

مدلسازی مسئله زمان‌بندی سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن سیاست حرکت قطعه و ابزار به‌طور هم‌زمان و حل آن با الگوریتم تکاملی

مقداد حاجی محمدعلی جهرمی^۱، رضا توکلی مقدم^{۲*}، احمد ماکویی^۳، عباس سقایی^۴

۱. استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد دماوند، دانشگاه آزاد اسلامی، دماوند، ایران.
۲. استاد دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران.
۳. استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران.
۴. استاد دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران.

خلاصه

در این مقاله، مسئله زمان‌بندی سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن سیاست ترکیب ماشین - ابزار پویا یعنی سیاستی که در آن امکان حرکت هم‌زمان قطعات و ابزارها با وسایل هدایت شونده مختص به خود در طول دوره زمانی تولید وجود دارد، مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی صفر و یک ارائه شده است. همچنین به دلیل ماهیت مسئله و NP-hard بودن آن، یک الگوریتم تکاملی خاص ارائه شده است. برای این منظور مسائلی به صورت تصادفی تولید شده‌اند و نتایج حل آنها با روش شاخه و کران و الگوریتم تکاملی با هم مقایسه شده‌اند. نتایج حاکی از آن است که الگوریتم تکاملی برای حل مسائل با ابعاد بزرگ کارایی بالایی دارد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۴/۰۵/۲۹

پذیرش ۱۳۹۵/۰۳/۰۸

کلمات کلیدی:

سیستم‌های تولید

انعطاف‌پذیر

زمان‌بندی

الگوریتم‌های تکاملی

۱- مقدمه

بکار گرفته شود. لذا به‌منظور استفاده بهینه از امکانات و کاهش هزینه‌ها و نیز لزوم پاسخ سریع به تغییر در محصولات، برنامه‌ریزی تولید برای چنین محیط‌هایی اهمیت خاصی پیدا می‌نماید [۱]. سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر به‌منظور ترکیب انعطاف‌پذیری تولید کارگاهی و بهره‌وری تولید خطی توسعه یافته‌اند. این سیستم‌ها از سه زیرسیستم تشکیل شده‌اند:

- سیستم پردازش شامل ماشین‌های کنترل عددی.
- سیستم حمل قطعات خودکار که این ماشین‌ها را به هم وصل می‌کند.
- و سیستم کنترل کامپیوتری که کل سیستم تولید انعطاف‌پذیر را کنترل می‌کند.

در حالی که زیرسیستم اول و دوم پتانسیل دستیابی به انعطاف‌پذیری بالا و بهره‌وری بالا را فراهم می‌کند، سیستم کنترل کامپیوتری تعیین‌کننده این است که چقدر از این پتانسیل می‌تواند

در طول چند دهه اخیر مفهوم سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر (Flexible Manufacturing Systems) به‌عنوان یک جواب قابل قبول معتبر برای پاسخگویی به سؤالات انعطاف‌پذیری و کارایی مطرح شده است. با این حال اگر چه این سیستم‌ها باعث افزایش انعطاف‌پذیری می‌شوند اما پیچیدگی‌هایی با خود به همراه دارند. هرگونه اشتباه در برنامه‌ریزی و به‌کارگیری این سیستم‌ها، ممکن است منجر به کاهش راندمان و قابلیت اطمینان تجهیزات و افزایش نیاز به سرمایه‌گذاری بی‌رویه هزینه‌های تولیدی شود. یک سیستم تولید انعطاف‌پذیر هزینه زیادی دارد و تنها هنگامی بازگشت سرمایه‌گذاری دارای توجیه اقتصادی است که سیستم باراندمان بالایی

* نویسنده مسئول. رضا توکلی مقدم

تلفن: ۰۲۱-۸۲۰۸۴۱۸۳؛ پست الکترونیکی: tavakoli@ut.ac.ir

تحقق پیدا کند [۲].

۲- تعریف مسئله و بررسی ادبیات موضوع

مسئله مورد بررسی، یک مسئله برنامه‌ریزی تولید تک دوره‌ای در محیط سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر می‌باشد. در این مسئله قطعات در صورت لزوم، در طول دوره زمانی تولید توسط وسایل هدایت‌شونده خودکار^۱ مربوطه بین ماشین‌ها حرکت می‌کنند، همچنین ابزارها بین ماشین‌ها با وسایل هدایت‌شونده مخصوص ابزارها جابجا می‌شوند. این امکان حرکت قطعات و ابزارها را سیاست ترکیب ماشین-ابزار پویا می‌نامیم. شایان ذکر است که در مسئله مورد نظر کمینه کردن کل زمان ساخت^۲ به‌عنوان تابع هدف، مورد بررسی قرار گرفته است. به علت ماهیت مسئله که جزء مسائل چند جمله‌ای غیردقیق سخت^۳ محسوب می‌شود و اینکه حل این مسئله در زمان قابل قبول انجام شدنی نیست [۳]، برای حل این‌گونه مسائل روش‌های فراابتکاری^۴ گوناگونی توسط محققین ارائه شده است [۱۱-۱۴]. تعیین دقیق این موضوع که کدام یک از این روش‌ها بهترین روش برای کدام مسئله است، کار ساده‌ای نیست با این حال برای مسئله‌ای مفروض، تعیین روش‌هایی که به جواب‌ها بهتری در مقایسه با روش‌های دیگر منجر می‌شود، امکان‌پذیر است.

کارهایی که تاکنون برای مسائل زمانبندی سفارشات در محیط‌های تولید انعطاف‌پذیر انجام گرفته بر مبنای یکی از دو سیاست بوده است:

- فقط امکان حرکت ابزار^۵ بین ماشین‌ها در طول افق زمانی تولید امکان‌پذیر باشد.
- فقط امکان حرکت قطعه^۶ بین ماشین‌ها در طول افق زمانی تولید امکان‌پذیر باشد.

در سیاست حرکت ابزار بین ماشین‌ها، قطعات در ابتدای پریود زمانی تولید روی ماشین‌ها نصب می‌شوند و تا انتهای پریود زمانی تولید روی همان ماشین‌ها باقی می‌مانند و این ابزارها می‌باشند که برای ایجاد ترکیبات ماشین-ابزار جدید به‌منظور ماشین‌کاری قطعات بین ماشین‌ها با وسایل هدایت‌شونده خودکار ابزار^۷ حرکت می‌کنند. در سیاست حرکت قطعه، ابزارها در ابتدای پریود زمانی تولید روی ماشین‌ها نصب و تا انتهای پریود زمانی تولید روی همان ماشین‌ها باقی می‌مانند و قطعات می‌باشند که به‌منظور ماشین‌کاری با ترکیبات ماشین-ابزار مناسب بین ماشین‌ها با وسایل هدایت‌شونده خودکار قطعات جابجا می‌شوند. در سیاست حرکت ابزار و قطعه به‌طور هم‌زمان یا ترکیب ماشین-ابزار پویا در طول افق برنامه‌ریزی تولید، ابزارها و قطعات با وسایل هدایت‌شونده مختص به خود بین ماشین‌ها

جابجا می‌شوند. این سیاست باعث انعطاف‌پذیری بیشتر این سیستم‌ها می‌شود. به‌طوری‌که زمان‌های بیکاری ماشین‌ها کمتر شده و همچنین زمان انتظار قطعات برای انجام عملیات‌های مربوطه کاهش می‌یابد که نهایتاً انتظار می‌رود در این حالت زمان تکمیل سفارشات کاهش یابد، این سیاست اولین بار توسط جهرمی و توکلی مقدم [۱۲] برای مسئله تخصیص عملیات به ترکیب ماشین-ابزار در سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر ارائه شد. چن و سارنکر [۳] یک مدل برنامه‌ریزی خطی ترکیبی صفر و یک برای مسئله تخصیص عملیات به ماشین-ابزار باسیاست حرکت قطعات بین ماشین‌ها ارائه و این مسئله را با الگوریتم فراابتکاری مورچگان حل کرده‌اند آن‌ها برای این منظور مدل برنامه‌ریزی خطی ترکیبی صفر و یک چندهدفه آرمانی را برای مسئله تخصیص عملیات‌ها به ترکیبات ماشین-ابزار ارائه کرده که آرمان‌ها را به‌صورت فازی در نظر گرفته‌اند و آن را با الگوریتم فراابتکاری مورچگان بدون در نظر گرفتن چندهدفه بودن مدل حل کرده‌اند.

