نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید
IERPS
ISSN: 2345-2269

نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید

سال چهارم، شماره نهم، ویژه نامه یازدهمین و دوازدهمین کنفرانس بین المللی
مهندسی صنایع، صفحه ۲۹۷-۳۰۵
www.ier.basu.ac.ir

ارائه یک الگوریتم تقریب جدید با حد بدترین خطای بسته برای مسئله زمان‌بندی تک ماشین با تغییر ابزار و کارهای ویژه

محمدحسن احمدی دارانی [۱]، محمد رئیسی نافچی [۲]، قاسم مصلحی [۳،*]

۱. کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان.
۲. استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان.
۳. استاد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:
دریافت ۱۳۹۵/۰۶/۰۲
پذیرش ۱۳۹۶/۰۳/۰۲

کلمات کلیدی:
زمان‌بندی
تک ماشین
تغییر ابزار
الگوریتم تقریبی

خلاصه

مسئله زمان‌بندی با تغییرات ابزار به طور گسترده در دو دهه اخیر مورد بررسی قرار گفته است. این مسئله در فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات انعطاف‌پذیر که در آن ابزار ممکن است در هر زمان از طول عمر خود تعویض شوند کاربرد فراوانی دارد. همچنین در نظر گرفتن شرایط تولید، از جمله کیفیت ابزار مورد استفاده، در تعیین کیفیت محصول نهایی اجتناب ناپذیر است. از این رو در این مطالعه با توجه به زمان استفاده از ابزار برای پردازش کارها، کارها از نظر کیفیت به دو دسته ویژه و معمولی تقسیم‌بندی می‌شوند. در این مقاله مدل کلاسیک زمان‌بندی تک ماشین همراه با تغییرات ابزار روی ماشین مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مسئله دو مجموعه کارهای ویژه و کارهای معمولی در نظر گرفته می‌شوند و کارهای ویژه باید طی مدت زمان معین پس از تغییر ابزار انجام شوند. این مسئله در ادبیات موضوع مورد بررسی قرار گرفته و برای حل آن در ابعاد کوچک و متوسط دو مدل برنامه‌ریزی ریاضی و برای ابعاد بزرگ شش الگوریتم بر مبنای مسئله جای‌گذاری ظرف (Bin Packing) ارائه شده است که تمرکز اصلی مطالعه مذکور نیز بر روی عملکرد شش الگوریتم بوده است. در این مقاله به ارائه یک الگوریتم جدید دیگر برای حل این مسئله در ابعاد بزرگتر پرداخته می‌شود. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد کارایی الگوریتم ارائه شده در نیمی از مسائل نمونه بهتر از چهار الگوریتم مطالعهٔ قبل و در نیم دیگر از مسائل نمونه بهتر از تمامی شش الگوریتم توسعه داده شده در مطالعه قبلی برای این مسئله است.

۱- مقدمه

مسئله زمان‌بندی با تغییرات ابزار به طور گسترده طی دو دهه اخیر مورد بررسی قرار گفته است. این مسئله را می‌توان در فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات انعطاف‌پذیر مشاهده نمود، جایی که ابزار ممکن است در هر زمان از طول عمر خود تعویض شوند و ماشین در آن زمان نمی‌تواند پردازشی انجام دهد. این مسئله در حوزه مسائل زمان بندی با محدودیت دسترسی قرار می‌گیرد. محدودیت دسترسی به ماشین می‌تواند به دلایل مختلف نظیر خرابی و نیاز به عملیات تعمیر، تعمیرات پیشگیرانه و یا تغییر ابزار رخ دهد که مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است [۱، ۲]. در این تحقیق محدودیت دسترسی به ماشین به دلیل تغییر ابزار مورد بررسی قرار می‌گیرد و در ادامه به معرفی مطالعات صورت گرفته در این حوزه پرداخته می شود. با توجه به بررسی‌های صورت گرفته، تحقیقات موجود در حوزه مسائل زمان‌بندی با در نظرگرفتن تغییر ابزار را می‌توان بر اساس محیط کاری ماشین‌ها، به دو دسته مطالعات در محیط کاری تک ماشین و مطالعات در محیط ماشین‌های موازی تقسیم بندی کرد. در ادامه ابتدا به مطالعات انجام شده در محیط تک ماشین و در ادامه به تحقیقات انجام شده در محیط ماشین‌های موازی پرداخته و و روش

* نویسنده مسئول: قاسم مصلحی
تلفن: ۳۳۹۱۵۵۰۹-۰۳۱؛ پست الکترونیکی: moslehi@cc.iut.ac.ir

های حل ارائه شده برای آنها نیز دسته‌بندی می‌شوند.

آکتورک و همکاران [۳] مسئله زمان‌بندی با تغییر ابزار را در محیط تک ماشین و با تابع هدف مجموع زمان تکمیل کارها بررسی کردند و یک مدل ریاضی و چندین روش ابتکاری از جمله روش هایی بر مبنای الگوریتم‌های مورد استفاده برای حل مسئله جای گذاری ظرف (BP[1])، الگوریتم کوتاهترین زمان پردازش (SPT[2])، الگوریتم طولانی‌ترین زمان پردازش (LPT[3]) و الگوریتم ژنتیک برای حل این مسئله ارائه دادند و به مقایسه خطای نسبی[4] حاصل از حل مسائل نمونه توسط این الگوریتم‌ها پرداختند. آکتورک و همکاران [۴] برای حل مسئله اخیر با فرض قابل کنترل بودن شرایط ماشین از جمله زمان پردازش کارها روی آن، مدل ریاضی و روش‌های ابتکاری ارائه دادند.

آکتورک و همکاران [۵] مسئله زمان‌بندی با تغییر ابزار را در محیط تک ماشین و با تابع هدف مجموع زمان تکمیل کارها با در نظر گرفتن چندین ابزار بررسی کردند و برای این مسئله مدل ریاضی و روش ابتکاری بر اساس الگوریتم SPT ارائه دادند. آنها در ادامه الگوریتم ابتکاری ارائه شده را به عنوان یک الگوریتم تقریبی[5] مورد بررسی قرار داده و نشان دادند این الگوریتم دارای حد بدترین حالت[6] ۲ است.

چن [۶] در مطالعه خود مسئله زمان‌بندی با تغییر ابزار را در محیط تک ماشین و با تابع هدف مجموع دیرکردکارها بررسی کرد و برای حل این مسئله مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارائه داد. کی و همکاران [۷] برای مسئله زمان‌بندی با در نظر گرفتن فعالیت نگهداری و تعمیرات در محیط تک ماشین و با تابع هدف مجموع زمان تکمیل کارها، الگوریتم شاخه و کران و الگوریتم‌های ابتکاری ارائه دادند. زو و همکاران [۸] و شای و زو [۹] به ارائه الگوریتم‌های تقریبی برای مسئله زمان‌بندی با در نظر گرفتن فعالیت نگهداری و تعمیرات در محیط تک ماشین پرداختند.

