

## روش حدی تقویت‌شده برای مساله تعادل خط مونتاژ چندگانه با ایستگاه‌های موازی و محدودیت‌های منطقه‌ای

عماد صانع زرنگ<sup>۱</sup>، جعفر حیدری<sup>۲\*</sup>

۱. کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه تهران.

۲. استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران.

### خلاصه

در این مقاله مساله تعادل خط مونتاژ چندگانه با ایستگاه‌های موازی و محدودیت‌های منطقه‌ای در قالب یک مدل ریاضی عدد صحیح صفر و یک ارایه شده است. در مساله مورد بررسی وجود ایستگاه‌های موازی مجاز بوده و محدودیت‌های منطقه‌ای مثبت و منفی در مدل لحاظ شده‌اند. محدودیت‌های منطقه‌ای مثبت (منفی) به این معنا هستند که برخی از فعالیت‌ها حتما در یک ایستگاه کاری قرار بگیرند (نگیرند). هدف مدل ارایه شده در این مقاله حداقل‌سازی تعداد ایستگاه‌های کاری و در عین حال کمینه‌سازی هزینه تجهیزات است. بر این اساس مساله در قالب یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوهدفه فرموله شده و برای حل آن از روش حدی تقویت‌شده استفاده شده است. عملکرد مدل پیشنهادی با استفاده از یک مثال عددی مورد سنجش قرار گرفته است و نشان داده شده است که مدل پیشنهادی قابلیت دستیابی به جواب‌های کارا را دارد.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۴/۱۱/۰۸

پذیرش ۱۳۹۵/۱۲/۱۱

کلمات کلیدی:

خط مونتاژ چندگانه

بهینه‌سازی چند هدفه

انتخاب تجهیزات

ایستگاه کاری موازی

روش حدی تقویت‌شده

### ۱- مقدمه

امروزه به دلیل متغیر و پویا بودن بازار و نیازهای مصرفی، قدرت پاسخ‌گویی و انعطاف‌پذیری از اهمیت خاصی برخوردار گردیده است. به عنوان مثال در بازار خودرو، مشتریان متفاوتی با علایق و نیازهای متفاوت وجود دارند. یک شرکت زمانی می‌تواند در رقابت پیروز باشد که کالاهایی مطابق با نیاز مشتریان تولید نماید. با توجه به هزینه‌های بالای ساخت و نگهداری خطوط مونتاژ متعدد برای برآورده کردن نیازهای مشتریان، تولیدکنندگان سعی در طراحی یک خط مونتاژ با ویژگی‌های مختلف دارند. به همین منظور از روش‌های تحقیق در عملیات جهت برنامه‌ریزی و طراحی خطوط مونتاژ استفاده می‌شود. مدل‌های خطوط مونتاژ در سه دسته جا می‌گیرند: مدل خط مونتاژ تکی<sup>۱</sup> که برای تولید یک محصول

طراحی می‌شود، مدل خط مونتاژ مختلط<sup>۲</sup> که جهت تولید مدل‌های مشابه از یک محصول طراحی می‌گردد و مدل خط مونتاژ چندگانه<sup>۳</sup> جهت تولید مدل‌های مشابه و متفاوت.

معمولا مسائلی از قبیل جابجایی تسهیلات، تعادل خط مونتاژ، تعداد ایستگاه‌های کاری، تخصیص بافر، انتخاب تجهیزات و ... در مرور ادبیات مدل‌های خط مونتاژ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. بنابر نیازهای مشتریان امروزی، مدل خط تولید چندگانه انعطاف‌پذیری و پاسخ‌گویی بالاتری را دارا می‌باشد. این مقاله به بررسی مسئله حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری و انتخاب تجهیزات بهینه در قالب یک مدل ریاضی دو هدفه می‌پردازد، در مدل پیشنهادی، ایستگاه‌های کاری موازی و محدودیت‌های منطقه‌ای<sup>۴</sup> نیز در نظر گرفته می‌شوند.

