نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید
IERPS

ISSN: 2345-2269

نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید

سال پنجم، شماره یازدهم، پاییز و زمستان ۱۳۹۶، صفحه ۱۷۳-۱۹۱
www.ier.basu.ac.ir

DOI: 10.22084/ier.2017.14338.1655

ارائه مدل بهینه‌سازی استوار دوسطحی در برنامه‌ریزی تولید با در نظرگیری تصمیمات قیمت‌گذاری به‌منظور پاسخگویی به تقاضا در فضای رقابتی: مطالعه موردی

محمد سعیدی مهرآباد[1,*]، عادل اعظمی[2]

۱. استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران.
۲. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
دریافت ۱۳۹۶/۰۵/۲۸
پذیرش ۱۳۹۶/۰۹/۰۱

کلمات کلیدی:
برنامه‌ریزی دوسطحی
بهینه‌سازی استوار
برنامه‌ریزی تولید
فضای رقابتی
قیمت‌گذاری

خلاصه

برنامه‌ریزی دوسطحی، یک برنامه‌ریزی ریاضی است که در محدودیت‌های آن، مسئله بهینه‌سازی دیگری نیز وجود دارد. در این پژوهش، با توجه به رقابت شدید کنونی بین شرکت‌های تولیدی بزرگ برای کسب سهم بیشتری از بازار، یک مدل بهینه‌سازی استوار دوسطحی به‌صورت رهبر و پیرو به کمک بازی استکلبرگ در حوزه برنامه‌ریزی تولید، توسعه داده شده است. شرکت رهبر با قدرت نفوذ بالاتر، قصد تولید محصولات جدیدی دارد که می‌توانند جایگزین محصولات موجود گردند. شرکت‌های پیرو به‌عنوان رقیب، همانند شرکت رهبر به دنبال فروش بیشتر هستند و درعین‌حال، قصد و توان تولید چنین محصولات جدیدی را ندارند. قیمت محصولات جدید با روابط کششی ارائه شده بین تقاضای غیرقطعی و قیمت تعیین شده است که در واقع بازی بین دو سطح مدل را شکل می‌دهد. پس از خطی‌سازی، مدل استوار دوسطحی با استفاده از شرایط کاروش‌کان‌تاکر (KKT) به مدل تک‌سطحی معمولی تبدیل شده است. درنهایت، صحت و کارایی مدل توسعه یافته با استفاده از داده‌های واقعی شرکت سَروستان سپاهان واقع در استان اصفهان به‌عنوان رهبر در بازار رقابتی بررسی شده است.

۱- مقدمه

امروزه با جهانی شدن اقتصاد، تحولات سریع تکنولوژی و رفتار متفاوت مشتریان طالب محصولات مناسب‌تر و ارزان‌تر، ماهیت رقابت بازار در حال تغییر اساسی است [۱]، [۲]. این موارد همراه با ظهور تجارت الکترونیک موجب به وجود آمدن رقابت بین شرکت‌های بزرگ تولیدی برای کسب سهم بیشتر بازار شده است [۱-۵]. به‌عنوان نمونه‌ای از رقابت، دو تولیدکننده سخت‌افزار HTC و Nokia برای فروش بیشتر در بازار با هم رقابت می‌کنند [۱]. در این وضعیت، سؤالاتی پیش می‌آید: کدام شرکت برنده رقابت خواهد بود؟ شرکت برنده، چه مقدار از سهم بازار را به دست می‌آورد[۶]؟

هدف از این پژوهش، یافتن پاسخی برای چنین سؤالاتی است و رقابت بین شرکت‌های تولیدی را به‌طور ساده مدل‌سازی نماید. بنابراین، در نظر گرفتن رقابت در مدل‌های برنامه‌ریزی تولید همراه با قیمت‌گذاری و مدل‌سازی به‌صورت برنامه‌ریزی تولید دوسطحی با استفاده از مفهوم بازی استکلبرگ می‌تواند بسیار بااهمیت واقع شود.

برنامه‌ریزی تولید، یکی از مهم‌ترین موضوعات در سیستم‌های تولیدی بخصوص در بازارهای رقابتی کنونی است که هدف از آن، برنامه‌ریزی مؤثر و هماهنگی تمام فعالیت‌های تولیدی است به‌گونه‌ای که اهداف شرکت‌ها را بهینه نماید. اهداف برنامه‌ریزی تولید، تعیین مقدار بهینه تولید، موجودی و دیگر پارامترهای بااهمیت تولیدی به‌منظور پاسخگویی به تقاضای متغیر در بازارهای رقابتی است. در واقع، برنامه‌ریزی تولید، فرآیند تصمیم‌گیری در خصوص تخصیص منابعی است که مصرف این منابع برای تولید به مقدار مورد نیاز و نیز با صرف کمترین هزینه صورت گیرد تا

* نویسنده مسئول: محمد سعیدی مهرآباد
تلفن: ۰۲۱-۷۳۲۲۵۰۲۵؛ پست الکترونیکی: mehrabad@iust.ac.ir

تولیدکننده بتواند در بازار رقابتی، پیروز باشد [۷].

در این پژوهش، رقابت اصلی در تولید بین شرکت رهبر با قدرت فروش و محبوبیت بالاتر و نیز شرکت‌های پیرو وجود دارد. این شرکت‌ها به‌طور مستقل فعالیت دارند و به دنبال کسب مقدار بیشتری از سهم بازار هستند و در واقع، این رقابت روی قیمت و مقدار فروش محصولات تولیدی آن‌هاست. برای مدل‌سازی این نوع رقابت از برنامه‌ریزی دوسطحی (BLP) استفاده شده است [۸]. برای حل مدل برنامه‌ریزی تولید دوسطحی نیز پس از خطی سازی از شرایط کاروش‌کان‌تاکر برای تک‌سطحی نمودن مدل، استفاده شده است. لذا با حل مدل توسعه داده شده، علاوه بر تصمیمات برنامه‌ریزی تولید، قیمت محصولات با استفاده از روابط کششی ارائه شده بین تقاضا و قیمت تحت تصمیمات قیمت‌گذاری و نیز میزان فروش رهبر و پیرو، تعیین می‌گردند.

نوآوری‌های اصلی این پژوهش، نسبت به ادبیات موجود در سه مورد کلی است. اول، در نظر گرفتن رقابت بین یک تولیدکننده با چند تولیدکننده و در نتیجه، مدل‌سازی مسئله به‌صورت برنامه‌ریزی تولید دوسطحی رهبر و پیرو به کمک مفهوم بازی استکلبرگ است. دوم، تعیین قیمت محصولات با استفاده از روابط کششی ارائه شده بین تقاضا و قیمت تحت تصمیمات قیمت‌گذاری است که در واقع بازی بین رهبر و پیرو را شکل می‌دهد. سوم، در نظر گرفتن عدم قطعیت درونی پارامترهای مسئله بخصوص تقاضای بازار به‌صورت چند سناریویی و حل عدم قطعیت با استفاده از روش بهینه‌سازی استوار مالوی و همکاران [۹] است که مدل‌سازی را به شرایط واقعی بازار نزدیک‌تر نموده است.

ادامه این پژوهش بدین‌صورت ساختاریافته است: در بخش دوم، مروری بر پژوهش‌های انجام شده روی مسائل برنامه‌ریزی تولید و برنامه‌ریزی دوسطحی در فضای رقابتی بازار و نیز مسائل قیمت‌گذاری انجام گرفته است. در بخش سوم، مدل ریاضی مسئله برنامه‌ریزی تولید دوسطحی در فضای رقابتی با وجود عدم قطعیت، توسعه داده شده است و در بخش چهارم، عملکرد و کارایی مدل توسعه داده شده با استفاده از مجموعه‌ای از داده‌های شرکت تولیدکننده انواع دفاتر مدارس در اصفهان به نام شرکت سَروستان سپاهان، مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. نهایتاً، در بخش پایانی، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی ارائه شده است.

۲- مرور ادبیات

رقابت شدید در بازار رقابتی، شرکت‌ها را ملزم می‌سازد تا نیاز مشتریان را به‌سرعت و با کیفیت برآورده ساخته و چابکی و انعطاف‌پذیری‌شان را در تولید بهبود دهند [۱۰]. اکنون در بیشتر مدل‌های بهینه‌سازی و شبیه‌سازی، سعی شده است تا رقابت موجود در بازار در نظر گرفته شود. لذا مدل‌سازی رقابت موجود و حل مسئله قیمت‌گذاری به‌منظور پاسخگویی به تقاضا با استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی بسیار بااهمیت است به‌گونه‌ای که در تحقیقات اخیر به آن پرداخته شده است. هدف این بخش از پژوهش، مرور و بررسی تحقیقات مرتبط با مدل‌سازی رقابت در فضای رقابتی شرکت‌های تولیدی (بخصوص مدل‌های دوسطحی) و تحقیقات مسئله قیمت‌گذاری محصولات است. وقتی‌که یک شرکت تولیدی هیچ رقیبی در بازار ندارد؛ در واقع یک شرکت انحصاری در بازار است که تمام سهم بازار را کسب می‌نماید. اما وقتی‌که رقبای دیگری در بازار وجود دارند؛ در بسیاری موارد، انحصاری بودن شرکت تولیدی، فرض غیرواقعی است [۱۱]. در ادامه، مرور ادبیات مربوطه در دو زیر بخش انجام می‌گیرد. در ابتدا، پژوهش‌های انجام شده در زمینه برنامه‌ریزی دوسطحی و مسائل قیمت‌گذاری در فضاهای رقابتی بازار، بررسی و ارائه می‌گردند. سپس، برخی از مهم‌ترین تحقیقات موجود در حوزه برنامه‌ریزی تولید مرتبط با این پژوهش، مرور می‌شوند.

۲-۱- مرور ادبیات برنامه‌ریزی دوسطحی و مسائل قیمت‌گذاری

بر اساس بررسی‌های انجام شده، اولین بار مدل‌سازی اصلی برنامه‌ریزی دوسطحی در سال ۱۹۷۳ در تحقیق انجام شده توسط براکِن و مِگیل [۱۲]، ارائه شد؛ اگرچه که کاندلِر و نورتون [۱۳] بعدها اولین کسانی بودند که نام برنامه‌ریزی دوسطحی و چندسطحی را استفاده نمودند. این مسائل تا حدود ۸ سال بعد، توجه محققی را جذب نکرد. چندین محقق با توجه به تئوری بازی‌ها از استکلبرگ [۱۴]، برنامه‌ریزی دوسطحی را بررسی نمودند و نوآوری و توسعه‌هایی روی آن به‌صورت ریاضی اعمال کردند [۱۵]. برای مطالعه تحقیقات بیشتر در این زمینه (مقالات مروری و نیز مقالات توسعه مدل جدید)، خوانندگان علاقه‌مند می‌توانند به پژوهش‌های بسیار ارزشمند [۱۳] و [۱۵-۲۳] مراجعه نمایند.

بِنآید و همکاران مسئله طراحی شبکه را به‌صورت برنامه‌ریزی خطی دوسطحی، مدل‌سازی نمودند. آن‌ها در تحقیق خود ذکر کردند که مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی یک مسئله NP-hard بوده و مدل‌های دوسطحی ممکن است، یک مسئله غیر محدب باشند درحالی‌که کران بالا و پایین مسئله، محدب هستند [۲۴]. بارد و مور از محققان پیشگام در زمینه برنامه‌ریزی دوسطحی، الگوریتم شاخه و کران را برای مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی خطی و نیز درجه دوم ارائه نمودند [۲۵]. بارد و مور در ادامه تحقیقاتشان، الگوریتم جدیدی را برای مسئله برنامه‌ریزی دوسطحی گسسته معرفی نمودند. الگوریتم آن‌ها با تبدیل تابع هدف رهبر به یک محدودیت پارامتریک شروع می‌شود [۲۶]. اِدموند و بارد الگوریتمی را برای مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح دوسطحی توسعه دادند که ادبیات این موضوع کامل‌تر گشت [۲۷]. یانگ رویکرد برنامه‌ریزی دوسطحی را برای مسئله برآورد ماتریس مبدأ-مقصد در شبکه‌های جمع‌شونده استفاده کرد و الگوریتم‌های ابتکاری کارآمدی را ارائه نمود. این رویکرد، مدل حداقل مربعات مرسوم و مدل استاندارد

تعادل شبکه را در یک فرآیند، یکپارچه می‌نماید [۲۸]. بارد در سال ۱۹۹۸ در کتاب خود، بهینه‌سازی مسائل برنامه‌ریزی دوسطحی را به‌طور کامل با الگوریتم‌ها و کاربردهای آن، بررسی و ارائه نمود [۲۲].

ماهر و همکاران، رویکرد برنامه‌ریزی دوسطحی را برای برآورد ماتریس سفر و مسائل کنترل ترافیک با جریان‌های ارتباطی تصادفی استفاده‌کنندگان به کار گرفتند [۲۹]. بورگارد و همکاران برای مسائل شیمی، چارچوب برنامه‌ریزی دوسطحی را با هدف شناسایی استراتژی‌های سرکوب ژن برای بهینه‌سازی کرنش میکروبی مورد استفاده قرار دادند [۳۰]. گا و همکاران، الگوریتم حلی را برای مسئله دوسطحی طراحی شبکه گسسته ارائه نمودند. الگوریتم جدید آن‌ها از مفهوم تابع پشتیبان برای بیان رابطه بین بهبود جریان و ایجاد لینک‌های اضافی جدید در شبکه شهری موجود، استفاده می‌نماید [۳۱]. شی و همکاران، یک الگوریتم شاخه و کران تعمیم‌یافته را برای برنامه‌ریزی دوسطحی خطی به ادبیات افزودند. طبق تحقیق آن‌ها برای برنامه‌ریزی خطی دوسطحی، الگوریتم شاخه و کران موفق‌ترین الگوریتم برای مقابله با محدودیت‌های مکمل ناشی از شرایط KKT است [۳۲]. ژَنگ، مدلی را برای فرموله کردن رقابت زنجیره‌های تأمین پیشنهاد کرد. او مدلی متفاوت از آنچه در ادبیات موضوع رقابت، مطرح بود؛ ارائه نمود که با به‌کارگیری و حل آن مدل، زنجیره تأمین برنده و سهم بازار آن تعیین می‌گردد [۳].