زو و همکاران [۱۰] در مطالعه خود مسئله زمان‌بندی با تغییر ابزار را در محیط تک ماشین با درنظرگرفتن دو سطح کیفی مختلف برای کارها بررسی کردند. آنها در مطالعه خود دو مدل ریاضی و شش الگوریتم ابتکاری بر مبنای الگوریتم‌های مورد استفاده برای حل مسئله جای‌گذاری ظرف (BP) ارائه دادند. با توجه به بررسی‌های انجام شده در این تحقیق، مطالعه اخیر آخرین تحقیق در محیط تک ماشین بوده است و ادامه مطالعات در مسائل زمان‌بندی با تغییر ابزار در محیط ماشین‌های موازی صورت گرفته است.

همان طور که بیان شد اخیراً محققان مسئله زمان‌بندی با تغییر ابزار را در محیط ماشین‌های موازی مورد بررسی قرار دادند. کاستا و همکاران [۱۱] در مطالعه خود به بررسی مسئله زمان‌بندی با تغییر ابزار را در محیط ماشین‌های موازی با تابع هدف کمینه‌سازی مجموع دیرکردکارها پرداختند و برای حل مسئله دو مدل ریاضی ارائه دادند.

یزدانی و همکاران [۱۲] در مطالعه خود مسئله زمان‌بندی دو عاملی[7] در محیط ماشین‌های موازی را با در نظر گرفتن تغییر ابزار و تابع هدف کمینه‌سازی مجموع زمان تکمیل کارها برای عامل اول و کران بالا برای دامنه عملیات کارهای عامل دوم، مورد بررسی قرار دادند. آنها برای این حل این مسئله مدل ریاضی و الگوریتم فراابتکاری ارائه دادند. هی و همکاران [۱۳] در مطالعه خود مسئله زمان‌بندی با تغییر ابزار را در محیط ماشین‌های موازی را همراه با تعمیرات دوره‌ای[8] بررسی کردند. آنها پس از معرفی مدل ریاضی مسئله، چندین الگوریتم ابتکاری بر مبنای الگوریتم LPT ارائه دادند. آنها در ادامه به ارائه خطای نسبی حاصل از حل مسائل نمونه توسط هر یک از این الگوریتم‌ها به همراه تحلیل حد بدترین حالت برای برخی از این الگوریتم‌ها پرداختند.

با توجه به ادبیات موضوع مسئله، مسئله زمان‌بندی با در نظرگرفتن تغییر ابزار، در محیط تک ماشین و ماشین های موازی مورد بررسی قرار گرفته است و روش‌های حل موجود برای این مسئله نیز شامل مدل‌های ریاضی، روشهای ابتکاری همراه با تحلیل حد بدترین حالت آنها و روش‌های فراابتکاری هستند.

همان طور که در ادبیات موضوع مسئله مشاهده شد، در اکثر مطالعات تمامی کارها از یک نوع و دارای یک سطح کیفی هستند و تنها در مطالعه زو و همکاران [۱۰] سطح کیفی کارها درنظر گرفته شده است. این در حالی است که از دید کیفی، کیفیت محصول به دو دسته کلی کیفیت طراحی و کیفیت انطباق تقسیم‌بندی می‌شود. کیفیت طراحی، اختلاف کیفیتی است که عمداً در محصول به وجود می‌آید. کیفیت انطباق یعنی این که محصول مورد نظر تا چه حدی با حدود و مشخصات طراحی انطباق دارد که تابعی از چند عامل است که از آن میان می‌توان به فرآیند ساخت و کیفیت ابزار مورد استفاده اشاره کرد. در سیستم‌های تولید واقعی نیز معمولاً هر محصول به چندین سطح کیفی طبقه‌بندی می شود مانند کیفیت معمولی و کیفیت بالا که به ترتیب نیاز به شرایط محیطی تولید معمولی و خاص دارند.

زو و همکاران [۱۰] در مطالعه خود دو سطح کیفی مختلف برای کارها در نظر گرفتند و در مدل زمان‌بندی این مسئله کارها را به کارهای ویژه و کارهای معمولی تقسیم نمودند. کارهای ویژه کارهایی هستند که در زمان نو بودن ابزار باید پردازش شوند و نیازمند سطح کیفی بالا در پردازش هستند. در حالی که کارهای معمولی کارهایی هستند که محدودیتی برای زمان پردازش و در سطح کیفی آنها وجود ندارد. به عبارت دیگر در این مطالعه مدل کلاسیک تک ماشین با در نظر گرفتن هم زمان تغییر ابزار و کارهای ویژه و هدف کمینه کردن بیشینه زمان تکمیل کارها مورد بررسی قرار گرفت. آنها برای

1. Bin Packing
2. Shortest processing time
3. Longest processing time
4. Relative error
5. Approximation algorithm
6. Worst-case bound analysis
7. Two agent
8. Periodic maintenance

حل این مسئله در ابعاد کوچک و متوسط دو مدل برنامه‌ریزی ریاضی و برای ابعاد بزرگ شش الگوریتم بر مبنای مسئله جای‌گذاری ظرف‌ها ارائه دادند. تمرکز اصلی مطالعه زو و همکاران [۱۰] بر روی عملکرد شش الگوریتم و ارائه تحلیل ریاضی و عددی بوده است.

در این مقاله مسئله زمان‌بندی مورد بررسی توسط زو و همکاران [۱۰] در نظر گرفته شده است و برای حل این مسئله به ارائه یک الگوریتم پیشنهادی جدید کارا همراه با تحلیل ریاضی (تحلیل حد بدترین حالت) و مقایسه عددی با شش الگوریتم موجود در ادبیات موضوع برای حل این مسئله پرداخته می‌شود.

سازمان‌دهی این مقاله به این ترتیب می‌باشد که در بخش بعد به تعریف مسئله پرداخته می‌شود. در بخش سوم مدل‌های ریاضی موجود در ادبیات موضوع این مسئله ارائه می‌شود. در بخش چهارم الگوریتم‌های تقریبی موجود در ادبیات موضوع مسئله و الگوریتم تقریبی جدید همراه با اثبات کارایی آن، معرفی می‌شوند. در بخش پنجم نتایج محاسباتی و مقایسه الگوریتم ارائه شده در این مقاله با الگوریتم‌های موجود ارائه و تحلیل می‌شوند و در نهایت در بخش ششم نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای مطالعات آتی ارائه می‌گردد.