محدودیت‌های منطقه‌ای به دو دسته مثبت و منفی تقسیم

1. Single Model Line
2. Mixed Model Line
3. Multi Model Line
4. Zoning Constraints

\* نویسنده مسئول: جعفر حیدری

تلفن: ۰۲۱-۸۲۰۸۴۴۸۹؛ پست الکترونیکی: J.heydari@ut.ac.ir

نمودند و از طریق الگوریتم کلنی مورچگان<sup>۴</sup> به حل مسئله مورد نظر پرداختند. یانگ و همکاران [۱۳] اهداف حداقل‌سازی تعداد ایستگاه‌های کاری، کمینه‌سازی تنوع کاری در ایستگاه‌ها و توازن هزینه بین ایستگاه‌ها را در مدل ریاضی خود در نظر گرفتند و با استفاده از الگوریتم ژنتیک به حل آن پرداختند. ربانی و همکاران [۱۴] مسئله تعادل خطوط مونتاژ در حالت چند محصولی و چند دوره‌ای با هدف کمینه‌سازی تعداد ایستگاه‌های کاری و هموارسازی حجم کاری ایستگاه‌ها با در نظر گرفتن ایستگاه‌های موازی را بررسی نمودند. دانگ و همکاران [۱۵] مسئله طراحی خطوط مونتاژ در فضای عدم قطعیت با وجود زمان‌های فعالیت انعطاف‌پذیر و محدودیت‌های منطقه‌ای در نظر گرفتند و با استفاده از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات، مسئله را با دو رویکرد کمینه‌سازی زمان سیکل کاری ایستگاه‌ها و کمینه‌سازی هزینه تخصیص تجهیزات حل نمودند.

با توجه به بررسی مقالات پیشین، در می‌یابیم دو تابع هدف کمینه‌سازی تعداد ایستگاه‌های کاری و همچنین کمینه‌سازی هزینه تخصیص تجهیزات نسبت به سایر اهداف از اهمیت بیشتری برخوردار بوده و لذا در این مقاله این دو تابع هدف، به عنوان توابع هدف در نظر گرفته می‌شوند با این تفاوت که ایستگاه‌های موازی و محدودیت‌های منطقه‌ای نیز مجاز می‌باشند. که این دو مورد اخیر نوآوری مقاله نسبت به ادبیات موضوع به حساب می‌آیند.

### ۳- معرفی مسئله و مدل ریاضی

کارگاهی را در نظر بگیرید که در آن  $M$  مدل محصول توسط  $N$  فعالیت متفاوت ساخته می‌شود. برای پردازش هر فعالیت، تجهیزات متفاوتی با زمان و هزینه‌های متفاوتی وجود دارد. همچنین زمان‌های پردازش فعالیت‌ها برای مدل‌های محصول، متفاوت می‌باشد. مسئله مورد نظر تخصیص  $N$  فعالیت مورد نیاز و تجهیزات مورد نظر برای ساخت  $M$  مدل محصول می‌باشد به صورتی که تعداد ایستگاه‌های کاری و همچنین هزینه تخصیص فعالیت‌ها به تجهیزات حداقل گردد.

مفروضاتی که در مدل‌سازی مسئله به کار رفته‌اند عبارتند از:

- زمان‌های انتقال مواد، راه‌اندازی، بارگذاری و تخلیه در قالب زمان‌های پردازش فعالیت‌ها پوشانده می‌شود.
- هر فعالیت فقط می‌تواند به یک ایستگاه کاری اختصاص یابد و فعالیت‌های مشابه باید به یک ایستگاه کاری تخصیص یابند.
- در صورتی که یک فعالیت دارای زمان پردازش بیشتر از  $\alpha\%$  زمان سیکل باشد، می‌توان ایستگاه‌های موازی احداث نمود.
- محدودیت‌های منطقه‌ای مثبت (منفی) به این معنا هستند که برخی از فعالیت‌ها حتما در یک ایستگاه کاری قرار بگیرند (نگیرند).
- زمان سیکل هر مدل محصول مشخص است.