کولسون و همکاران در سال ۲۰۰۷، بسیاری از مقالات مربوط به بهینه‌سازی دوسطحی را از هر دو جنبه تئوریک و عملی مرور نمودند و شکاف‌های موجود این حوزه را ارائه دادند [۲۱]. هیوجان و همکاران، یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی و الگوریتم ابتکاری ساده‌ای را برای حل آن به‌منظور مکان‌یابی مراکز توزیع تدارکات ارائه نمودند. مدل سطح بالایی، مکان بهینه مراکز توزیع تدارکات را تعیین می‌نماید و مدل سطح پایینی، موجب توزیع متعادل تقاضا می‌گردد [۳۳]. سحردیس و آیرا، روش حل جدیدی را برای مسائل خطی عدد صحیح دوسطحی بر اساس تکنیک تجزیه ارائه نمودند. الگوریتم حل ارائه شده آن‌ها بر اساس تجزیه مسئله اولیه به مسئله اصلی محدود شده (RMP) و یک سری زیر مسئله (SP) با استفاده از روش تجزیه بندرز است [۸]. ایکسیا و یانگ، مدل رقابتی قیمت-خدمات دو زنجیره تأمین را تحت عدم قطعیت تقاضا به‌منظور بررسی تصمیمات بهینه اجزای زنجیره، توسعه دادند. آن‌ها، تأثیر حساسیت ریسک خرده‌فروشان را روی استراتژی‌های بهینه تولیدکنندگان و تأمین‌کنندگان بررسی نمودند [۱]. ژَنگ و راشتون، یک مدل مکان‌یابی-تخصیص چند کارخانه‌ای را برای انتخاب مکان‌ها در سیستم‌های خدماتی رقابتی توسعه دادند. نمونه‌ای از این سیستم‌ها، خرده‌فروشان با چندین خروجی است [۱۱]. ژَنگ و همکاران، مدل دوسطحی را برای شبکه فوق‌العاده حمل‌ونقل کانتینرهای بندری توسعه دادند به‌طوری‌که در آن، شرکت‌های باربری برای مسیر با کمترین هزینه رقابت می‌کردند [۳۴].

گِلاره و همکاران، یک شبکه خطی هاب کشتیرانی را در محیط رقابتی با استفاده از برنامه‌ریزی مختلط طراحی نمودند. آن‌ها در تحقیقشان، رقابت بین یک ارائه‌دهنده تازه وارد و یک ارائه‌دهنده مشهور موجود را که هر دو روی شبکه‌های هاب فعالیت دارند؛ بررسی نمودند [۳۵]. کوکوکایدِن و همکاران، مسئله مکان‌یابی تسهیلات را در فضای رقابتی با تعیین جذابیت پیرو بررسی نمودند. آن‌ها یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی دوسطحی را فرموله کردند که در آن رهبر، یک شرکت در حال توسعه با تعیین مکان تسهیلات جدید خود و پیرو، شرکت رقیب آن است [۳۶]. صادقی و همکاران، هماهنگی زنجیره تأمین تولید کننده-خرده فروش را با استفاده از یک رویکرد برنامه‌ریزی دوسطحی و چارچوب بازی استکلبرگ بررسی کردند. زنجیره تأمین موردنظر یک زنجیره تأمین چند محصولی بوده که تقاضای هر محصول به‌طور پیوسته تحت تأثیر قیمت و هزینه‌های تبلیغات است [۳۷]. کریستیانتو و همکاران، مدلی را برای طراحی سفارشی‌سازی تولید انبوه محصولات با استفاده از تجزیه بندرز و برنامه‌ریزی تصادفی دوسطحی ارائه دادند. آن‌ها، تولیدکننده را به‌عنوان رهبر و مصرف‌کننده را به‌عنوان پیرو در نظر گرفتند تا اهداف متناقض بین آن‌ها را مدل نمایند [۳۸].

رضاپور و زنجیرانی فراهانی، مدل دوسطحی جدیدی را برای طراحی ساختار یک زنجیره تأمین رقابتی با پیش‌بینی قیمت و سطح خدمات متغیر رقابت در بازارهای تحت قیمت و سطح خدمت تصادفی با حضور رقبای موجود و نیز رقبای خارجی، به ادبیات افزودند [۳۹]. رضاپور و همکاران، در تحقیق دیگری یک زنجیره تأمین جدید را در مقابل یک زنجیره تأمین موجود با استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی طراحی نمودند. آن‌ها در مدل خود، رقابت را به‌صورت پویا مدل‌سازی نمودند [۴۰]. فلاح و همکاران، رقابت را بین دو زنجیره تأمین حلقه بسته شامل تولیدکنندگان، خرده‌فروشان و بازیافت کنندگان در محیط غیرقطعی در نظر گرفتند [۶]. رضاپور و همکاران، زنجیره تأمین حلقه بسته‌ای را در فضای رقابتی با تقاضاهای وابسته به قیمت طراحی نمودند. آن‌ها مدل دوسطحی را به‌منظور طراحی شبکه معکوس استراتژیک (سطح بالا) و برنامه‌ریزی تاکتیکی/عملیاتی (سطح پایین) برای یک زنجیره تأمین تک دوره‌ای حلقه بسته توسعه دادند [۴۱].

در ادامه، رشیدی و همکاران، یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی را برای مکان‌یابی خط عابر پیاده در یک شبکه حمل‌ونقل چند حالت انتقالی به‌منظور حداکثر نمودن امنیت عابران و استفاده‌کنندگان از شبکه توسعه دادند [۴۲]. به‌عنوان آخرین مقاله‌ای که بررسی نمودیم اما نه آخرین تحقیق انجام شده در این زمینه، هان و همکاران، راه‌حلی را برای مسائل برنامه‌ریزی دوسطحی و سه‌سطحی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) ارائه نمودند. آن‌ها، ابتدا یک الگوریتم ازدحام ذرات دوسطحی جدید را برای حل برنامه‌ریزی دوسطحی رایج توسعه دادند و سپس حالت سه‌سطحی

را به ادبیات افزودند [۴۳].

۲-۲- مرور بر ادبیات برنامه‌ریزی تولید

مولا و همکاران، مدل‌های برنامه‌ریزی تولید و برنامه‌ریزی تولید ادغامی را تحت شرایط عدم قطعیت، مرور ادبیات نمودند. طبق نظر آن‌ها، در نظر گرفتن عدم قطعیت در سیستم‌های تولیدی، پیشرفت بزرگی بوده است. مدل‌های برنامه‌ریزی تولید که عدم قطعیت را در نظر نمی‌گیرند در مقایسه با مدل‌هایی که عدم قطعیت را در نظر می‌گیرند؛ رتبه بسیار پایینی دارند. مرور ادبیات آن‌ها، تعداد ۸۳ مورد مقاله را از سال ۱۹۸۳ تا ۲۰۰۶ شامل می‌شود [۴۴]. لئونگ و اِن جی، یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی سه هدفه برای برنامه‌ریزی تولید محصولات فاسدشدنی با در نظر گرفتن سیاست تعویق، به ادبیات اضافه نمودند [۴۵]. لئونگ و چان، یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای برنامه‌ریزی تولید با لحاظ محدودیت استفاده از منابع ارائه نمودند. آن‌ها، مسئله برنامه‌ریزی تولید را با در نظر گرفتن محدودیت‌های عملیاتی مختلف شامل ظرفیت تولید، سطح نیروی انسانی، مکان‌یابی کارخانه، ظرفیت ماشین و فضای انبار، تعیین نمودند [۴۶].

ژَنگ و همکاران، یک مسئله برنامه‌ریزی تولید به‌صورت پویا با وجود محدودیت ظرفیت را برای زنجیره تأمین حلقه بسته با فرض بازسازی بررسی نمودند [۴۷]. میرزاپور آل هاشم و همکاران، یک مدل بهینه‌سازی استوار چندهدفه را برای برنامه‌ریزی تولید ادغامی چند محصولی و چند کارخانه‌ای در یک زنجیره تأمین شامل چند تأمین‌کننده، چند تولیدکننده و چند مشتری به ادبیات این زمینه افزودند [۴۸]. در ادامه، ژَنگ و همکاران، یک مدل برنامه‌ریزی تولید همکارانه در زنجیره تأمین تحت قیمت و تقاضای غیر قطعی را توسعه دادند [۴۹]. قاسمی یقین و همکاران، قیمت‌گذاری یکپارچه و برنامه‌ریزی تولید را در یک زنجیره تأمین دوسطحی بررسی و یک رویکرد چندهدفه فازی ترکیبی ارائه دادند [۵۰]. ارائه یک مدل برنامه‌ریزی تولید برای سیستم‌های تولید دومرحله‌ای و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک و جست‌وجوی ممنوع ، نتیجه تحقیقات رمضانیان و همکاران، بود. هدف مطالعه آن‌ها، حداقل سازی هزینه‌ها و سطوح نیروی کار و موجودی بوده است [۵۱].

آودیو و ژَنگ، از دیگر محققانی بودند که در این زمینه تحقیقاتی را انجام دادند. آن‌ها، یک مدل برنامه‌ریزی تولید احتمالی برای زنجیره تأمین سوخت‌های زیستی تحت تقاضا و قیمت غیرقطعی ارائه دادند [۵۲]. داسیلوا و مارینس، یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی را برای حل مسائل برنامه‌ریزی تولید-توزیع تحت شرایط عدم قطعیت با یک مطالعه موردی در کارخانه تولید قند، مورد تحقیق قرار دادند [۵۳]. چاکرابورتی و همکاران، روی بهینه‌سازی ازدحام ذرات بر اساس محیط احتمالی برای مسئله برنامه‌ریزی تولید، تحقیقی را انجام دادند [۵۴]. جبارزاده و همکاران، یک رویکرد استوار بهبود یافته را برای مدیریت عرضه و تقاضا در برنامه‌ریزی تولید-توزیع به‌طور هم‌زمان به‌صورت غیرقطعی به ادبیات اضافه نمودند [۵۵]. خیرخواه و همکاران، مدلی دوهدفه را برای یک مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی چند محصولی چند دوره‌ای در زنجیرهٔ تأمینی شامل تعدادی تأمین‌کننده، تولیدکننده و نقطهٔ تقاضا ارائه دادند. آن‌ها در تحقیق خود به‌طور هم‌زمان به دنبال کمینه‌سازی هزینهٔ کل زنجیرهٔ تأمین و بیشینه‌سازی حداقل قابلیت اطمینان کارخانه‌های تولیدی بودند [۵۶]. ماکویی و همکاران، مسئله برنامه‌ریزی تولید را برای محصولات با تاریخ مصرف بسیار محدود مانند سالنامه‌ها با استفاده از سیاست تعویق تولید در شرایط عدم قطعیت با رویکرد بهینه‌سازی استوار و با الگوریتم حل دقیق تجزیه بندرز، به ادبیات افزودند [۷].

انتظامی‌نیا و همکاران، اخیراً یک مدل برنامه‌ریزی تولید چند محصولی چند دوره‌ای چند کارخانه‌ای چندهدفه را در زنجیره تأمین سبز با در نظر گرفتن شبکه لجستیک معکوس، ارائه نمودند [۵۷]. ترکمن و فاطمی قمی، مسئله برنامه‌ریزی تولید چندمرحله‌ای، چند محصولی، چند دوره‌ای را با راه‌اندازی‌های وابسته به توالی در زنجیره تأمین حلقه بسته، مورد تحقیق قرار دادند. آن‌ها به‌منظور حل مدلشان، چهار الگوریتم ابتکاری با استفاده از رویکرد افق متحرک و یک الگوریتم ژنتیک توسعه دادند [۵۸]. به‌عنوان آخرین مقاله‌ای که در حوزه برنامه‌ریزی تولید، مرور نمودیم؛ مختاری و حسنی، یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه را برای مسئله برنامه‌ریزی تولید-انتقال پاک در کارخانه‌های تولیدی ارائه نمودند. آن‌ها، از برنامه‌ریزی آرمانی فازی و الگوریتم‌های ابتکاری برای حل مدلشان استفاده کردند [۵۹].