بویارگن و همکاران [۱۳] یک الگوریتم ابتکاری برای مسئله تخصیص عملیات به ماشین-ابزار باسیاست حرکت ابزار بین ماشین‌ها ارائه کرده و در این الگوریتم ابتکاری، انتخاب ابزار برای انجام عملیات‌های موجود بر مبنای نسبت عمر ابزار به‌اندازه ابزار برای نصب روی هر ماشین می‌باشد. لی و همکاران [۱۴] یک مدل یکپارچه ارائه کرده‌اند که توالی عملیات و انتخاب ابزار را به‌طور هم‌زمان انجام می‌دهد. همچنین در این مدل زمان انتظار ابزارها هنگام عدم دسترسی بودن آن‌ها را کمینه می‌کند. چن و هو [۱۵] رویکرد مسائل چندهدفه برای حل مسئله برنامه‌ریزی تولید در محیط سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن چهار هدف کمینه کردن مجموع زمان شناوری قطعات، عدم تعادل بارکاری ماشین‌ها، بزرگ‌ترین بار کاری ماشین‌ها و کل هزینه ماشین‌کاری ارائه کرده‌اند.

ابوگلیما و متولی [۳] یک مدل برنامه‌ریزی ترکیبی صفر و یک با در نظر گرفتن سیاست حرکت قطعه در طول پریود زمانی تولید برای مسئله بارگذاری و تخصیص عملیات به ترکیب ماشین-ابزار ارائه کرده‌اند. مدل آن‌ها شامل تابع هدف کمینه کردن مجموع زمان انتقال مواد، حداکثر زمان تکمیل و مجموع زمان انجام فرآیند را با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی از جمله عمر ابزار، عدم حرکت ابزار بین ماشین‌ها، زمان در دسترس ماشین‌ها، محدودیت نصب ابزار روی هر ماشین، محدودیت هزینه راه‌اندازی ماشین‌ها و در نظر گرفتن روابط پیش‌نیازی بین عملیات‌ها می‌باشد و نهایتاً زمان‌بندی خروجی نتایج این مدل تخصیص را ارائه کرده‌اند. سارنکر و تیواری [۱۶] رویکردی تلفیقی از الگوریتم‌های فراابتکاری جستجوی ممنوع و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل مسئله بارگذاری ماشین و تخصیص عملیات در محیط سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر به‌منظور مسئله کمینه کردن عدم تعادل سیستم و ماکزیمم کردن بازده سیستم ارائه کرده‌اند. نگرجون و همکاران [۱۷] یک الگوریتم ابتکاری بر مبنای

1. Automated Guided Vehicle (AGV)
2. Makespan
3. Non-deterministic Polynomial Hard (NP-Hard)
4. Meta-heuristic
5. Tool Movement Policy
6. Part Movement Policy
7. Automated Guided Vehicles for Tools

۳- مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی صفر و یک زمان‌بندی سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن سیاست حرکت قطعه و ابزار به‌طور هم‌زمان

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد مسئله مورد نظر به‌صورت یک مسئله برنامه‌ریزی تولید تک دوره‌ای در نظر گرفته شده است. مفروضات و نمادهای بکار گرفته شده و مدل در بخش‌های بعدی ارائه شده است.

۳-۱- مفروضات مسئله مورد بررسی

در این مقاله، مفروضات زیر برای مسئله مورد نظر در نظر گرفته شده است:

- هر قطعه، عملیات‌هایی دارد که هر کدام از آن‌ها می‌تواند با تمام ترکیب‌های ماشین-ابزار مختلف، به‌عنوان گزینه‌های پیشنهادی انجام شوند.
- هر عملیات در طول افق برنامه‌ریزی تنها می‌تواند با یک ترکیب ماشین-ابزار انجام شود.
- انجام هر عملیات با هر ترکیب ماشین-ابزار، زمان مختص به خود را دارد که لزوماً با سایر گزینه‌های پیشنهادی برابر نیست و در صورتی که عملیاتی به لحاظ فنی نتواند با ترکیب ماشین-ابزار بخصوصی انجام شود، زمان آن بسیار زیاد (M) در نظر گرفته می‌شود و این زمان زیاد به‌نوعی جریمه محسوب می‌شود.
- زمان حرکت ابزارها و زمان حرکت قطعات بین ماشین‌ها و همچنین زمان‌های مربوط به نصب آن‌ها روی ماشین‌ها صفر در نظر گرفته شده است.
- روابط پیش‌نیازی بین عملیات‌های هر قطعه (سفارش) در نظر گرفته شده است. به عبارت دیگر، عملیات‌های هر قطعه باید به ترتیب انجام شوند. ابتدا عملیات اول قطعه اول p_{101} و سپس عملیات دوم این قطعه p_{102} و ... ولی بین انجام قطعات یا سفارشات، وابستگی وجود ندارد.
- یک ابزار در هر واحد شکاف زمانی (یا واحد زمانی) افق برنامه‌ریزی، حداکثر می‌تواند روی یک ماشین وجود داشته باشد و نمی‌تواند به‌صورت هم‌زمان روی دو یا بیشتر ماشین وجود داشته باشد و از هر ابزار یکی موجود است.
- محدودیتی درباره در دسترس بودن وسایل هدایت شونده خودکار، پالت، فیکسچر و غیره وجود ندارد.
- همچنین زمان‌های تعویض و آماده‌سازی ابزارها و قطعات و ماشین‌ها صفر در نظر گرفته شده است.

۳-۲- نمادها

نمادهای بکار گرفته شده در مدل ارائه شده عبارت‌اند از:

- p اندیس قطعه: $p=1, \dots, n$ که n تعداد کل قطعات یا سفارشات است.
- $o(p)$ اندیس عملیات: $o(p)=1, \dots, q(p)$ که $q(p)$ آخرین عملیات قطعه p است.
- l اندیس ابزار: $l=1, \dots, L$ که L تعداد ابزارهای موجود است.

رویکرد برنامه‌ریزی چند مرحله‌ای برای حل مسئله کمینه کردن عدم تعادل بار کاری ارائه کرده‌اند که محدودیت‌های تکنولوژیکی از جمله زمان در دسترس بودن ماشین‌ها و محدودیت نسب ابزار روی ماشین‌ها را در نظر می‌گیرد.

مهدوی و همکاران [۸] مدلی چندهدفه برای مسئله تخصیص عملیات به ترکیب ماشین-ابزار در محیط سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر باسیاست حرکت قطعه در طول دوره زمانی تولید ارائه کردند که مدل آن‌ها یک مدل برنامه‌ریزی خطی صفر و یک می‌باشد، در واقع مدل برنامه‌ریزی خطی آن‌ها همان مدل چن و سارنکر [۳] می‌باشد با این تفاوت که مدل چن و سارنکر به‌صورت یک مدل چندهدفه برنامه‌ریزی آرمانی ارائه شده ولی مهدوی و همکاران [۸] مدل خود را به‌صورت چندهدفه ارائه کرده‌اند و به دنبال پیدا کردن بهترین مرز بهینه پاراتو می‌باشند.

پرسی و همکاران [۵] رویکردی ابتکاری که در سطوح بالای آن اندازه انباشته‌ها مشخص می‌شوند و در سطوح پایینی آن اندازه انباشته‌ها توالی داده شده و از طریق زمان‌بندی به هم ارتباط پیدا می‌کنند ارائه کرده‌اند. لا و همکاران [۶] یک مدل چندهدفه برای حل مسئله زمان‌بندی سیستم تولید انعطاف‌پذیر که در آن میانگین زمان شناوری قطعات و میانگین تأخیر کارها و میانگین زمان بیکاری ماشین‌ها به‌طور هم‌زمان کمینه می‌شوند ارائه کرده است.

چهرمی و همکاران [۱۸] از یک روش فراابتکاری به نام بهینه‌سازی مورچگان پاراتویی برای حل مسئله انتخاب ترکیب ماشین-ابزار مناسب برای انجام سفارشات استفاده کرده‌اند سیاستی که آن‌ها استفاده کرده‌اند سیاست حرکت قطعه در طول دوره زمانی تولید بوده است و تابع هدف آن‌ها کمینه کردن هزینه تولید و زمان کل ساخت بوده است.

فخرزاد و علی‌نژاد [۱۹] برنامه‌ریزی و زمان‌بندی پیشرفته با در نظر گرفتن اثر یادگیری در سیستم‌های ساخت کارگاهی انعطاف‌پذیر را مورد بررسی قرار داده‌اند. در کار آن‌ها عامل‌های انسانی در امر مدل‌سازی در نظر گرفته شده است و یک رویکرد جدید برای اعمال اثر یادگیری در مسئله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی پیشرفته ارائه شد. همچنین با توجه به پیچیدگی محاسباتی مدلی که آن‌ها، یک الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای برای حل مدل پیشنهادی آن‌ها ارائه شده است.