می‌شوند. محدودیت‌های منطقه‌ای مثبت، طراح خط تولید را وادار می‌کند تا فعالیت‌های مشخصی را در یک ایستگاه کاری قرار دهد. به عنوان مثال در یک خط مونتاژ خودرو، در برخی از موارد لازم است تا فعالیت‌ها و بازرسی‌های مرتبط در یک ایستگاه کاری صورت گیرد. محدودیت‌های منطقه‌ای منفی باعث می‌شود برخی از عملیات به صورت جداگانه پردازش شوند. به عنوان مثال ایستگاه‌های کاری نقاشی و جوش کاری به دلیل ملاحظات ایمنی، لازم است تا در ایستگاه‌های کاری متفاوت مورد پردازش قرار گیرند.

در ادامه در بخش ۲، به مرور ادبیات موضوع در زمینه تعادل خطوط مونتاژ پرداخته می‌شود. در بخش ۳، مدل پیشنهادی ارائه می‌شود. در بخش ۴، روش حل مدل بر مبنای روش حدی تقویت‌شده<sup>۱</sup> تشریح می‌گردد. نهایتاً در بخش ۵، یک مثال عددی با استفاده از مدل و روش حل پیشنهادی، حل می‌شود.

### ۲- مرور ادبیات

بیشتر تحقیقات صورت گرفته در گذشته از قبیل مقالات بیبرز [۱] و اسچل [۲]، مربوط به مدل‌سازی و حل مسائل تعادل خطوط تولید مونتاژ ساده بوده‌اند. میلتنبورگ و ویجنگارد [۳] اولین کسانی بودند که مسئله خطوط مونتاژ U شکل را معرفی و مدل‌سازی نمودند. همچنین بارتولدی [۴] نیز مسئله خطوط مونتاژ دو طرفه را معرفی نمود به این صورت که دو ایستگاه کاری در دو طرف یک خط مونتاژ قرار می‌گیرند و عملیات را به صورت همزمان انجام می‌دهند. بوزاکت [۵] با این فرض که زمان‌های انجام عملیات به دلیل درگیر بودن نیروی انسانی در طول سیکل‌های مختلف متفاوت است، زمان‌های غیر قطعی را به جای زمان‌های قطعی در نظر گرفت.

پینتو و همکاران [۶] مسئله تعادل خطوط مونتاژ را با در نظر گرفتن ایستگاه‌های موازی بیان کردند. آکپینار و بایهان [۷] نیز مسئله تعادل خطوط مونتاژ با هدف حداقل کردن ایستگاه‌های کاری و حداکثر کردن همواری حجم کار درون و بیرون ایستگاه‌ها با در نظر گرفتن ایستگاه‌های موازی و محدودیت‌های منطقه‌ای مدل‌سازی نمودند. بوکچین و تزار [۸] مسئله انتخاب تجهیزات را با هدف حداقل کردن هزینه‌های تجهیزات معرفی کردند. دانش‌آموز و همکاران [۹] مسئله زمانبندی تولید کارگاهی با در نظر گرفتن یک مرحله مونتاژ موازی با هدف حداقل کردن زمان تکمیل محصولات را در نظر گرفتند و با الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات<sup>۲</sup> و الگوریتم ژنتیک<sup>۳</sup> کارایی مدل مورد نظر را بررسی نمودند.

گریوس و ویتنی [۱۰] جزء اولین کسانی بودند که مسئله تعادل خط و انتخاب تجهیزات باهم را در نظر گرفتند. استرل و آمودو [۱۱] نیز این مسئله را با استفاده از الگوریتم SPEA2 حل نمودند. ویلا و همکاران [۱۲] مسئله تعادل خط مونتاژ را با هدف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری و فضای فیزیکی مورد نیاز، بررسی

1. Augmented  $\epsilon$ -Constraint Method
2. Particle Swarm Optimization
3. Genetic algorithm

## ۳-۱- اندیس‌ها

$$\begin{aligned} \text{Min}Z_1 &= y + \sum_{k=1}^W r_{ik}(MAXP - 1) \\ y &\geq f \cdot X_{fik} \quad \forall f \in N; B_f = \emptyset \end{aligned} \quad (2)$$

$m \in M$  مدل‌های محصولات  
 $i \in N$  فعالیت‌ها  
 $l \in E$  تجهیزات  
 $k \in W$  ایستگاه‌های کاری

۲. حداقل کردن هزینه‌های اختصاص تجهیزات

$$\text{Min}Z_2 = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^E \sum_{k=1}^W X_{ilk} C_{il} \quad (3)$$

(حداکثر تعداد ایستگاه‌های کاری برابر  $W$  است.)