بر اساس بررسی‌های دقیق در این پژوهش و نیز بر اساس مرور ادبیات وسیع انجام شده و کشف شکاف موجود، تاکنون مدلی با استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی در برنامه‌ریزی تولید با خروجی‌های تصمیمات تولید و قیمت محصولات جدید تحت روابط کششی قیمت‌گذاری در فضای رقابتی بازار، ارائه نشده است. لذا در بخش بعدی، یک مدل موجود در برنامه‌ریزی تولید با لحاظ تغییرات اساسی در مسئله‌ی تولید آن مدل و نیز با در نظر گرفتن رقابت در تولید محصولات به‌صورت دوسطحی توسعه داده شده است. از خصوصیات کارای مدل ارائه شده، سادگی و کاربردی بودن آن برای مسائل دنیای واقعی (مسائل تولید محصولات جدید) است

۳- مدل‌سازی ریاضی

۳-۱- بیان مسئله

مسئله موردنظر به این صورت است که یک شرکت رهبر با چند شرکت پیرو (رقیب) بر سر میزان فروش نوعی محصول و لذا کسب درآمد بیشتر رقابت دارند. بنابراین این شرکت‌ها در کسب سهم بازار، رقیب هم محسوب می‌گردند. شرکت رهبر به دلیل سابقه و محبوبیت بالاتر از قدرت بیشتری در کسب سهم بازار برخوردار است. مسئله اصلی این است که شرکت رهبر قصد دارد؛ محصول

جدیدی را تولید نماید که توانایی جایگزینی با محصولات موجود را داراست. همچنین، شرکت‌های رقیب هیچ تصمیمی برای تولید چنین محصول جدیدی را ندارند. برای مدل‌سازی این رقابت از برنامه‌ریزی دوسطحی (BLP) و بازی استکلبرگ استفاده شده است [۸]. یکی از علت‌های اصلی مدل‌سازی مسئله به‌صورت دوسطحی، این است که هدف، مدل‌سازی رقابت بین یک تولیدکننده با قصد تولید محصولی جدید و چند تولیدکننده موجود است. حال، رویکرد پرکاربردی که در ادبیات برای مدل‌سازی رقابت بین اجزای زنجیره تأمین در بازار، وجود دارد؛ رویکرد برنامه‌ریزی دوسطحی است. همچنین، امکان مدل‌سازی مسئله به‌صورت یکپارچه وجود ندارد؛ چون امکان مشارکت بین تولیدکنندگان وجود ندارد که همه تولیدکنندگان بخواهند سودشان را مجموعاً بیشینه نمایند. لذا از برنامه‌ریزی دوسطحی بهره گرفته شده است که در هر سطح، تولیدکننده تنها به بیشینه‌سازی سود خود می‌پردازد.

مدل اصلی برنامه‌ریزی تولید از تحقیق ماکویی و همکاران گرفته شده است [۷]. مسئله برنامه‌ریزی تولید موردنظر، هزینه‌ها را برای شرکت رهبر شامل هزینه‌های تولید، راه‌اندازی (برپایی تولید)، نیروی انسانی، موجودی، استخدام و اخراج حداقل می‌نماید. برای این مسئله با استفاده از مدل ارائه شده با توجه به مقدار تقاضای احتمالی، مقدار تولید محصول i در کارخانه تولیدی j توسط نیروی انسانی سطح k در پریود t، تعیین می‌شود. همچنین مدل ارائه شده، قیمت فروش، میزان موجودی محصول، تعداد نیروی انسانی، تعداد استخدام و اخراج و نیز میزان پاسخگویی بیشتر به تقاضای هر نوع محصول (مازاد عرضه) را تعیین می‌نماید. با توجه به این‌که درآمد شرکت رهبر از هزینه کسر می‌گردد؛ لذا تابع هدف رهبر به‌صورت حداقل سازی کل زیان است. ازآنجاکه هدف این پژوهش، بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید شرکت‌های رقیب، نیست و نیز نمی‌توان مسئله برنامه‌ریزی تولید شرکت‌های رقیب را به دلیل کمبود اطلاعات در مورد همه آن شرکت‌ها، مدل‌سازی نمود؛ لذا تابع هدف پیرو تنها به‌صورت حداکثر سازی درآمد فروش، در نظر گرفته شده است. محدودیت‌های مدل شامل محدودیت‌های مربوط به تعیین قیمت محصولات جدید (روابط کششی تقاضا و قیمت)، میزان فروش، سایر محدودیت‌های در ارتباط با برنامه‌ریزی تولید از جمله محدودیت‌های تعادل موجودی و نیروی انسانی و ظرفیت‌های در دسترس نیروی انسانی و ماشین هستند.

تقاضا و بسیاری از پارامترهای هزینه مسئله برنامه‌ریزی تولید، به‌صورت غیرقطعی فرض شده‌اند. لذا به‌منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت درونی پارامترهای مدل، مسئله تحت سناریوهای اقتصادی مختلف، مدل‌سازی شده است. سناریوهای اقتصادی آینده، بر اساس اسناد گذشته‌ی فروش، قراردادهای کوتاه‌مدت و بلندمدت آتی، شاخص قیمت مصرف‌کننده و تولید ناخالص داخلی (GDP) تعیین می‌شوند. بنابراین، از یک رویکرد بهینه‌سازی استوار (تکنیک مالوی و همکاران [۹]) برای مدل‌سازی مسئله در حالت عدم قطعیت چند سناریویی، استفاده شده است. میزان تولید و میزان موجودی به‌عنوان متغیرهای کنترلی در نظر گرفته شده‌اند و به ازای هر سناریو، مقدار مشخصی خواهند گرفت.

مفروضات اصلی مدل ارائه شده بدین‌صورت هستند: ۱) مسئله به‌صورت چند محصولی و چند دوره‌ای، مدل‌سازی شده است. ۲) هر کارخانه شرکت رهبر، حداکثر ظرفیتی را برای نگهداری محصولات دارد. همچنین، برای همه شرکت‌های پیرو، حداکثر ظرفیت فروش محصولات در نظر گرفته شده است. ۳) تولید تمام محصولات در تمامی دوره‌ها، امکان‌پذیر است. ۴) مدل‌سازی با توجه به حالت چند کارخانه‌ای با مکان‌های از قبل مشخص و نیز با وجود چند سطح نیروی انسانی فعال در شرکت رهبر، صورت گرفته است.

در ادامه، ابتدا روابط کشش بین تقاضا و قیمت به‌صورت خطی و با استفاده از داده‌های گذشته و روابط رگرسیونی در حالت کلی تعیین می‌گردند.

۳-۲- ارائه روابط کشش بین تقاضا و قیمت در حالت کلی

فرض کنیم d_L، میزانی از تقاضای بازار باشد که برای رهبر (L) بالقوه می‌شود و P_L، قیمتی باشد که رهبر ارائه می‌دهد. همچنین، فرض کنیم d_F، میزانی از تقاضای بازار باشد که برای پیرو (F) بالقوه می‌شود و P_F، قیمتی باشد که پیرو ارائه می‌دهد. روابط (۱) و (۲) روابطی هستند که بر اساس این روابط، تقاضا برای رهبر (L) و پیرو (F) با توجه به قیمت هر کدام از آن‌ها مشخص می‌شود. بر اساس تئوری‌های اقتصادی در بازارهای رقابتی، بین قیمت و تقاضا رابطه عکس وجود دارد. بنابراین روابط (۱) و (۲) برای L و F، رابطه تقاضا-قیمت هستند [۶].

$$d_L = \alpha_L - \beta_L . P_L \quad (۱)$$

$$d_F = \alpha_F - \beta_F . P_F \quad (۲)$$

که در این روابط، β_L و β_F، به ترتیب کشش قیمتی L و F را نشان می‌دهند و بیان‌گر آن هستند که با افزایش هر واحد قیمت، میزان تقاضا چند واحد کاهش می‌یابد (لازم به ذکر است که β_L و β_F هر دو مثبت هستند).

همچنین α_L و α_F به ترتیب نشان‌دهنده قدرت L و F در بازار هستند به این صورت که:

$$P_L = \frac{\alpha_L - d_L}{\beta_L} \quad (۳)$$

$$P_F = \frac{\alpha_F - d_F}{\beta_F} \quad (۴)$$

واضح است که به فرض مساوی بودن β_L و β_F، اگر $\alpha_L > \alpha_F$ باشد آنگاه در سطح تقاضای یکسان مطابق رابطه (۳)، قیمت رهبر (L) می‌تواند بیشتر باشد. پارامتر α می‌تواند برگرفته از فاکتورهایی همچون کیفیت، مشهوریت، محبوبیت، سطح خدمت، تبلیغات و ... باشد و هر چه بیشتر باشد بهتر است چون قدرت برای فروش بیشتر است.

در روابط (۱) و (۲) ملاحظه می‌شود که تقاضای L و F به

ترتیب با قیمت‌های L و F رابطه عکس دارند. واضح است که اگر این دو فروشنده، کالای یکسانی را عرضه نمایند و رقیب یکدیگر باشند؛ آنگاه مشتری به قیمت هر دو به‌صورت هم‌زمان، توجه می‌کند. بنابراین در رابطه (۱) که مربوط به رهبر (L) است؛ قیمت (F) نیز تأثیرگذار خواهد بود و همچنین در رابطه (۲)، قیمت (L) هم اثر خواهد گذاشت.

همان‌طور که اشاره شد؛ بنا بر رابطه (۱)، اگر L قیمت خود را افزایش دهد آنگاه سطح تقاضا برای محصولات آن کاهش می‌یابد و این رابطه برای F نیز مطابق رابطه (۲) برقرار است. حال واضح است که برای بیان رابطه در حالت کلی با فرض ثبات در کل تقاضای بازار و وجود امکان مهاجرت خریدار از فروشنده‌ای به فروشنده دیگر، اگر قیمت بازار رقیب (F) کاهش یابد؛ در این صورت میزان تقاضای L کاهش می‌یابد. همچنین، اگر قیمت F افزایش یابد؛ میزان تقاضای L نیز افزایش خواهد یافت. بنابراین در حالت خطی، می‌توان رابطه (۵) را برای توسعه رابطه (۱) با لحاظ قیمت رقیب (F) ارائه نمود [۴۱].

$$d_L = \alpha_L - \beta_L . P_L + \gamma_L . P_F \qquad (۵)$$

به‌طور مشابه، رابطه (۶) برای پیرو (F) ارائه می‌گردد.

$$d_F = \alpha_F - \beta_F . P_F + \gamma_F . P_L \qquad (۶)$$

در رابطه (۵)، γ_L را به‌عنوان کشش قیمت رقیب-تقاضا برای L تعریف می‌نماییم. این پارامتر بیان می‌کند که تغییرات هر واحد از قیمت F، چند واحد بر تقاضای L تأثیر می‌گذارد. توجه شود $\gamma_L \geq 0$ خواهد بود و با علامت مثبت وارد رابطه می‌شود. بنابراین یک واحد افزایش قیمت F، γ_L واحد تقاضای L را افزایش می‌دهد و یک واحد کاهش آن، سبب کاهش γ_L واحد کاهش تقاضای L می‌گردد.

توجه شود که β_L، حاصل از فاکتورهایی مربوط به خود فروشنده L بود؛ همچون کیفیت، تبلیغات، مشهوریت و ... و روی میزان فروش خود L اثر می‌گذارد. این در صورتی است که γ_L ناشی از فاکتورهای رفتاری فروشنده F است و از آن فروشنده روی فروشنده L، اثر می‌گذارد.

۳-۳- مدل‌سازی با استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی

در این قسمت از پژوهش، با استفاده از برنامه‌ریزی دوسطحی، یک مدل ریاضی با در نظر گرفتن رقابت بین رهبر و پیرو توسعه داده شده است. خروجی این مدل، مقدار قیمت فروش رهبر و پیرو و نیز میزان فروش هر یک از آن‌ها به همراه متغیرهای برنامه‌ریزی تولید خواهد بود. نتایج مدل ارائه شده برای تمامی شرکت‌هایی که در بازار رقابتی فعالیت دارند؛ مفید و کاراست. در ادامه پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری معرفی و پس از آن، مدل مذکور ارائه شده است.

اندیس‌ها:

I	مجموعه محصولات
J	مجموعه کارخانه‌های شرکت رهبر
J'	مجموعه کارخانه‌های شرکت‌های رقیب
K	مجموعه سطوح نیروی انسانی
S	مجموعه سناریوهای عدم قطعیت
T	مجموعه دوره‌های زمانی

پارامترها:

α_{ijt}	قدرت فروش رهبر برای فروش محصول i تولید شده توسط کارخانه j در دوره t
$\alpha'_{ij't}$	قدرت فروش رقیب برای فروش محصول i تولید شده توسط کارخانه 'j در دوره t
β_{ijt}	کشش قیمتی رهبر برای محصول i تولید شده توسط کارخانه j در دوره t
$\beta'_{ij't}$	کشش قیمتی رقیب برای محصول i تولید شده توسط کارخانه 'j در دوره t
γ_{ijt}	کشش قیمت رقیب-تقاضای رهبر برای محصول i تولید شده توسط کارخانه j در دوره t
$\gamma'_{ij't}$	کشش قیمت رقیب-تقاضای شرکت‌های رقیب برای محصول i تولید شده توسط کارخانه 'j در دوره t
D_{it}^{s}	تقاضای محصول i در دوره t تحت سناریوی s (واحد)
cp_{ijkt}^{s}	هزینه تولید یک واحد محصول نهایی i در کارخانه j توسط کارگر سطح k در دوره t تحت سناریوی s (واحد-دوره/ریال)
cl_{jkt}^{s}	هزینه نیروی انسانی سطح k در کارخانه j در دوره t تحت سناریوی s (نفر-دوره/ریال)
cIf_{ijt}^{s}	هزینه نگهداری محصول نهایی i در کارخانه j تحت سناریوی s (واحد-دوره/ریال)
cwH_{jkt}	هزینه استخدام نیروی انسانی سطح k در کارخانه j در دوره t (نفر-دوره/ریال)
cwL_{jkt}	هزینه اخراج نیروی انسانی سطح k در کارخانه j در دوره t (نفر-دوره/ریال)
a_{ik}	زمان لازم برای تولید محصول نهایی i توسط کارگر سطح k (واحد/نفر-ساعت)
b_{ik}	زمان ماشین برای تولید محصول نهایی i توسط کارگر سطح k (واحد/ماشین-ساعت)
C_k	ساعات کاری کارگران سطح k در هر دوره (نفر-دوره/نفر-ساعت)
LPL_{ijt}	حداقل قیمت فروش محصول نهایی i تولید شده توسط کارخانه j (رهبر) در دوره t (واحد-دوره/ریال)
$LPF_{ij't}$	حداقل قیمت فروش محصول نهایی i تولید شده توسط کارخانه 'j (رقیب) در دوره t (واحد-دوره/ریال)
UPL_{ijt}	حداکثر قیمت فروش محصول نهایی i تولید شده توسط کارخانه j (رهبر) در دوره t (واحد-دوره/ریال)
$UPF_{ij't}$	حداکثر قیمت فروش محصول نهایی i تولید شده توسط کارخانه 'j (رقیب) در دوره t (واحد-دوره/ریال)

