



## مدل‌سازی ریاضی مسأله مکان‌یابی - مسیریابی با در نظر گرفتن ظرفیت، تنوع و محدودیت تردد وسایل حمل و نقل و توسعه یک مدل حل مبتنی بر الگوریتم کلونی مورچگان

سیدمحمدحسن حسینی<sup>۱\*</sup>، سهیلا خلجی علیایی<sup>۲</sup>

۱. استادیار دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه شاهرود، شاهرود  
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور، تهران

### خلاصه

مسأله مکان‌یابی مسیریابی با هدف مشخص نمودن همزمان تصمیمات مربوط به مکان‌یابی مراکز عرضه و مسیریابی وسایل حمل و تأمین هماهنگی مناسب میان این دو مسأله مطرح شده و در طراحی شبکه‌های توزیع یک زنجیره تأمین از اهمیت زیادی برخوردار است. این اهمیت از آن‌جا ناشی می‌شود که در سیستم‌های توزیع، هماهنگی مناسب بین مکان‌یابی مراکز توزیع و مسیریابی وسایل نقلیه، تأثیر بسیار زیادی بر عملکرد سیستم زنجیره تأمین داشته و می‌تواند موجب ارتقاء شاخص‌های کارایی آن شود. هرچند جهت ساده‌سازی، این دو مسأله معمولاً در دو فاز جداگانه بررسی و حل می‌شوند اما این موضوع باعث از دست رفتن نتایج ایده آل و فاصله گرفتن از جواب بهینه سراسری خواهد شد. در این مقاله، این مسأله با در نظر گرفتن ظرفیت و تنوع وسایل حمل و همچنین محدودیت تردد برخی وسایل در بعضی از مسیرها که بیانگر شرایط کاربردی آن می‌باشد مورد بررسی قرار می‌گیرد. پس از تشریح مسأله موردنظر به همراه متغیرها و پارامترهای مربوط به آن، مدل ریاضی این مسأله توسعه داده می‌شود. این مدل در نرم‌افزار مدلسازی GAMS کدنویسی شده و با توجه به NP-Hard بودن مسأله، لذا در ابعاد کوچک حل می‌شود. به‌منظور حل این مسأله در ابعاد بزرگ، مدلی مبتنی بر الگوریتم کلونی مورچگان توسعه داده شده است. در پایان به‌منظور اطمینان از عملکرد مدل پیشنهادی، مسائل متنوعی جهت تست و ارزیابی آن طراحی شده و نتایج حل این مسائل مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۳/۱۲/۲۹

پذیرش ۱۳۹۴/۶/۳۱

کلمات کلیدی:

شبکه توزیع

مسأله مکان‌یابی مسیریابی

ظرفیت وسایل حمل

الگوریتم کلونی مورچگان

### مقدمه

در فضای رقابتی کنونی نقش تأثیرگذار مراکز توزیع در تحویل به موقع کالا به مشتری و کاهش هزینه‌های موجودی توجه بسیاری از مدیران زنجیره تأمین را به خود جلب کرده است. در سیستم‌های توزیع و لجستیک، استقرار مطلوب تسهیلات و تعیین مسیر مناسب حرکت خودروها، از یک سو باعث صرفه‌جویی در هزینه‌ها شده و از سوی دیگر رضایت مشتریان را افزایش می‌دهد. بنابراین هماهنگی

مناسب و همزمان بین مکان‌یابی مراکز توزیع و مسیریابی وسایل نقلیه یکی از چالش‌انگیزترین مسائل موجود در سیستم حمل و نقل و زنجیره تأمین می‌باشد. مسأله مکان‌یابی مسیریابی (LRP) به حل همزمان دو مسأله تعیین مراکز توزیع و تعیین مسیرهای حمل می‌پردازد. این مسأله در حالت خاص به مسائل کلاسیک مکان‌یابی و مسیریابی تفکیک می‌شود. در صورتی که همه مشتریان (نقاط تقاضا) به‌صورت مستقیم به یک مرکز توزیع متصل شوند، LRP به مسأله استاندارد مکان‌یابی (LP) تقلیل پیدا می‌کند. از طرف دیگر در صورتی که مکان مراکز توزیع ثابت و از پیش تعیین شده باشند، LRP

\* نویسنده مسئول. سیدمحمدحسن حسینی

تلفن: ۰۲۱-۰۷۷۲۵۳۹۹۹ پست الکترونیکی: sh.hosseini@shahroodut.ac.ir

بخش ۶ نتیجه گیری نهایی و زمینه های تحقیقات آتی در این حوزه تشریح می شود.