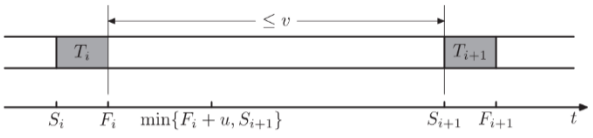
۲- تعریف مسأله

مسئله مورد بررسی به این صورت توصیف می‌شود که هدف زمان‌بندی n کار مستقل و بدون انقطاع $J_1,J_2,...,J_n$ در محیط تک ماشین است که اولین n' کار، کارهای ویژه هستند. حداکثر طول عمر ابزار ماشین برابر با v است و ابزار در طول پردازش مجبور به تعویض می‌باشد. همچنین کارهای ویژه در فاصله زمانی معین از زمان اتمام تعویض ابزار و به عبارتی در زمان نو بودن ابزار، آغاز و پردازش هر یک حداکثر u واحد زمانی ($0<u\leq v$) طول می‌کشد. با توجه به هزینه بر بودن تعویض ابزار، در نظر گرفتن این نکته ضروری است که حدود زمانی مورد نظر برای پردازش کارهای ویژه ($0<u\leq v$) و کارهای معمولی ($0<v$) با توجه به میزان کیفیت مورد نظر برای محصول (و در نتیجه میزان هزینه قابل قبول برای تعویض ابزار) تعیین می‌شود و بنابراین فواصل از پیش تعیین شده تعویض ابزار با توجه به تبادل بین کیفیت و هزینه توسط تصمیم گیرنده تعیین می‌شود.

سایر فرضیات مسئله نیز به ترتیب زیر می‌باشند:

- P_i زمان پردازش کار i به نحوی که $P_i \leq u \ \vee \ i=1,2,...,n'$ و $P_i \leq v \vee i= n'+1, n'+2, \ ... \ , n$،
- همه کارها در زمان صفر در دسترس هستند،
- یک تغییر ابزار مجازی در زمان صفر انجام شده است،
- زمان لازم جهت تغییر ابزار w است،
- همه کارها باید روی ماشین پردازش شوند،
- ماشین در هر لحظه از زمان تنها یک کار را پردازش می‌کند،
- هر کار تنها یک بار روی ماشین پردازش می‌شود.

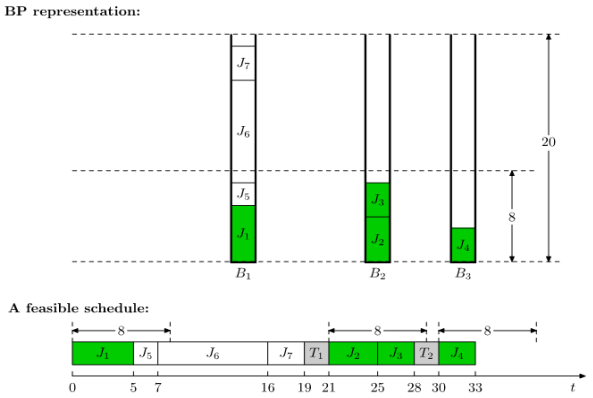
هدف تعیین زمان آغاز هر عمل تغییر ابزار و کمینه کردن زمان اتمام آخرین کار است، با توجه به نماد سه جزیی گراهام و همکاران [۱۴] این مسئله به صورت $C_{max} \mid sj \mid 1,tc$ نشان داده می‌شود که tc و sj به ترتیب بیانگر تغییر ابزار و کار ویژه هستند. در شکل ۱ ([۱۰])، مثالی از این مسئله نشان داده شده است. در این شکل، S_i زمان شروع تعویض و F_i زمان خاتمه عمل تعویض iام (T_i) بوده و $F_0=0$ و $F_i - S_i = w$ است. در این مسئله کارهای ویژه باید در بازه زمانی $[F_i, \min\{F_i + u , S_i+1\}]$ انجام شوند در حالی که کارهای معمولی این محدودیت را ندارند.



شکل (۱): تغییرات ابزار [۱۰]

توجه کنید زمانی که $n'=n$ یعنی همه کارها ویژه باشند، مسئله زمان‌بندی مورد نظر معادل با مسئله جای‌گذاری ظرف با پیچیدگی به شدت *NP-hard* است (ظرفیت هر ظرف u و هر کار j به عنوان یک آیتم با اندازه Pj است) [۱۵]. مسئله BP یک مسئله بهینه‌سازی گسسته مشهور است و هدف آن چیدن n آیتم $a_1, a_2,...,a_n$ در کمترین تعداد ظرف با ظرفیت v می‌باشد. در این مسئله سایز آیتم i برابر با $s(a_i) \in (0,v]$ است.

در شکل ۲، نمونه‌ای از مسئله همراه با بیان آن در قالب مسئله جایگذاری ظرف ارائه شده است [۷]. در این شکل J_i نشان دهنده آیتم a_i با سایز P_i به ازای $i=1,2,...,n$ و مقادیر $u=8$ و $v=20$ هستند. همچنین چهار کار اول کارهای ویژه و بقیه کارها معمولی هستند و هر ظرف به دو قسمت تقسیم می‌شود که قسمت پایین، ظرفیت u دارد و کارهای ویژه باید در این قسمت قرار بگیرند در حالی که کارهای معمولی این محدودیت را ندارند.



شکل (۲): یک زمان‌بندی شدنی برای مثال ۱ همراه با معادل جای‌گذاری ظرف آن [۱۰]

با توجه به این مثال، زو و همکاران [۱۰] نوع جدیدی از مسئله BP با در نظر گرفتن آیتم‌های ویژه و سطح مشخص (BPSL[1]) ارائه کردند. بنابراین برای حل مسئله زمان‌بندی مورد نظر کافی است مسئله BPSL متناظر آن حل شود؛ زیرا این دو مسئله معادل هستند. در ادامه به ارائه الگوریتم‌های مطالعه زو و همکاران [۱۰] و

1. Bin Packing with Special items and Level consideration

الگوریتم پیشنهای در این مقاله پرداخته می‌شود.

۳- مدل‌های ریاضی مسئله

در این بخش دو مدل ریاضی مسئله که در مطالعه زو و همکاران [۱۰] معرفی شدند، ارائه می‌شود.

۳-۱- مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط بر اساس موقعیت

ابتدا مجموعه‌ای از متغیرهای جدید شامل x_{ij}، k_j و e_j به صورت زیر تعریف می‌شود:

x_{ij}: متغیر صفر و یک است و زمانی مقدار یک میگیرد که کار i در موقعیت j زمان‌بندی شود و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد،

k_j: متغیری صفر و یک است و وقتی ابزار پس از موقعیت j تعویض شود داری مقدار یک است و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد،

e_j: نیز زمان سپری شده از پایان عمل تعویض ابزار و زمان پایان کار قرار گرفته در موقعیت j را مشخص می‌کند.