$CapL_{jt}$ حداکثر ظرفیت در دسترس نگهداری محصول در کارخانه j در دوره t (واحد-دوره)

$CapF_{it}$ حداکثر ظرفیت فروش محصول i توسط شرکت‌های پیرو (رقیب) در بازار در دوره t (واحد)

vf_i حجم اشغال توسط یک واحد محصول i (واحد)

M_{jt} حداکثر زمان در دسترس ماشین در کارخانه j در دوره t (ماشین-ساعت)

ck_{ijt} هزینه برپایی تولید محصول نهایی i در کارخانه j در دوره t (ریال-دوره)

Iw_{jk} تعداد نیروی انسانی اولیه سطح k در کارخانه j (نفر)

$prob_s$ احتمال وقوع سناریوی s

λ ضریب ثابت اهمیت بخش انحراف معیار در تابع هدف مالوی

ω ضریب جریمه مالوی به ازای مجاز بودن نقض محدودیت

Large یک مقدار بسیار بزرگ

متغیرهای تصمیم:

p^s_{ijkt} میزان تولید محصول نهایی i در کارخانه j توسط کارگر سطح k در دوره t تحت سناریوی s (واحد-دوره)

pr_{ijt} قیمت فروش محصول نهایی i تولید شده توسط کارخانه j در دوره t (واحد-دوره/ریال)

$pr'_{ij't}$ قیمت فروش محصول نهایی i تولید شده توسط کارخانه j' در دوره t (واحد-دوره/ریال)

If^s_{ijt} میزان موجودی محصول نهایی i در کارخانه j در دوره t تحت سناریوی s (واحد-دوره)

x^s_{ijt} میزان فروش محصول نهایی i از کارخانه j در دوره t تحت سناریوی s (واحد-دوره)

$x'^s_{ij't}$ میزان فروش محصول نهایی i از کارخانه j' در دوره t تحت سناریوی s (واحد-دوره)

dL^s_{ijt} میزان تقاضای بالقوه رهبر برای محصول iام تولیدی توسط کارخانه j در دوره t تحت سناریوی s (واحد)

$dF^s_{ij't}$ میزان تقاضای بالقوه شرکت‌های رقیب برای محصول iام تولیدی توسط کارخانه j' در دوره t تحت سناریوی s (واحد)

W_{jkt} تعداد نیروی انسانی سطح k در کارخانه j در دوره t (نفر-دوره)

wH_{jkt} تعداد نیروی انسانی سطح k استخدام شده در کارخانه j در دوره t (نفر-دوره)

wL_{jkt} تعداد نیروی انسانی سطح k اخراج شده در کارخانه j در دوره t (نفر-دوره)

k_{ijt} اگر محصول نهایی i در کارخانه j در دوره t، تولید شود برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر است

δ^s_{it} میزان پاسخگویی بیشتر (مازاد عرضه) به تقاضای محصول i در دوره t تحت سناریوی s (واحد)

θ_s اندازه انحراف در سناریوی s (متغیر نامنفی برای خطی‌سازی بخش انحراف معیار در تابع هدف مالوی)

اکنون با توجه به پارامترها و متغیرهای معرفی شده، مدل برنامه‌ریزی تولید دوسطحی بر اساس شرایط واقعی موجود در بازار رقابتی شرکت‌های رهبر و پیرو توسعه داده می‌شود. هزینه‌های برنامه‌ریزی تولید مربوط به شرکت رهبر شامل هزینه تولید (PC)، هزینه برپایی تولید (SC)، هزینه تغییر نیروی انسانی (WC)، هزینه نگهداری (IC) و هزینه نیروی کار (LC) می‌گردد. هر کدام از این هزینه‌ها و درآمد حاصل از فروش برای شرکت رهبر (RevL) و نیز درآمد حاصل از فروش برای شرکت‌های رقیب (RevF)، از روابط زیر به دست می‌آیند:

✓ درآمد حاصل از فروش برای شرکت رهبر

$$RevL_s = \sum_i \sum_j \sum_t pr_{ijt}.x^s_{ijt} \quad (۷)$$

✓ درآمد حاصل از فروش برای شرکت‌های پیرو

$$RevF_s = \sum_i \sum_{j'} \sum_t pr'_{ij't}.x'^s_{ij't} \quad (۸)$$

✓ هزینه تولید

$$PC_s = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t cp^s_{ijkt}.p^s_{ijkt} \quad (۹)$$

✓ هزینه برپایی تولید

$$SC_s = \sum_i \sum_j \sum_t ck_{ijt}.k_{ijt} \quad (۱۰)$$

✓ هزینه تغییر نیروی انسانی

$$WC_s = \sum_j \sum_k \sum_t (cwH_{jkt}.wH_{jkt} + cwL_{jkt}.wL_{jkt}) \quad (۱۱)$$

✓ هزینه نگهداری

$$IC_s = \sum_i \sum_j \sum_t cIf^s_{ijt}.If^s_{ijt} \quad (۱۲)$$

✓ هزینه نیروی کار

$$LC_s = \sum_j \sum_k \sum_t cl^s_{jkt}.W_{jkt} \quad (۱۳)$$

رابطه (۷) درآمد حاصل از فروش برای شرکت رهبر را نشان می‌دهد که از حاصل‌ضرب قیمت فروش محصولات این شرکت در میزان فروش آن محصول به دست می‌آید. این رابطه، یک عبارت غیرخطی است و در بخش‌های بعدی، خطی‌سازی خواهد شد. رابطه (۸) درآمد حاصل از فروش برای شرکت‌های رقیب است که به‌طور مشابه از حاصل‌ضرب قیمت فروش محصولات آن شرکت‌ها در میزان فروش مربوطه به دست می‌آید. این رابطه نیز، یک عبارت غیرخطی است. روابط (۹) و (۱۰) به ترتیب کل هزینه تولید و برپایی تولید مربوط به شرکت رهبر را نشان می‌دهند. رابطه (۱۱)، هزینه تغییر نیروی انسانی شامل استخدام و اخراج و رابطه (۱۲)، هزینه نگهداری موجودی در انبار و رابطه (۱۳)، هزینه نیروی کار در ارتباط با

سطوح مختلف کارگران را برای شرکت رهبر نشان می‌دهند. در ادامه، توابع هدف رهبر، پیرو و محدودیت‌های مسئله آورده شده‌اند. محدودیت‌های مسئله شامل محدودیت‌های شرکت رهبر و نیز محدودیت‌های شرکت‌های رقیب خواهد بود [۶۰].

$$\begin{aligned}\text{Leader: } Min\ z_L = &\sum_s prob_s(PC_s + SC_s \\ &+ WC_s + IC_s + LC_s \\ &- RevL_s) \\ &+ \lambda \sum_s prob_s \Big[(PC_s + SC_s \\ &+ WC_s + IC_s + LC_s \\ &- RevL_s) \\ &- \sum_{s'} prob_{s'}(PC_{s'} + SC_{s'} \\ &+ WC_{s'} + IC_{s'} + LC_{s'} \\ &- RevL_{s'}) + 2\theta_s\Big] \\ &+ \omega \sum_i \sum_t \sum_s prob_s . \delta_{it}^s\end{aligned} \quad (۱۴)$$

$$Follower: \quad Max\ z_F = \sum_s prob_s . RevF_s \quad (۱۵)$$

$$s.t.$$

$$If_{ijt}^s = If_{ij,t-1}^s + \sum_k (p_{ijkt}^s) - x_{ijt}^s \quad \forall\ i,j,t,s \quad (۱۶)$$

$$\sum_j dL_{ijt}^s + \sum_{j'} dF_{ij't}^s - \delta_{it}^s \le D_{it}^s \quad \forall\ i,t,s \quad (۱۷)$$

$$\begin{aligned}dL_{ijt}^s = \alpha_{ijt} - \beta_{ijt} . pr_{ijt} \\ + \gamma_{ijt} . pr'_{ij't} \quad \forall\ i,j,j',t,s\end{aligned} \quad (۱۸)$$

$$\begin{aligned}dF_{ij't}^s = \alpha'_{ij't} - \beta'_{ij't} . pr'_{ij't} \\ + \gamma'_{ij't} . pr_{ijt} \quad \forall\ i,j,j',t,s\end{aligned} \quad (۱۹)$$

$$x_{ijt}^s \le dL_{ijt}^s \quad \forall\ i,j,t,s \quad (۲۰)$$

$$x'^s_{ij't} \le dF_{ij't}^s \quad \forall\ i,j',t,s \quad (۲۱)$$

$$\sum_{j'} dF_{ij't}^s \le CapF_{it} \quad \forall\ i,t,s \quad (۲۲)$$

$$LPL_{ijt} \le pr_{ijt} \le UPL_{ijt} \quad \forall\ i,j,t \quad (۲۳)$$

$$LPF_{ij't} \le pr'_{ij't} \le UPF_{ij't} \quad \forall\ i,j',t \quad (۲۴)$$

$$\sum_i vf_i . If_{ijt}^s \le CapL_{jt} \quad \forall\ j,t,s \quad (۲۵)$$

$$W_{jkt} = W_{jk,t-1} + wH_{jkt} - wL_{jkt} \quad \forall\ j,k,t \quad (۲۶)$$

$$\sum_i a_{ik} . p_{ijkt}^s \le C_k . W_{jkt} \quad \forall\ j,k,t,s \quad (۲۷)$$

$$\sum_i \sum_k b_{ik} . p_{ijkt}^s \le M_{jt} \quad \forall\ j,t,s \quad (۲۸)$$

$$\sum_k p_{ijkt}^s \le Large . k_{ijt} \quad \forall\ i,j,t,s \quad (۲۹)$$

$$\begin{aligned}(PC_s + SC_s + WC_s + IC_s + LC_s - RevL_s) \\ - \sum_{s'} prob_{s'}(PC_{s'} + SC_{s'} \\ + WC_{s'} + IC_{s'} + LC_{s'} \\ - RevL_{s'}) + \theta_s \ge 0 \quad \forall\ s\end{aligned} \quad (۳۰)$$

$$\begin{aligned}&pr_{ijt}, pr'_{ij't}, p_{ijkt}^s, If_{ijt}^s, x_{ijt}^s, x'^s_{ij't}, \\ &dL_{ijt}^s, dF_{ij't}^s, W_{jkt}, wH_{jkt}, wL_{jkt}, \\ &\delta_{it}^s, \theta_s \ge 0 \quad \forall\ i,j,k,t,s\end{aligned} \quad (۳۱)$$

$$k_{ijt} \in \{0,1\} \quad \forall\ i,j,t \quad (۳۲)$$

در تابع هدف سطح بالایی یعنی رابطه (۱۴)، شرکت رهبر نقش رهبر را ایفا می‌نماید. این تابع هدف عبارت است از مجموع هزینه‌های مذکور شرکت رهبر منهای درآمد حاصل از فروش این شرکت که باید حداقل شوند. طبق رویکرد بهینه‌سازی استوار مالوی و همکاران [۹]، تابع هدف رهبر در برنامه‌ریزی دوسطحی با در نظر گرفتن سناریوهای مختلف شامل سه عبارت است. عبارات اول و دوم به ترتیب مقدار میانگین و واریانس کل زیان هستند و استواری جواب را اندازه‌گیری می‌نمایند. عبارت سوم، استواری مدل را با توجه به نشدنی بودن در ارتباط با محدودیت‌های کنترلی (۱۷) تحت سناریوی s نشان می‌دهد. در سوی دیگر، رابطه (۱۵)، تابع هدف شرکت‌های رقیب است که در برنامه‌ریزی دوسطحی موردنظر به‌عنوان پیرو عمل می‌کنند. این رابطه در واقع به‌صورت حداکثر سازی امید ریاضی درآمد حاصل از فروش شرکت‌های رقیب است. این بدان علت است که هدف اصلی از لحاظ عدم قطعیت در مدل این پژوهش، استوارسازی مدل ارائه شده برای رهبر است و هدف پیرو، اهمیت کمتری دارد.

محدودیت (۱۶)، یک محدودیت تعادلی است که برای تعیین میزان تولید محصول و مقدار محصول ذخیره شده در انبار استفاده می‌شود. محدودیت (۱۷)، یک محدودیت تعادلی کنترلی است که میزان تقاضایی از بازار را که برای رهبر و پیرو، بالقوه می‌شود و همچنین میزان پاسخگویی بیشتر به تقاضای مشتری (مازاد عرضه) را تعیین می‌نماید. این محدودیت در واقع نشان می‌دهد که مجموع میزان تقاضایی از بازار که رهبر و پیرو پاسخ می‌دهند؛ نباید از کل تقاضای بازار بیشتر گردد. اگر در پریود t، میزان کل تقاضایی از بازار که برای رهبر و نیز پیرو، بالقوه می‌شود؛ (یعنی $\sum_j dL_{ijt}^s + \sum_{j'} dF_{ij't}^s$)، از تقاضا ($D_{it}^s$) بیشتر باشد آنگاه میزان کل تقاضایی از بازار که در واقعیت بالقوه می‌شود؛ در پریود t، برابر با $\sum_j dL_{ijt}^s + \sum_{j'} dF_{ij't}^s = D_{it}^s$ خواهد بود که ($\delta_{it}^s = \sum_j dL_{ijt}^s + \sum_{j'} dF_{ij't}^s - D_{it}^s$) نشان‌دهنده‌ی میزان پاسخگویی بیشتر به تقاضای مشتری است. توجه شود که $\delta_{i,t-1}^s$ به‌عنوان مازاد عرضه برای پریود t نیست. درحالی‌که اگر $\sum_j dL_{ijt}^s + \sum_{j'} dF_{ij't}^s$ کمتر از تقاضا باشد؛ آنگاه با مینیمم‌سازی، میزان انحراف برابر صفر $\delta_{it}^s = 0$ به دست می‌آید و در نتیجه، کل تقاضای بازار پوشش داده نمی‌شود.