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، در این مقاله سعی شده است مدل برنامه‌ریزی خطی صفر و یک برای مسئله زمان‌بندی در محیط سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن سیاست حرکت هم‌زمان قطعه و ابزار در بین ماشین‌ها ارائه شود. اکثر محققین در بررسی این مسئله، تنها حرکت قطعه و یا ابزار را به‌صورت جداگانه مورد بررسی قرار داده‌اند و حرکت هم‌زمان آن‌ها تنها توسط چهرمی و توکلی مقدم [۱۲] در قالب مسئله تخصیص مورد بررسی قرار گرفته است.

۳-۴- مدل ریاضی

هدف مدل ارائه شده کمینه کردن کل زمان ساخت (۱) می‌باشد. در مدل ارائه شده زمان تکمیل قطعه C_p برابر است با زمان اتمام آخرین عملیات $q(p)$ آن قطعه که این زمان توسط معادله (۳) محاسبه می‌شود. معادله (۴) بیان می‌کند که هر عملیات $o(p)$ از هر قطعه (سفارش) می‌بایست در یک واحد زمانی از افق زمانی مورد نظر شروع شود. معادله (۵) بیان می‌کند که هر عملیات $o(p)$ از هر قطعه یا سفارش می‌بایست در یک واحد زمانی یا شکاف زمانی از افق مورد نظر خاتمه یابد. روابط پیش‌نیازی بین عملیات‌های هر قطعه یا سفارش با محدودیت (۶) رعایت می‌شود. معادله (۷) تضمین‌کننده این موضوع است که هر عملیات $o(p)$ از هر قطعه p می‌بایست با یک ترکیب ماشین- ابزار انجام شود. رابطه (۸) بیان می‌کند اگر عملیات $o(p)$ از قطعه p به ترکیب ماشین- ابزار (ml) تخصیص یابد، آنگاه حداقل یک واحد زمانی برای انجام این عملیات مورد نظر با ترکیب مذکور لازم است همچنین این محدودیت بیان‌کننده رابطه بین دو متغیر تصمیم صفر و یک $v_{p,o(p),m,l,k}$ و $y_{p,o(p),m,l}$ است.

رابطه‌های (۹) الی (۱۱) بیان‌کننده رابطه بین متغیرهای تصمیم صفر و یک $y_{p,o(p),m,l}$ ، $v_{p,o(p),m,l,k}$ ، $f_{p,o(p),k}$ و $s_{p,o(p),k}$ می‌باشند. به عبارت دیگر رابطه (۹) بیان می‌کند که عملیات $o(p)$ از قطعه p با ماشین- ابزار (ml) در واحد زمانی k انجام شود، یعنی اگر متغیر $v_{p,o(p),m,l,k}$ مقدار یک گرفت آنگاه می‌بایست متغیر تصمیم $y_{p,o(p),m,l}$ نیز مقدار یک بگیرد، به عبارت دیگر بدون توجه

m اندیس ماشین: $m=1, \dots, M$ که M تعداد ماشین‌های موجود است.

k اندیس شکاف زمانی یا شمارنده زمان: $K=1, \dots, K$ که K بیشینه افق زمانی است.

$T_{p,o(p),m,l}$ زمان ماشین‌کاری عملیات o_i قطعه p با استفاده از ماشین- ابزار (ml) است.

۳-۳- متغیرهای تصمیم‌گیری

$y_{p,o(p),m,l}$: متغیر صفر و یک؛ اگر عملیات $o(p)$ از قطعه p با ماشین m و ابزار l انجام شود این متغیر مقدار یک می‌گیرد در غیر این صورت مقدار آن صفر است (متغیر کمکی).

$v_{p,o(p),m,l,k}$: متغیر صفر و یک؛ اگر عملیات $o(p)$ از قطعه p با ماشین m و ابزار l در واحد زمانی k انجام شود این متغیر مقدار یک می‌گیرد در غیر این صورت مقدار آن صفر است (متغیر اصلی).

$s_{p,o(p),k}$: متغیر صفر و یک؛ اگر عملیات $o(p)$ از قطعه p در واحد زمانی یا شکاف زمانی k شروع شود این متغیر مقدار یک می‌گیرد، در غیر این صورت مقدار آن صفر است.

$f_{p,o(p),k}$: متغیر صفر و یک؛ اگر عملیات $o(p)$ از قطعه p در واحد زمانی یا شکاف زمانی k از افق زمانی تمام شود مقدار یک می‌گیرد، در غیر این صورت مقدار آن صفر است.

C_p : زمان تکمیل قطعه p است.

$$\text{Min } C_{max} \quad \text{s.t.} \quad (1)$$

$$C_{max} = \max\{C_p\} \quad \forall p \quad (2)$$

$$C_p = \sum_m \sum_l (y_{p,o(p),m,l} \times T_{p,o(p),m,l}) + \sum_k k \times s_{p,o(p),k} \quad \forall p, q(p) \quad (3)$$

$$\sum_k s_{p,o(p),k} = 1 \quad \forall p, o(p) \quad (4)$$

$$\sum_k f_{p,o(p),k} = 1 \quad \forall p, o(p) \quad (5)$$

$$\sum_k k(s_{p,o(p)+1,k} - s_{p,o(p),k}) \geq 0 \quad \forall p, o(p) \quad (6)$$

$$\sum_m \sum_l y_{p,o(p),m,l} = 1 \quad \forall p, o(p) \quad (7)$$

$$\sum_k v_{p,o(p),m,l,k} \geq y_{p,o(p),m,l} \quad \forall p, o(p), m, l \quad (8)$$

$$y_{p,o(p),m,l} \geq v_{p,o(p),m,l,k} \quad \forall p, o(p), m, l, k \quad (9)$$

$$\sum_k s_{p,o(p),k} \geq y_{p,o(p),m,l} \quad \forall p, o(p), m, l \quad (10)$$

$$\sum_k f_{p,o(p),k} \geq y_{p,o(p),m,l} \quad \forall p, o(p), m, l \quad (11)$$

$$\sum_k v_{p,o(p),m,l,k} = T_{p,o(p),m,l} \times y_{p,o(p),m,l} \quad \forall p, o(p), m, l \quad (12)$$

$$\left(\sum_k k \times f_{p,o(p),k} \right) - \left(\sum_k k \times s_{p,o(p),k} \right) = \sum_m \sum_l T_{p,o(p),m,l} \times y_{p,o(p),m,l} \quad \forall p, o(p) \quad (13)$$

$$\sum_m \sum_l v_{p,o(p),m,l,k} \leq 1 \quad \forall p, o(p), k \quad (14)$$

$$\sum_p \sum_{o(p)} v_{p,o(p),m,l,k} \leq 1 \quad \forall m, l, k \quad (15)$$

جدول (۱): جزئیات مسئله زمان‌بندی سیستم تولید انعطاف‌پذیر

قطعه	عملیات	ابزار	ماشین		
			m1	m2	
p1	o1	l1	۶	۵	
		l2	۴	۲	
	o2	l1	۷	۵	
		l2	۳	۶	
	o3	l1	۴	۵	
		l2	۸	۲	
p2	o1	l1	۳	۸	
		l2	۷	۵	
	o2	l1	۵	۸	
		l2	۵	۲	
	o3	l1	۶	۶	
		l2	۳	۸	
	p3	o1	l1	۵	۴
			l2	۶	۷
		o2	l1	۳	۵
			l2	۵	۶
		o3	l1	۶	۲
			l2	۶	۷

مقادیر متغیرهای تصمیم صفر و یک، بیانگر تخصیص عملیات به ترکیب ماشین-ابزار با در نظر گرفتن شکاف زمانی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 v_{1,1,2,2,1}=1, & \quad v_{1,1,2,2,2}=1, & \quad v_{1,2,1,2,4}=1, & \quad v_{1,2,1,2,5}=1, \\
 v_{1,2,1,2,6}=1, & \quad v_{1,3,2,2,8}=1, & \quad v_{1,3,2,2,9}=1, & \quad v_{2,1,1,1,1}=1, \\
 v_{2,1,1,1,2}=1, & \quad v_{2,1,1,1,3}=1, & \quad v_{2,2,2,2,10}=1, & \quad v_{2,2,2,2,11}=1, \\
 v_{2,3,1,2,12}=1, & \quad v_{2,3,1,2,13}=1, & \quad v_{2,3,1,2,14}=1, & \quad v_{3,1,2,1,4}=1, \\
 v_{3,1,2,1,5}=1, & \quad v_{3,1,2,1,6}=1, & \quad v_{3,1,2,1,7}=1, & \quad v_{3,2,1,1,8}=1, \\
 v_{3,2,1,1,9}=1, & \quad v_{3,2,1,1,10}=1, & \quad v_{3,3,2,1,12}=1, & \quad v_{3,3,2,1,13}=1.
 \end{aligned}$$