این مدل با در نظر گرفتن مجموعه متغیرهای تعریف شده به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$Min \sum_{j=1}^{n} k_j \quad (۱)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad i = 1,2,...,n, \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad j = 1,2,...,n, \quad (۳)$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_{ij} \le e_j, \qquad j = 1,2,...,n, \quad (۴)$$

$$e_j \le \nu, \qquad j = 1,2,...,n, \quad (۵)$$

$$e_{j-1} + \sum_{i=1}^{n} p_i x_{ij} \le e_j + k_{j-1}\nu, \quad j = 2,...,n, \quad (۶)$$

$$e_j - u \le \nu \sum_{i=n'+1}^{n} x_{ij}, \qquad j = 1,2,...,n, \quad (۷)$$

$$x_{ij} \text{ is binary}, \ i = 1,2,...,n; \ j = 1,2,...,n, \quad (۸)$$

$$k_j \text{ is binary}, \ i = 1,2,...,n, \quad (۹)$$

$$e_j \text{ is a non-negative integer}, \ i = 1,2,...,n, \quad (۱۰)$$

تابع هدف (۱) تعداد عمل تغییر ابزار را که با توجه به رابطه $C_{max} = \sum Pi + mw$ (m تعداد ابزار مورد نیاز بعد از زمان صفر است) معادل با کمینه‌سازی دامنه عملیات است، کمینه می‌کند. روابط (۲) و (۳) مجموعه محدودیت‌های تخصیص هستند و به ترتیب بیان می‌کنند که هر کار باید تنها در یک موقعیت قرار گیرد و در هر موقعیت نیز تنها یک کار قرار بگیرد. مجوعه محدودیت‌های (۴)-(۶) نیز برای تنظیم مناسب مقادیر متغیر e_j استفاده می‌شوند. محدودیت (۷) تضمین می‌کند که هر کار ویژه در محدوده زمانی مورد نظر پس از تغییر ابزار پردازش شود. مجموعه محدودیت‌های (۸)-(۱۰) نیز دامنه متغیرها را مشخص می‌کنند.

۳-۲- مدل برنامه‌ریزی صفر و یک بر اساس ظرف

این مدل با تعریف دو متغیر صفر و یک y_{ij} و z_j فرمول‌بندی می‌شود. متغیر صفر و یک y_{ij} وقتی آیتم i در ظرف B_j قرار بگیرد، مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد. همچنین متغیرصفر و یک z_j وقتی ظرف B_j داری حداقل یک آیتم باشد برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است.

$$Min \sum_{j=1}^{n} z_j \quad (۱۱)$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i y_{ij} \le v z_j, \qquad j = 1,2,...,n, \quad (۱۲)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1, \qquad i = 1,2,...,n, \quad (۱۳)$$

$$\sum_{i=1}^{n'} p_i y_{ij} \le u, \qquad j = 1,2,...,n, \quad (۱۴)$$

$$x_{ij} \text{ is binary}, \ i = 1,2,...,n; \ j = 1,2,...,n, \quad (۱۵)$$

$$k_j \text{ is binary}, \ i = 1,2,...,n, \quad (۱۶)$$

در این فرمول‌بندی، تابع هدف (۱۱) تعداد ظرف‌های استفاده شده را کمینه می‌کند. مجموعه محدودیت (۱۲) محدودیت گنجایش ظرف را در نظر می‌گیرد و و تضمین می‌کند z_j تنها زمانی مقدار یک بگیرد که حداقل یک آیتم در آن قرار داشته باشد. مجوعه محدودیت (۱۳) بیان می‌کند که هر آیتم تنها در یک ظرف می‌تواند قرار بگیرد و مجموعه محدودیت (۱۴) نیز مجموع اندازه کارهای ویژه در هر ظرف را به مقدار u محدود می‌کند. مجموعه محدودیت‌های (۱۵) و (۱۶) نیز دامنه متغیرها را مشخص می‌کنند.

۴- الگوریتم‌های تقریبی

در این بخش ابتدا شش الگوریتم تقریبی ارائه شده توسط زو و همکاران [۱۰] برای حل مسئله مورد بررسی ارائه می‌شوند و پس از آن الگوریتم جدید برای این مسئله معرفی می‌شود.

۴-۱- الگوریتم‌های تقریبی موجود برای حل مسئله

زو و همکاران [۱۰] با فرض کار i به عنوان آیتم a_i با سایز P_i به ازای $i=1,2,...,n$، سه مجموعه الگوریتم برای حل مسئله BPSL برای قرار دادن آیتم‌ها در ظرف‌ها به صورت H^*={FFD[1], BFD[2]}، $F\text{-}H^*$= {$F\text{-}H \mid H \in H^*$} و $L\text{-}H^*$= {$L\text{-}H \mid H \in H^*$} معرفی کردند که در ادامه رویه کار آنها برای چیدن آیتم‌ها در ظروف توصیف می‌شود.

مجموعه H^* شامل دو الگوریتم FFD و BFD برای چیدن تمامی آیتم‌ها (معمولی و ویژه) در ظرف‌ها است. الگوریتم‌های FFD و BFD دو رویه شناخته شده برای حل تقریبی مسئله BP هستند. در این دو الگوریتم ابتدا آیتم‌ها بر اساس اندازه خود به صورت

1. First Fit Decreasing
2. Best Fit Decreasing

غیرصعودی مرتب می‌شوند. در الگوریتم FFD آیتم مورد نظر برای قرار گرفتن در ظرف‌ها، از میان ظرف‌های موجود در "اولین" ظرفی که گنجایش آن آیتم را دارد قرار می‌گیرد و در صورتی که چنین ظرفی وجود نداشته باشد، آیتم مذکور در یک ظرف جدید قرار می‌گیرد. طبق الگوریتم *BFD* آیتم مورد نظر برای قرار گرفتن در ظرف‌ها، در بهترین ظرف از میان ظرف‌های موجود قرار می‌گیرد. در اینجا منظور از بهترین ظرف، ظرفی است که پس از قرار گرفتن آیتم مذکور، آن ظرف کمترین ظرفیت باقیمانده را نسبت به سایر ظرف هایی که امکان قرار دادن آیتم مذکور در آنها وجود دارد، به خود اختصاص دهد. در این حالت نیز در صورتی که چنین ظرفی وجود نداشته باشد، آیتم مذکور در یک ظرف جدید قرار می‌گیرد.

با توجه به این دو الگوریتم و وجود دو نوع آیتم معمولی و ویژه در مسئله BPSL، زو و همکاران [۱۰] دو مجموعه ***F-H**** و ***L-H**** را ارائه کردند. در مجموعه ***F-H**** نیز از الگوریتم‌های مجموعه ***H**** برای چیدن آیتم‌ها استفاده شده با این تفاوت که مطابق با الگوریتم‌های مجموعه ***F-H**** ابتدا آیتم‌های ویژه در ظرف‌ها قرار داده می‌شوند و سپس آیتم‌های معمولی در ظرف‌ها قرار می‌گیرند. در مجموعه ***L-H**** نیز مشابه به مجموعه ***F-H**** عمل می‌شود با این تفاوت که مطابق با الگوریتم‌های مجموعه ***H**** ابتدا آیتم‌های معمولی و سپس آیتم‌های ویژه در ظرف‌ها قرار می‌گیرند.