روابط (۱۸) و (۱۹)، روابط بین تقاضا و قیمت هستند که با توجه به روابط (۵) و (۶) برای رهبر و پیرو نوشته شده‌اند. رابطه‌های

(۲۰) و (۲۱) بیان می‌نمایند که به ترتیب میزان فروش رهبر و پیرو برای یک محصول خاص، نباید از میزان تقاضایی که برای آن‌ها بالقوه می‌گردد؛ تجاوز کند. رابطه (۲۲) بیان می‌نماید که کل تقاضای یک محصول معین از بازار که برای شرکت‌های رقیب بالقوه می‌گردد؛ نمی‌تواند از ظرفیت فروش آن شرکت‌ها بیشتر شود. روابط (۲۳) و (۲۴) حدود بالا و پایین را به ترتیب برای قیمت‌های فروش رهبر و پیرو تعیین می‌کنند. لازم به توضیح است که رابطه بین رهبر و پیرو از طریق محدودیت‌های (۱۷) تا (۲۴) برقرار می‌گردد.

با وجود رابطه (۲۵)، اطمینان حاصل می‌شود که میزان موجودی محصول یک کارخانه مشخص از حداکثر ظرفیت نگهداری در انبار کارخانه مربوطه، کمتر است. رابطه (۲۶)، بیان می‌کند که نیروی کار در دسترس در هر دوره برابر با نیروی کار در دوره قبل به‌اضافه تغییر تعداد نیروی کار در دوره جاری است. با توجه به وجود تعداد نیروی کار اولیه در کارخانه j (Iw_{jk})، این رابطه، به روابط (۳۳) و (۳۴) شکسته خواهد شد:

$$W_{jkt} = Iw_{jk} + wH_{jkt} - wL_{jkt} \qquad \forall j,k,t=1 \qquad (۳۳)$$

$$W_{jkt} = W_{jk,t-1} + wH_{jkt} - wL_{jkt} \qquad \forall j,k,t \geq 2 \qquad (۳۴)$$

رابطه (۲۷)، تولید را به کل ساعات در دسترس نیروی انسانی سطح k محدود می‌کند. رابطه (۲۸)، تولید را در هر پریود توسط نیروی انسانی سطح k به‌وسیله‌ی ظرفیت در دسترس تولید ماشین محدود می‌نماید. رابطه (۲۹)، رابطه بین تولید محصول و برپایی تولید را بیان می‌کند. رابطه (۳۰)، معادله کمکی در رابطه با روش بهینه‌سازی استوار است که در واقع، برای خطی‌سازی رویکرد مالوی و همکاران [۹] برای تابع هدف رهبر استفاده شده است. در نهایت، روابط (۳۱) و (۳۲)، متغیرهای تصمیم را تعریف می‌نمایند.

۳-۴- خطی‌سازی توابع هدف

همانطور که مشخص است؛ روابط (۷) و (۸) به دلیل ضرب دو متغیر پیوسته در هم در حالت غیرخطی هستند. لذا برای خطی‌سازی آن‌ها از روشی که محققان در ادبیات برای خطی‌سازی این حالت غیرخطی ارائه داده‌اند؛ استفاده شده است که شامل سه مرحله است [۶۱]. در ادامه، ابتدا رابطه (۷) و پس از آن رابطه (۸)، خطی‌سازی می‌گردد.

مرحله اول: برای هر یک از متغیرهای پیوسته رابطه (۷)، یک حد بالا و یک حد پایین مطابق محدودیت‌های مدل بیان شده، تعیین می‌شود که به‌صورت روابط (۳۵) و (۳۶) است:

$$LPL_{ijt} \leq pr_{ijt} \leq UPL_{ijt} \qquad \forall i,j,t \qquad (۳۵)$$

$$0 \leq x^s_{ijt} \leq D^s_{it} \qquad \forall i,j,t,s \qquad (۳۶)$$

مرحله دوم: حاصل‌ضرب دو متغیر پیوسته مربوط به رابطه (۷) در همدیگر برابر یک متغیر پیوسته دیگر قرار می‌گیرد و در مدل به جای حاصل‌ضرب دو متغیر پیوسته، این متغیر جایگزین می‌گردد.

$$O1^s_{ijt} = pr_{ijt}.x^s_{ijt} \qquad \forall i,j,t,s \qquad (۳۷)$$

مرحله سوم: محدودیت‌های (۳۸) و (۳۹) به محدودیت‌های مدل اصلی اضافه می‌گردند.

$$0 \leq O1^s_{ijt} \leq D^s_{it}.pr_{ijt} \qquad \forall i,j,t,s \qquad (۳۸)$$

$$LPL_{ijt}.x^s_{ijt} \leq O1^s_{ijt} \leq UPL_{ijt}.x^s_{ijt} \qquad \forall i,j,t,s \qquad (۳۹)$$

همچنین برای رابطه (۸) نیز همین مراحل وجود دارد که در ادامه آورده شده است.

مرحله اول: برای هر یک از متغیرهای پیوسته رابطه (۸)، یک حد بالا و یک حد پایین، تعیین می‌شود که به‌صورت روابط (۴۰) و (۴۱) است:

$$LPF_{ij't} \leq pr'_{ij't} \leq UPF_{ij't} \qquad \forall i,j',t \qquad (۴۰)$$

$$0 \leq x'^s_{ij't} \leq CapF_{it} \qquad \forall i,j,t,s \qquad (۴۱)$$

مرحله دوم: حاصل‌ضرب دو متغیر پیوسته مربوط به رابطه (۸) در همدیگر برابر یک متغیر پیوسته دیگر قرار می‌گیرد و در مدل به جای حاصل‌ضرب دو متغیر پیوسته، این متغیر جایگزین می‌گردد.

$$O2^s_{ij't} = pr'_{ij't}.x'^s_{ij't} \qquad \forall i,j',t,s \qquad (۴۲)$$

مرحله سوم: محدودیت‌های (۴۳) و (۴۴) به محدودیت‌های مدل اصلی اضافه می‌گردند.

$$0 \leq O2^s_{ij't} \leq CapF_{it}.pr'_{ij't} \qquad \forall i,j',t,s \qquad (۴۳)$$

$$LPF_{ij't}.x'^s_{ij't} \leq O2^s_{ij't} \leq UPF_{ij't}.x'^s_{ij't} \qquad \forall i,j',t,s \qquad (۴۴)$$

۳-۵- تبدیل مسئله دوسطحی به یک مسئله تک سطحی با استفاده از شرایط KKT

از آنجایی که این مسئله، یک مسئله دوسطحی است؛ می‌توان از شرایط کاروش‌کان‌تاکر برای تک سطحی کردن مسئله استفاده نمود. چون تمامی متغیرهای مربوط به پیرو به‌صورت پیوسته هستند لذا می‌توان شرایط کاروش‌کان‌تاکر را برای مسئله نوشت. با استفاده از این شرایط، تابع هدف پیرو با محدودیت‌هایی به نام شرایط ثابت و شرایط مکمل جایگزین می‌شوند که به محدودیت‌های مسئله با تابع هدف رهبر اضافه می‌گردند.

تابع هدف پیرو به‌صورت خطی به همراه محدودیت‌های مربوط به پیرو، بازنویسی می‌گردد.

$$Follower: \quad Max\ z_F = \sum_i \sum_{j'} \sum_t \sum_s prob_s.O2^s_{ij't} \qquad (۴۵)$$

$$s.t.$$

$$dF^s_{ij't} \leq \alpha'_{ij't} - \beta'_{ij't}.pr'_{ij't} + \gamma'_{ij't}.pr_{ijt} \qquad \forall i,j,j',t,s \qquad (۴۶)$$

$$x'^s_{ij't} \leq dF^s_{ij't} \qquad \forall i,j',t,s \qquad (۴۷)$$

$$\sum_{j'} dF^s_{ij't} \leq CapF_{it} \qquad \forall i,t,s \qquad (۴۸)$$

$$pr'_{ij't} \leq UPF_{ij't} \qquad \forall i,j',t \qquad (۴۹)$$

$$pr'_{ij't} \geq LPF_{ij't} \qquad \forall i,j',t \qquad (۵۰)$$

$$O2^s_{ij't} \leq CapF_{it}.pr'_{ij't} \qquad \forall i,j',t,s \qquad (۵۱)$$

$$O2^s_{ij't} \geq LPF_{ij't}.x'^s_{ij't} \qquad \forall i,j',t,s \qquad (۵۲)$$

$$O2^{s}_{ij't} \le UPF_{ij't}.x'^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۵۳)$$

$$O2^{s}_{ij't}, pr'_{ij't}, x'^{s}_{ij't}, dF^{s}_{ij't} \ge 0 \quad (۵۴)$$

اکنون باید شرایط KKT برای مدل فوق نوشته شود تا مدل دوسطحی به یک مدل تک سطحی تبدیل گردد. برای این منظور ابتدا تمام محدودیت‌های مسئله بخصوص محدودیت‌های نامنفی بودن متغیرها باید به‌صورت حالت استاندارد حداکثر سازی نوشته شوند. اگر $u1$ تا $u10$ متغیرهای مربوط به شرایط KKT برای محدودیت‌های مدل فوق باشند؛ شرایط KKT به‌صورت زیر نوشته خواهد شد. ضروری است اشاره گردد که متغیرهای $u1$ تا $u5$، متناظر با محدودیت‌های (۴۶) تا (۵۰) منتج شده از محدودیت‌های (۱۹)، (۲۱)، (۲۲) و (۲۴) از مدل اصلی هستند. همچنین، $u6$ تا $u8$، متناظر با محدودیت‌های (۵۱)، (۵۲) و (۵۳) منتج شده از محدودیت‌های (۴۳) و (۴۴) مربوط به خطی‌سازی تابع هدف پیرو هستند. در نهایت، $u9$ و $u10$ به‌ترتیب متغیرهای شرایط KKT برای $-x' \le 0$ و $-dF \le 0$ (گرفته شده از محدودیت (۵۴)) هستند.

$$prob_s = u6^{s}_{ij't} - u7^{s}_{ij't} + u8^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۵۵)$$

$$0 = \beta'_{ij't}.u1^{s}_{ijj't} + u4_{ij't} - u5_{ij't} - CapF_{it}.u6^{s}_{ij't} \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۵۶)$$

$$0 = -\gamma'_{ij't}.u1^{s}_{ijj't} \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۵۷)$$

$$0 = u2^{s}_{ij't} + LPF_{ij't}.u7^{s}_{ij't} - UPF_{ij't}.u8^{s}_{ij't} - u9^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۵۸)$$

$$0 = u1^{s}_{ijj't} - u2^{s}_{ij't} + u3^{s}_{it} - u10^{s}_{ij't} \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۵۹)$$

$$u1^{s}_{ijj't} \le Large.(1 - z1^{s}_{ijj't}) \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۶۰)$$

$$-\left(dF^{s}_{ij't} - \alpha'_{ij't} + \beta'_{ij't}.pr'_{ij't} - \gamma'_{ij't}.pr_{ijt}\right) \le Large.z1^{s}_{ijj't} \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۶۱)$$

$$u2^{s}_{ij't} \le Large.(1 - z2^{s}_{ij't}) \quad \forall i,j',t,s \quad (۶۲)$$

$$-\left(x'^{s}_{ij't} - dF^{s}_{ij't}\right) \le Large.z2^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۶۳)$$

$$u3^{s}_{it} \le Large.(1 - z3^{s}_{it}) \quad \forall i,t,s \quad (۶۴)$$

$$-\left(dF^{s}_{ij't} - CapF_{it}\right) \le Large.z3^{s}_{it} \quad \forall i,j',t,s \quad (۶۵)$$

$$u4_{ij't} \le Large.(1 - z4_{ij't}) \quad \forall i,j',t \quad (۶۶)$$

$$-\left(pr'_{ij't} - UPF_{ij't}\right) \le Large.z4_{ij't} \quad \forall i,j',t \quad (۶۷)$$

$$u5_{ij't} \le Large.(1 - z5_{ij't}) \quad \forall i,j',t \quad (۶۸)$$

$$-\left(-pr'_{ij't} + LPF_{ij't}\right) \le Large.z5_{ij't} \quad \forall i,j',t \quad (۶۹)$$

$$u6^{s}_{ij't} \le Large.(1 - z6^{s}_{ij't}) \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۰)$$

$$-\left(O2^{s}_{ij't} - CapF_{it}.pr'_{ij't}\right) \le Large.z6^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۱)$$

$$u7^{s}_{ij't} \le Large.\left(1 - z7^{s}_{ij't}\right) \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۲)$$

$$-\left(-O2^{s}_{ij't} + LPF_{ij't}.x'^{s}_{ij't}\right) \le Large.z7^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۳)$$

$$u8^{s}_{ij't} \le Large.(1 - z8^{s}_{ij't}) \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۴)$$

$$-\left(O2^{s}_{ij't} - UPF_{ij't}.x'^{s}_{ij't}\right) \le Large.z8^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۵)$$

$$u9^{s}_{ij't} \le Large.(1 - z9^{s}_{ij't}) \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۶)$$

$$-\left(-x'^{s}_{ij't}\right) \le Large.z9^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۷)$$

$$u10^{s}_{ij't} \le Large.(1 - z10^{s}_{ij't}) \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۸)$$

$$-\left(-dF^{s}_{ij't}\right) \le Large.u10^{s}_{ij't} \quad \forall i,j',t,s \quad (۷۹)$$

$$dF^{s}_{ij't} - \alpha'_{ij't} + \beta'_{ij't}.pr'_{ij't} - \gamma'_{ij't}.pr_{ijt} \le 0 \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۸۰)$$

$$x'^{s}_{ij't} - dF^{s}_{ij't} \le 0 \quad \forall i,j',t,s \quad (۸۱)$$

$$\sum_{j'}(dF^{s}_{ij't}) - CapF_{it} \le 0 \quad \forall i,t,s \quad (۸۲)$$

$$pr'_{ij't} - UPF_{ij't} \le 0 \quad \forall i,j',t \quad (۸۳)$$

$$-pr'_{ij't} + LPF_{ij't} \le 0 \quad \forall i,j',t \quad (۸۴)$$

$$O2^{s}_{ij't} - CapF_{it}.pr'_{ij't} \le 0 \quad \forall i,j',t,s \quad (۸۵)$$

$$-O2^{s}_{ij't} + LPF_{ij't}.x'^{s}_{ij't} \le 0 \quad \forall i,j',t,s \quad (۸۶)$$

$$O2^{s}_{ij't} - UPF_{ij't}.x'^{s}_{ij't} \le 0 \quad \forall i,j',t,s \quad (۸۷)$$

$$-x'^{s}_{ij't} \le 0 \quad \forall i,j',t,s \quad (۸۸)$$

$$-dF^{s}_{ij't} \le 0 \quad \forall i,j',t,s \quad (۸۹)$$

$$u1^{s}_{ijj't}, u2^{s}_{ij't}, \dots, u10^{s}_{ij't} \ge 0 \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۹۰)$$

$$z1^{s}_{ijj't}, z2^{s}_{ij't}, \dots, z10^{s}_{ij't} \in \{0,1\} \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۹۱)$$