متغیرهای تصمیم صفر و یک بیانگر زمان شروع و پایان هر عملیات از هر قطعه عبارت است از:

$$\begin{aligned}
 s_{1,1,1}=1, & \quad f_{1,1,2}=1, & \quad s_{1,2,4}=1, & \quad f_{1,2,6}=1, \\
 s_{1,3,8}=1, & \quad f_{1,3,9}=1, & \quad s_{2,1,1}=1, & \quad f_{2,1,3}=1, \\
 s_{2,2,10}=1, & \quad f_{2,2,11}=1, & \quad s_{2,3,12}=1, & \quad f_{2,3,14}=1, \\
 s_{3,1,4}=1, & \quad f_{3,1,7}=1, & \quad s_{3,2,8}=1, & \quad f_{3,2,10}=1, \\
 s_{3,3,12}=1, & \quad f_{3,3,13}=1.
 \end{aligned}$$

بر اساس نتایج به دست آمده از حل مسئله مذکور با روش شاخه و کران مقدار تابع هدف یا همان کل زمان ساخت، مطابق معادله (۱۷) برابر ۱۴ می‌باشد. همچنین شکل ۱ زمان‌بندی بهینه ارائه شده را به صورت گرافیکی نمایش می‌دهد.

$$Objective\ z = \{max\{C_p\}\} = 14 \quad (16)$$

به اینکه در چه زمانی عملیات $o(p)$ از قطعه p انجام شود، این عملیات باید با ماشین ابزار (ml) انجام شود. رابطه (۱۰) بیان می‌کند اگر عملیات $o(p)$ از قطعه p با ماشین‌ابزار (ml) انجام شود یعنی $y_{p,o(p),m,l}=1$ آنگاه می‌بایست این کار در یک واحد زمانی در طول افق زمانی برنامه‌ریزی شروع شود یعنی $\sum_k s_{p,o(p),k}=1$ رابطه (۱۱) بیان می‌کند اگر قرار باشد، عملیات $o(p)$ از قطعه p با ماشین-ابزار (ml) انجام شود یعنی $y_{p,o(p),m,l}=1$ آنگاه می‌بایست این کار در یک واحد زمانی در طول افق زمانی برنامه‌ریزی پایان یابد، یعنی $\sum_k f_{p,o(p),k}=1$.

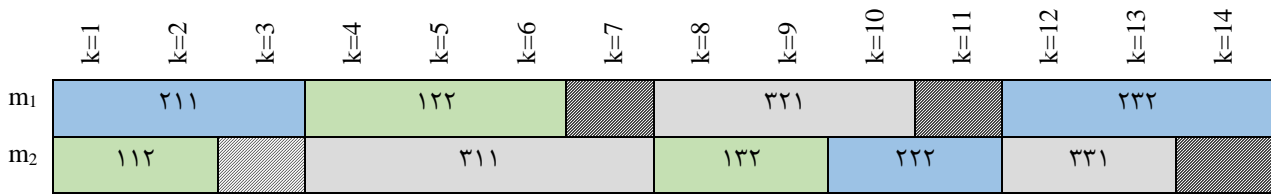
معادله (۱۲) بیان می‌کند که به اندازه زمان مورد نیاز برای انجام عملیات $o(p)$ از قطعه p با ماشین-ابزار (ml) که جزء ورودی‌های مسئله است $(T_{p,o(p),m,l})$ ، می‌بایست واحد زمانی از افق زمانی برنامه‌ریزی تخصیص داده شود. معادله (۱۳) بیان می‌کند هرگاه انجام عملیاتی $o(p)$ از قطعه‌ای شروع شود آنگاه انجام آن عملیات می‌بایست بدون وقفه در افق زمانی برنامه‌ریزی به صورت پیوسته به اتمام برسد.

محدودیت (۱۴) بیان می‌کند هر عملیات $o(p)$ از هر قطعه p می‌تواند در یک شکاف زمانی k حداکثر با یک ترکیب ماشین-ابزار (ml) انجام شود. محدودیت (۱۵) بیان می‌کند با هر ترکیب ماشین-ابزار (ml) در هر واحد زمانی k حداکثر یک عملیات $o(p)$ از یک قطعه‌ای p قابل انجام است.

به عنوان مثال، یک مسئله زمان‌بندی با اندازه کوچک با سه قطعه p_1, p_2, p_3 که هر کدام دارای سه عملیات o_1, o_2, o_3 می‌باشند در محیط یک سیستم انعطاف‌پذیر شامل دو ماشین m_1 و m_2 و دو ابزار l_1 و l_2 با در نظر گرفتن فروض مسئله از جمله سیاست حرکت ابزار و قطعه به طور هم‌زمان در نظر گرفته شده است. جزئیات مربوط به زمان ماشین‌کاری عملیات‌ها با ترکیبات ماشین-ابزار گوناگون در جدول شماره ۱ نمایش داده شده است.

به عنوان مثال، یک مسئله زمان‌بندی با اندازه کوچک با سه قطعه p_1, p_2, p_3 که هر کدام دارای سه عملیات o_1, o_2, o_3 می‌باشند در محیط یک سیستم انعطاف‌پذیر شامل دو ماشین m_1 و m_2 و دو ابزار l_1 و l_2 با در نظر گرفتن فروض مسئله از جمله سیاست حرکت ابزار و قطعه به طور هم‌زمان در نظر گرفته شده است. جزئیات مربوط به زمان ماشین‌کاری عملیات‌ها با ترکیبات ماشین-ابزار گوناگون در جدول شماره ۱ نمایش داده شده است.

مسئله فوق توسط یک روش شاخه و کران با نرم‌افزار LINGO 11.0 حل شده است و جواب‌های به دست آمده به صورت زیر می‌باشد. شایان ذکر است که فقط متغیرهای تصمیم صفر و یکی که مقدار یک گرفته‌اند، ارائه شده است و سایر متغیرها مطابق جواب ارائه شده توسط روش شاخه و کران بکار گرفته شده توسط نرم‌افزار، مقدار صفر گرفته‌اند.



شکل (۱): زمان بندی بهینه ارائه شده توسط روش شاخه و کران (اعداد داخل شکل به ترتیب قطعه، عملیات و ابزار می‌باشند)

۴- الگوریتم تکاملی ارائه شده برای حل مسئله

یکی از مشهورترین روش‌های جستجوی تصادفی، الگوریتم‌های تکاملی می‌باشند که این الگوریتم‌ها زیرمجموعه الگوریتم‌های فراابتکاری جمعیت مبنای می‌باشند. در واقع این الگوریتم‌ها از یک جمعیت به‌عنوان جواب استفاده می‌کنند و مکانیزم‌های تکاملی بیولوژیکی نشأت گرفته از طبیعت نظیر جهش^۱، تقاطع^۲ و غیره را روی آن‌ها بکار می‌برند. تابع برازندگی^۳ هر جواب یا فرد، کیفیت آن جواب را تعیین می‌کند. نهایتاً با تکرار عملگرهای ذکر شده تکامل جمعیت رخ می‌دهد.