## ۳-۲- پارامترها

## ۳-۵- محدودیت‌ها

$$\sum_{l=1}^E \sum_{k=1}^W X_{ilk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^E \sum_{k=1}^W kX_{alk} &\leq \sum_{i=1}^E \sum_{k=1}^W kX_{blk} \\ &\forall a \in N, \\ &\forall b \in B_a \\ &\forall l \in E \end{aligned} \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^E kX_{blk} - \sum_{l=1}^E kX_{alk} = 0 \quad \begin{matrix} (a, b) \in Z_p \\ \forall k \in W \end{matrix} \quad (6)$$

$$\sum_{l=1}^E kX_{alk} + \sum_{l=1}^E kX_{blk} \leq 1 \quad \begin{matrix} (a, b) \in Z_n \\ \forall k \in W \end{matrix} \quad (7)$$

$$\sum_{l=1}^E \sum_{i=1}^N t_{il} X_{ilk} \leq C[1 + r_k(MAXP - 1)] \quad \forall k \in W \quad (8)$$

$$\sum_{l=1}^E \sum_{i: \exists t_{il} > \alpha C} X_{ilk} \leq M r_k \quad \begin{matrix} \forall k \in W \\ 1 < \alpha < 100\% \end{matrix} \quad (9)$$

$$X_{ilk}, r_k = \{0, 1\} \quad \begin{matrix} \forall i \in N, \\ \forall l \in E, \\ \forall k \in W \end{matrix} \quad (10)$$

محدودیت (۴) بیانگر این است که هر فعالیت تنها در یک ایستگاه کاری و توسط یک تجهیز مورد پردازش قرار می‌گیرد. محدودیت (۵) بیانگر این است که طبق نوار تقدم و تاخر فعالیت‌ها تا زمانی که یک فعالیت که پیش‌نیاز سایر فعالیت‌ها می‌باشد، انجام نشود، سایر فعالیت‌ها مورد پردازش قرار نمی‌گیرند. محدودیت (۶) و (۷)، محدودیت‌های منطقه‌ای هستند. محدودیت (۸) بیانگر این است که زمان پردازش فعالیت‌های یک ایستگاه کاری نباید از زمان سیکل آن ایستگاه تجاوز کند. محدودیت (۹) این مطلب را بیان می‌کند زمان پردازش یک فعالیت در صورتی که از  $\alpha\%$  زمان سیکل یک ایستگاه کاری بیشتر باشد، آن ایستگاه باید تکرار شود. محدودیت (۱۰) دامنه تغییرات متغیرهای تصمیم را بیان می‌کند.

## ۴- بهینه‌سازی با روش حدی تقویت‌شده

به دلیل اطمینان از تولید جواب‌های کارا (نه کارای ضعیف)، از روش حدی تقویت‌شده برای بهینه‌سازی مسئله فوق استفاده می‌کنیم. در این روش محدوده تغییرات توابع هدف حدی را توسط جدول موازنه و روش لکسیکو گرافیک، تعیین می‌نماییم.

$C_m$  زمان سیکل هر مدل محصول  
 $C = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M C_m$  زمان سیکل مشترک بین تمامی مدل‌های محصول  
 $C_{il}$  هزینه به کارگیری تجهیز  $l$  ام برای فعالیت  $i$  ام  
 $t_{ilm}$  زمان پردازش فعالیت  $i$  ام برای مدل  $m$  از طریق به کارگیری تجهیز  $l$  ام (در صورتی که این مقدار صفر باشد به این معناست که مدل  $m$  به فعالیت  $i$  ام نیاز ندارد).  
 $t_{il} = \sum_{m=1}^M w_m t_{ilm}$  اگر  $w_m$  را وزن هر مدل با توجه به اهمیت آن نسبت به سایر مدل‌ها در نظر بگیریم، مقدار زمان پردازش مستقل از هر مدل را طبق رابطه روبرو به دست می‌آوریم.  
 $B_i$  مجموعه فعالیت‌هایی که قبل از اینکه فعالیت  $i$  ام به طور کامل انجام نشود، نمی‌توانند مورد پردازش قرار بگیرند.  
 $Z_p$  فعالیت‌هایی که حتما باید در یک ایستگاه کاری صورت پذیرند.  
 $Z_n$  فعالیت‌هایی که نباید در یک ایستگاه کاری صورت پذیرند.  
 $MAXP$  حداکثر میزان تکرار ایستگاه کاری (معمولا مقدار ۲ می‌گیرد).  
 $M$  یک مقدار عددی بسیار بزرگ

