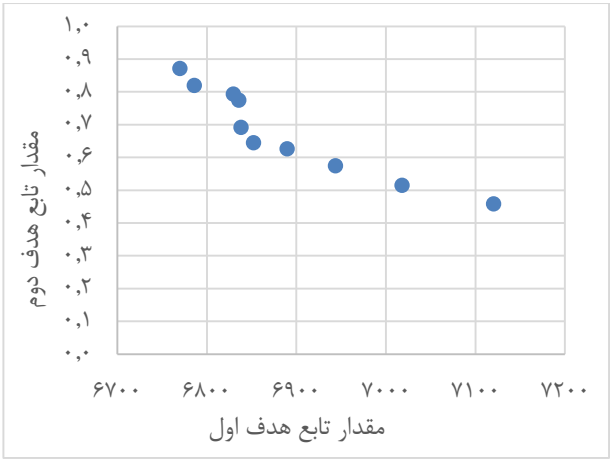
شکل (۳): روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده برای مسائل بهینه‌سازی چندهدفه [۳۰].

جدول (۳): نتایج حل مدل بااستفاده از روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده برای مثال‌های مختلف

شماره مثال	ابعاد مسأله (K-N-M)	M+(N×K)	مقدار بودجه (B)	شماره جواب	مقادیر توابع هدف		شماره مثال	ابعاد مسأله (K-N-M)	M+(N×K)	مقدار بودجه (B)	شماره جواب	مقادیر توابع هدف	
					مقدار هدف اول	مقدار هدف دوم						مقدار هدف اول	مقدار هدف دوم
۱	۴-۳-۲	۱۰	۱۲۰۰	۱	۴۶۷۰/۵۵۳	۰/۸۷۲	۶	۵-۴-۳	۱۷	۱۶۰۰	۱	۶۸۵۳/۰۲۷	۰/۸۳۲
				۲	۴۷۰۱/۹۵۲	۰/۷۱۹					۲	۶۹۳۰/۵۴۸	۰/۷۳۸
				۳	۴۷۰۷/۷۵۸	۰/۶۹۲					۳	۶۹۴۶/۹۷۹	۰/۶۶۷
				۴	۴۷۲۸/۲۹۲	۰/۶۰۰					۴	۶۹۵۸/۸۴۳	۰/۶۱۹
				۵	۴۷۳۲/۶۹۹	۰/۰۴۸					۵	۶۹۷۰/۱۳۴	۰/۶۰۰
۲	۵-۳-۲	۱۱	۱۲۰۰	۱	۵۲۸۰/۸۷۶	۰/۷۳۸					۶	۷۰۱۶/۸۹۳	۰/۵۷۰
				۲	۵۳۰۳/۳۱۳	۰/۵۷۳					۷	۷۰۴۶/۹۵۱	۰/۴۶۲
				۳	۵۳۰۹/۵۷۱	۰/۵۴۲					۸	۷۰۷۱/۵۱۸	۰/۴۵۹
				۴	۵۳۶۲/۲۰۸	۰/۵۰۸					۱	۷۷۶۵/۶۹۵	۰/۵۷۸
				۵	۵۴۲۰/۴۱۳	۰/۴۵۹					۲	۷۷۹۸/۲۸۴	۰/۵۳۶
۳	۵-۴-۲	۱۳	۱۳۰۰	۱	۵۳۲۷/۹۴۳	۰/۶۶۷	۷	۶-۴-۳	۱۸	۲۵۰۰	۳	۸۱۶۴/۴۴۵	۰/۵۰۱
				۲	۵۳۲۸/۳۹۴	۰/۶۲۷					۴	۸۱۷۵/۲۸۸	۰/۴۶۷
				۳	۵۳۳۱/۴۶۷	۰/۵۹۱					۵	۸۱۷۷/۱۳۳	۰/۴۴۳
				۴	۵۳۶۹/۹۸۰	۰/۴۶۲					۶	۸۱۸۰/۰۰۷	۰/۴۱۹
				۵	۵۴۳۸/۷۴۲	۰/۴۵۹					۷	۸۱۸۳/۲۵۴	۰/۴۰۹
۴	۶-۴-۲	۱۴	۱۳۰۰	۱	۵۹۱۸/۴۶۴	۰/۸۷۱					۸	۸۳۷۴/۱۱۸	۰/۴۰۵
				۲	۵۹۳۷/۵۴۵	۰/۷۷۵	۸	۵-۵-۳	۲۰	۲۵۰۰	۱	۶۷۶۹/۸۳۴	۰/۸۷۲
				۳	۵۹۸۴/۲۷۶	۰/۷۱۳					۲	۶۷۸۶/۰۳۰	۰/۸۲۰
				۴	۶۰۲۴/۲۰۵	۰/۶۶۷					۳	۶۸۲۹/۴۹۸	۰/۷۹۴
				۵	۶۰۴۲/۴۹۷	۰/۶۳۰					۴	۶۸۳۵/۴۹۶	۰/۷۷۵
				۶	۶۰۴۴/۹۶۲	۰/۵۴۸					۵	۶۸۳۷/۹۰۷	۰/۶۹۲
				۷	۶۰۷۱/۹۵۳	۰/۵۳۶					۶	۶۸۵۱/۸۹۶	۰/۶۴۵
				۸	۶۱۰۹/۳۴۱	۰/۴۰۹					۷	۶۸۸۹/۶۳	۰/۶۲۷
				۹	۶۲۷۱/۷۹۱	۰/۴۰۵					۸	۶۹۴۳,۴۳۳	۰/۵۷۵
۵	۶-۵-۲	۱۶	۱۵۰۰	۱	۵۷۵۴/۶۵۶	۰/۸۸۱					۹	۷۰۱۷/۷۵۹	۰/۵۱۵
				۲	۵۷۵۶/۵۹۱	۰/۷۳۸					۱۰	۷۱۱۹/۹۹۷	۰/۴۵۹
				۳	۵۸۳۶/۳۱۸	۰/۶۶۵	۹	۶-۵-۳	۲۱	۲۵۰۰	۱	۷۸۱۷/۰۹۹	۰/۵۳۶
				۴	۵۸۴۹/۹۴۸	۰/۶۲۷					۲	۷۹۴۶/۷۳۹	۰/۴۸۰
				۵	۵۸۸۹/۴۴۷	۰/۵۳۶					۳	۷۹۷۷/۷۷۸	۰/۴۴۳
				۶	۵۹۸۲/۳۲۲	۰/۴۰۹					۴	۷۹۷۸/۲۰۶	۰/۴۱۹
				۷	۶۱۹۴/۹۰۵	۰/۴۰۵					۵	۷۹۷۹/۱۱۵	۰/۴۰۹
											۶	۸۰۷۴/۹۹۵	۰/۴۰۵

همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش نرخ تقاضا (یا به عبارتی افزایش تعداد مشتریان متقاضی دریافت خدمت در هر نقطه تقاضا در واحد زمان)، مجموع مدت‌زمان سفر کل مشتریان افزایش می‌یابد. با افزایش نرخ تقاضا، مراجعات مشتریان به تسهیلات یا همان نرخ ورود به تسهیلات نیز افزایش یافته و با شلوغ‌تر شدن سیستم، مجموع مدت‌زمان انتظار در تسهیلات افزایش می‌یابد. بنابراین مقدار تابع هدف اول افزایش پیدا می‌کند. با شلوغ‌تر شدن سیستم که حاصل از افزایش نرخ تقاضاست، احتمال خالی بودن هر یک از تسهیلات کاهش و در نتیجه حداکثر احتمال بیکاری (تابع هدف دوم) کاهش می‌یابد. همچنین همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش نرخ خدمت‌دهی تسهیلات، تعداد مشتریان خدمت داده‌شده در واحد زمان افزایش یافته که منجر به کاهش مدت‌زمان انتظار در تسهیلات و در نتیجه کاهش تابع هدف اول می‌شود. همچنین با افزایش نرخ خدمت‌دهی تسهیلات، احتمال خالی بودن هر یک از تسهیلات افزایش و در نتیجه حداکثر احتمال بیکاری (تابع هدف دوم) افزایش می‌یابد. همان‌طور که پیش از این ذکر شد، تابع هدف