۴-۱- نحوه نمایش جواب

در الگوریتم تکاملی پیشنهادی برای مسئله مورد نظر، هر کروموزوم^۵ بیانگر یک جواب شدنی برای زمان بندی قطعات (سفارشات) می‌باشد که دارای n ژن می‌باشد. به طوری که مقدار n با مجموع عملیات‌های تمام سفارشات برابر است. در این نحوه نمایش هر ژن از هر کروموزوم بیانگر یک عملیات از یک قطعه (یا سفارش) است. در واقع چپ‌ترین ژن هر کروموزوم یا اولین ژن کروموزوم نمایانگر اطلاعات اولین عملیات از اولین قطعه است (p_{i01}) و راست‌ترین ژن هر کروموزوم یا آخرین ژن کروموزوم بیانگر آخرین عملیات آخرین سفارش (POP)، مطابق آنچه در شکل ۲ نشان داده شده است، می‌باشد. همچنین هر ژن شامل سه پارامتر می‌باشد که این سه به ترتیب بیانگر ماشین m ، ابزار l و اولویت زمان بندی s آن عملیات روی ماشین مورد نظر می‌باشد. برای مثال اگر اولین ژن کروموزوم به صورت "۲۱۳" به‌طور تصادفی مقدار دهی شود، به این معنی است که عملیات اول قطعه اول p_{i01} با ترکیب ماشین ابزاری شامل ماشین دوم m_2 و ابزار اول l_1 انجام شود، به طوری که اولویت زمان بندی این عملیات، بعد از دو عملیات دیگر توسط ماشین مورد نظر می‌باشد. به عبارت دیگر این عملیات سومین عملیاتی است که روی ماشین دوم زمان بندی می‌شود.

mls	mls	mls	.	.	.	mls
-------	-------	-------	---	---	---	-------

شکل (۲): نحوه نمایش یک کروموزوم با ژن‌های مربوط

1. Population Base
2. Mutation
3. Crossover
4. Fitness Function
5. Chromosome

به‌منظور تخصیص ترکیب ماشین- ابزار و اولویت زمان بندی به ژن‌های هر کروموزوم، ژن‌ها به‌صورت تصادفی از بین آن‌هایی که هنوز مقدار دهی نشده‌اند انتخاب می‌شوند. این انتخاب به‌گونه‌ای است که روابط پیش‌نیازی بین عملیات‌های هر قطعه می‌بایست در نظر گرفته شود. ترتیب انتخاب هر ژن، همان اولویت زمان بندی s آن ژن روی ماشین مورد نظر است. همچنین برای ژن انتخاب شده یک ترکیب ماشین- ابزار (ml) به‌صورت تصادفی می‌بایست انتخاب شود.

۴-۲- جمعیت اولیه^۶

در اولین قدم الگوریتم تکاملی ارائه شده برای مسئله زمان بندی مورد نظر، بر اساس داده‌های ورودی مسئله، یک مجموعه کروموزوم به‌عنوان جواب‌های کاندید تصادفی می‌بایست تولید شود که همان جمعیت اولیه می‌باشند. شکل ۳ رویه تولید جمعیت اولیه را نشان می‌دهد.

۴-۳- تابع برازندگی^۷

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، هر کروموزوم با تخصیص تصادفی ترکیب ماشین- ابزار (ml) و اولویت زمان بندی (s) عملیات‌های مربوطه، روی ماشین‌های بکار گرفته شده در ژن‌های موجود در کروموزوم، ساخته می‌شود. بنابراین با توجه به ترکیبات انتخاب شده و زمان انجام عملیات‌ها با ترکیبات مورد نظر به همان اندازه، شکاف زمانی^۸ یا واحد زمانی برای انجام عملیات‌های کروموزوم مورد نظر با ترکیبات انتخاب شده و اولویت‌های تعیین شده، نیاز است. در بین ماشین‌های استفاده شده در هر کروموزوم chr ، بیشینه زمان پایان ماشین کاری آن‌ها (FT_m)، در برنامه تولید مورد نظر به‌عنوان برازندگی آن کروموزوم محاسبه می‌شود (رابطه ۱۷).

$$Makespan(chr) = \max(FT_1, FT_2, \dots, FT_M) \quad (17)$$

شکل ۴ یک کروموزوم فرضی برای یک مسئله با سه قطعه یا سفارش را نشان می‌دهد به طوری که هر یک از قطعات سه عملیات دارد. مطابق الگوریتم ترکیبات ماشین- ابزار و اولویت زمان بندی روی هر ماشین به ژن‌های کروموزوم به‌صورت تصادفی بر اساس داده‌های ورودی مسئله تخصیص داده می‌شود. مطابق با جواب تولید شده، توالی انجام عملیات‌ها روی ماشین اول m_1 به ترتیب به‌صورت

6. Initial Population
7. Fitness Function
8. Time slot

تقاطع، تنها ترکیب ماشین- ابزار (ml) بین کروموزوم‌های والد جابه‌جا می‌شود. در واقع اولویت زمان‌بندی هر عملیات یا همان پارامتر سوم s به همان صورت که در والدین وجود دارد به فرزندان منتقل می‌شود (شکل ۶).

۴-۶- عملگر جهشی^۲

عملگر جهشی، عملگر مشهور دیگر الگوریتم‌های تکاملی محسوب می‌شود که قدرت جستجوی پراکندگی الگوریتم را در طول اجرای برنامه و گذر از نسل‌ها حفظ می‌کند. این عملگر شبیه به جهش ژنتیکی موجود در طبیعت است. عملگر جهشی مقدار یک یا چند ژن از کروموزوم را نسبت به مقدار اولیه آن‌ها تغییر می‌دهد. الگوریتم تکاملی ممکن است با به‌کارگیری این عملگر به جواب بهتری در نقطه‌ای دور از فضای جواب برسد. این عملگر با یک نرخ احتمال خاص، در طول اجرای برنامه بکار برده می‌شود و معمولاً مقدار این احتمال کم می‌باشد. اگر مقدار این احتمال زیاد باشد، آنگاه الگوریتم به یک الگوریتم جستجوی تصادفی ابتدایی غیرهوشمند تبدیل می‌شود [۲۱]. به‌منظور افزایش قابلیت جستجوی پراکنده الگوریتم تکاملی بکار رفته در این مقاله، عملگر جهشی خاصی طراحی شده است. در عملگر جهش بکار رفته در این الگوریتم، یک کروموزوم و یک ژن از آن به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شود و نهایتاً ترکیب ماشین- ابزار (ml) آن ژن یا همان پارامتر اول و دوم ژن جهش داده می‌شوند (شکل ۷). همچنین الگوریتم اصلاحی به‌منظور این که کروموزوم مورد جهش یافته شدنی باشد، در صورت لزوم بکار گرفته می‌شود.

۴-۷- تنازع بقاء

مکانیزم تنازع بقا بین کروموزوم‌ها بر مبنای برزندگی آن‌ها تمایز قائل می‌شود. در الگوریتم تکاملی طراحی شده در این مقاله، هفتاد درصد از بهترین فرزندان و سی درصد از بهترین والدین نسل جاری به نسل بعدی انتقال داده می‌شوند [۲۱].

۴-۸- شرط توقف

این شرط در هر نسل توسط الگوریتم مورد بررسی قرار می‌گیرد و طوری طراحی شده است که هرگاه هر یک از حالت‌های زیر، زودتر رخ دهد الگوریتم متوقف می‌شود: رسیدن به حالت رکود در کیفیت جواب‌ها، یا مجموع تعداد نسل‌های سپری‌شده به مقدار بیشینه از قبل تعریف شده برسد.

قابل ذکر است که در این مقاله استراتژی اصلاح عملگر ژنتیکی و استراتژی جریمه برای تولید جمعیت اولیه، فرزندان جدید از والدین و عملگر جهش بکار گرفته شده است. به‌طوری که با توجه به نوع مسئله و مفروضات در نظر گرفته شده برای آن امکان تولید جواب غیرموجه وجود ندارد و در صورتی که جوابی به لحاظ ورودی مسئله غیرممکن باشد یعنی مثلاً عملیاتی با ترکیب ماشین ابزاری

p_{103} و p_{303} ، p_{302} ، p_{101} ، p_{201} می‌باشد. این توالی برای ماشین دوم m_2 به ترتیب به‌صورت p_{301} ، p_{202} ، p_{203} و p_{102} می‌باشند. شایان ذکر است برای ساخت این برنامه زمان‌بندی تنها از دو ماشین m_1 و m_2 از بین ماشین‌های موجود فرضی استفاده شده است. بعد از ساخت هر کروموزوم، می‌بایست توسط الگوریتم دیگری، این کروموزوم به‌صورت دقیق‌تر زمان‌بندی شود. یعنی با توجه به ماشین‌های بکار گرفته شده در آن زمان‌بندی واقعی محاسبه می‌شود (شکل ۵). باید توجه کرد که الگوریتم طوری طراحی شده است که در هر شکاف زمانی یا واحد زمانی، یک ابزار حداکثر روی یک ماشین می‌تواند قرار داشته باشد، در غیر این صورت، فرض مسئله که از هر ابزار یکی وجود دارد، نقض می‌شود. همچنین الگوریتم توجه دارد که اگر شروع عملیاتی باعث شود که در حین انجام آن یا اینکه قبل از این که پایان یابد با شروع تعمیرات تداخل پیدا کند، نمی‌بایست آن عملیات را شروع کرد.