## ۳-۳- متغیرها

$X_{ilk}$  یک متغیر دودویی که در صورتی که فعالیت  $i$  ام با تجهیز  $l$  به ایستگاه  $k$  ام اختصاص یابد، مقدار یک می‌گیرد و در غیر این صورت مقدار صفر.  
 $r_{ik}$  یک متغیر دودویی که در صورتی که ایستگاه  $k$  ام تکرار شود، مقدار یک می‌گیرد و در غیر این صورت مقدار صفر.

## ۳-۴- توابع هدف

۱. حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری

$$\text{Min}Z_1 = \text{Max}\{f \cdot X_{fik}\} + \sum_{k=1}^W r_{ik}(MAXP - 1) \quad (1)$$

که این تابع هدف را به صورت زیر خطی‌سازی می‌کنیم.

اگر فرض شود وزن هر دو مدل مساوی است، زمان‌های پردازش مستقل از مدل محصولات به صورت زیر به دست خواهد آمد.

جدول (۳): زمان‌های پردازش فعالیت‌ها مستقل از مدل‌ها

فعالیت	زمان پردازش		
	$l_1$	$l_2$	$l_3$
۱	۲۷.۵	۲۲	۱۷.۵
۲	۲۴	۲۳	۱۷
۳	۶۰	۶۱.۵	۶۳
۴	۱۵	۶	۱۱
۵	۸.۵	۱۵	۱۱
۶	۲۲.۵	۲۸	۲۱.۵
۷	۲۱.۵	۲۲.۵	۲۲
۸	۲۷.۵	۱۳.۵	۲۷.۵

جدول (۴): سایر مقادیر ثابت

$C_1$	$C_2$	$\alpha$	MAXP
۵۰	۵۰	۱۰۰	۲

به منظور حل با روش حدی تقویت شده لازم است که جدول موازنه با روش لکسیکو گرافیک با استفاده از نرم‌افزار GAMS بدست آید که در جدول ۵ به آن اشاره شده است. روش لکسیوگرافیک باعث می‌شود که در صورت وجود جواب‌های بهینه چندگانه برای مسئله تک هدفه (تابع هدف اول)، نهایتاً جوابی به دست آید که مقدار تابع هدف دوم را نیز تا حد امکان بهبود بخشد.

جدول (۵): جدول موازنه

$X^*$	$Z_1^*$	$Z_2^*$
$X_1^*$	۴	۱۱۲۸
$X_2^*$	۵	۱۰۶۸

پس از تعیین مقادیر جدول موازنه، مقادیر به دست آمده برای تابع هدف دوم را به ۷ مقدار متفاوت تقسیم کرده و برابر با  $\xi$  در روش حدی تقویت شده قرار می‌دهیم. بنابراین لازم است که مقدار  $\xi$  بین مقادیر ایده‌آل و ضد ایده‌آل  $Z_2$  به این صورت انتخاب شود.

$$\xi = \{1068, 1080, 1090, 1100, 1110, 1120, 1128\}$$

پس از تعیین مقادیر  $\xi$ ، مدل را با روش حدی تقویت شده حل می‌نماییم و مقادیر متفاوت دو تابع هدف را به ازای مقادیر  $\xi$  به دست می‌آوریم (جدول ۶).