مطابق با مطالعه زو و همکاران [۱۰] فرض می‌شود که $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ مجموعه‌ای از الگوریتم‌های تقریبی مسئله BPSL معرفی شده در بالا باشد. بنا به رابطه بین دو مسئله BPSL و مسئله $C_{max} \mid sj \mid 1,tc$، برای مسئله $C_{max} \mid sj \mid 1,tc$ مجموعه الگوریتم‌های تقریبی به صورت $\boldsymbol{S(\mathcal{A})} = \{S(A) \mid A \in \boldsymbol{\mathcal{A}}\}$ تعریف می‌شود که در آن $S(A)$ با توجه به الگوریتم‌های تقریبی برای مسئله BPSL، طی مراحل زیر به‌دست می‌آید:

مرحله ۱: با فرض کار i به عنوان آیتم a_i با سایز P_i به ازای $i=1,2,\dots,n$، آیتم‌ها را طبق الگوریتم A برای مسئله متناظر BPSL در ظرف‌ها قرار دهید. فرض کنید m ظرف B_1 تا B_m در فرآیند چیدن استفاده شده است. قرار دهید $i=1$.

مرحله ۲: همه کارها را به ترتیب برای مجموعه کارهای $\{J_j \mid a_j \text{ in } B_i \text{ and } j \le n'\}$ و $\{J_j \mid a_j \text{ in } B_i \text{ and } j > n'\}$ در توالی قرار دهید.

مرحله ۳: اگر $i=m$ توقف کنید.

مرحله ۴: عمل تغییر ابزار انجام شود، $i=i+1$ و به مرحله ۲ بروید.

توجه کنید که برای تبدیل مسئله متناظر *BPSL* به مسئله زمان‌بندی $C_{max} \mid sj \mid 1,tc$ و به عبارت دیگر محاسبه مقدار دامنه عملیات کارها با توجه به تعداد ظرف‌های استفاده شده برای چیدن آیتم‌ها از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$C_{max} = \Lambda + (m-1)w \qquad (۱۶)$$

که در این رابطه w مدت زمان لازم برای تعویض ابزار و $\Lambda = \sum Pi$ است. همچنین m تعداد ظرف‌های استفاده شده در فرآیند چیدن آیتم‌ها بوده و بنابراین در مسئله زمان‌بندی متناظر به تعداد $(m-1)$ عمل تغییر ابزار مورد نیاز است.

بنابراین زو و همکاران [۱۰] سه مجموعه از الگوریتم‌ها با تابع پیچیدگی زمانی $O(n \log n)$ برای مسئله $C_{max} \mid sj \mid 1,tc$ به ترتیب زیر معرفی کردند:

$$\boldsymbol{S(H^*)} = \{S(H) \mid H \in \boldsymbol{H^*}\} = \{S(\text{FFD}), S(\text{BFD})\} \qquad (۱۷)$$

$$\boldsymbol{S(F\text{-}H^*)} = \{S(F\text{-}H) \mid F\text{-}H \in \boldsymbol{F\text{-}H^*}\} = \{S(F\text{-FFD}), S(F\text{-BFD})\} \qquad (۱۸)$$

$$\boldsymbol{S(L\text{-}H^*)} = \{S(\text{L-H}) \mid L\text{-}H \in \boldsymbol{L\text{-}H^*}\} = \{S(L\text{-FFD}), S(L\text{-BFD})\} \qquad (۱۹)$$

۲-۴- الگوریتم تقریبی جدید برای حل مسئله

در این مقاله برای حل مسئله BPSL، از یک الگوریتم با عنوان الگوریتم MRD[1] برای چیدن آیتم‌های ویژه و معمولی در ظرف‌ها استفاده شد. در این الگوریتم ابتدا تمامی‌آیتم‌ها به ترتیب غیرصعودی از اندازه خود مرتب می‌شوند. پس از آن آیتم مورد نظر برای قرار گرفتن در ظرف‌ها، از میان ظرف‌هایی که گنجایش این آیتم را دارند، در ظرف با بیشترین ظرفیت باقیمانده قرار می‌گیرد. در این حالت نیز در صورتی که چنین ظرفی وجود نداشته باشد، آیتم مذکور در یک ظرف جدید قرار می‌گیرد. در نهایت نیز با استفاده از رویه ارائه شده توسط زو و همکاران [۱۰] در بخش۴-۱، $S(\text{MRD})$ برای مسئله زمان‌بندی $C_{max} \mid sj \mid 1,tc$ به‌دست می‌آید.

در ادامه قضیه ۱ ارائه می‌شود که نشان می‌دهد بیشترین تعداد ظرف استفاده شده توسط الگوریتم *MRD* کوچکتر یا مساوی با دو برابر تعداد بهینه ظروف برای چیدن آیتم‌ها است و پس از آن با استفاده از یک مثال نشان داده می‌شود که این حد بسته[2] است.

قضیه ۱: برای مسئله BPSL، اگر تعداد بهینه ظرف‌های مورد نیاز برای جای‌گذاری آیتم‌ها با m^* و تعداد ظرف‌های استفاده شده به وسیله الگوریتم MRD با m نمایش داده شوند، رابطه $m \le 2m^*$ برقرار خواهد بود.

اثبات: اگر $j = \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$ کوچکترین عدد صحیح برابر یا بزرگتر از $\frac{m}{2}$ باشد، قضیه براساس گنجایش ظرف j طبق حالات ۱ و ۲ اثبات می‌شود؛

حالت ۱: اگر ظرف شماره j شامل آیتم i به اندازه $P_i > \frac{v}{2}$ باشد، طبق الگوریتم MRD، m ظرف استفاده شده است و چون آیتم‌ها به صورت غیرصعودی مرتب شدند، در ظرف‌های ۱ تا j به تعداد j آیتم با اندازه بزرگتر از $\frac{v}{2}$ وجود دارد و بنابراین با توجه به این که هر کدام از این آیتم‌ها همواره به یک ظرف نیاز دارند، رابطه $m^* \ge j$ است و $m \le 2m^*$ خواهد بود.