## ۲- مرور ادبیات

در سیستم های توزیع یکی از مسائل اساسی، تعیین چگونگی پخش و سرویس به مشتریان است به طوری که نیازها به میزان خواسته شده و در زمان خواسته شده با کمترین هزینه و نیز با بیشترین رضایت مشتری به دست آنها برسد. ذکر این نکته نیز مهم است که بررسی و حل مسأله تعیین مکان توزیع و مسیر مورد نیاز به صورت مجزا موجب می شود تا جوابی که به دست می آید با فرض دانستن جواب مسأله ی دیگر باشد و لذا نمی توان ادعا نمود که جواب حاصل، جواب بهینه سراسری است و بدیهی است که جواب حاصل از حل مسأله توأم مکان یابی مسیریابی، کیفیت بهتری نسبت به حل این دو مسأله به صورت جداگانه دارد [۱].

تفاوت اصلی مسأله مکان یابی مسیریابی با مسائل کلاسیک مکان یابی در این است که هزینه های مسیریابی نیز در حالت اول لحاظ می شود. این مسأله دارای سه مرحله است که به طور همزمان صورت می گیرد: (۱) مکان یابی تسهیلات، (۲) تخصیص بهینه مشتریان به تسهیلات، و (۳) تعیین مسیرهایی با کمترین هزینه به منظور خدمت رسانی بهتر به مشتریان [۲].

معرفی مسأله مکان یابی مسیریابی با فرض های امروزی به دهه ۱۹۷۰ مربوط می شود و تا آن زمان وابستگی بین مسأله مکان یابی و مسیریابی در نظر گرفته نمی شد [۳]. همچنین به دلیل NP-Hard بودن این مسأله، به کارگیری مدل های حل مبتنی بر الگوریتم های فراابتکاری برای حل آن از ابتدا مورد توجه محققین زیادی بوده است [۴]. واتسون گاندی و دوهرن در سال ۱۹۷۳ برای اولین بار مسأله مکان یابی محل های عرضه و نحوه مراجعه و تحویل به مشتری را با هم در نظر گرفته و یک تابع غیرخطی برای آن ارائه دادند [۵]. اما اولین مقاله ای که دو مسأله مکان یابی و مسیریابی را به طور توأم در نظر گرفت مربوط به تعیین مکان بانک ها با هدف افزایش حرکت ماشینهای حمل پول بود که در سال ۱۹۷۷ توسط کوموجولز مورد بررسی قرار گرفت [۶]. فواید حاصل از حل توأم دو مسأله مکان یابی مراکز عرضه و تصمیم گیری مسیریابی وسایل حمل و نقل نیز در سال ۱۹۸۹ توسط سالچی و رند مورد بررسی قرار گرفت [۱]. ایشان نشان دادند که حل مجزای این دو مسأله معمولاً به راه حل بهینه سراسری منجر نمی شود.

در خصوص مسأله مکان یابی مسیریابی، ابتدا در بسیاری از مطالعات محدودیت ظرفیت مراکز عرضه و وسایل حمل در نظر گرفته نمی شد. اما از آنجائی که در دنیای واقعی یکی از محدودیت های مهم در این حوزه، محدودیت ظرفیت می باشد لذا به تدریج تحقیقات به سمتی پیش رفت که این شرایط نیز لحاظ شود. بر اساس مطالعات مروری ناگی و سالچی، اغلب محققین مسأله مکان یابی مسیریابی با محدودیت ظرفیت مراکز عرضه یا وسایل حمل