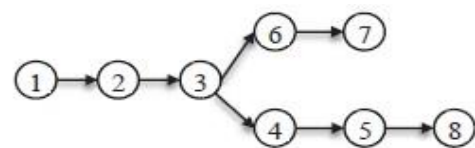
جواب‌های به دست آمده برخی از جواب‌های کارای مسئله می‌باشند. با توجه به جواب‌های به دست آمده می‌توان به این نتیجه رسید که دو تابع هدف مسئله دارای رفتاری متضاد هستند به این معنی که برای کاهش هزینه تخصیص تجهیزات نیازمند احداث ایستگاه‌های کاری بیشتری می‌باشیم و بالعکس. با بررسی جواب‌های به دست آمده، در می‌یابیم برای تابع هدف اول دو مقدار متفاوت به دست می‌آید ( $Z_1^* = \{4, 5\}$ ). بنابراین برای هر یک، بهترین مقدار تابع هدف دوم به ترتیب برابر با ( $Z_2^* = \{1068, 1128\}$ ) می‌باشد. در جدول ۷ نیز دو جواب بهینه مسئله همراه با جزئیات مربوط به

سپس مدل را به صورت زیر تغییر می‌دهیم. تابع هدف اول به صورت زیر تغییر می‌کند و تابع هدف دوم به صورت یک محدودیت به مسئله اضافه می‌شود.  $\delta$  مقداری کوچک بین  $10^{-3}$  و  $10^{-6}$  دارد. در این جا مقدار  $10^{-6}$  را برای  $\delta$  در نظر می‌گیریم. مقدار  $\xi$  نیز از طریق جدول موازنه مطابق با مسئله مورد نظر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \text{Min} Z_1 - \delta s \\ Z_2 + s = \xi \\ s \geq 0 \end{aligned}$$

### ۵- مثال عددی

فرض کنید در کارخانه‌ای دو مدل محصول از طریق سه نوع تجهیزات مختلف قرار است ساخته شوند. نمودار تقدم و تاخر فعالیت‌های مورد نیاز برای ساخت این محصولات مطابق شکل زیر است:



شکل (۱): نمودار تقدم و تاخر فعالیت‌ها

فعالیت‌های ۶ و ۷ باید در یک ایستگاه کاری صورت پذیرند و همچنین فعالیت‌های ۷ و ۸ نمی‌توانند در یک ایستگاه کاری مورد پردازش قرار گیرند. سایر داده‌های مسئله به صورت زیر است:

جدول (۱): هزینه تجهیزات جهت پردازش فعالیت‌ها

فعالیت	هزینه تجهیزات		
	$l_1$	$l_2$	$l_3$
۱	۱۱۰	۲۰۸	۱۵۱
۲	۱۴۰	۲۰۰	۱۵۷
۳	۱۶۸	۱۹۸	۱۷۵
۴	۱۷۳	۱۷۵	۱۸۲
۵	۱۹۵	۱۹۸	۱۳۵
۶	۱۷۴	۱۵۴	۱۱۷
۷	۱۱۵	۲۰۴	۱۴۱
۸	۱۹۲	۱۵۸	۱۱۰

جدول (۲): زمان‌های پردازش فعالیت‌ها

فعالیت	مدل ۲			مدل ۱		
	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_1$	$l_2$	$l_3$
۱	۳۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۲	۱۲
۲	۱۹	۲۸	۱۷	۲۹	۱۸	۱۷
۳	۵۷	۶۷	۷۰	۶۳	۵۶	۵۶
۴	۰	۰	۰	۳۰	۱۲	۲۲
۵	۱۷	۳۰	۲۲	۰	۰	۰
۶	۲۱	۲۹	۲۳	۲۴	۲۷	۲۰
۷	۳۰	۱۵	۱۵	۱۳	۳۰	۲۹
۸	۲۶	۱۶	۳۱	۲۹	۱۱	۲۴

اختصاص فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری آورده شده است.

می‌شود.

### ۶- نتیجه و جمع‌بندی

در این مقاله از طریق مدل دو هدفه نوینی به بررسی مسئله حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری و انتخاب تجهیزات بهینه پرداخته شد. وجود ایستگاه‌های کاری موازی و محدودیت‌های منطقه‌ای نیز در مدل پیشنهادی لحاظ شد.

به دلیل وجود دو تابع هدف با استفاده از روش حدی تقویت‌شده به بهینه‌سازی مسئله پرداختیم و جواب‌های کارایی مختلف برای مثال عددی مورد نظر را به دست آوردیم و مورد تحلیل قرار دادیم و به این نتیجه رسیدیم که برای مثال عددی مورد نظر، تابع هدف اول از اهمیت بیشتری نسبت به تابع هدف دوم برخوردار است.