حالت ۲: در غیر این صورت اگر ظرف شماره j شامل آیتم i به اندازه $P_i > \frac{v}{2}$ نباشد، با توجه به این که طی فرآیند چیدن آیتم‌ها، در

1. Max Rest Decreasing
2. tight

صورتی یک ظرف به مجموعه ظرف‌های استفاده شده اضافه می‌شود که ظرف‌های موجود گنجایش آیتم‌های چیده نشده نداشته باشند، در ظرف‌های $\{j, j+1, \ldots, m\}$ حداقل به تعداد $(m - j) + 1$ آیتم وجود دارد که هیچ کدام از این آیتم‌ها در ظرف‌های $\{1, \ldots, j-1\}$ نمی‌توانند قرار گیرند. بنابراین $m^* > min\{(j-1), ((m - j) + 1)\}$ برقرار است. با توجه به این که j کوچکترین عدد صحیح برابر یا بزرگتر از $\frac{m}{2}$ است، $(j-1) \leq ((m - j) + 1)$ بوده و بنابراین $m^* > j - 1$ و به عبارت دیگر $m^* \geq j$ است و $m \leq 2m^*$ خواهد بود. □

در ادامه با ارائه مثال ۲ نشان داده می‌شود که این حد، یعنی $\frac{m}{m^*} \leq 2$ بسته است؛ به عبارت دیگر کمترین مقدار ممکن برای سمت راست رابطه برابر با ۲ است.

مثال ۲: مسئله نمونه‌ای با پارامترهای $v=150, u=60, n=7, n'=5$ و مقادیر جدول ۱ که در آن آیتم‌های ۱ تا ۵ ویژه و آیتم‌های ۶ و ۷ معمولی هستند را در نظر بگیرید، اگر ترتیب نهایی قرار گرفتن آیتم‌ها با شماره آنها نشان داده شود، ترتیب بهینه (5-2-6-4-3-1-7) است و نیاز به دو ظرف برای جای‌گذاری دارد، در حالی که الگوریتم MRD ترتیب (7-6-5-2-4-3-1) با استفاده از چهار ظرف را ارائه می‌دهد.

جدول (۱): داده‌های مثال ۲

آیتم	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
اندازه	۱۰	۲۱	۲۳	۲۷	۳۷	۵۳	۸۹

۵- نتایج محاسباتی

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم جدید پیشنهادی در این مقاله در مقایسه با شش الگوریتم موجود برای مسئله مورد بررسی، از مقادیر موجود در مطالعه زو و همکاران [۱۰] برای پارامترهای مسئله به منظور تولید مسائل نمونه استفاده شد. بر این اساس مقادیر $v= 100$ و $u= i.v/5$; $i=1,2,3,4$ در نظر گرفته شدند. همچنین نسبت این دو پارامتر نیز با $\rho= u/v$ نشان داده شده است. زمان پردازش کارهای نرمال و ویژه به ترتیب یکنواخت گسسته در بازه $[1,v]$ و $[1,u]$ می‌باشند. برای بررسی عملکرد الگوریتم‌ها طول مدت تغییر ابزار مقدار ثابت $w=.05*v$ در نظر گرفته شده است. تعداد کارها در هر مسئله نمونه نیز n=5000 می‌باشد و برای مشاهده اثر $\sigma = n/n'$ از نه مقدار $i/10;\ i = 1,2\ldots,9$ برای σ استفاده شده است. بنابراین با توجه به تعداد مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامتر u و v (به ترتیب به تعداد ۴ و ۹) تعداد ۳۶ ترکیب ایجاد شده و به ازای هر ترکیب از پارامترها ۱۰۰ مسئله نمونه تصادفی (در مجموع ۳۶۰۰ مسئله نمونه) تولید و حل شده است.

اجازه دهید که $CH(I)$ و $L(I)$ به ترتیب مقدار تابع هدف تولید شده توسط الگوریتم H و حد پایین برای مسئله نمونه I باشند. همچنین برای شش الگوریتم کران پایین برابر $\sum P_i + (I'-1)w$ است، که P_i و w متناظر مسئله نمونه I هستند و I' کران پایین تعداد ظرف‌ها در $BPSL$ متناظر مسئله نمونه I است. با توجه به این موارد، خطای نسبی با در نظر گرفتن کران پایین (REL[1]) و متوسط آن ($AREL$[2]) برای الگوریتم H با در نظر گرفتن کران پایین برای مسئله نمونه I طبق روابط ۵ و ۶ محاسبه می‌شوند. در رابطه ۶، Π مجموعه مسائل نمونه مورد بررسی بوده و $|\Pi|$ تعداد نمونه‌ها را مشخص می‌کند.

$$REL_H(I) = \frac{C_H(I) - L(I)}{L(I)} \quad (۲۰)$$

$$AREL_H = \frac{\sum_{I\in\Pi} REL_H(I)}{|\Pi|} \quad (۲۱)$$

شش الگوریتم ارائه شده توسط زو و همکاران [۱۰] به همراه الگوریتم پیشنهادی در این مقاله در محیط برنامه‌نویسی *Visual studio 2010* و به زبان *C#* کد شده و بر روی رایانه با مشخصات *Intel® Core™ i5-2450M CPU @ 2.50GHz*، دارای *4GB* حافظه با سیستم عامل ۶۴ بیتی و تحت ویندوز ۷ اجرا شده است.

شکل ۳ متوسط خطای نسبی با در نظر گرفتن کران پایین برای مسئله زمان‌بندی را که در مطالعه زو و همکاران [۱۰] ارائه شده است، نشان می‌دهد. به منظور بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی در این مقاله، ابتدا مسائل نمونه مطابق مطالعه زو و همکاران [۱۰] تولید شد و سپس تمامی شش الگوریتم ارائه شده در مطالعه مذکور مجدداً کدنویسی و مسائل نمونه توسط آنها حل شد. متوسط زمان حل مسائل نمونه توسط الگوریتم‌های کدنویسی شده در این مطالعه به ازای مقادیر مختلف u در جدول ۲ ارائه شده است. همچنین متوسط خطا نسبی الگوریتم‌ها نیز در شکل ۴ نشان داده شد است.