یکی از فرض‌های مهم در نظر گرفته شده در این مسئله که الگوریتم رعایت می‌کند بدین صورت است که اگر عملیاتی توسط ترکیب ماشین-ابزاری (ml) شروع شود، باید انجام این عملیات بدون توقف ادامه یابد تا نهایتاً انجام آن خاتمه یابد. رابطه (۱۸) مقدار برازندگی کروموزوم شکل ۴ را نشان می‌دهد.

$$\text{Makespan (chromosome)} = \max(17, 18) = 18 \quad (18)$$

۴-۴- انتخاب والدین

انتخاب والد، مکانیزمی است برای انتخاب افراد مناسب از جمعیت کنونی به‌منظور تولید جمعیت جدید که در واقع به ساخت نسل بعد ختم می‌شود. در الگوریتم تکاملی ارائه شده، مکانیزم انتخاب والد مسابقه‌ای^۱ بکار گرفته شده است، به‌طوری‌که در این روش k عضو به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، به k اندازه مسابقه گفته می‌شود و سپس بهترین آن‌ها به‌عنوان والد در نظر گرفته می‌شود. این کار بارها انجام می‌شود تا والدین مورد نظر انتخاب شوند [۲۰].

۴-۵- عملگر تقاطعی^۲

عملگر تقاطع ژن‌ها را از کروموزوم‌های والد انتخاب می‌کند و با این کار فرزندان جدید تولید می‌کند. ساده‌ترین راه برای انجام این نوع عملگرها انتخاب یک نقطه یکسان به‌عنوان نقطه تقاطع است و هر چیز قبل از این نقطه (یعنی ژن‌ها) از والد اول کپی می‌شود و بقیه ژن‌ها از این نقطه به بعد از والد دوم کپی شده و به این صورت از دو والد، یک فرزند جدید تولید می‌شود. با انجام به‌عکس همین کار، فرزند دیگری تولید خواهد شد. در الگوریتم تکاملی ارائه شده در این مقاله به دلیل ماهیت مسئله زمان‌بندی مورد نظر و همچنین وجود ترکیبات ماشین- ابزار پیشنهادی متفاوت دو نوع عملگر تقاطعی ابتکاری خاص طراحی شده است که عملگرهای شبه تقاطعی نام‌گذاری شده است، بکار گرفته شده است. در این عملگر شبه

1. Tournament Selection

2. Crossover Operator

تصادفی تولید شده‌اند و مورد بررسی قرار گرفته‌اند (مسائل بر اساس داده‌های جدول ۲ ساخته شده‌اند).

شایان ذکر است بزرگی و کوچکی مسئله به‌صورت تجربی و بر اساس روش مقایسه‌ای با توجه به تعداد سفارشات و عملیات‌های آن‌ها و نیز مدت زمان حل مسئله توسط روش شاخه و کران بیان شده‌اند. به‌طوری‌که برای بعضی مسائل بزرگ، رسیدن به فضای جواب شدنی بسیار زمان‌گیر بوده است. پارامترهای بکار رفته در الگوریتم تکاملی بکار گرفته شده در این مقاله بر اساس جدول ۳ تنظیم شده‌اند، به‌طوری‌که این داده‌ها به‌صورت تجربی با توجه به بهترین نتایج به دست آمده از تخصیص مقادیر متفاوت پارامترها، برای یک مسئله فرضی خاص تعیین گردیده‌اند.

نتواند انجام شود مقدار زمان انجام آن عملیات بسیار بالا در نظر گرفته می‌شود (M) به‌طوری‌که عملاً آن کروموزوم قابلیت رقابت خود با سایر کروموزوم‌های جمعیت را از دست می‌دهد.

در شکل ۸ فلوچارت الگوریتم تکاملی بکار گرفته شده ارائه شده است. جواب‌های روش شاخه و کران توسط نرم‌افزار LINGO11.0 به دست آمده‌اند و الگوریتم‌های فراابتکاری پیشنهاد شده با استفاده از نرم افزار برنامه نویسی VB.Net کد نویسی شده و روی یک پردازنده PIV 2.4 MHZ و RAM:1024 MB اجرا شده است. برای این منظور یک مجموعه از شانزده مسئله که شامل مسائل تصادفی با اندازه کوچک و متوسط در نظر گرفته شده است. همچنین یازده مسئله نیز به‌عنوان مسائل با اندازه بزرگ به‌صورت

تکرار قدم‌های زیر به تعداد جواب‌های اولیه مورد نیاز:

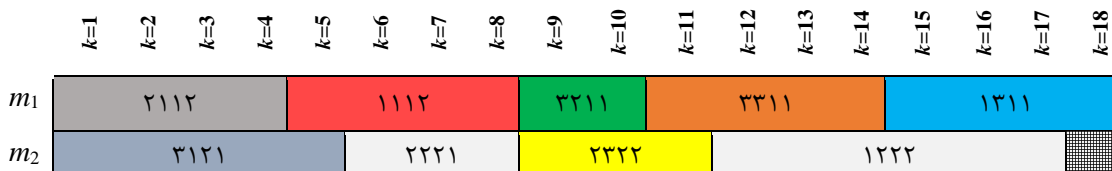
- ۱- آرایه‌ای به طول تعداد عملیات‌های سفارشات، ساخته شود (عرض آرایه سه در نظر گرفته می‌شود، معادل ماشین، ابزار و اولویت زمان‌بندی روی هر ماشین)
- ۲- مجموعه عملیات‌های واجد شرایط^۱ انجام شدن (که با توجه به روابط پیش‌نیازی بین عملیات‌ها قابل انجام هستند)، ساخته شود.
- ۳- مجموعه عملیات‌های زمان‌بندی شده^۲ هر ماشین ساخته شود.
- ۴- تا زمانی که مجموعه EOS عضو دارد قدم‌های زیر تکرار شود:
 - i. از بین عناصر مجموعه EOS یک عضو انتخاب شود و به مجموعه SOS منتقل شود.
 - ii. مجموعه EOS به‌روز رسانی شود.
 - iii. با توجه به ورودی مسئله یک ترکیب ماشین- ابزار شدنی به‌صورت تصادفی برای عملیات مورد نظر انتخاب شود (پارامتر اول و دوم عملیات).
 - iv. برای ماشین انتخاب شده و برای عملیات مورد نظر ترتیب زمان‌بندی آن (پارامتر سوم) معادل ترتیب ورود عملیات مورد نظر به مجموعه SOS است.

شکل (۳): الگوریتم تولید جواب‌های موجه برای مسئله زمان‌بندی

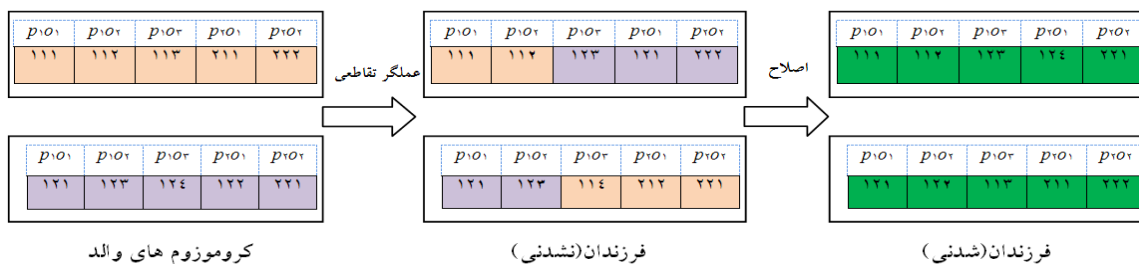
p_{101}	p_{102}	p_{103}	p_{201}	p_{202}	p_{203}	p_{301}	p_{302}	p_{303}
۱۲۲(۴*)	۲۲۴(۶)	۱۱۵(۴)	۱۲۱(۴)	۲۱۲(۳)	۲۲۳(۳)	۲۱۱(۵)	۱۱۳(۲)	۱۱۴(۴)

شکل (۴): یک کروموزوم تصادفی تولید شده، دارای سه قطعه که هر یک دارای سه عملیات است.

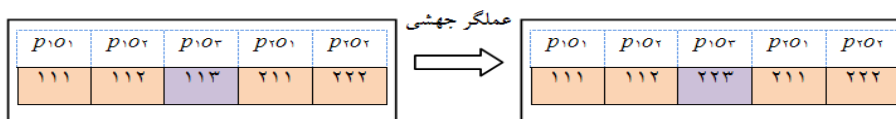
* زمان ماشین‌کاری با ترکیب ماشین- ابزار (ml) که پارامتر ورودی مسئله می‌باشد



شکل (۵): نمایش زمان‌بندی واقعی کروموزوم مفروض



شکل (۶): عملگر شبه تقاطعی طراحی شده



شکل (۷): عملگر جهشی

1. Eligible Operations Set (EOS)
2. Scheduled Operations Set (SOS)

برای مسائل با اندازه بزرگ در مقایسه با روش شاخه و کران بسیار کارا تر است. اگر چه این امر قابل پیش بینی بوده است، با این حال کیفیت الگوریتم‌های تکاملی نیز می‌بایست مورد بررسی قرار بگیرد. در جدول ۴، کل زمان ساخت و زمان اجرای برنامه به‌عنوان دو فاکتور اندازه‌گیری کارایی الگوریتم‌های توسعه یافته نمایش داده شده است.