برای تحقیقات آینده پیشنهاد می‌شود که مدل‌های مختلف خط مونتاژ مانند مدل دو طرفه یا مدل U شکل برای این مدل مورد بررسی قرار گیرند و از روش‌های حل متفاوت دیگری برای ابعاد مسئله‌های بزرگ مانند الگوریتم‌های فرا ابتکاری استفاده شود.

### تقدیر و تشکر

از حمایت مالی دانشگاه تهران از این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شماره ۲۹۹۱۷/۰۱/۰۱ قدردانی می‌گردد.

### مراجع

- [1] Baybars, I., (1986). "A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem", *Management Science*, 32: 909-932.
- [2] Scholl, A., Scholl, A., (1999). "Balancing and sequencing of assembly lines", 2<sup>nd</sup> Edition, Heidelberg: Physica-Verlag.
- [3] Miltenburg, G.J., Wijngaard, J., (1994). "The U-line line balancing problem", *Management Science*, 40: 1378-1388.
- [4] Bartholdi, J.J., (1993). "Balancing two-sided assembly lines: A case study", *The International Journal of Production Research*, 31: 2447-2461.
- [5] Buzacott, J.A., (1990). "Abandoning the moving assembly line: Models of human operators and job sequencing", *The International Journal of Production Research*, 28: 821-839.
- [6] Pinto, P.A., Dannenbring, D.G., Khumawala, B.M., (1981). "Branch and bound and heuristic procedures for assembly line balancing with paralleling of stations", *The International Journal of Production Research*, 19: 565-576.
- [7] Akpinar, S., Bayhan, G.M., (2011). "A hybrid genetic algorithm for mixed model assembly line balancing problem with parallel workstations and zoning constraints", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 24: 449-457.
- [8] Bukchin, J., Tzur, M., (2000). "Design of flexible assembly line to minimize equipment cost", *Iie transactions*, 32: 585-598.

### جدول (۶): جواب‌های بهینه براساس بازه‌بندی مقدار $\xi$

$\xi$	$Z_1^*$ (تعداد ایستگاه‌های کاری)	$Z_2^*$ (هزینه تجهیزات)
۱۰۶۸	۵	۱۰۶۸
۱۰۸۰	۵	۱۰۷۰
۱۰۹۰	۵	۱۰۸۷
۱۱۰۰	۵	۱۰۸۷
۱۱۱۰	۵	۱۰۸۷
۱۱۲۰	۵	۱۰۶۸
۱۱۲۸	۴	۱۱۲۸

### جدول ۷: جواب‌های بهینه مسئله

هزینه	تجهیزات	فعالیت‌ها	ایستگاه کاری
۱۱۲۸	۳،۳،۱	۱،۲،۳	۱
			۲ (تکرار ۱)
			۳
۱۰۶۸	۲،۳،۳	۴،۵،۸	۳
			۴
			۱
۱۰۶۸	۱،۱،۱	۲،۳،۴	۲
			۳ (تکرار ۲)
			۴
			۵

کمینه‌سازی تعداد ایستگاه‌های کاری مزایایی از قبیل افزایش بهره‌وری تولید، کاهش اضافه کاری‌های بیهوده، استفاده بهینه از ظرفیت اپراتورهای یک خط و تخصیص اپراتور به تعداد مورد نیاز برای یک خط تولید یا مونتاژ و استفاده موثر از فضای تولید را دربردارد. همچنین کمینه‌سازی هزینه تخصیص تجهیزات مورد نیاز در صورت محدودیت سرمایه شرکت از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد. در صورتی که از روش مجموع وزنی ساده (SAW) <sup>۱</sup> بخواهیم یکی از این دو جواب را انتخاب نماییم، امتیاز هر یک از جواب‌ها را بدین صورت محاسبه می‌نماییم:

$$R_{v_i} = w_{Z_1^*} * Z_1^{*n} + w_{Z_2^*} * Z_2^{*n}$$

که در این رابطه  $R_{v_i}$ ، امتیاز گزینه  $v_1$  و  $v_2$ ،  $w_{Z_1^*}$  و  $w_{Z_2^*}$  به ترتیب وزن یا اهمیت تابع هدف اول یا دوم و  $Z_1^{*n}$  و  $Z_2^{*n}$  مقادیر نرمالیزه شده تابع هدف اول و دوم می‌باشد. بنابراین برای هر یک از جواب‌های کارایی بهینه اول و دوم داریم:

$$R_{v_1} = w_{Z_1^*} + 0.94 w_{Z_2^*}$$

$$R_{v_2} = 0.8 w_{Z_1^*} + w_{Z_2^*}$$

$$w_{Z_1^*} + w_{Z_2^*} = 1$$

با بررسی امتیاز هر یک از گزینه‌ها به این نتیجه می‌رسیم در صورتی که  $w_{Z_1^*} \geq 0.23$ ، گزینه اول انتخاب می‌گردد و تعداد ایستگاه‌های کاری برابر با ۴ عدد می‌باشد و در غیر این صورت گزینه دوم انتخاب

### 1. Simple Additive Weighting

- and space assembly line balancing problem. *Applied Soft Computing*, 13: 4370-4382.
- [13] Yang, C., Gao, J., Sun, L., (2013). "A multi-objective genetic algorithm for mixed-model assembly line rebalancing", *Computers & Industrial Engineering*, 65: 109-116.
- [14] Rabbani, M., Siadatian, R., Farrokhi-Asl, H., Manavizadeh, N., (2016). "Multi-objective optimization algorithms for mixed model assembly line balancing problem with parallel workstations", *Cogent Engineering*, 3(1): 1158903.
- [15] Dong, J., Zhang, L., Xiao, T., (2015). "A hybrid PSO/SA algorithm for bi-criteria stochastic line balancing with flexible task times and zoning constraints", *Journal of Intelligent Manufacturing*, 76: 1-15.
- [۹] دانش آموز، فاطمه، جباری، مونا، فتاحی، پرویز، (۱۳۹۳). ارائه مدلی برای زمانبندی خط تولید کارگاهی همراه با یک مرحله مونتاژ موازی با هدف کمینه‌سازی حداکثر دوره ساخت. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع و سیستم‌های تولید، دوره ۲(۴): ۵۳-۳۹
- [10] Graves, S.C., Redfield, C.H., (1988). "Equipment selection and task assignment for multiproduct assembly system design", *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 1: 31-50.
- [11] Oesterle, J., Amodeo, L., (2014). "Efficient Multi-objective Optimization Method for the Mixed-model-line Assembly Line Design Problem", *Procedia CIRP*, 17: 82-87.
- [12] Rada-Vilela, J., Chica, M., Cordón, Ó., Damas, S., (2013). "A comparative study of multi-objective ant colony optimization algorithms for the time



# An Augmented $\epsilon$ -Constraint Method for a Multi-Model Assembly Line Balancing Problem with Parallel Workstations and Zoning Constraints

E. Sane Zerang<sup>1</sup>, J. Heydari<sup>\*1</sup>

<sup>1</sup> Department of Industrial Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 28 January 2016  
Accepted 1 March 2017

### Keywords:

Multi-model assembly line  
Multi-objective Optimization  
Equipment Selection  
Parallel Workstations  
Augmented  $\epsilon$ -Constraint Method

## ABSTRACT

This paper develops a 0-1 integer-programming model for multi-model assembly line balancing and equipment selection problem. In the investigated model, parallel stations are allowed under zoning constraints. Under zoning constraints, assignment of different tasks to the same workstation may be forced (positive zoning constraint) or may be forbidden (negative zoning constraint). There are two objectives for the investigated problem: (1) Optimizing the number of workstations over the assembly line and (2) Minimizing the total equipment costs. An augmented  $\epsilon$ -constraint method is proposed to solve the investigated problem. To illustrate effectiveness of the proposed model, a numerical example is conducted. Results show the performance of the proposed model.

\* Corresponding author. Jafar Heydari  
Tel.: 021-82084489; E-mail address: [J.heydari@ut.ac.ir](mailto:J.heydari@ut.ac.ir)