محدودیت‌های (۵۵) تا (۵۹) معادلات مربوط به گرادیان در روش KKT هستند. محدودیت‌های (۶۰) تا (۷۹) حالت خطی معادلات مکمل زائد در روش KKT هستند. روابط (۶۰) و (۶۱) در واقع حالت خطی شده رابطه (۹۲) است. بقیه روابط نیز به همین صورت خطی شده‌اند.

$$u1^{s}_{ijj't}.\left(dF^{s}_{ij't} - \alpha'_{ij't} + \beta'_{ij't}.pr'_{ij't} - \gamma'_{ij't}.pr_{ijt}\right) = 0 \quad \forall i,j,j',t,s \quad (۹۲)$$

محدودیت‌های (۸۰) تا (۸۹) همان محدودیت‌های اصلی مسئله پیرو هستند که در شرایط KKT آمده‌اند. در نهایت، محدودیت‌های (۹۰) و (۹۱) متغیرهای تصمیم را تعریف می‌نمایند. اکنون مسئله

دوسطحی به یک مسئله تک سطحی معمولی تبدیل شده است که در آن، تابع هدف رهبر تنها هدف مسئله خواهد بود و محدودیت‌های مربوط به شرایط KKT به جای سطح دوم (پیرو) جایگزین می‌شوند.

۴- مثال عددی

در این قسمت از پژوهش، به‌منظور نشان دادن کارایی مدل برنامه‌ریزی تولید دوسطحی توسعه داده شده با استفاده از داده‌های واقعی از شرکت تولیدکننده انواع دفاتر مدارس به نام شرکت سَروستان سپاهان واقع در اصفهان، مدل پیشنهادی و نتایج آن مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. بدین منظور، مدل ارائه شده در نرم افزار GAMS 24.1.2 کدنویسی شده و با حل‌کننده CPLEX 12.2.1 روی رایانه‌ای شخصی با مشخصات Intel Core i5 و 2.30GHz CPU و 4GB Memory اجرا شده است. قابل توجه این‌که با استفاده از این پژوهش، مسئله برنامه‌ریزی تولید و نیز قیمت‌گذاری محصولات جدید این شرکت، حل شده است و مدیریت فروش این شرکت، تحقیق حاضر را در راستای حل مسئله فروش و بازاریابی با وجود رقبای شرکت خود، بسیار ارزشمند معرفی نموده است.

شرکت سَروستان سپاهان به‌عنوان رهبر، قصد تولید نوع جدیدی دفاتر مدارس را دارد که توانایی جایگزینی با دفاتر موجود را داشته و بزرگترین شرکت‌های رقیب شرکت سَروستان سپاهان (تنها شرکت‌هایی که پتانسیل تولید چنین دفاتری را دارند) هیچ تصمیمی را برای تولید دفتر جدید ندارند.

تنوع دفاتر جدید مورد تولید شرکت رهبر دو محصول (i=1,2) را شامل می‌شود که در دو کارخانه اصلی این شرکت (j=1,2) تولید می‌گردند. تعداد کارخانه‌های شرکت‌های رقیب، سه کارخانه (j'=1,2,3) در نظر گرفته شده است. پریود زمانی تولید شامل ۱۲ ماه (t=1,2,…,12) است. بر اساس اسناد گذشته‌ی فروش، قراردادهای کوتاه‌مدت و بلندمدت آتی، شاخص قیمت مصرف‌کننده، تولید ناخالص داخلی (GDP) و ... می‌توان فرض کرد که سناریوهای اقتصادی آینده، یکی از سه سناریوی ممکن یعنی: عالی، متوسط و ضعیف خواهد شد که احتمالات وقوع این سناریوها در جدول (۱) آورده شده است:

جدول (۱): مجموعه سناریوها و احتمالات وقوع آن‌ها

سناریو	عالی (۱)	خوب (۲)	ضعیف (۳)
احتمال وقوع سناریو ($Prob_s$)	۰،۲	۰،۶	۰،۲

به‌طور کلی، ابعاد مسئله مطالعه موردی به‌صورت جدول (۲) است:

جدول (۲): ابعاد مطالعه موردی

T	S	K	J'	J	I
۱۲	۳	۴	۳	۲	۲

ازآنجاکه شرکت سَروستان سپاهان، محبوبیت و قدرت فروش بالاتری در بازار رقابتی دارد؛ لذا پارامترهای کشش تقاضا-قیمت با استفاده از داده‌های گذشته و روابط رگرسیونی به سود شرکت رهبر به دست آمده‌اند. از آنجایی که محصولات مورد نظر مطالعه موردی از نظر مشخصات کشش بازار، بسیار شبیه به هم هستند؛ فرض شده است که پارامترهای کشش تقاضا-قیمت به ازای تمام محصولات، کارخانه‌ها و دوره‌ها، مقدار یکسانی دارند. خلاصه این داده‌ها به‌صورت جدول (۳) هستند.

ازآنجاکه کارخانه‌ها، پنج روز در هفته فعالیت می‌کنند و در هر روز ۸ ساعت کاری برای کارگران در نظر گرفته شده است؛ لذا ساعات کاری کارگران در هر پریود (C_k) برابر ۴۰ ساعت (به‌منظور سادگی برای تمام سطوح نیروی انسانی) به دست می‌آید. حداکثر ظرفیت در دسترس نگهداری در کارخانه j در پریود t ($CapL_{jt}$) برای تمام کارخانه‌ها و تمام پریودها برابر ۵۰۰۰ واحد است.

جدول (۳): پارامترهای مربوط به کشش بین تقاضا و قیمت

L یا F	پارامتر		
	α	β	γ
رهبر (L)	۸۵۰۰	۴	۳
پیرو (F)	۷۴۰۰	۵	۲

تقاضای دفاتر جدید می‌تواند با استفاده از مقادیر فروش در گذشته و نیز قراردادهای بلندمدت و کوتاه‌مدت آینده، پیش‌بینی گردد. برخی از مقادیر تقاضا در جدول (۴) آورده شده‌اند.

جدول (۴): تقاضای دفتر مدارس نوع اول (D_{1t}^{s})

s	t			
	۱	۲	۳	۴
۱	۱۰۰۰۰	۹۰۰۰	۱۱۰۰۰	۸۰۰۰
۲	۸۰۰۰	۶۰۰۰	۹۵۰۰	۵۵۰۰
۳	۶۵۰۰	۵۰۰۰	۷۰۰۰	۴۰۰۰

مقادیر حداقل و حداکثر قیمت برای رهبر و پیرو، مطابق مصاحبه انجام شده با خبرگان شرکت و نیز با توجه به حداقل و حداکثر هزینه‌های تولید دفاتر، در جدول (۵) آورده شده است.

جدول (۵): حداقل و حداکثر قیمت فروش برای رهبر و پیرو برای محصول اول (ریال)

حداقل یا حداکثر ($\times 10^3$)	رهبر (L)	پیرو (F)
حداقل قیمت (LP)	۳۵	۳۰
حداکثر قیمت (UP)	۶۰	۴۵

با توجه به ابعاد مسئله که نسبتا بزرگ است و تعدد پارامترها؛ از ذکر تمام داده‌ها به دلیل حجم بالای آن‌ها بخصوص پارامترهای هزینه‌ای خودداری می‌گردد. برای نمونه، مقادیر هزینه تولید در کارخانه اول شرکت رهبر و به ازای سطح نیروی انسانی اول به‌صورت جدول (۶) است.

در ادامه به‌منظور توضیح راه‌حل، نتایج با مقادیر $\lambda = 1$ و $\omega = 250$ تشریح می‌شوند. برخی از قیمت‌های فروش محصولات

تولید شده توسط شرکت‌های رهبر و پیرو به ترتیب به‌صورت جداول (۷) و (۸) است.

مطابق جداول (۷) و (۸)، مقادیر قیمت فروش رهبر بیشتر از پیرو به دست آمده است. این موضوع به علت قدرت فروش رهبر در بازار رقابتی است که توضیح داده شده بود. جداول (۹) و (۱۰) به ترتیب مقادیر فروش شرکت رهبر و پیرو را برای محصول اول تولید شده توسط کارخانه اول نشان می‌دهد.

جدول (۶): برخی از هزینه‌های تولید (cp^s_{i11t}) (ریال ۱۰^۳ ×)

i	s	t ۱	۲	۳	۴
۱	۱	۱،۴	۱،۶۵	۱،۹	۱،۷۵
	۲	۱،۱	۱،۱۵	۱،۳۵	۱،۲
	۳	۰،۸۵	۰،۹۵	۱،۰۵	۱
۲	۱	۱،۳۵	۱،۵۵	۱،۸	۱،۶۵
	۲	۱	۱،۰۵	۱،۲	۱،۱۵
	۳	۰،۷۵	۰،۹	۱	۰،۹۵

جدول (۷): برخی از قیمت‌های فروش از کارخانه اول شرکت رهبر (ریال ۱۰^۳ ×)

i	t ۱	۲	۳	۴
۱	۴۰	۴۵	۶۰	۵۵
۲	۵۰	۶۰	۷۵	۶۵

جدول (۸): برخی از قیمت‌های فروش از کارخانه اول شرکت پیرو (ریال ۱۰^۳ ×)

i	t ۱	۲	۳	۴
۱	۲۰	۲۵	۴۰	۳۰
۲	۲۵	۳۵	۴۵	۳۵

جدول (۹): برخی از مقادیر فروش شرکت رهبر (واحد)

s	t ۱	۲	۳	۴
۱	۵۰۰۰	۴۰۰۰	۴۵۰۰	۴۰۰۰
۲	۴۰۰۰	۳۵۰۰	۴۰۰۰	۳۰۰۰
۳	۲۵۰۰	۲۰۰۰	۳۰۰۰	۳۵۰۰

جدول (۱۰): برخی از مقادیر فروش شرکت پیرو (واحد)

s	t ۱	۲	۳	۴
۱	۲۰۰۰	۱۰۰۰	۱۵۰۰	۱۰۰۰
۲	۱۵۰۰	۱۰۰۰	۱۵۰۰	۱۰۰۰
۳	۹۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۱۰۰۰

مطابق جداول (۹) و (۱۰)، مقادیر فروش رهبر بیشتر از پیرو به دست آمده است. این موضوع به علت بالاتر بودن محبوبیت و قدرت فروش رهبر در بازار رقابتی است. بر اساس جداول پیشین، بین رهبر و پیرو بر سر کسب سهم بازار بازی شکل گرفته و لذا مقدار درآمد رهبر بیشتر از درآمد پیرو به دست آمده است.

در جدول (۱۱) برخی از مقادیر میزان تولید شرکت رهبر به ازای محصول اول، کارخانه اول و سطح اول نیروی انسانی به‌صورت خلاصه آورده شده است.

جدول (۱۱): برخی از مقادیر میزان تولید شرکت رهبر

s	t ۱	۲	۳	۴
۱	۵۰۰۰	۵۰۰۰	۴۰۰۰	۳۵۰۰
۲	۴۰۰۰	۵۰۰۰	۳۰۰۰	۳۰۰۰
۳	۳۰۰۰	۳۰۰۰	۲۰۰۰	۲۵۰۰

با توجه به هزینه بالای استخدام و اخراج نیروی انسانی در شرکت رهبر، هیچ کاهش نیروی انسانی صورت نمی‌گیرد و تنها در دوره پنجم به دلیل رشد تقاضا، تعداد ۲۰ نیروی انسانی در کارخانه دوم استخدام می‌گردند. جدول (۱۲) برخی از مقادیر موجودی نگهداری شده از محصول اول در کارخانه اول را نشان می‌دهد.

جدول (۱۲): برخی از مقادیر موجودی نگهداری شده

s	t ۱	۲	۳	۴
۱	۰	۰	۱۰۰۰	۵۰۰
۲	۰	۰	۱۵۰۰	۱۵۰۰
۳	۰	۵۰۰	۱۵۰۰	۵۰۰

میزان موجودی باقی مانده مطابق رابطه تعادلی مدل از تفاوت میزان تولید و فروش به دست می‌آید. برخی از مقادیر مازاد عرضه که بیشتر به دلیل تولید اضافی شرکت‌های پیرو است؛ در جدول (۱۳) گزارش شده است.

