



حل مدل ریاضی جدید برای مسأله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه چند هدفه و چند قرارگاهی با الگوریتم ژنتیک مرتب شده‌ی غیرمغلوب

رضا توکلی مقدم^{۱*}، شقایق مسعودی^۲، حامد اقبالی^۳

۱. استاد، دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران
۲. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران

خلاصه

مسأله مسیریابی وسایل نقلیه در حالت‌های متنوعی قابل بررسی است که دو نوع بسیار مهم و کاربردی از این مسایل؛ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی سخت و مسیریابی وسایل نقلیه چند قرارگاهی با وسایل نقلیه متفاوت می‌باشد. بیشتر مسایلی که در این زمینه مطرح شده‌اند، مربوط به مسایل تک هدفه با هدف حداقل کردن هزینه می‌باشند، اما پیچیدگی‌های مسایل واقعی عموماً کاربرد مسایل تک هدفه را به چالش می‌کشد. از این رو در این مقاله برای انطباق مسایل با دنیای واقعی، در ابتدا یک مدل چند هدفه ارائه می‌گردد که در آن علاوه بر حداقل کردن هزینه‌های کل، عدم تعادل در فواصل سفر و عدم تعادل در بار وسایل نقلیه نیز مد نظر قرار می‌گیرد. از آنجایی که این مسأله جزء مسایل NP-سخت می‌باشد، به منظور حل مدل ارائه شده از الگوریتم ژنتیک مرتب شده غیرمغلوب استفاده شده است. در نهایت برای نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی، جواب‌های به دست آمده در ابعاد کوچک با جواب‌های به دست آمده از روش محدودیت اسپیلون مقایسه شد. نتایج به دست آمده، نشان می‌دهند که درصد خطای توابع هدف نسبت به روش محدودیت اسپیلون در تمامی مسایل حل شده کمتر از ۴ درصد می‌باشد که این موضوع کارایی الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۳/۰۵/۲۲

پذیرش ۱۳۹۴/۱۰/۲۰

کلمات کلیدی:

مسیریابی وسایل نقلیه

چند قرارگاهی

پنجره زمانی

محدودیت اسپیلون

بهینه‌سازی چند هدفه

۱- مقدمه

مسایل بهینه‌سازی است، شامل تعیین مجموعه‌ای از مسیرها توسط یک ناوگان وسایل نقلیه یکسان برای سرویس دهی به مشتریانی می‌باشد که تقاضای آن‌ها از قبل معین است و در یک پنجره زمانی خدمت دریافت می‌کنند اما مسأله MDHVRP^۳ یکی از انواع مسایلی است که وسایل نقلیه دارای ظرفیت‌های متفاوتی هستند و به مرکز توزیع یا قرارگاه‌های متفاوتی تخصیص داده می‌شوند. بنابراین این مسأله شامل طراحی یک مجموعه از مسیرهایی است که در آن وسایل نقلیه با ظرفیت‌های متفاوت از یک قرارگاه شروع به حرکت می‌کنند، به مجموعه‌ای از مشتری‌ها که دارای تقاضای معینی هستند سرویس می‌دهند و در نهایت به همان قرارگاه بازمی‌گردند.

دنتزیگ و رامسر [۲] برای اولین بار مسأله مسیریابی را در قالب

مسأله‌ی VRP^۱ و انواع مختلف آن یک حوزه مطالعاتی مهم در صنعت لجستیک، حمل و نقل و زنجیره تأمین می‌باشد. صنعت لجستیک و به خصوص توزیع کالا به دلیل ارتباط با تصمیمات تولید، موجودی و همچنین هزینه‌های تحویل کالا به مشتری به عنوان نقطه عطفی در فعالیت‌های تجاری محسوب می‌شود. این مسایل از جمله مسایل بهینه‌سازی ترکیبی هستند که با شاخه‌های ریاضی، اقتصاد، علوم کامپیوتر و تحقیق در عملیات مرتبط هستند [۱]. دو نوع بسیار مهم و کاربردی از این مسایل؛ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی سخت و مسیریابی وسایل نقلیه چندقرارگاهی با در نظر گرفتن وسایل نقلیه متفاوت می‌باشد. مسأله VRPHTW^۲ که به عنوان یکی از مهم‌ترین

1 Vehicle Routing Problem (VRP)

2 VRP with Hard Time Windows

3 Multi-Depot Heterogeneous VRP

* نویسنده مسئول. رضا توکلی مقدم

تلفن: ۰۲۱۸۲۰۸۴۱۸۳؛ پست الکترونیکی: tavakoli@ut.ac.ir

می‌گردد. از طرفی برای اینکه مسأله بیان شده با شرایط دنیای واقعی سازگاری بیشتری داشته باشد، محدودیت‌های کاربردی از جمله امکان سفارش چندین محصول برای مشتریان، حجم محدود برای هر یک از قرارگاه‌ها و وسایل نقلیه و غیره در نظر گرفته شده است که با توجه به تجربه و دانش نویسندگان، تا کنون مورد توجه واقع نشده است و همانطور که توسط لنسترا و رینوی [۱۴] به اثبات رسیده است، این مسایل جزء مسایل NP-سخت محسوب می‌شوند، به همین دلیل با افزایش ابعاد مسأله باید از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسایل استفاده شود. از این رو، به منظور حل مدل ارائه شده در ابعاد بزرگ، الگوریتم NSGA-II ارائه شده است و به منظور اعتبارسنجی مدل و الگوریتم پیشنهادی نیز مسایلی به صورت نمونه و با ابعاد مختلف حل و نتایج، مورد تحلیل قرار گرفته است.