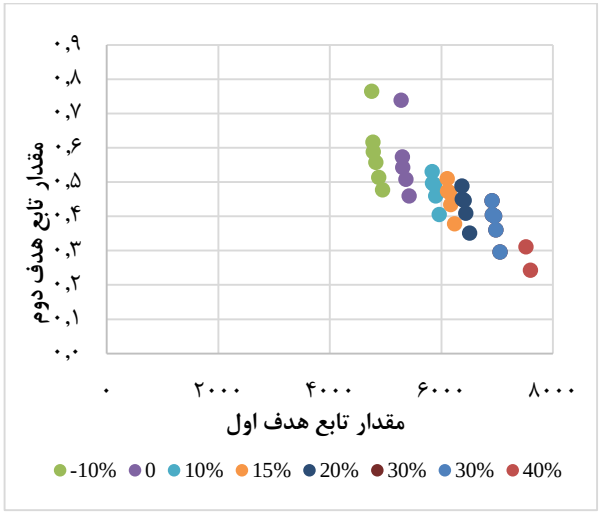
اول مدل، به‌عنوان تابع هدف اصلی مسئله برای روش محدودیت اپسیلون انتخاب شده است، چراکه با توجه به اصل تمرکز بر مشتری، رضایت مشتری از اهمیت بیشتری نسبت به اهداف مالکین برخوردار است. بنابراین به‌عنوان یک راه‌کار مدیریتی در مقابل افزایش نرخ تقاضا، می‌توان با استفاده از نیروی ماهرتر و افزایش نرخ خدمت‌دهی تابع هدف اول را بهبود بخشید (هرچند منجر به افزایش تابع هدف دوم می‌شود). علاوه بر این می‌توان از تعداد خدمت دهنده بیشتری استفاده کرد.



شکل (۴): نمایش جواب‌های پارتوی مثال ۸

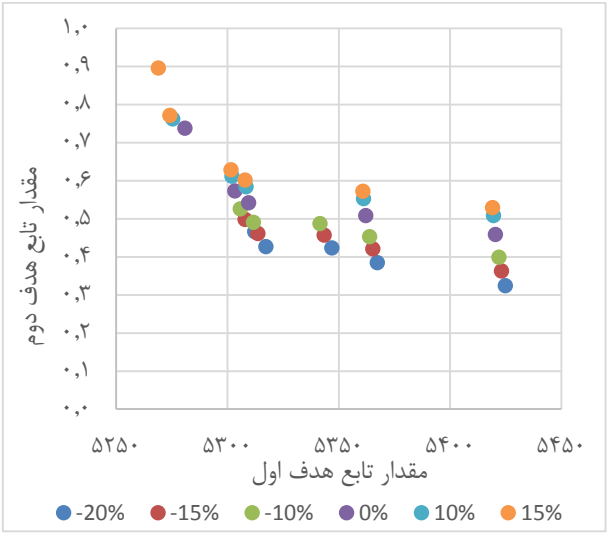
جدول (۴): نمایش مقادیر متغیرهای مثال ۸

مقادیر متغیرهای x_{ijl}
$x_{113} = x_{141} = x_{152} = x_{212} = x_{221} = x_{253} = x_{312} = x_{321} = x_{353} = x_{413} = x_{451} = x_{452} = x_{512} = x_{521} = x_{553} = 1$
مقادیر متغیرهای y_{jl}
$y_{12} = y_{13} = y_{21} = y_{41} = y_{51} = y_{52} = y_{53} = 1$
سایر مقادیر برابر صفر می‌باشد.