جدول (۳): پارامترهای بکار رفته در الگوریتم تکاملی

پارامتر	مقدار
اندازه جمعیت	۵۰۰
احتمال تقاطع	۰/۹
احتمال جهش	۰/۱
شرط توقف	۷۰۰ نسل یا همگرایی
تابع برازندگی	کل زمان ساخت

جدول (۲): جزئیات پارامترها بکار رفته در ساخت مسائل تصادفی

پارامتر	مقدار
کارگاه	
تعداد ماشین	توزیع یکنواخت (۱-۴)
تعداد ابزار	توزیع یکنواخت (۲-۶)
زمان ماشین‌کاری	توزیع یکنواخت (۱۰-۲۰)
سفارشات	
تعداد قطعه	توزیع یکنواخت (۱-۱۶)
تعداد عملیات	توزیع یکنواخت (۱-۹)

بر اساس نتایج به دست آمده واضح است که به دلیل ماهیت NP-hard مسئله زمان‌بندی سیستم تولید انعطاف‌پذیر مورد نظر، پیدا کردن جواب بهینه برای مسائل با ابعاد بزرگ، شدنی نیست و این زمان به‌صورت نمایی با افزایش ابعاد مسئله، افزایش پیدا می‌کند. بر اساس نتایج به دست آمده زمان‌های اجرای الگوریتم‌های تکاملی

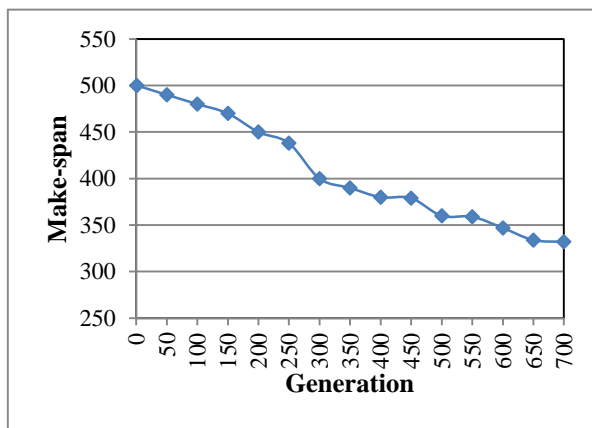
جدول (۴): نتایج به دست آمده با الگوریتم تکاملی و روش شاخه و کران

Problems	Makespan			CPU time (sec.)		
	EA	B&B	Gap EA and B&B (%)	EA	B&B method	
Small-sized problem	p(1)o(2)m(2)l(4)	۱۰	۱۰	۰/۰	۲	۱
	p(1)o(4)m(4)l(6)	۱۴	۱۴	۰/۰	۲	۱
	p(2)o(3,3)m(3)l(3)	۳۴	۳۴	۰/۰	۴	۳
	p(2)o(2,6)m(2)l(4)	۴۵	۴۵	۰/۰	۷	۵
	p(3)o(5,2,3)m(3)l(5)	۴۳	۴۳	۰/۰	۷	۱۲
	p(3)o(3,4,4)m(2)l(5)	۱۱۰	۱۰۷	۲/۸	۸	۱۷
	p(4)o(5,4,2)m(3)l(6)	۳۷	۳۷	۰/۰	۶	۴۱
	p(4)o(2,5,3,7)m(4)l(5)	۵۵	۵۴	۱/۹	۹	۶۳
	p(5)o(3,2,4,4,5)m(4)l(6)	۶۳	۵۹	۶/۸	۱۰	۷۹
	p(5)o(5,2,4,7,4)m(2)l(4)	۲۰۶	۲۰۰	۳/۰	۱۲	۱۳۵
	p(6)o(6,4,2,3,5,3)m(3)l(4)	۱۳۲	۱۲۴	۶/۵	۱۳	۲۸۰
	p(6)o(5,2,3,2,5,6)m(۴)l(5)	۸۹	۸۳	۷/۲	۱۵	۵۸۰
	p(7)o(2,3,4,5,5,6,6)m(2)l(4)	۳۰۹	۲۸۹	۶/۹	۲۰	۱۰۹۹
	p(7)o(4,2,4,5,3,6,5)m(4)l(2)	۸۴	۷۳	۱۵/۱	۲۶	۱۹۰۰
	p(8)o(2,8,3,3,4,6,5,5)m(۴)l(6)	۱۵۰	۱۳۵	۱۱/۱	۳۱	۳۰۹۹
p(8)o(3,1,2,8,3,4,4,5)m(4)l(4)	۹۷	۸۳	۱۶/۹	۴۵	۶۵۷۰	
Mean			۴/۹			
Large-sized problem	p(9)o(3,6,4,4,5,6,8,5,6)m(4)l(4)	۱۷۱	NA ^a	-	۶۰	>>
	p(10)o(6,2,4,4,5,6,7,5,8,4)m(4)l(4)	۱۵۳	NA	-	۷۵	>>
	p(10)o(5,4,5,6,5,6,4,7,8,5)m(4)l(4)	۲۳۲	NA	-	۸۰	>>
	p(11)o(3,4,5,5,5,6,6,7,7,6,5)m(4)l(۵)	۲۰۵	NA	-	۸۶	>>
	p(11)o(6,3,4,4,5,6,8,5,6,7,4)m(4)l(۵)	۲۳۱	NA	-	۹۸	>>
	p(12)o(4,2,3,4,5,6,5,7,8,5,4,5)m(4)l(۵)	۱۸۳	NA	-	۱۳۱	>>
	p(13)o(3,2,7,8,5,6,7,4,6,8,4,6,5)m(4)l(۵)	۳۲۹	NA	-	۱۵۲	>>
	p(13)o(3,7,4,4,8,6,7,4,6,8,4,6,7)m(4)l(۶)	۳۴۱	NA	-	۱۹۸	>>
	p(1۵)o(5,6,7,4,8,6,7,4,6,8,4,6,7,7,8)m(4)l(۶)	۳۲۵	NA	-	۲۶۱	>>
	p(1۵)o(6,5,7,8,6,8,7,۴,8,8,5,6,7,8,8)m(4)l(۶)	۳۹۸	NA	-	۳۰۱	>>
	p(1۶)o(7,8,7,6,5,6,7,7,8,۵,7,7,8,8,6,8)m(4)l(۶)	۵۵۸	NA	-	۳۵۱	>>
Mean						

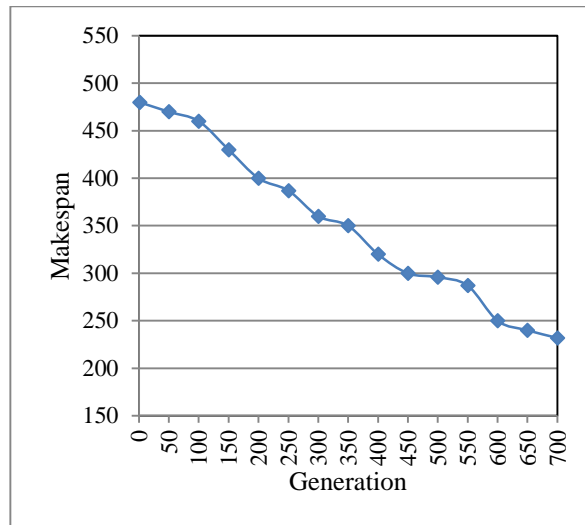
^a Not available (NA) (i.e., no feasible solution is found)

قابل قبول استفاده کرده‌ایم. بر اساس نتایج به دست آمده از حل برخی مسائل تصادفی تولید شده، کارایی الگوریتم تکاملی در مقایسه با روش شاخه و کران برای مسائل کوچک قابل قبول است. لذا می‌توان انتظار داشت این کارایی برای مسائل با اندازه بزرگ نیز قابل اتکا است.

برای مسائل بزرگ نیز الگوریتم تکاملی به لحاظ زمانی کارایی قابل توجهی دارد به طوری که علی‌رغم اینکه روش شاخه و کران حتی به مرز ناحیه شدنی نمی‌رسد الگوریتم تکاملی جواب بهینه محلی خود را ارائه می‌کند.