۲- مدل ریاضی پیشنهادی

همان‌طور که بیان شد، بیشتر مسایل مطرح شده در زمینه مسیریابی، از انواع مسایل تک هدفه هستند که معمولاً به دنبال حداقل کردن هزینه و مسافت سفر می‌باشند، در حالی که اغلب شرکت‌های بزرگ چند قرارگاه دارند و یک ناوگان وسایل نقلیه با ظرفیت‌های متفاوت را مدیریت می‌کنند و چند محصول متفاوت را به مشتریان می‌رسانند. از این رو در این قسمت با توجه به مرور ادبیاتی که شرح آن در بخش قبل ارائه گردید، جهت انطباق با مسایل روزمره، مدلی برای مسأله مطرح شده ارائه می‌گردد که در آن علاوه بر حداقل کردن هزینه‌های کل، توازن حجم کاری نیز در نظر گرفته شده است و همچنین برای اینکه مسأله یاد شده با شرایط دنیای واقعی سازگاری بیشتری داشته باشد، محدودیت‌های کاربردی برای مدل در نظر گرفته شده است.

اندیس‌ها و مجموعه‌های مدل

I : مجموعه تمام قرارگاه‌ها $\{1, 2, \dots, m\}$

J : مجموعه تمام مشتریان $\{m+1, m+2, \dots, n+m\}$

K : مجموعه تمام وسایل نقلیه موجود $\{1, 2, \dots, K\}$

R : مجموعه تمام مسیرهای موجود $\{1, 2, \dots, R\}$

P : مجموعه تمام کالاهای قابل توزیع $\{1, 2, \dots, P\}$

i : اندیس m قرارگاه $(i \in I)$

j : اندیس n مشتری $(j \in J)$

k : اندیس وسیله نقلیه $(k \in K)$

r : اندیس مسیر $(r \in R)$

p : اندیس کالا $(p \in P)$

پارامترهای ورودی مدل

Q_k : ظرفیت وسیله نقلیه k به واحد حجم

dem_{jp} : تقاضای مشتری j برای کالای p

t_{ik} : زمان سفر از گره i به گره k توسط وسیله نقلیه k

t_{ik} : زمان اتمام جمع‌آوری توسط وسیله k در قرارگاه i

P_k : هزینه حمل و نقل یک واحد بار توسط وسیله نقلیه k

یک مسأله مرکزی در حوزه حمل‌ونقل، توزیع و تدارکات مطرح کردند. سپس کلارک و رایت [۳] به منظور حل این مسأله، رویکرد ابتکاری الگوریتم صرفه جویی را پیشنهاد کردند، در ادامه تنجیاه، نیگارد و ژوئل [۴] برای مسأله VRPTW در حالت محدود بودن طول مدت سفر از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. توکلی مقدم و همکاران [۵] مسأله‌ی مسیریابی با طول مسیرهای مستقل را با هدف حداقل کردن هزینه ناوگان وسایل نقلیه ناهمگن و حداکثر استفاده از ظرفیت وسایل نقلیه مطرح کردند و با استفاده از شبیه‌سازی تیرید حل اولیه را برای مسائل با سایز بزرگ توسعه دادند. همچنین با گذشت زمان، مسأله MDVRP به دلیل انطباق با دنیای واقعی به شدت مورد توجه محققان قرار گرفت. میرابی، فاطمی قمی و جولای [۶] مسأله MDVRP را در نظر گرفتند و در این مسأله علاوه بر مسیریابی و زمانبندی، مسأله گروهبندی را هم مطرح کردند. آن‌ها برای حل مدل ارائه شده خود یک روش ابتکاری ترکیبی احتمالی کارا ارائه دادند که این روش ابتکاری یکی از بهترین روش‌های ابتکاری موجود است. بتینلی و همکاران [۷] این مسأله را با در نظر گرفتن پنجره زمانی و وسایل نقلیه متفاوت مطرح کردند و با استفاده از الگوریتم انشعاب، برش و هزینه یک رویکرد دقیق برای حل این مسأله ارائه نمودند.

قصیری و قنادپور [۸] یک مدل ریاضی جدید برای مسأله VRPTW و اهداف چندگانه مطرح کردند و برای مدلسازی این مدل چند هدفه از برنامه‌ریزی آرمانی و برای حل آن از یک الگوریتم ژنتیک کارآمد استفاده کردند. همچنین نوری و قنادپور [۹] یک الگوریتم ترکیبی برای حل مسأله MDVRP با پنجره زمانی پیشنهاد کردند. در ادامه قنادپور، نوری و توکلی مقدم [۱۰] یک مسأله مسیریابی-زمانبندی وسیله نقلیه چند هدفی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در درخواست و اولویت مشتری‌ها را مطرح کردند که در آن به دنبال حداقل کردن تعداد وسایل نقلیه، مسافت پیموده شده، زمان انتظار تحمیل شده به وسایل نقلیه و همچنین حداکثر کردن سطح رضایت مشتری‌ها بودند. همچنین کهنی و توکلی مقدم [۱۱] یک مدل مسیریابی وسایل نقلیه چند انباره مبتنی بر کاهش ریسک را با استفاده از الگوریتم خفاش چندهدفه حل نمودند. صباغ و همکاران [۱۲] نیز مسأله مسیریابی وسایل نقلیه وابسته به زمان با محدودیت‌های بارگیری دویعدی را مدلسازی و حل کردند. کریتیکوس و همکاران [۱۳] مدل جدیدی برای مسأله VRPTW با در نظر گرفتن وسایل نقلیه متفاوت ارائه کردند و از طریق روش ابتکاری درج اقدام به حل آن کردند.

بیشتر مسایلی که در این زمینه مطرح شده‌اند، مربوط به مسایل تک هدفه با هدف حداقل کردن هزینه می‌باشند اما پیچیدگی‌های مسایل واقعی عموماً کاربرد مسایل تک هدفه را به چالش می‌کشد. از این رو در این مقاله برای انطباق مسایل با دنیای واقعی، مدل جدیدی که تلفیقی از دو حالت بالا می‌باشد و در آن علاوه بر حداقل کردن هزینه‌های کل، عدم توازن حجم کاری نیز از دو دیدگاه: عدم توازن در فواصل سفر و عدم توازن بار وسایل نقلیه مد نظر قرار گرفته، ارائه

$$\text{Min } Z_3 : LI = L^{\max} - L^{\min} \quad (۵)$$

محدودیت‌های مسأله به شرح زیر می‌باشد:

$$\sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in J \quad (۶)$$

$$\sum_{j \in (I \cup J)} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in I \quad (۷)$$