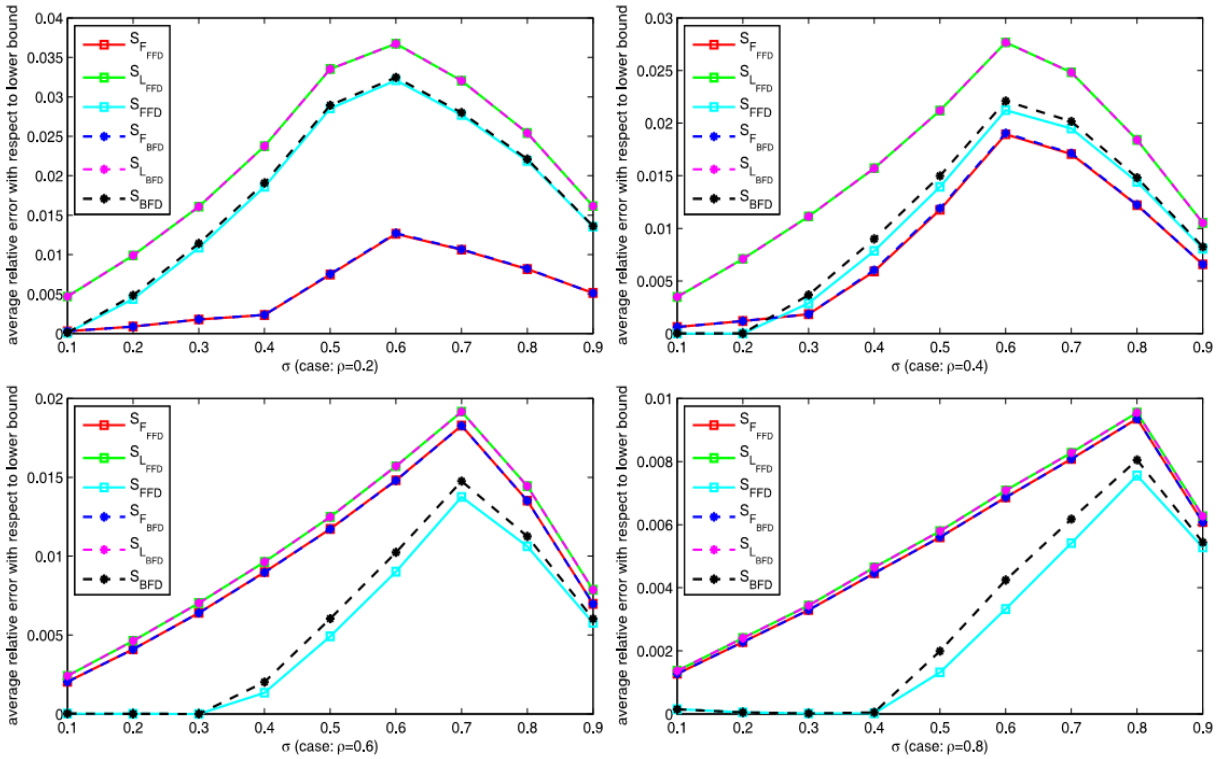
جدول (۲): متوسط زمان حل (ثانیه)

	S(BFD)	S(L-BFD)	S(F-BFD)	S(FFD)	S(L-FFD)	S(F-FFD)	S(MRD)
u=20	۱,۰۲	۰,۸۹	۰,۹۰	۰,۷۷	۰,۵۷	۰,۵۱	۱,۳۲
u=40	۱,۰۹	۰,۹۰	۰,۹۲	۰,۶۸	۰,۵۷	۰,۵۳	۱,۴۲
u=60	۱,۱۴	۱,۰۰	۱,۰۹	۰,۶۷	۰,۵۸	۰,۷۶	۰,۹۸
u=80	۱,۲۶	۱,۱۱	۱,۱۸	۰,۷۲	۰,۶۰	۰,۵۸	۱,۲۶
متوسط	۱,۱۳	۰,۹۸	۱,۰۲	۰,۷۱	۰,۵۸	۰,۶۰	۱,۲۵

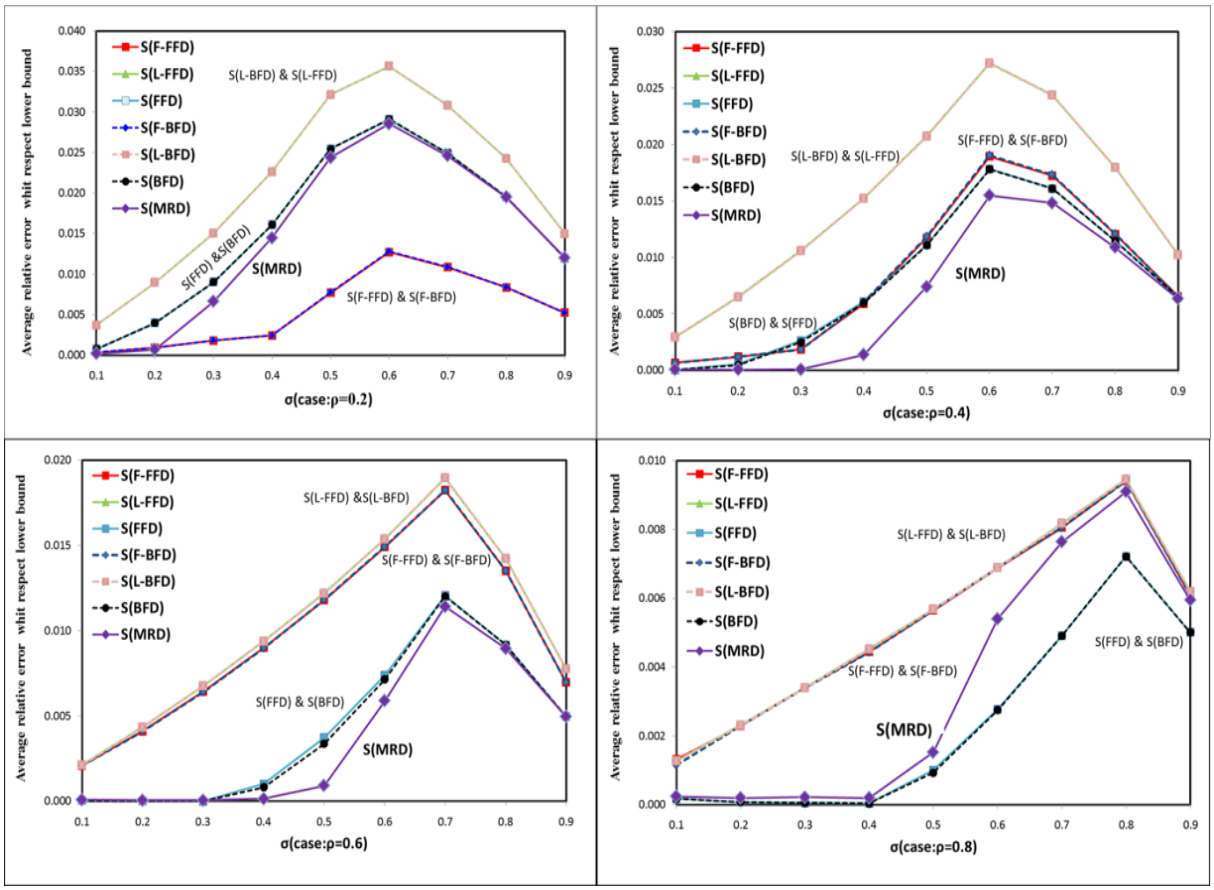
همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از اجرای شش الگوریتم در این مقاله منطبق با نتایج ارائه شده توسط زو و همکاران [۱۰] است که حاکی از انطباق مسائل نمونه تولید شده و فرآیند کدنویسی در این مقاله با مطالعه زو و همکاران [۱۰] می‌باشد. با توجه به شکل ۴ الگوریتم S(MRD) در نیمی از مسائل نمونه و برای مقادیر $\rho = u/v= 0.4$ و $\rho = u/v= 0.6$ نسبت به تمامی شش الگوریتم زو و همکاران [۱۰] از کارایی بهتری برخوردار است. همچنین این الگوریتم در مسائل نمونه به ازای $\rho=0.2$ از چهار الگوریتم $S(L$-FFD)، $S(L$-BFD)، S(FFD) و S(BFD) کارایی بهتری دارد. الگوریتم S(MRD) در مسائل نمونه به ازای $\rho = 0.8$

1. Relative Error with respect to Lower bound
2. Average Relative Error with respect to Lower bound

نیز از چهار الگوریتم $S(L\text{-FFD})$، $S(L\text{-BFD})$، $S(F\text{-FFD})$ و $S(F\text{-BFD})$ کاراتر است.