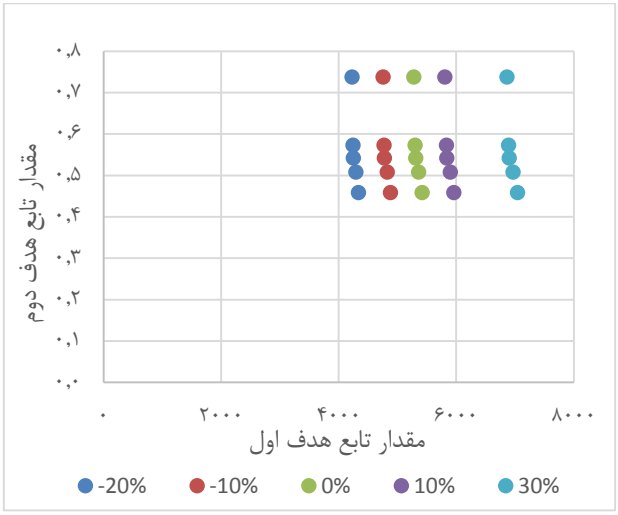


شکل (۵): تغییرات توابع هدف به ازای درصدهای تغییر در نرخ تقاضا

علاوه بر این افزایش تمامی مدت‌زمان‌های سفر میان نقاط مشتری تا تسهیلات سطح اول و نیز بین تسهیلات مختلف سطوح متوالی بالاتر به ازای درصدهای یکسان، منجر به افزایش مجموع مدت‌زمان سفر مشتریان و در نتیجه افزایش مقدار تابع هدف اول می‌شود، اما مقدار تابع هدف دوم بدون تغییر باقی می‌ماند. نمودارهای به دست آمده، تأییدکننده موارد ذکر شده هستند که این امر نشان‌دهنده صحت رفتار مدل نسبت به پارامترهای کلیدی مسئله می‌باشد.



شکل (۶): تغییرات توابع هدف به ازای درصدهای تغییر در نرخ خدمت‌دهی



شکل (۷): تغییرات توابع هدف به ازای درصدهای تغییر در مدت‌زمان سفر

۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

این مقاله به مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی-تخصیص چند سطحی پرداخته است که در آن ازدحام در سیستم در قالب سیستم‌های صف M/M/1 در نظر گرفته شد. ساختار چند سطحی مسئله و یکسان بودن ترتیب دریافت خدمت از سطوح مختلف توسط مشتریان، مسئله را به یک شبکه صف سری تبدیل کرد. مدل پیشنهادی را می‌توان در کارخانه‌های تولید و مونتاژ غیرمتمرکز، بازدیدهای فنی ماشین و یا سایر سرویس‌های اجباری در نمایندگی‌های مختلف، سیستم‌های سلامت استفاده کرد. نوآوری در

این مقاله چند سطحی بودن تسهیلات بوده و مدل جدیدی ارائه شده است که در آن برخلاف تنها مقاله چند سطحی موجود در ادبیات موضوع، مدت‌زمان‌های سفر مشتریان از سطح اول محاسبه نمی‌شود، بلکه مدت‌زمان‌های سفر بین تسهیلات سطوح متوالی مدنظر قرار گرفته است. در این مدل همچنین هزینه‌های احداث تسهیلات نیز لحاظ شده است. این مسئله با اهداف حداقل کردن مجموع مدت‌زمان سفر و مدت‌زمان انتظار در سیستم و حداقل کردن حداکثر احتمال بیکاری در میان تمامی تسهیلات سطوح مختلف، به‌صورت یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی چندهدفه، مدل‌سازی شد و آزمایشات عددی مختلفی با استفاده از روش محدودیت اپسیلون تقویت‌شده حل و مکان تسهیلات و نحوه تخصیص مشتریان به تسهیلات احداث شده تعیین و در نتیجه مسیر عبور هر مشتری از سطوح متوالی مشخص گردید. این روش ازجمله روش‌های حل دقیق مسائل است که یک مجموعه جواب پارتو حاصل می‌شود و مزیت‌های بسیاری نسبت به سایر روش‌های حل دقیق مسائل چندهدفه دارد. همچنین مدل مسئله تحلیل حساسیت شده که طبق نتایج به دست آمده، با افزایش نرخ تقاضا مقدار تابع هدف اول افزایش و تابع هدف دوم کاهش می‌یابد. با افزایش نرخ خدمت‌دهی تابع هدف اول کاهش و تابع هدف دوم افزایش می‌یابد. با افزایش مدت‌زمان‌های سفر تابع هدف اول افزایش می‌یابد و مقدار تابع هدف دوم بدون تغییر باقی می‌ماند. بنابراین با تغییر پارامترهای مهم مسئله، مدل پیشنهادی رفتاری مطابق با آنچه مورد انتظار بود از خود نشان داده است که نشان‌دهنده صحت مدل طراحی شده می‌باشد. همچنین راه‌کارهای مدیریتی برای مواجهه با افزایش نرخ تقاضا که یکی از پارامترهای حساس مدل است، ارائه شد.