$$\left(\sum_{j \in J} \sum_{p \in P} (Vol_p \cdot dem_{jp}) \times \left(\sum_{i \in (I \cup J)} x_{ijk} \right) \right) \leq Q_k \quad (۸)$$

$$\forall k \in K, \forall r \in R$$

$$\sum_{i \in (I \cup J)} x_{ijk} - \sum_{j \in (I \cup J)} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, \forall r \in R \quad (۹)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} x_{ijk} \leq K \quad (۱۰)$$

$$-z_{ij} + \sum_{y \in (I \cup J)} (x_{iyk} + x_{yjk}) \leq 1 \quad (۱۱)$$

$$\forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall r \in R$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{p \in P} dem_{jp} \cdot z_{ij} \leq Cap_i \quad \forall i \in I \quad (۱۲)$$

$$S_{ik} + t_{ijk} + T_j - S_{jk} \leq M \cdot (1 - x_{ijk}) \quad (۱۳)$$

$$\forall i, j \in J, \forall k \in K, \forall r \in R$$

$$t_{ik} + t_{ijk} + T_j - S_{jk} \leq M \cdot (1 - x_{ijk}) \quad (۱۴)$$

$$\forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall r \in R$$

$$a_j \leq S_{jk} \leq b_j \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (۱۵)$$

$$Y_{ir} - Y_{jr} + N \cdot x_{ijk} \leq N - 1, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall r \in R \quad (۱۶)$$

$$\sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} \sum_{r=1}^R d_{ij} \cdot x_{ijk} \leq D^{\max} \quad \forall k \in K \quad (۱۷)$$

$$D^{\min} \leq \sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} \sum_{r=1}^R d_{ij} \cdot x_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (۱۸)$$

$$\sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^R dem_{jp} \cdot x_{ijk} \leq L^{\max} \quad \forall k \in K \quad (۱۹)$$

$$L^{\min} \leq \sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^R dem_{jp} \cdot x_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (۲۰)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall r \in R \quad (۲۱)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (۲۲)$$

$$Y_{ir} \geq 0 \text{ و عدد صحیح } \forall i \in I, \forall r \in R \quad (۲۳)$$

$$S_{jk}, D^{\max}, D^{\min}, L^{\max}, L^{\min} \geq 0 \quad (۲۴)$$

$$\forall j \in J, \forall k \in K$$

محدودیت (۶) سبب می‌شود تا هر مشتری به یک وسیله نقلیه و یک مسیر توزیع اختصاص یابد. محدودیت (۷) سبب می‌شود تا هر قرارگاه توسط یک وسیله نقلیه و یک مسیر توزیع و به مشتریان خدمت

a_j : زودترین زمانی که مشتری از اجازه دریافت سرویس را دارد

b_j : دیرترین زمانی که مشتری از اجازه دریافت سرویس را دارد

Vol_p : حجم هر قلم کالای p

Cap_i : حداکثر ظرفیت قرارگاه i

T_j : مدت زمان تخلیه بار مشتری j

d_{ij} : مسافت پیموده شده از گره i تا گره j

vc_i : هزینه متغیر هر واحد خروجی قرارگاه i

fc_{ij} : هزینه ثابت ارسال تقاضاها از قرارگاه i به مشتری j

M : یک عدد به دلخواه بزرگ ($M \gg \infty$)

متغیرهای تصمیم‌گیری مدل

x_{ijk} : اگر وسیله نقلیه k در مسیر r بلافاصله از نقطه i به نقطه j برود،

یک و در غیر این صورت صفر

z_{ij} : اگر مشتری j به قرارگاه i تخصیص داده شود، یک و در غیر این

صورت صفر می‌شود.

S_{jk} : زمان شروع سرویس‌دهی مشتری j توسط وسیله نقلیه k

Y_{ir} : متغیر کمکی برای حذف زیرتوره‌های مسیر r

D^{\max} : متغیر کمکی برای خطی کردن تابع هدف دوم (حداکثر مسافت

طی شده توسط وسیله نقلیه)

D^{\min} : متغیر کمکی برای خطی کردن تابع هدف دوم (حداقل مسافت

طی شده توسط وسیله نقلیه)

L^{\max} : متغیر کمکی برای خطی کردن تابع هدف سوم (حداکثر بار حمل

شده توسط وسیله نقلیه)

L^{\min} : متغیر کمکی برای خطی کردن تابع هدف سوم (حداقل بار حمل

شده توسط وسیله نقلیه)

مدل ریاضی مسأله، یک مدل سه هدفه می‌باشد که تابع هدف اول

به حداقل کردن کل هزینه‌ها اختصاص دارد. تابع هدف دوم و سوم به

حداقل کردن عدم تعادل در فواصل سفر و مقدار بار حمل شده توسط

وسایل نقلیه می‌پردازد:

$$\text{Min } Z_1 = \left(\sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{j \in (I \cup J)} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} P_k \cdot d_{ij} \cdot x_{ijk} \right) + \quad (۱)$$

$$\left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} (vc_i \cdot dem_{jp}) + fc_{ij} \right) \times z_{ij}$$

$$\text{Min } Z_2 : DI = \max \left(\sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{j \in (I \cup J)} \sum_{r \in R} d_{ij} \cdot x_{ijk} \right) - \quad (۲)$$

$$\min \left(\sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{j \in (I \cup J)} \sum_{r \in R} d_{ij} \cdot x_{ijk} \right)$$

$$\text{Min } Z_3 : LI = \max \left(\sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{j \in (I \cup J)} \sum_{p \in P} \sum_{r \in R} dem_{jp} \cdot x_{ijk} \right) - \quad (۳)$$

$$\min \left(\sum_{i \in (I \cup J)} \sum_{j \in (I \cup J)} \sum_{p \in P} \sum_{r \in R} dem_{jp} \cdot x_{ijk} \right)$$