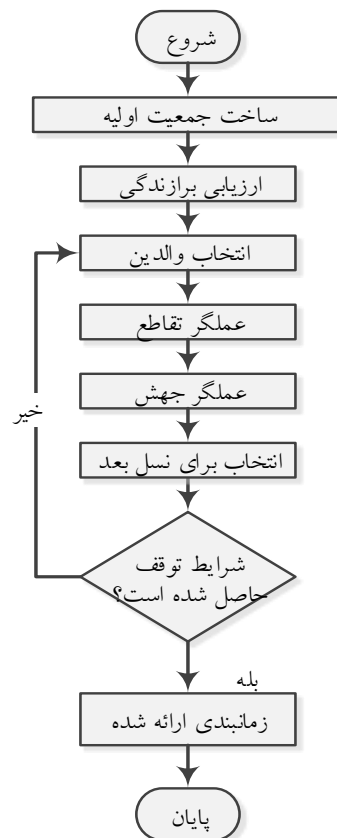
شکل (۹): برازندگی جواب‌های به دست آمده توسط الگوریتم تکاملی برای مسئله $p(13)o(3,7,4,4,8,6,7,4,6,8,4,6,7)m(4)l(6)$.



شکل (۱۰): برازندگی جواب‌های به دست آمده توسط الگوریتم تکاملی برای مسئله $p(12)o(4,2,3,4,5,6,5,7,8,5,4,5)m(4)l(5)$.

مراجع

[1] Gamila, M. A., Motavalli, S., (2003). "A modeling technique for loading and scheduling problems in FMS", Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 19: 45-54.
 [2] Jerald, J., Asokan, P., Prabakaran, G., Saravanan, R., (2005). "Scheduling optimization of flexible manufacturing systems using particle swarm optimization algorithm", International Journal of



شکل (۸): فلوچارت الگوریتم تکاملی ارائه شده

در واقع می‌توان گفت اگر الگوریتم‌های تکاملی مورد نظر برای مسائل با اندازه کوچک و متوسط قادر نباشد جواب‌های خوبی را در مقایسه با روش شاخه و کران پیدا کند، آنگاه می‌توان به این نتیجه رسید که امیدوار بودن برای پیدا کردن جواب خوب برای مسائل با اندازه بزرگ بی‌فایده است. بر اساس نتایج به دست آمده که در جدول ۴ نمایش داده شده است، میانگین اختلاف کل زمان ساخت الگوریتم تکاملی و روش شاخه و کران ۴/۹ درصد است که این نتیجه حاکی از کارایی الگوریتم تکاملی برای این مسئله در پیدا کردن جواب‌های بهینه است.

همچنین شکل‌های ۹ و ۱۰، متوسط برازندگی ۷۰۰ نسل از دو مسئله تصادفی تولید شده که جز مسائل بزرگ محسوب می‌شوند را نشان می‌دهد. این مسائل عبارت‌اند از:

$$p(13)o(3,7,4,4,8,6,7,4,6,8,4,6,7)m(4)l(6)$$

$$p(12)o(4,2,3,4,5,6,5,7,8,5,4,5)m(4)l(5)$$

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح صفر و یک برای مسئله زمان‌بندی انجام سفارشات در محیط سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر، ارائه شده است. به دلیل ماهیت NP-hard مسئله و از آنجایی که پیدا کردن جواب برای این‌گونه مسائل، مخصوصاً برای مسائل با اندازه بزرگ، تقریباً غیرممکن است، لذا از رویکرد فراابتکاری الگوریتم تکاملی برای پیدا کردن جواب

- allocation” *Computer & Industrial Engineering*, 45(1): 61-73.
- [15] Chen, J., Ho, S., (2005). “A novel approach to production planning of flexible manufacturing systems using an efficient multi-objective genetic algorithm”, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 45(7): 949-957.
- [16] Swarnker, R., Tiwari, M.K., (2004). “Modeling machine loading problem of FMSs and its solution methodology using a hybrid tabu search and simulated annealing-based heuristic approach”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 20(3): 199-209.
- [17] Nagarjuna, N., Mahesh, O., Rajagopal. K., (2006). “A heuristic based on multi-stage programming approach for machine-loading problem in a flexible manufacturing system”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 22(4): 342-352.
- [18] Jahromi, M.H.M.A., Tavakkoli-Moghaddam, R., Makui, A., Saghaee, A., (2015). “Pareto ant colony optimization for solving a multi-objective scheduling problem in a flexible manufacturing system”, *International Journal of Academic Research*, 7(1): 212-222.
- [۱۹] فخرزاد، محمد باقر و علی نژاد، اسماعیل (۱۳۹۲). “برنامه ریزی و زمانبندی پیشرفته با در نظر گرفتن اثر یادگیری در سیستم‌های ساخت کارگاهی انعطاف پذیر”، پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۱: ۱۳-۲۴.
- [20] Afshar-Nadjafi, B., Rahimi, A., Karimi, H., (2013). “A genetic algorithm for mode identity and the resource constrained project scheduling problem”, *Scientia Iranica*, 20(3): 824-831.
- [21] Luque, G., Alba E., (2011). “Parallel Genetic Algorithms Theory and Real World Applications”, *Studies in Computational Intelligence*, 367: 21-22.
- Advanced Manufacturing Technology, 25: 964-971.
- [3] Chan, F.T.S., Swarnkar, R., (2006). “Ant colony optimization approach to a goal programming model for a machine tool selection and operation allocation problem in an FMS”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 22: 353-362.
- [4] Chinyao, L., Yukling, Y., (2004). “Modeling and heuristics of FMS scheduling with multiple objectives”, *Computers & operation research*, 33(3): 674-694.
- [5] Persi, P., Ukovich W., Pesenti R., Nicolich M., (1999). “A hierarchic approach to production planning and scheduling of a flexible manufacturing system”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 15: 373-385.
- [6] Low, C., Yip, Y., Wu, T., (2006). “Modeling and heuristics of FMS scheduling with multiple objectives”, *Computer and Operations Research*, 33: 674-694.
- [7] Moghaddam, K.S., (2013). “Multi-objective preventive maintenance and replacement scheduling in a manufacturing system using goal programming”, *International Journal of Production Economics*, 146: 704-716.
- [8] Mahdavi, I., Jazayeri, A., Jahromi. M.H.M., Jafari R, Iranmanesh, H., (2008). “P-ACO approach to assignment problem in FMSs”, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, 42: 196-203.
- [9] Ruiz, R., Garcia-Diaz, J.C., Maroto, C., (2007). “Considering scheduling and preventive maintenance in the flowshop sequencing problem”. *Computers and Operations Research*, 34: 3314-3330.
- [10] Kianfar, F., (2005). “A numerical method to approximate optimal production and maintenance plan in a flexible manufacturing system”, *Applied Mathematics and Computation*, 170, 924-940.
- [11] Celen, M., Djurdjanovic, D., (2012). “Operation-dependent maintenance scheduling in flexible manufacturing systems”, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 5: 296-308.
- [12] Jahromi, M.H.M.A. Tavakkoli-Moghaddam, R., (2012). “A novel 0-1 linear integer programming model for dynamic machine-tool selection and operation allocation in a flexible manufacturing system”, *Journal of Manufacturing Systems*, 31, 224-231.
- [13] Buyurgan, N., Saygin, C., Engin Kilic, S.E.S., (2004). “Tool allocation in flexible manufacturing systems with tool alternatives” *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 20(4): 341-349.
- [14] Lee, C.S., Kim, S.S., Choi, J.S., (2003). “Operation sequence and tool selection in flexible manufacturing system under dynamic tool



Developing a Mathematical Model for a Scheduling Problem of a Flexible Manufacturing System and Solving it by an Evolutionary Algorithm

M.H.M.A. Jahromi¹, R. Tavakkoli-Moghaddam^{2,*}, A. Makui³, A. Saghaei⁴

¹ Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University, Damavand Branch, Damavand, Iran.

² Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

³ Department of Industrial Engineering, Iran University Science and Technology, Tehran, Iran.

⁴ Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

Article history:

Received 20 August 2015

Accepted 28 May 2016

Keywords:

Flexible manufacturing systems
Mathematical model
Evolutionary algorithm

ABSTRACT

This paper considers scheduling of an FMS problem so that parts and tools can be moved around machine during production phase. Due to the NP-hard nature of this problem, a modified evolutionary algorithm (EA) to solve the given problem is represented. Its performance is tested on a number of randomly generated problems. Furthermore, the related results are compared with the results obtained by a branch-and-bound (B&B) method. It has been found that the modified EA gives good results in terms of the objective function values and CPU times.

* Corresponding author. Reza Tavakkoli-Moghaddam
Tel.: 021-82084183; E-mail address: tavakoli@ut.ac.ir