به‌عنوان پیشنهاد برای تحقیقات آتی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) استفاده از سایر مدل‌های صف.
۲) افزودن مسئله تخصیص خدمت دهندگان و تعیین تعداد خدمت دهنده مورد نیاز برای هر تسهیل.
۳) افزودن وسیله نقلیه چندحالته و انتخاب وسیله نقلیه برای هر یک از مشتریان.
۴) در نظر گرفتن پدیده انصراف از ورود به سیستم توسط مشتریان.
۵) استفاده از روش‌های ابتکاری و فرااابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی ناچیره برای حل مدل در ابعاد بزرگ.

مراجع

[1] Myerson, P., (2015). "Supply chain and logistics management made easy: methods and applications for planning, operations, integration, control and improvement, and network design", Pearson Education.

[۲] امیری، مقصود، علی پور، مهرداد، حیدری فرسنگی، مجید (۱۳۹۱)، الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک برای مدل صف فازی حداکثر پوشش مکان‌یابی ـ تخصیص با در نظر گرفتن تراکم در سیستم و چند نوع تقاضا، مهندسی صنایع و مدیریت، ۱(۲): ۱۵-۲۵.

[3] Owen, S.H., Daskin, M.S., (1998). "Strategic facility location: A review:, European journal of operational research, 111(3): pp.423-447.

[4] ReVelle, C.S., Eiselt, H.A., (2005). "Location analysis: A synthesis and survey, European Journal of Operational Research, 165(1): 1-19.

[5] Cooper, L., (1963). "Location-allocation problems", Operations Research, 11: 331-344.

[6] Heragu, S.S., (2008). "Facilities design", CRC Press.

[7] Hodgson, M.J., (1990). "A Flow-Capturing Location-Allocation Model", Geographical Analysis, 22(3): 270-279.

[8] Daskin, M.S., (2011). "Network and discrete location: models, algorithms, and applications", John Wiley & Sons.

[9] Marianov, V., Serra, D., (2001). "Hierarchical location–allocation models for congested systems", European Journal of Operational Research, 135(1): 195-208.

[10]Porter, A.L., (1991). "Forecasting and management of technology", 18, John Wiley & Sons.

[11]Bhat, U.N., (2015). "An Introduction to Queueing Theory: Modeling and Analysis in Applications", 2nd edition, Birkhäuser Basel.

[۱۲]ارکات، جمال، زمانی، شکوفه (۱۳۹۲)، مکان یابی شبکه ای تسهیلات پرازدحام با در نظر گرفتن انصراف قبل از ورود مشتریان، نشریه پژوهش های مهندسی صنایع در سیستم های تولید، ۱(۲): ۳۷-۴۴.

[13]Larson, R.C., (1974). "A hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services", Computers and Operations Research, 1:67–95.

[14]Cooper, R.B., (1981). "Introduction to Queuing Theory", 2nd Edition, New York: Elsevier North Holland.

[15]Wang, Q., Batta, R., Rump, C.M., (2002). "Algorithms for a facility location problem with stochastic customer demand and immobile servers", Annals of operations Research, 111(1-4): 17-34.

[16]Pasandideh, S.H.R., Niaki, S.T.A., (2012). "Genetic application in a facility location problem with random demand within queuing framework", Journal of Intelligent Manufacturing, 23(3): 651-659.

[17]Pasandideh, S.H.R., Niaki, S.T.A., Hajipour, V., (2013). "A multi-objective facility location model with batch arrivals: two parameter-tuned meta-heuristic algorithms", Journal of Intelligent Manufacturing, 24(2): 331-348.

[18]Hajipour, V., Fattahi, P., Tavana, M., Di Caprio, D., (2016). "Multi-objective multi-layer congested facility location-allocation problem optimization

with Pareto-based meta-heuristics", Applied Mathematical Modelling, 40(7): 4948-4969.

[19]Harewood, S.I., (2002). "Emergency ambulance deployment in Barbados: a multi-objective approach", Journal of the Operational Research Society, 53(2): 185-192.