از آنجا که این توابع غیر خطی می‌باشند روابط خطی آن‌ها در روابط

(۴) و (۵) نشان داده شده است:

$$\text{Min } Z_2 : DI = D^{\max} - D^{\min} \quad (۴)$$

داده ($K=1$). در مرحله بعد مقادیر توابع هدف باید به صورت جداگانه محاسبه شود و پس از آن روش مرتب‌سازی نامغلوب انجام می‌شود، در حقیقت، در این مرحله می‌بایست ذرات را بر مبنای مغلوب بودن، مرتب و آن‌ها را در جبهه‌ها تقسیم‌بندی کرد. هر چه شماره جبهه‌ها کمتر باشد، به این معنی است که ذراتی که در آن هستند تعداد بیشتری از ذرات را مغلوب کرده‌اند. در قسمت بعدی فاصله ازدحامی باید محاسبه شود که این پارامتر برای هر عضو در هر گروه محاسبه می‌شود و بیانگر اندازه‌ای از نزدیکی نمونه مورد نظر به دیگر اعضای جمعیت آن دسته و گروه می‌باشد. مقدار بزرگ این پارامتر منجر به واگرایی و گستره بهتری در مجموعه اعضای جمعیت خواهد شد که این پارامتر به صورت زیر محاسبه می‌شود (روابط ۲۵ و ۲۶):

$$CD_K = I(d_k)_1 + \dots + I(d_k)_m \quad (25)$$

$$I(d_k).m = \frac{I(K+1).m - I(K-1).m}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \quad (26)$$

در رابطه (۲۵) منظور از فاصله ازدحامی $I(d_k).m$ در تابع هدف m است و به منظور محاسبه فاصله ازدحامی کل می‌بایست $I(d_k)$ برای تمامی توابع هدف محاسبه و جمع شود که در رابطه (۲۶) مشخص شده است. پس از جبهه بندی ذرات بر مبنای میزان مغلوب کردن سایر ذرات و به منظور ایجاد نسل بعدی، تعدادی از آن‌ها انتخاب می‌شوند. که در این مقاله به منظور تعیین ذره‌ها از روش دودویی استفاده شده است. به این منظور ابتدا دو ذره به طور تصادفی انتخاب می‌شوند، بین آن‌ها مقایسه انجام می‌گیرد و هر کدام که بهتر بود به مخزن جواب‌ها اضافه می‌شود. با تکرار عملگر انتخاب دو-دویی بر روی جمعیت هر نسل، مجموعه‌ای از ذرات آن نسل برای شرکت در تقاطع و جهش انتخاب می‌شوند. بر روی بخشی از مجموعه ذرات انتخاب شده، عمل تقاطع و بر روی بقیه، عمل جهش انجام می‌شود و جمعیتی از فرزندان و جهش یافتگان ایجاد می‌شود (شکل‌های ۱ و ۲).

در ادامه، این جمعیت با جمعیت اصلی ادغام می‌شود، سپس اعضای جمعیت در درجه اول بر حسب رتبه، و در درجه دوم بر حسب فاصله ازدحامی مرتب سازی می‌شوند. برابر با تعداد افراد جمعیت اصلی، اعضای از بالای فهرست مرتب شده انتخاب می‌شوند و بقیه اعضای جمعیت دور ریخته می‌شوند. اعضای انتخاب شده جمعیت نسل بعدی را تشکیل می‌دهند. و چرخه مذکور در این بخش، تا محقق شدن شرایط خاتمه، تکرار می‌شود.

در این مقاله به منظور نمایش جواب‌ها یک کروموزوم به صورت یک ماتریس با M سطر و $N+2$ ستون تعریف می‌شود که سطرهای ۱ تا M نشان دهنده قرارگاه‌ها و ستون‌های ۱ تا N نیز نشان دهنده توالی مشتریان می‌باشند (شکل ۳).

ارائه دهد. محدودیت (۸) نشان دهنده ظرفیت وسیله نقلیه است. محدودیت (۹) سبب ایجاد حلقه می‌شود. محدودیت (۱۰) ظرفیت وسایل نقلیه را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۱) بیان می‌کند که مشتری می‌تواند به یک قرارگاه اختصاص یابد اگر و تنها اگر بین مشتری j و قرارگاه i مسیری وجود داشته باشد. محدودیت (۱۲) اطمینان می‌دهد تا حداکثر کالایی که از هر قرارگاه خارج می‌شود از ظرفیت آن قرارگاه تجاوز نکند. محدودیت‌های (۱۳) تا (۱۵) نشان دهنده پنجره زمانی می‌باشند. محدودیت (۱۶) مربوط به حذف زیرتورها است. محدودیت‌های (۱۷) تا (۲۰) به منظور تبدیل توابع غیرخطی به حالت خطی به مدل اضافه می‌شوند. محدودیت‌های (۲۱) و (۲۲) بیانگر این هستند که متغیرهای تصمیم باید باینری باشند. محدودیت (۲۳) بیانگر این است که متغیر کمکی که برای حذف زیرتورهای مسیر r تعریف می‌شود باید عدد صحیح باشد و در نهایت محدودیت (۲۴) نیز بیان کننده علامت متغیرهای تصمیم گیری می‌باشد.

۳- روش حل

۳-۱ روش محدودیت اسپیلون

روش محدودیت اسپیلون یکی از رویکردهای شناخته شده برای مواجهه با مسایل چند هدفه می‌باشد که با انتقال تمامی توابع هدف به جز یکی از آنها در هر مرحله به محدودیت به حل این نوع مسایل می‌پردازد. مرز پارتو می‌تواند با روش قید ϵ ایجاد گردد.

$$\begin{aligned} \min \quad & f_1(x) \\ & x \in X \\ & f_2(x) \leq \epsilon_2 \\ & \dots \\ & f_n(x) \leq \epsilon_n \end{aligned}$$

گام‌های روش ϵ -Constraint به صورت زیر می‌باشد.

۱. یکی از توابع هدف را به عنوان تابع هدف اصلی انتخاب نمایید
۲. هر بار با توجه به یکی از توابع هدف مسأله را حل کنید و مقادیر بهینه و ندیر هر تابع هدف را به دست آورید.
۳. بازه بین دو مقدار بهینه و ندیر توابع هدف فرعی را به تعداد از قبل مشخص تقسیم‌بندی کنید و یک جدول مقادیر برای $\epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ بدست آورید.
۴. هر بار مسأله را با تابع هدف اصلی با هر یک از مقادیر $\epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ حل کنید.
۵. جوابهای پارتویی یافته شده را گزارش کنید.