شکل (۳): متوسط خطا نسبی برای شش الگوریتم؛ ارائه شده توسط زو و همکاران [۸]



شکل (۴): مقایسه متوسط خطا نسبی الگوریتم $S(MRD)$ با متوسط خطا نسبی شش الگوریتم ارائه شده توسط زو و همکاران [۱۰]

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل کلاسیک تک ماشین همراه با تغییرات ابزار و در نظر گرفتن کارهای ویژه مورد بررسی قرار گرفت. در ادبیات موضوع برای حل تقریبی این مسئله شش الگوریتم معرفی شده است. در این مقاله یک الگوریتم جدید برای حل این مسئله ارائه شد و کارایی آن به صورت تئوری و عددی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج محاسباتی نشان داد کارایی این الگوریتم در نیمی از مسائل نمونه بهتر از چهار الگوریتم و در نیم دیگر از مسائل نمونه بهتر از تمامی شش الگوریتم ادبیات موضوع است.

با توجه به روش‌های متعدد برای حل تقریبی مسئله BP، می‌توان این روش‌ها را برای حل مسئله BPSL تعمیم داد و کارایی آنها را مورد ارزیابی قرار داد. به عنوان پیشنهاد دیگر می‌توان بر تمرکز روی مسئله زمان‌بندی با اهداف دیگر و سایر تغییرات روی ماشین اشاره کرد و یا از توابع چند معیاره شامل هزینه برای زمانی که هدر رفت ابزار مهم باشد، استفاده نمود. در نهایت نیز می‌توان از روش‌های حل موجود در ادبیات موضوع نظیر الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده و به مقایسه کارایی آنها با الگوریتم‌های تقریب مسئله پرداخت.

مراجع

[1] Schmidt, G., (2000). "Scheduling with limited machine availability", European Journal of Operational Research, 121: 1-15

[2] Ma, Y., Chu, C., Zuo, C., (2010). "A survey of scheduling with deterministic machine availability constraints", Computers and Industrial Engineering, 58: 199-211.

[3] Akturk, M.S., Ghosh, J.B., Gunes, E.D., (2003). "Scheduling with tool changes to minimize total completion time: a study of heuristics and their performance", Naval Research Logistics, 50: 15–30.

[4] Akturk, M.S., Ghosh, J.B., Kayan, R.K., (2007). "Scheduling with tool changes to minimize total completion time under controllable machining conditions", Computers and Operations Research, 37: 2130–2146.

[5] Akturk, M.S., Ghosh, J.B. Gunes, E.D., (2004). "Scheduling with tool changes to minimize total completion time: basic results and SPT performance", European Journal of Operational Research, 157: 784–790.

[6] Chen, J.S., (2008). "Optimization models for the tool change scheduling problem", Omega, 36: 888-894.

[7] Qi, X., Chen, T., Tu, F., (1999). "Scheduling the Maintenance on a Single Machine", the Journal of the Operational Research Society, 50: 1071-1078.

[8] Xu, D., Yin, Y., Li, H., (2010). "Scheduling jobs under increasing linear machine maintenance time", Journal of scheduling, 13: 443-449.

[9] Shi, X., Xu, D., (2014). "Best Possible Approximation Algorithms for Single Machine Scheduling with Increasing Linear Maintenance Durations", The Scientific World Journal, 2014: 547-573.

[10] Xu, D., Liu, M., Yin, Y., Hao, J., (2013). "Scheduling tool changes and special jobs on a single machine to minimize makespan", Omega, 41: 299–304.

[11]] Costa, A., Cappadonna, F.A., Fichera, S., (2016). "Minimizing the total completion time on a parallel machine system with tool changes", Computers and Industrial Engineering, 91: 209-301.

[12] Yazdani, M., Khalili, S.M., Jolai, F., (2016). "A parallel machine scheduling problem with two-agent and tool change activities: an efficient hybrid metaheuristic algorithm", International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 29(10): 1075-1088.

[13]] He, J., Li, Q., Xu, D., (2016). "Scheduling two parallel machines with machine-dependent availabilities", Computers and Operations Research, 72: 31-42.

[14] Graham, R.L., Lawler, Lenstra, E.L., Rinnooy, J.K., Kan, A.H.G., (1979). "Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey", Annals of Discrete Mathematics, 5: 287–326.

[15] Coffman, E.G., Garey, M.R., Johnson, D.S., (1997). Approximation algorithms for bin packing: a survey, In Approximation algorithms for NP-hard problem, edited by Hochbaum, D.S., Boston: PWS Publishing Company.

IERPS Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

ISSN: 2345-2269

Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

Volume 4. No.9. Special Issue: 11th & 12th International Conference on Industrial Engineering, pp.297-305
www.ier.basu.ac.ir

Developing a New Approximation Algorithm with a Tight Worst-case for a Single Machine Scheduling Problem with Tool Change and Special Jobs

M-H. Ahmadi-Darani[1], M. Reisi-Nafchi[1], G. Moslehi [1,*]

[1] Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Iran.

ARTICLE INFO

***Article history*:**

Received 23 August 2016
Accepted 23 May 2017

***Keywords*:**

Scheduling
Single machine
Tool change
Approximation algorithm

ABSTRACT

Scheduling problems with tool changes considerations have been investigated extensively in the last two decades. Tool change activities applied in flexible maintenance activities where the tools may be changed at any time of their lifespan. Also, to determining the quality of the final product, considering the quality of the tools as a production condition items is inevitable. In this paper, the classical single machine scheduling problem with tool change is examined. In this problem, two sets of jobs, namely special jobs and normal jobs are considered. Special jobs must be processed during a certain time after the tool change. This problem has been studied in the literature. Mathematical programming models used to solve scheduling problems with small size and medium size. For scheduling problems with large size, six algorithms based on Bin Packing problem presented and focused on their performance. In this paper, we present a new algorithm for solving large size scheduling problems. The computational results show that the proposed algorithm performance at the half of instance problems is better than four algorithms of literature. In addition, in the other instance it is better than all developed literature algorithms.

* Corresponding author. Ghasem Moslehi
Tel.: 031-33915509; *E-mail address:* moslehi@cc.iut.ac.ir