[20]Tavakkoli-Moghaddam, R., Vazifeh-Noshafagh, S., Taleizadeh, A.A., Hajipour, V., Mahmoudi, A., (2017). "Pricing and location decisions in multi-objective facility location problem with M/M/m/k queuing systems", Engineering Optimization, 49(1): 136-160.

[21]Syam, S.S., (2008). "A multiple server location–allocation model for service system design", Computers & Operations Research, 35(7): 2248-2265.

[22]Aboolian, R., Berman, O., Drezner, Z., (2009). "The multiple server center location problem", Annals of Operations Research, 167(1): 337-352.

[23]Rahmati, S.H.A., Hajipour, V., Niaki, S.T.A., (2013). "A soft-computing Pareto-based meta-heuristic algorithm for a multi-objective multi-server facility location problem", Applied Soft Computing, 13(4): 1728-1740.

[24]Araz, O.M., Fowler, J.W., Nafarrate, A.R., (2014). "Optimizing service times for a public health emergency using a genetic algorithm: Locating dispensing sites and allocating medical staff", IIE Transactions on Healthcare Systems Engineering, 4(4): 178-190

[25]Arkat, J., Jafari, R., (2016). "Network location problem with Stochastic and Uniformly Distributed Demands", International Journal of Engineering-Transactions B: Applications, 29(5): 654

[۲۶]ایروانی، محمدرضا، تیموری، ابراهیم (۱۳۹۱)، سیستم های صف، انتشارات دانشگاه علم و صنعت، تهران، جلد دوم، چاپ دوم.

[۲۷] مدرس، محمد، تیموری، ابراهیم (۱۳۹۳)، نظریه صف، انتشارات دانشگاه علم و صنعت، تهران، چاپ ششم.

[28]Mavrotas, G., (2009). "Effective implementation of the ε-constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming problems", Appl Math Comput, 213: 455–465.

[29]Hwang, C.L., Masud, A.S.M., (2012). "Multiple objective decision making—methods and applications: a state-of-the-art survey", Springer Science & Business Media.

[30]Aghaei, J., Amjady, N., Shayanfar, H.A., (2011). "Multi-objective electricity market clearing considering dynamic security by lexicographic optimization and augmented epsilon constraint method", Applied Soft Computing, 11(4): 3846-3858.

[31]Sadjadi, S.J., Heidari, M., Esboei, A.A., (2014). "Augmented ε-constraint method in multiobjective staff scheduling problem: a case study", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 70(5-8): 1505-1514.

IERPS Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

ISSN: 2345-2269

Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

Spring and Summer 2018, Volume 6., No. 12., pp.49-61
www.ier.basu.ac.ir

DOI: 10.22084/ier.2018.13378.1606

Multi-Layer Location-Allocation Model within Queuing Networks Framework

D. Saffari [1], A. Aghaie [1,*], E. Roghanian [1]

[1] Department of Industrial Engineering, Khajeh Nasir Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

***Article history*:**

Received 09 April 2017
Accepted 19 June 2018

***Keywords*:**

Location-allocation
Multi-layer service
Queuing theory
Multi-objective optimization
Augmented ε-constraint method

ABSTRACT

In this paper, we investigate location-allocation problem for multi-layer congestible facilities. In many real word location situations, a service center is not capable of serving all the simultaneous requests made for the service and as a result forming queues and congestion is inevitable. For this purpose, a multi-objective nonlinear integer programming model for queuing facility location problem with the same framework to the M/M/1 series queuing network is designed, in which facilities have several layers and customers should pass all the layers for service completion. The objective functions of the model are minimizing the sum of customers traveling times to facilities and waiting times in the system, and minimizing the maximum idle probability of the facilities. The proposed mathematical model is validated by sensitivity analysis, and the effect of the probable variations of the parameters on the Pareto solution is investigated. The results show that the model behaves correctly to the sensitive parameters of the problem. To evaluate the model, some numerical experiments are presented and solved with the Augmented ε-constraint technique of multi-objective optimization as well. The appropriate location among potential sites for appropriate number of facilities and allocation of customers to facilities of each layer are determined by Pareto optimal solutions found.

* Corresponding author. Abdollah Aghaie
Tel.: 021-84063363; *E-mail address: aaghaie@kntu.ac.ir*