۳-۲ الگوریتم ژنتیک مرتب شده غیر مغلوب (NSGA-II)

در این مقاله به منظور یافتن جواب‌های پارتو از روش NSGA-II استفاده شده است که به این منظور، گام‌های زیر باید طی شود [۱۳]:
برای انجام این الگوریتم در ابتدا یک جواب اولیه تصادفی به اندازه $popsize, 2, \dots, I$ تولید کرده و k تعداد تکرار الگوریتم را برابر یک قرار

زمان جمع‌آوری کالاهای درخواستی در قرارگاه در بازه (۳-۰.۵) ساعت، مسافت بین گره‌ها در بازه (۱۴۰-۴۰)، هزینه حمل یک واحد بار توسط وسیله نقلیه در بازه (۳۰۰-۱۰۰)، هزینه متغیر هر واحد خروجی از قرارگاه در بازه (۱۵۰-۵۰) و هزینه ثابت نیز در بازه (۱۵۰۰-۸۰۰) در نظر گرفته شده است.

۴-۱ بررسی الگوریتم ارائه شده در مسایل نمونه کوچک

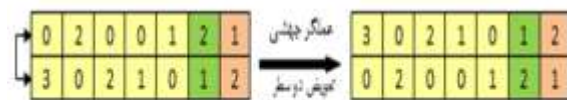
در این قسمت به منظور نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی، ۸ مسأله نمونه در ابعاد کوچک تولید شد. ابعاد مسایل با $I \times J \times K \times P$ نشان داده شده است که I تعداد قرارگاه‌ها، J تعداد مشتری‌ها، K تعداد وسایل نقلیه و P تعداد انواع کالاها می‌باشد. نتایج حاصل از این الگوریتم‌ها با نتایج حاصل از روش دقیق مقایسه شد که این نتایج در جدول زیر نشان داده شده است (جدول ۱).

در روش دقیق تعداد ۴ شکست برای هر تابع هدف در نظر گرفته شد و در مجموع حداکثر ۱۶ نقطه پارتویی برای هر مسأله تولید شد. بررسی زمان حل مسایل در روش دقیق با روش فراابتکاری پیشنهادی نشان از افزایش بسیار زیاد زمان حل در مقایسه با روش دقیق داشته و در مقابل، زمان لازم برای حل مسأله به وسیله روش NSGA-II با افزایش خطی در حل مسایل مواجه است که با بررسی افزایش زمان‌های حل نیز می‌توان به تاثیر بالای افزایش وسایل نقلیه در زمان حل مسایل پی برد. به طور متوسط زمان حل مسایل توسط روش دقیق برابر با ۱۰۷۵،۷۵ ثانیه است، در حالی که این مقدار برای روش فراابتکاری ۱۹،۹۷ ثانیه می‌باشد، همچنین مقدار خطای به دست آمده در تمامی موارد کمتر از ۰.۴٪ می‌باشد که این امر نشان دهنده عملکرد بسیار مناسب روش فراابتکاری پیشنهادی دارد.

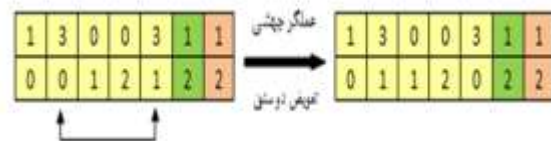
۴-۲ بررسی الگوریتم ارائه شده در مسایل نمونه بزرگ

به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم ارائه شده در ابعاد بزرگ نیز ۱۶ مجموعه جواب در نظر گرفته شده است که جدول شماره زیر ابعاد هر یک از این مسایل را نشان می‌دهد. از طرفی عملکرد الگوریتم‌های چندهدفه بسیار پیچیده تر از الگوریتم‌های تک هدفه می‌باشد و با توجه به معیارهای ارائه شده، یک شاخص ارزیابی نمی‌تواند برای بررسی جواب‌های حاصل از الگوریتم‌های ارائه شده کافی باشد. از این رو در این مقاله برای بررسی کیفیت جواب‌های حاصل از الگوریتم در ابعاد بزرگ، از سه شاخص مقایسه؛ تعداد جواب‌های غیرمغلوب یافت شده (NPS)، پراکندگی (DM) و فاصله (SM) استفاده می‌شود. شاخص NPS تعداد جواب‌های پارتوی به دست آمده توسط هر الگوریتم را نشان می‌دهد. در حقیقت این شاخص، به مقایسه کیفیت جواب‌های پارتوی به دست آمده توسط روش‌های مختلف می‌پردازد که هر چه این مقدار بالاتر باشد، الگوریتم، از کیفیت بالاتری برخوردار است.

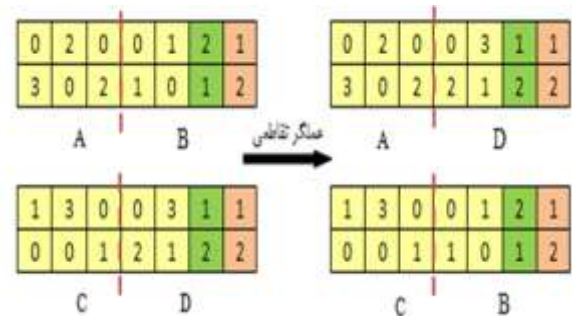
شاخص DM برای تعیین میزان تنوع و جواب‌های غیر مغلوب یافت شده بر روی مرز بهینه استفاده می‌گردد که هر چه بیشتر باشد، بهتر است و معیار SM یکنواختی قانون توزیع جواب‌های غیر مغلوب به دست آمده توسط هر الگوریتم را به دست می‌آورد که هر چه کمتر



شکل (۱): عملگر جهشی



شکل (۲): عملگر تقاطعی



	C_1	C_2		C_n	R	D
K_1	X_{11}	X_{12}		X_{1n}	r_i	D_i
K_1	X_{21}	X_{22}		X_{2n}	r_i	D_i
K_1	X_{31}	X_{32}		X_{3n}	r_i	D_i
K_m	X_{m1}	X_{m2}		X_{mn}	r_i	D_i