مقادیر درآمد رهبر و نیز پیرو به ترتیب برابر ۳۹۲۸ و ۸۶۲ میلیون ریال هستند که بنا بر انتظار، درآمد رهبر بیشتر از پیرو است. مقادیر درآمدها برای رهبر و پیرو و نیز هزینه‌های مختلف رهبر در هر سناریو در جدول (۱۴)، آورده شده‌اند. این مقادیر پس از مدت زمان حدوداً ۲۳ دقیقه اجرا توسط نرم افزار GAMS، حاصل شده‌اند.

جدول (۱۳): برخی از مقادیر مازاد عرضه از محصول اول (δ^s_{1t})

s	t ۱	۲	۳	۴
۱	۹۰۰۰	۶۵۰۰	۷۰۰۰	۶۰۰۰
۲	۷۵۰۰	۰	۸۵۰۰	۱۵۰۰
۳	۴۵۰۰	۰	۴۰۰۰	۵۰۰۰

جدول (۱۴): درآمد و هزینه تحت هر سناریو (ریال ۱۰^۶ ×)

سناریو	$Revl_s$	$RevF_s$	PC_s	SC	WC	IC_s	LC_s	کل هزینه
۱	۵۴۰۰	۱۷۰۰	۹۲۰	۴۰	۲۵۰	۴۵	۷۲۰	۱۹۷۵
۲	۳۸۸۰	۷۲۰	۶۶۰	۲۸	۲۵۰	۳۶	۴۸۰	۱۴۵۴
۳	۲۶۰۰	۴۵۰	۴۵۵	۲۴	۲۵۰	۳۲	۲۶۰	۱۰۲۱

با توجه به احتمالات وقوع هر سناریو و گرفتن امید ریاضی، چنانچه به‌طور مثال امید ریاضی درآمد رقیب از جدول (۱۴) محاسبه گردد؛ برابر ۸۶۲ میلیون ریال خواهد بود که همان مقدار تابع هدف پیرو است. از آنجایی که هزینه برپایی تولید و هزینه تغییر نیروی انسانی، وابسته به سناریو نیستند؛ در نتیجه در تمام سناریوها برابر خواهند بود. به‌طور کلی با بدتر شدن سناریوهای اقتصادی، میزان هزینه‌ها به دلیل نیاز کمتر به محصول در بازار و کاهش تولید، کاهش می‌یابند. همچنین، به دلیل فروش کمتر، درآمدها نیز کاهش می‌یابند.

۴-۱- تبادل بین استواری جواب و استواری مدل

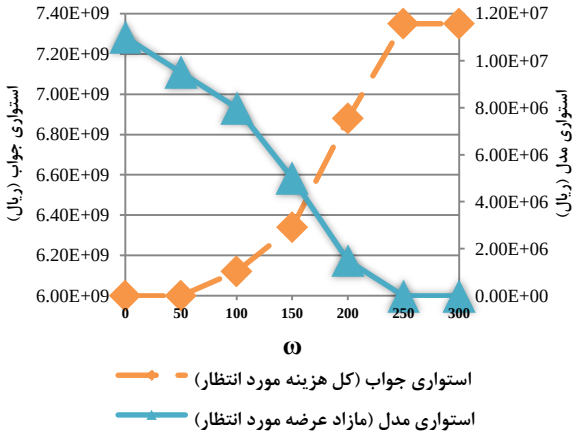
اگر جواب‌های بهینه که توسط بهینه‌سازی استوار به دست می‌آیند؛ در صورت تغییر داده‌های ورودی به مقدار بهینه "نزدیک" بمانند؛ در این صورت گفته می‌شود جواب استوار است. به این معیار توصیف شده، "استواری جواب[1]" گفته می‌شود. همچنین اگر یک جواب در برابر تغییرات داده‌های ورودی، "تقریباً شدنی" باقی بماند؛ به آن استواری مدل[2] گفته می‌شود. در واقع، استواری جواب، نزدیکی به راه‌حل بهینه و استواری مدل، میزان نزدیکی به راه‌حل شدنی است. نقش وزن ω در تابع هدف (۱۴) پیدا کردن تبادلی بین استواری جواب و استواری مدل است که با استفاده از تحلیل حساسیت روی ω، می‌توان این تبادل را به دست آورد. تأثیر وزن ω روی استواری جواب و مدل و همچنین تابع هدف در جدول (۱۵) نشان داده شده است. در این جدول، زمانی‌که $\omega = 0$ باشد؛ استواری جواب و تابع هدف، کمترین مقدار خود را دارند درحالی‌که استواری مدل، بالاترین مقدارش را دارد. در واقع، زمانی‌که $\omega = 0$ باشد؛ δ_{it}^{S} در محدودیت کنترلی (۱۷)، برابر با $+\infty$ است؛ از این رو شرایطی اتفاق می‌افتد که تقاضای بسیار زیادی برای رهبر و پیرو بالقوه می‌گردد؛ در نتیجه محدودیت مربوطه مانعی برای تولید بیشتر نخواهد بود. بهینه‌سازی استوار، نقض محدودیت‌های کنترلی را با استفاده از مقادیر جریمه، ممکن می‌سازد. در این حالت، میزان کل پاسخگویی بیشتر مورد انتظار به تقاضا (مازاد عرضه) در بالاترین مقدار قرار دارد و $\omega = 0$، انتخاب مناسبی نخواهد بود.

جدول (۱۵): تحلیل حساسیت روی ω (ریال $\times 10^7$)

ω	استواری جواب	استواری مدل	تابع هدف
۰	۶۰۰	۱،۱	۶۰۰
۵۰	۶۰۰	۰،۹۵	۶۴۷،۵
۱۰۰	۶۱۲	۰،۸	۶۹۲
۱۵۰	۶۳۴	۰،۵	۷۰۹
۲۰۰	۶۸۸	۰،۱۵	۷۱۸
۲۵۰	۷۳۵	۰	۷۳۵
۳۰۰	۷۳۵	۰	۷۳۵

1. Solution Robustness
2. Model Robustness

زمانی‌که $\omega = 250$، استواری جواب و تابع هدف هر دو ۷۳۵ هستند ولی استواری مدل برابر صفر است. دلیل آن، این است که میزان کل پاسخگویی بیشتر مورد انتظار به تقاضا (مازاد عرضه) برابر صفر است. بر اساس این تحلیل حساسیت، این نتیجه گرفته می‌شود که با افزایش مقدار پارامتر جریمه ω، استواری جواب و تابع هدف افزایش می‌یابند درحالی‌که استواری مدل کاهش می‌یابد. تبادل بین استواری جواب و استواری مدل با توجه به تغییر در مقدار ω، در شکل (۱) نمایش داده شده است.



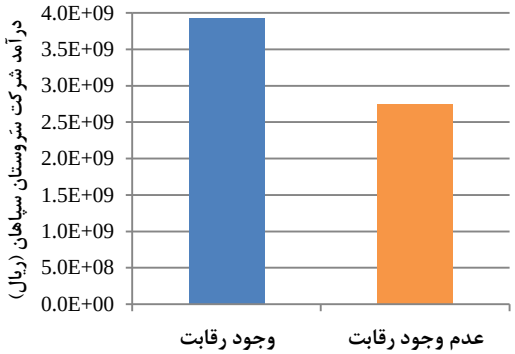
شکل (۱): نمودار تبادل بین استواری جواب و استواری مدل

مطابق شکل (۱) با افزایش مقدار ω، استواری جواب به‌طور فزاینده‌ای افزایش می‌یابد درحالی‌که استواری مدل، کاهش می‌یابد. این موضوع به این معنی است که برای مقادیر بزرگتر ω، راه‌حل به دست آمده برای تحقق هر سناریو از طریق پرداخت هزینه کل بیشتر تقریبا نزدیک به راه‌حل شدنی است. بنابراین برای مقادیر $\omega \geq 250$، راه‌حل‌های به دست آمده برای تمامی سناریوها، تقریبا شدنی هستند؛ چون در نهایت، میزان کل پاسخگویی بیشتر مورد انتظار به تقاضا به صفر می‌رسد و زیان کل مورد انتظار نیز بدون لحاظ پاسخگویی بیشتر به تقاضا از این مقدار $\omega = 250$ به بعد تغییری نمی‌کند. یعنی هر دو عامل استواری جواب و استواری مدل به میزان یکنواخت و ثابتی میل می‌نمایند. نتایج به دست آمده، کاربرد مدل پیشنهادی و رویکرد بهینه‌سازی استوار استفاده شده را برای حل مسئله، تأیید می‌نماید.

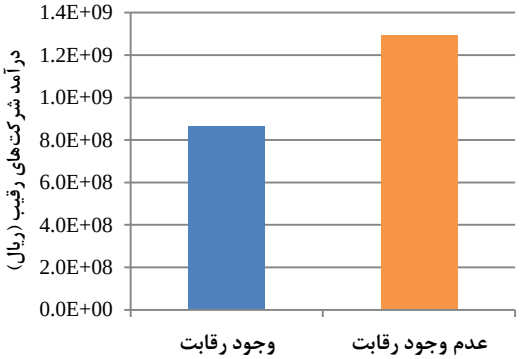
۴-۲- تحلیل مدل دوسطحی در شرایط وجود و عدم وجود رقابت

درآمد شرکت سَروستان سپاهان در شرایط وجود و عدم وجود رقابت در شکل (۲) نشان داده شده است. مطابق این شکل، در نظر گرفتن رقابت بین شرکت سَروستان سپاهان و شرکت‌های رقیب موجب شده است که درآمد شرکت سَروستان سپاهان به‌عنوان رهبر افزایش یابد. درحالی‌که مطابق شکل (۳) درآمد شرکت‌های رقیب با در نظر گرفتن رقابت، کاهش پیدا می‌کند. این نتیجه، به این دلیل است که

با وجود رقابت، شرکت رهبر، قیمت کمتری را ارئه می‌دهد لذا میزان فروش بیشتری خواهد داشت؛ بنابراین درآمد رهبر بالاتر خواهد بود. این در حالی است که با توجه به قدرت بیشتر رهبر برای جذب بازار و نیز با توجه به جذب تقاضای زیادی از بازار، سهم فروش کمتری در شرایط وجود رقابت برای پیرو می‌ماند؛ لذا درآمد پیرو کاهش می‌یابد. این مقایسه، نشان‌دهنده ارزش در نظر گرفتن رقابت توسط تصمیم‌گیرنده در فضای رقابتی بازار است.



شکل (۲): مقایسه درآمد شرکت سَروستان سپاهان در شرایط وجود و عدم وجود رقابت



شکل (۳): مقایسه درآمد شرکت‌های رقیب در شرایط وجود و عدم وجود رقابت

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با توجه به وجود رقابت شدید بین شرکت‌های تولیدی بزرگ برای فروش بیشتر، یک مدل دوسطحی برنامه‌ریزی تولید با هدف حداقل سازی کل زیان سطح اول (رهبر) و حداکثر سازی درآمد سطح دوم (پیرو) به کمک تئوری بازی استکلبرگ توسعه داده شد. شرکت رهبر با قدرت نفوذ و محبوبیت بالاتر، قصد تولید محصولات جدیدی داشت که می‌توانند جایگزین محصولات موجود گردند. پس از خطی‌سازی، مدل دوسطحی با استفاده از شرایط KKT به مدل تک‌سطحی معمولی تبدیل شد. با توجه به محبوبیت بالاتر رهبر، همانطور که انتظار می‌رفت؛ مطابق جداول (۷) الی (۱۰) از حل مطالعه موردی، میزان فروش و قیمت شرکت رهبر بیشتر از پیرو به دست آمد. این نتیجه با توجه به روابط کشش تقاضا و قیمت ارائه شده، گواه صحت و اعتبار مدل توسعه یافته است. با توجه به تحلیل حساسیت انجام شده برای شرایط وجود و عدم وجود رقابت، مطابق شکل (۲)، نتیجه شد که اگر رقابت در نظر گرفته شود؛ رهبر به درآمد بالاتری نسبت به حالت عدم وجود رقابت در بازار دست پیدا خواهد نمود. همچنین با وجود رقابت، مطابق شکل (۳)، شرکت‌های رقیب به درآمد کمتری خواهند رسید. این نتیجه بدین دلیل است که با وجود رقابت، شرکت رهبر قیمت کمتری را ارئه می‌دهد لذا میزان فروش بیشتری خواهد داشت؛ بنابراین درآمد رهبر بالاتر خواهد بود.

یک مسئله با در نظر گرفتن سناریوهای اقتصادی نسبت به تغییر داده‌های غیر قطعی، حساسیت کمتری دارد [۷]. در نتیجه، مدل‌سازی مسئله به‌صورت چند سناریو و با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار، انجام شد. بر اساس جدول (۱۵) و شکل (۱)، با استفاده از تحلیل حساسیت روی پارامتر جریمه ω، تبادلی بین استواری جواب و استواری مدل برقرار گشت و برنامه‌ریزی تولید بهینه با محدوده قابل قبول از میزان مازاد عرضه به دست آمد. مدل دوسطحی استوار ارائه شده می‌تواند برای حل مسئله برنامه‌ریزی تولید و نیز قیمت‌گذاری محصولات جدید شرکت‌های تولیدی در دنیای واقعی بازار رقابتی با وجود عدم قطعیت، مورد استفاده قرار گیرد.

مدل ارائه شده در این پژوهش می‌تواند به‌صورت‌های مختلفی توسعه یابد. اول، مدل‌سازی سه یا چند سطحی این مسئله با سطح سوم به‌صورت حداقل نمودن هزینه‌های خرید مشتری، بسیار جذاب و کاربردی خواهد بود. دوم، به‌کارگیری روش‌های دیگر بهینه‌سازی استوار یا برنامه‌ریزی تصادفی، ممکن است مدل ارائه شده را به شرایط واقعی موجود نزدیک‌تر سازد. سوم، مدل‌سازی مسئله با در نظر گرفتن سطوح مختلف زنجیره تأمین و حل آن با استفاده از الگوریتم‌های حل مسائل در ابعاد بزرگ، پژوهش با ارزشی خواهد بود.