← 1st Part
← 2nd Part
← 3trd Part

شکل (۳): شیوه نمایش جواب‌ها

۴- نتایج محاسباتی

از آنجایی که مدل پیشنهادی جدید بوده، طبق تحقیق‌های صورت گرفته، مسایل نمونه معیاری برای مسأله مطرح شده وجود ندارد و از مقالات ارائه شده در حوزه VRP برای تولید تصادفی مسایل نمونه بهره برده می‌شود. در این قسمت به منظور اثبات کارآمدی الگوریتم پیشنهادی، دو نمونه مسأله یکی در ابعاد کوچک و دیگری در ابعاد بزرگ طراحی شده است. در نمونه اول دسته‌ای از مسایل نمونه کوچک به وسیله الگوریتم پیشنهادی حل شده و جواب‌های حاصل با جواب‌های حاصل از روش دقیق ϵ -constraint مقایسه خواهد شد و در نمونه دوم عملکرد الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی در حل مسایل بزرگ و با ابعاد واقعی بررسی می‌گردد. به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل مسایل با ابعاد کوچک و بزرگ از توزیع احتمال یکنواخت استفاده شده است، به این صورت که میزان تقاضای مشتری‌ها از توزیع یکنواخت در بازه (۳-۶) کارتن پیروی می‌کند، همچنین مدت زمان تخلیه بار نزد مشتری در بازه (۲-۰.۵) ساعت،

نشان می‌دهد. با توجه به نتایج به دست آمده از این جدول، می‌توان به این نتایج رسید که الگوریتم NSGA-II با ۵۰۰ تکرار از نظر هر سه شاخص، عملکرد بهتری نسبت به ۵۰ و ۲۰۰ بار تکرار الگوریتم دارد. همچنین در مورد زمان حل نیز، با افزایش تکرارها به مراتب زمان حل نیز افزایش می‌یابد (جدول ۲).

باشد، بهتر است. نتایج حاصل از روش NSGA-II در جدول زیر نشان داده شده است که در این جدول دو ستون اول از سمت چپ مربوط به مشخصات مسأله می‌باشد، چهار ستون بعدی مربوط به زمان و شاخص‌های مقایسه برای ۵۰ بار تکرار الگوریتم است و ستون‌های بعدی نیز همین مشخصات را برای ۲۰۰ و ۵۰۰ بار تکرار الگوریتم را

جدول (۱): مقایسه نتایج محاسباتی روش‌های ε-constraint و NSGA-II برای حل مسایل با ابعاد کوچک

ردیف	ابعاد مسأله (I×J×K×P)	ε-constraint				NSGA-II				خطای NSGA-II (%)		
		هدف ۱	هدف ۲	هدف ۳	زمان حل	هدف ۱	هدف ۲	هدف ۳	زمان حل	هدف ۱	هدف ۲	هدف ۳
۱	۲×۵×۲×۲	۹۹۲۷۱	۴۴۰	۴۸	۶۰	۱۰۴۲۹۶	۴۶۰	۵۰	۱۶,۹۸	٪۵,۰۶	٪۴,۵۵	٪۴,۱۷
۲	۲×۵×۲×۳	۷۰۰۰۱,۴	۳۹۴	۶۶,۲	۴۱	۷۰۰۰۱,۴	۳۹۴	۶۶	۱۰,۲	٪۰,۰۰	٪۰,۰۰	٪۰,۶۶
۳	۲×۵×۳×۳	۷۷۲۵۲,۸	۳۸۴	۶۸,۴	۷۳۰	۸۱۴۵۳,۶	۴۲۳	۶۸,۴	۷,۷۳	٪۵,۴۴	٪۱۰,۱۶	٪۰,۰۰
۴	۳×۵×۳×۲	۵۳۰۴۰	۴۱۵	۴۲	۱۹۴۲	۵۳۰۴۰	۴۱۵	۴۲	۲۴,۸۸	٪۰,۰۰	٪۰,۰۰	٪۰,۰۰
۵	۳×۵×۳×۳	۷۷۲۰۶,۷	۳۷۶	۷۰,۸	۱۶۱۲	۷۷۲۰۶,۷	۳۷۶	۷۱,۱	۲۴,۹۲	٪۰,۰۰	٪۰,۰۰	٪۰,۴۲
۶	۴×۵×۲×۳	۷۱۶۹۶	۴۰۰	۶۵	۱۱۶	۷۴۲۸۰	۴۱۷	۶۵,۲	۲۱,۰۴	٪۳,۶۰	٪۴,۲۵	٪۰,۳۱
۷	۴×۵×۳×۲	۷۰۶۱۳	۳۹۳	۴۲	۲۹۳۷	۷۶۳۱۱	۴۳۰	۴۲	۲۹,۱۱	٪۸,۰۷	٪۹,۴۱	٪۰,۰۰
۸	۴×۵×۳×۳	۷۲۳۵۵,۶	۳۸۰	۶۶,۳	۱۱۶۸	۷۴۰۹۹,۶	۳۸۲	۶۶	۲۴,۹۷	٪۲,۴۱	٪۰,۵۳	٪۰,۶۶
میانگین		۷۳۹۲۹,۵	۳۹۷,۷۵	۵۸,۵۹	۱۰۷۵,۷۵	۷۶۳۳۶,۰۳	۴۱۲,۱	۵۸,۸۳	۱۹,۹۷	٪۳,۰۷	٪۳,۶۱	٪۰,۷۸

جدول (۲): مقایسه نتایج محاسباتی الگوریتم NSGA-II برای حل مسایل با ابعاد بزرگ

ردیف	ابعاد مسأله (I×J×K×P)	NSGA-II با ۵۰ تکرار				NSGA-II با ۲۰۰ تکرار				NSGA-II با ۵۰۰ تکرار			
		زمان حل	NPS	DM	SM	زمان حل	NPS	DM	SM	زمان حل	NPS	DM	SM
۱	۵×۲۵×۸×۵	۱۱,۴۲	۳۹	۲۳۸۸,۱۵	۰,۸۳	۵۳,۴۶	۴۸	۲۹۹۴,۴۳	۰,۷۴	۱۲۵,۳۸	۴۵	۲۲۶۸,۸۵	۰,۶
۲	۵×۲۵×۸×۱۰	۱۱,۶۹	۴۶	۲۲۸۵,۳۴	۰,۸۷	۴۹,۳۱	۳۹	۱۹۰۸,۳۳	۰,۷۷	۱۲۲,۰۸	۳۸	۱۹۰۳,۹۵	۰,۶
۳	۵×۲۵×۱۰×۵	۱۲,۹۱	۵۱	۲۸۳۰,۴۲	۰,۶۲	۵۴,۷۶	۵۳	۲۷۶۱,۷۲	۰,۹۵	۱۴۴,۲۸	۶۱	۳۰۸۰,۳۳	۰,۷۱
۴	۵×۲۵×۱۰×۱۰	۱۲,۷۷	۵۵	۲۷۴۱,۸۳	۰,۶۲	۶۰,۳۵	۶۰	۳۸۳۳,۱۴	۰,۸۴	۱۶۹,۵۷	۷۷	۳۹۶۳,۷۲	۰,۸۶
۵	۱۰×۲۵×۸×۵	۱۳,۳۱	۳۲	۱۹۳۷,۹۳	۰,۹۵	۶۴,۸۸	۵۹	۳۲۳۵,۷۰	۰,۸۱	۱۴۶,۵۸	۴۰	۲۵۵۶,۰۲۶	۰,۸۵
۶	۱۰×۲۵×۸×۱۰	۱۲,۹۸	۴۲	۲۰۸۷,۹۵	۰,۹۱	۶۳,۶۸	۶۷	۳۷۰۳,۱۹	۰,۸۸	۱۷۰,۷۱	۷۴	۴۰۶۳,۷۸	۰,۷۹
۷	۱۰×۲۵×۱۰×۵	۱۲,۷۶	۴۸	۲۸۵۵,۸۹	۰,۸۸	۵۸,۲۱	۵۳	۳۸۰۶,۹۲	۰,۹۲	۱۵۷,۷۳	۷۹	۴۰۷۸,۲۵	۰,۸۳
۸	۱۰×۲۵×۱۰×۱۰	۱۲,۸۲	۵۰	۲۸۶۶,۹۴	۰,۹۹	۵۷,۵۱	۴۷	۳۱۱۸,۵۱	۰,۵۸	۱۶۰,۴۳	۷۳	۳۶۹۳,۹۷	۰,۸۲
۹	۵×۴۰×۸×۵	۱۲,۷۹	۴۱	۲۳۰۳,۵۲	۰,۷۷	۴۸,۷۴	۳۲	۲۳۲۶,۳۴	۰,۸۲	۱۲۷,۶	۳۸	۲۲۷۷,۷۸	۰,۷۴
۱۰	۵×۴۰×۸×۱۰	۱۲,۸۲	۵۵	۳۳۰۰,۵۵	۰,۸۶	۵۹,۳۸	۵۱	۳۳۱۷,۸۹	۰,۸۸	۱۶۴,۰۱	۶۸	۳۹۷۳,۸۱	۰,۹۷
۱۱	۵×۴۰×۱۰×۵	۱۴,۱۶	۴۰	۲۵۷۰,۵۳	۰,۸۵	۵۴,۵۷	۵۵	۳۷۳۷,۴۵	۰,۷۶	۱۵۶,۱۹	۶۶	۳۶۸۸,۷۲	۰,۷۸
۱۲	۵×۴۰×۱۰×۱۰	۱۲,۳۴	۳۷	۲۸۸۵,۸۵	۰,۷۲	۵۲,۶۶	۳۷	۳۱۶۷,۷۲	۰,۸۷	۱۲۹,۸۵	۴۸	۳۷۶۳,۵۶	۰,۶
۱۳	۱۰×۴۰×۸×۵	۱۵,۳۲	۵۵	۳۱۲۲,۷۴	۰,۸۹	۷۰,۲۳	۶۰	۳۶۴۷,۷۷	۰,۷۲	۱۷۲,۶	۶۸	۳۹۲۳,۶۱	۰,۷۵
۱۴	۱۰×۴۰×۸×۱۰	۱۶,۲۱	۶۰	۳۴۷۱,۳۱	۰,۹۵	۶۳,۵۱	۵۰	۳۷۷۷,۶۴	۰,۶۹	۱۷۶,۲۹	۶۶	۳۷۶۳,۵۶	۰,۷
۱۵	۱۰×۴۰×۱۰×۵	۱۵,۵۶	۵۷	۳۶۸۹,۲۶	۰,۸۲	۷۳,۲۴	۶۸	۴۷۳۷,۹۶	۰,۷۸	۱۸۰,۸	۷۳	۳۶۸۸,۷۲	۰,۸۲
۱۶	۱۰×۴۰×۱۰×۱۰	۱۴,۲۷	۳۵	۲۲۴۵,۱۹	۱,۰۴	۶۲,۰۶	۴۴	۲۸۶۵,۲۱	۰,۶۶	۱۸۷,۴۵	۷۵	۴۰۷۸,۲۵	۰,۸۶
میانگین		۱۳,۳۸	۴۶,۴۳	۲۷۲۳,۹۶	۰,۸۵	۵۹,۱۶	۵۱,۴۳	۳۳۰۸,۷۵	۰,۷۹	۱۵۵,۷۲	۶۱,۸۱	۳۴۲۲,۹۹	۰,۷۷

independent route length, Applied Mathematics and Computation, 176:445-454.

[۵] توکلی مقدم، ر.، نوروزی، ن.، سلامت بخش، ع.ر.، علینقیان، م. (۱۳۹۰)، مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن ایجاد توازن در توزیع کالاها با استفاده از الگوریتم بهبود یافته بهینه سازی انبوه ذرات، پژوهشنامه حمل و نقل، سال هشتم، شماره ۴، زمستان: ۳۶۳-۳۷۵.

[6] Mirabi, M., Fatemi Ghomi, S.M.T. & Jolai F. Efficient stochastic hybrid heuristics for the multi-depot vehicle routing problem, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 2010; 26(564-569).