مراجع

[1] Xiao, T., Yang, D., (2008). "Price and service competition of supply chains with risk-averse retailers under demand uncertainty", International Journal of Production Economics, 114(1): 187-200.

[2] Rezapour, S., Farahani, R.Z., Ghodsipour, S.H., Abdollahzadeh, S., (2011). "Strategic design of competing supply chain networks with foresight", Advances in Engineering Software, 42(4): 130-141.

[3] Zhang, D., (2006). "A network economic model for supply chain versus supply chain competition", Omega, 34(3): 283-295.

[4] Boyaci, T., Gallego, G., (2004). "Supply Chain Coordination in a Market with Customer Service Competition", Production and Operations Management, 13(1): 3-22.

[5] Anderson, E.J., Bao, Y., (2010). "Price competition with integrated and decentralized supply chains", European Journal of Operational Research, 200(1): 227-234.
[6] Fallah, H., Eskandari, H., Pishvaee, M.S., (2015). "Competitive closed-loop supply chain network design under uncertainty", Journal of Manufacturing Systems, 37: 649-661.
[7] Makui, A., Heydari, M., Aazami, A., Dehghani, E., (2016). "Accelerating Benders decomposition approach for robust aggregate production planning of products with a very limited expiration date", Computers & Industrial Engineering, 100: 34-51.
[8] Saharidis, G.K., Ierapetritou, M.G., (2009). "Resolution method for mixed integer bi-level linear problems based on decomposition technique", Journal of Global Optimization, 44(1): 29-51.
[9] Mulvey, J.M., Vanderbei, R.J., Zenios, S.A., (1995). "Robust Optimization of Large-Scale Systems", Operations Research, 43(2): 264-281.
[10] Bernstein, F., Federgruen, A., (2004). "A General Equilibrium Model for Industries with Price and Service Competition", Operations Research, 52(6): 868-886.
[11] Candler, W., Norton, R., (1977). "Multi-level programming and development policy", The World Bank.
[12] Zhang, L., Rushton, G., (2008). "Optimizing the size and locations of facilities in competitive multi-site service systems", Computers & Operations Research, 35(2): 327-338.
[13] Bracken, J., McGill, J.T., (1973). "Mathematical Programs with Optimization Problems in the Constraints", Operations Research, 21(1): 37-44.
[14] Stackelberg, H.V., (1952). "The theory of the market economy", Oxford University Press.
[15] Vicente, L.N., Calamai, P.H., (1994). "Bilevel and multilevel programming: A bibliography review", Journal of Global Optimization, 5(3): 291-306.
[16] Candler, W., Fortuny-Amat, J., McCarl, B., (1981). "The Potential Role of Multilevel Programming in Agricultural Economics", American Journal of Agricultural Economics, 63(3): 521-531.
[17] Fortuny-Amat, J., McCarl, B., (1981). "A representation and economic interpretation of a two-level programming problem", The Journal of the Operational Research Society, 32(9): 783-792.
[18] Shimizu, K., Aiyoshi, E., (1981). "A new computational method for Stackelberg and min-max problems by use of a penalty method", IEEE Transactions on Automatic Control, 26(2): 460-466.
[19] Bard, J.F., Falk, J.E. (1982). "An explicit solution to the multi-level programming problem", Computers and Operations Research, 9(1): 77-100.
[20] Colson, B., Marcotte, P., Savard, G., (2005). "Bilevel programming: A survey", 4OR, 3(2): 87-107.
[21] Colson, B., Marcotte, P., Savard, G., (2007). "An overview of bilevel optimization", Annals of Operations Research, 153(1): 235-256.
[22] Bard, J.F. (1998). "Practical bilevel optimization: algorithms and applications. Springer Science & Business Media, 30.
[23] Farahani, R.Z., Rezapour, S., Drezner, T., Fallah, S., (2014). "Competitive supply chain network design: An overview of classifications, models, solution techniques and applications", Omega (United Kingdom), 45: 92-118.
[24] Ben-Ayed, O., Boyce, D.E., Blair, C.E., (1988). "A general bilevel linear programming formulation of the network design problem", Transportation Research Part B: Methodological, 22(4): 311-318.
[25] Bard, J., Moore, J., (1990). "A branch and bound algorithm for the bilevel programming problem", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 11(2): 281-292.
[26] Bard, J.F., Moore, J.T., (1992). "An algorithm for the discrete bilevel programming problem", Naval Research Logistics, 39(3): 419-435.
[27] Edmunds, T.A., Bard, J.F., (1992). "An algorithm for the mixed-integer nonlinear bilevel programming problem", Annals of Operations Research, 34(1): 149-162.
[28] Yang, H., (1995). "Heuristic algorithms for the bilevel origin-destination matrix estimation problem", Transportation Research Part B, 29(4): 231-242
[29] Maher, M.J., Zhang, X., Vliet, Van. D., (2001). "A bi-level programming approach for trip matrix estimation and traffic control problems with stochastic user equilibrium link flows", Transportation Research Part B: Methodological, 35(1): 23-40.
[30] Burgard, A.P., Pharkya, P., Maranas, C.D., (2003). "OptKnock: A Bilevel Programming Framework for Identifying Gene Knockout Strategies for Microbial Strain Optimization", Biotechnology and Bioengineering, 84(6): 647-657.
[31] Gao, Z., Wu, J., Sun, H., (2005). "Solution algorithm for the bi-level discrete network design problem", Transportation Research Part B: Methodological, 39(6): 479-495.
[32] Shi, C., Lu, J., Zhang, G., Zhou, H., (2006). "An extended branch and bound algorithm for linear bilevel programming", Applied Mathematics and Computation, 180(2): 529-537.
[33] Sun, H., Gao, Z., Wu, J., (2008). "A bi-level programming model and solution algorithm for the location of logistics distribution centers", Applied Mathematical Modelling, 32(4): 610-616.
[34] Zhang, T., Zhao, Q., Wu, W., (2009). "Bi-level programming model of container port game in the container transport supernetwork", Journal of

Applied Mathematics and Computing, 31(1): 13-32.

[35] Gelareh, S., Nickel, S., Pisinger, D., (2010). "Liner shipping hub network design in a competitive environment", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 46(6): 991-1004.

[36] Küükaydin, H., Aras, N., Kuban Altinel, I., (2011). "Competitive facility location problem with attractiveness adjustment of the follower: A bilevel programming model and its solution", European Journal of Operational Research, 208(3): 206-220.

[37] Naimi Sadigh, A., Mozafari, M., Karimi, B., (2012). Manufacturer-retailer supply chain coordination: A bi-level programming approach. Advances in Engineering Software, 45(1): 144-152.

[38] Kristianto, Y., Helo, P., Jiao, R.J., (2013). "Mass customization design of engineer-to-order products using Benders' decomposition and bi-level stochastic programming", Journal of Intelligent Manufacturing, 24(5): 961-975.

[39] Rezapour, S., Zanjirani Farahani, R., (2014). "Supply chain network design under oligopolistic price and service level competition with foresight", Computers & Industrial Engineering, 72: 129-142.

[40] Rezapour, S., Zanjirani Farahani, R., (2014). "Supply chain network design under oligopolistic price and service level competition with foresight", Computers & Industrial Engineering, 72: 129-142.

[41] Rezapour, S., Farahani, R.Z., Fahimnia, B., Govindan, K., Mansouri, Y., (2015). "Competitive closed-loop supply chain network design with price-dependent demands", Journal of Cleaner Production, 93: 251-272.

[42] Rashidi, E., Parsafard, M., Medal, H., Li, X., (2016). "Optimal traffic calming: A mixed-integer bi-level programming model for locating sidewalks and crosswalks in a multimodal transportation network to maximize pedestrians' safety and network usability", Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 91: 33-50.

[43] Han, J., Zhang, G., Hu, Y., Lu, J., (2016). "A solution to bi/tri-level programming problems using particle swarm optimization", Information Sciences, 370: 519-537

[44] Mula, J., Poler, R., Garcia-Sabater, J.P., Lario, F. C., (2006). "Models for production planning under uncertainty: A review", International Journal of Production Economics, 103(1): 271-285.

[45] Leung, S.C. H., Ng, W., (2007). "A goal programming model for production planning of perishable products with postponement", Computers & Industrial Engineering, 53(3): 531-541.

[46] Leung, S.C.H., Chan, S.S.W., (2009). "A goal programming model for aggregate production planning with resource utilization constraint", Computers & Industrial Engineering, 56(3): 1053-1064.

[47] Zhang, J., Liu, X., Tu, Y.L., (2011). "A capacitated production planning problem for closed-loop supply chain with remanufacturing", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 54(5): 757-766.

[48] Mirzapour Al-E-Hashem, S.M.J., Malekly, H., Aryanezhad, M.B., (2011). "A multi-objective robust optimization model for multi-product multi-site aggregate production planning in a supply chain under uncertainty", International Journal of Production Economics, 134(1): 28-42.

[49] Zhang, G., Shang, J., Li, W., (2011). "Collaborative production planning of supply chain under price and demand uncertainty", European Journal of Operational Research, 215(3): 590-603.

[50] Yaghin, R.G., Torabi, S.A., Ghomi, S.M.T.F., (2012). "Integrated markdown pricing and aggregate production planning in a two echelon supply chain: A hybrid fuzzy multiple objective approach", Applied Mathematical Modelling, 36(12): 6011-6030.

[51] Ramezanian, R., Rahmani, D., Barzinpour, F., (2012). "An aggregate production planning model for two phase production systems: Solving with genetic algorithm and tabu search", Expert Systems with Applications, 39(1): 1256-1263.

[52] Awudu, I., Zhang, J., (2013). "Stochastic production planning for a biofuel supply chain under demand and price uncertainties", Applied Energy, 103: 189-196.

[53] Da-Silva, A.F., Marins, F.A.S., (2014). "A Fuzzy Goal Programming model for solving aggregate production-planning problems under uncertainty: A case study in a Brazilian sugar mill", Energy Economics, 45: 196-204.

[54] Chakrabortty, R.K., Hasin, M.A.A., Sarker, R.A., Essam, D.L., (2015). "A possibilistic environment based particle swarm optimization for aggregate production planning", Computers & Industrial Engineering, 88: 366-377.

[55] Jabbarzadeh, A., Fahimnia, B., Sheu, J.B., (2015). "An enhanced robustness approach for managing supply and demand uncertainties", International Journal of Production Economics, 183: 620-631.

[۵۶] خیرخواه، امیرسامان، نوبری، آرش، حاجی‌پور، وحید، (۱۳۹۵). «ارایه الگوریتم رقابت استعماری چندهدفه جهت بهینه‌سازی مسئله‌ی برنامه‌ریزی تولید ادغامی پایا»، پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۴(۷): ۱-۱۵.

[57] Entezaminia, A., Heidari, M., Rahmani, D., (2017). "Robust aggregate production planning in a green supply chain under uncertainty considering reverse logistics: a case study", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 90(5-8): 1507-1528.

[۵۸] ترکمن، سمیه، فاطمی قمی، سید محمد تقی، (۱۳۹۵). «برنامه‌ریزی تولید چندمرحله‌ای در زنجیره تأمین حلقه بسته همراه با راه‌اندازی‌های وابسته به توالی و انتقال راه‌اندازی»، پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۴(۹): ۲۳۹-۲۵۵.

[59] Mokhtari, H., Hasani, A. (2017), "A multi-objective model for cleaner production-transportation planning in manufacturing plants via fuzzy goal programming", Journal of Manufacturing Systems, 44: 230-242.

[60] Makui, A., Ghavamifar, A., (2016). "Benders Decomposition Algorithm for Competitive Supply Chain Network Design under Risk of Disruption and Uncertainty", Journal of Industrial and Systems Engineering, (special issue on supply chain): 30-50.

[61] Vidal, C.J., Goetschalckx, M., (2001). "A global supply chain model with transfer pricing and transportation cost allocation", European Journal of Operational Research, 129: 134-158.

IERPS Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

ISSN: 2345-2269

Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

Autumn and Winter 2017, Volume 5, No. 11, pp. 173-191
www.ier.basu.ac.ir

DOI: 10.22084/ier.2017.14338.1655

A Bi-Level Robust Optimization Model in Production Planning by Consideration of Pricing Decisions for Satisfying the Demand in a Competitive Environment: a Case Study

M. Saidi-Mehrabad[1,*], A. Aazami[1]

[1] Department of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

***Article history*:**

Received 10 August 2017
Accepted 22 November 2017

***Keywords*:**

Bi-level Programming
Robust Optimization
Production Planning
Competitive Environment
Pricing

ABSTRACT

Bi-level programming is a mathematical programming, which there is another optimization problem at its constraints. According to the current fierce competition between large production companies to obtain a greater share of the market, this study develops a bi-level robust optimization model as the leader and the follower using Stackelberg game in the field of production planning. The leader company with higher leverage has decided to produce some new products that can be replaced with the existing products. The follower companies as a competitor, similar to the leader company, are looking to sell more. The follower companies do not have any intent and ability to produce such new products. Prices of the new products are determined using the tensile relations, which presented between the uncertain demand and price, creating the game between two levels of the model. After the linearization, the bi-level robust model is transformed to standard single-level model using conditions of Karush–Kuhn–Tucker (KKT). Finally, the accuracy and efficiency of the developed model have been verified by using the real data of Sarvestan Sepahan Company in Isfahan as the leader in the competitive market.

* Corresponding author. Mohammad Saidi-Mehrabad
Tel.: 021-73225025; *E-mail address: mehrabad@iust.ac.ir*