[7] Bettinelli, A., Ceselli, A. Righini, G. (2011). A branch-and-cut-and-price algorithm for the multi-depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows, Transportation Research - Part C, 19:723-740.

[8] Ghoseiri, K., Ghannadpour, S.F. (2010). Multi-objective vehicle routing problem with time windows using goal programming and genetic algorithm, Applied Soft Computing, 10:1096-1107.

[9] Noori, S. & Ghannadpour, S.F. (2012). High-level relay hybrid metaheuristic method for multi-depot vehicle routing problem with time windows, Journal of Mathematical Modeling and Algorithms, 11:159-179.

[10] Ghannadpour, S.F., Noori, S., Tavakkoli-Moghaddam, R. (2014). A multi-objective vehicle routing and scheduling problem with uncertainty in customers' request and priority, Journal of Combinatorial Optimization, 28:414-446.

[۱۱] کهنفی، ع.، توکلی مقدم، ر. (۱۳۹۴)، حل مدل مسیریابی وسایل نقلیه چندانباره مبتنی بر کاهش ریسک با استفاده از یک الگوریتم خفاش چندهدفه، مهندسی حمل و نقل، سال ششم، شماره سوم: ۵۰۷-۵۲۲.

[۱۲] صباغ، م.، س.، علینقیان، م.، زمانلو، ک. (۱۳۹۴)، مسأله مسیریابی وسایل نقلیه وابسته به زمان با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی: مدل‌سازی و حل، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، دوره سوم، شماره پنجم: ۴۳-۵۹.

[13] Kritikos, M.N. Ioannou, G. (2013). The heterogeneous fleet vehicle routing problem with overloads and time windows, Int. J. of Production Economics, 144:68-75.

[14] Lenstra, J.K. Rinnooy Kan, A.H.G. (1981). Complexity of vehicle and scheduling problem, Networks, 11:221-227.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به منظور انطباق با مسایل روزمره، مدلی برای مسأله مسیریابی چند قرارگاهی با در نظر گرفتن پنجره زمانی ارائه شد که در آن علاوه بر حداقل کردن هزینه‌های کل، توازن حجم کاری (عدم توازن مسیر/ عدم توازن بار) وسایل نقلیه نیز در نظر گرفته شده است و برای اینکه مسأله یاد شده با شرایط دنیای واقعی سازگاری بیشتری داشته باشد، محدودیت‌هایی از جمله ظرفیت متفاوت برای وسایل نقلیه، امکان سفارش چندین محصول برای مشتری‌ها، حجم محدود برای هر یک از قرارگاه‌ها و وسایل نقلیه نیز در نظر گرفته شده است که با توجه به دانش نویسنده تاکنون در مرور ادبیات، مورد توجه قرار نگرفته است. از آنجایی که مسأله مسیریابی وسایل نقلیه ارائه شده در این مقاله از جمله مسایل NP-سخت می‌باشد و حل مدل توسط روش‌های سنتی بهینه سازی غیر ممکن است و یا نیازمند صرف زمان زیادی خواهد بود، بنابراین برای حل مدل پیشنهادی الگوریتم NSGA-II ارائه گردید و درصد خطای توابع هدف نسبت به روش دقیق در تمامی مسایل حل شده، کمتر از ۴٪ گزارش شد که این موضوع، کارآیی روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. برای بررسی کیفیت جواب‌های حاصل از روش NSGA-II در ابعاد بزرگ از سه شاخص؛ تعداد جواب‌های پارتو، پراکندگی و فاصله استفاده شد که با توجه به نتایج می‌توان گفت که الگوریتم با ۵۰۰ تکرار نسبت به ۲۰۰ و ۵۰ تکرار، عملکرد بهتری دارد. در تحقیقات آتی استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری جدید مانند الگوریتم زنبور عسل چند هدفه و الگوریتم خفاش چندهدفه و مقایسه نتایج آن با نتایج به‌دست آمده از این مقاله پیشنهاد می‌گردد. همچنین توسعه مدل مسأله در شرایط وابسته به زمان و بکارگیری پنجره زمانی نرم جهت بازدید مشتریان، می‌تواند در نزدیک شدن مدل مسأله به شرایط واقعی تاثیر گذار باشد.

۶- مراجع

- [1] Baños, R., Ortega, J., Gil, C. (1959). Márquez, A.L. & de Toro, F. A hybrid meta-heuristic for multi-objective vehicle routing problems with time windows, Computers & Industrial Engineering 2013; 65(286-296).
- [2] Dantzig, G.B. & Ramser, J.H. The truck dispatching problem, Management Science, 6(80-91).
- [3] Clarke, G., Wright, J.W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points, Operations Research, 12:568-581.
- [4] Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., Gholipour, Y. (2006). A hybrid simulated annealing for capacitated vehicle routing problems with the



Solving a New Mathematical Model for a Multi-Objective and Multi-Depot Vehicle Routing Problem by a Non-dominated Sorting Genetic Algorithm

R. Tavakkoli-Moghaddam^{1*}, S. Masoudi², H. Eghbali²

1. School of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
2. School of Industrial Engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 12 August 2015
Accepted 10 January 2016

Keywords:

Vehicle Routing
Multi Depots
Time Windows
 ϵ -Constraint
Multi-objective Optimization

ABSTRACT

The vehicle routing problem (VRP) can be studied in variant cases, in which two related important problems are the VRP with hard time windows and the multi-depot VRP with heterogeneous vehicles. Most problems presented in this field are single-objective problems with the aim of the minimum cost; however, the complexity of real problems usually doubts the use of single objective problems. This paper considers not only the minimum travel cost, but also the distance travelled by the used vehicles and their loads. Since this problem is the NP-hard one, the non-dominated sorted genetic algorithm - II is used. To show its efficiency for solving small-sized problems, the obtained results are evaluated with the results obtained by the ϵ -constraint method. The results show that the obtained gap of the objective function values is less than 4% in all the solved problems indicating the efficiency of the proposed algorithm.

* Corresponding author. Reza Tavakkoli-Moghaddam
Tel.: 02182084183; E-mail addresses: tavakoli@ut.ac.ir