به مسأله مسیریابی<sup>۱</sup> وسایل حمل (VRP) تبدیل می گردد. بنابراین مسأله مکان یابی مسیریابی با هدف مشخص نمودن همزمان تصمیمات مربوط به مکان یابی و مسیریابی<sup>۲</sup> و تأمین هماهنگی مناسب میان این دو مسأله، در طراحی شبکه های توزیع یک زنجیره تأمین مطرح می شود. این دو مسأله معمولاً در دو فاز جداگانه مورد بررسی قرار گرفته و حل می شوند. در چنین نگرشی عموماً تصمیمات لازم در مکان یابی مراکز توزیع که مربوط به سطح استراتژیک زنجیره تأمین می باشد، برای مدت زمان طولانی گرفته می شود. همچنین تصمیمات مربوط به مسیریابی که به سطح عملیاتی زنجیره مرتبط می باشد، به منظور تأمین تقاضای مشتریان گرفته می شود. بررسی مجزای این دو مسأله، افزایش هزینه ها و افزایش مدت زمان برنامه ریزی برای استقرار مراکز توزیع و تأمین کالای مشتریان را نتیجه می دهد و امکان رسیدن به جواب های ایده آل را کاهش خواهد داد. بر اساس مطالعات نگی و سالچی در سال ۲۰۰۷، مسأله LRP را می توان بر مبنای دسته بندی های مختلف زیر طبقه بندی کرد: لایه تسهیلات (تکی یا چند لایه ای)، ساختار خدمت دهی (تک مرحله ای، دو مرحله ای یا خاص)، تعداد تسهیلات (تکی یا چند تسهیلی)، اندازه ناوگان وسایل نقلیه (تک وسیله ای یا چند وسیله ای)، ظرفیت وسایل نقلیه (ظرفیت دار یا بدون ظرفیت)، ظرفیت تسهیلات (ظرفیت دار یا بدون ظرفیت)، طبیعت تقاضا (قطعی یا احتمالی)، افق برنامه ریزی (تک دوره ای یا چند دوره ای)، پنجره های زمانی (نامشخص، نرم یا سخت)، تعداد اهداف (تکی یا چند هدفی)، داده های مدل (فرضی یا دنیای واقعی)، نوع تابع هدف (هزینه، زمان)، فضای جواب (گسسته، پیوسته یا شبکه) و روش های حل (دقیق، ابتکاری یا فراابتکاری). با توجه به مطالعات صورت پذیرفته در مسائل مکان یابی مسیریابی، عموماً مباحث با در نظر گرفتن محدودیت های زمانی و یا نحوه تخصیص کالاها تعریف و حل شده است و مسائلی نیز در زمینه مکان یابی و یا مسیریابی به صورت جداگانه مورد بررسی گرفته است. در این مقاله سعی می شود با نزدیک کردن این مسأله به دنیای واقعی و اعمال شرایطی واقعی و مؤثر به مدل های موجود، مدلی با کارایی بیشتر در صنعت ارائه گردد. از این روی لحاظ کردن تنوع در وسایل نقلیه و محدودیت تردد برخی وسایل در برخی مسیرها به مسأله مورد نظر، از جمله محدودیت هایی است که در دنیای واقعی وجود داشته و لذا جنبه کاربردی مسأله مورد بررسی را افزایش می دهد.

ساختار این مقاله بدین صورت است که در بخش ۲، خلاصه ای از تحقیقات انجام شده در حوزه مسأله مورد نظر ارائه می شود. در بخش ۳، شرح کامل مسأله همراه با مدل ریاضی و تعریف پارامترها و متغیرهای مربوطه آمده است. در بخش ۴، مدلی مبتنی بر الگوریتم کلونی مورچگان جهت حل مسأله در ابعاد بزرگ توسعه داده می شود. در بخش ۵ به طراحی مسائل و تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از حل مسائل توسط الگوریتم پیشنهادی پرداخته می شود. در نهایت در

1. Location Routing Problem (LRP)
2. Location
3. Routing

و مقادیر تابع هدف در دو حالت تجزیه و تحلیل شده است. ایشان در سال ۲۰۱۴ این مسأله را به حالت مسیریابی چند دوره‌ای وسایل نقلیه توسعه داده‌اند [۱۷]. خوانندگان علاقمند به این مسأله می‌توانند جهت انجام یک مرور کامل و دسته بندی خوب از این مسأله به مراجع [۷] و [۱۸] مراجعه نمایند.

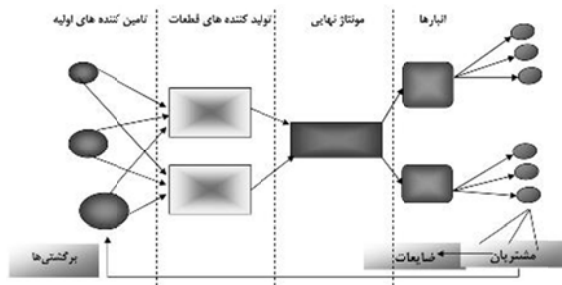
بر اساس مطالعات انجام شده در پیشینه تحقیق، مسأله مکان‌یابی مسیریابی با در نظر گرفتن تنوع وسایل حمل ظرفیت دار و محدودیت تردد، تاکنون به صورت یکپارچه بررسی نشده است. لذا از جمله نوآوری‌های این مقاله می‌توان به مدل‌سازی و حل مسأله مکان‌یابی مسیریابی ظرفیت دار با در نظر گرفتن تنوع وسایل حمل و در شرایط عدم امکان تردد برخی وسایل در برخی از مسیرها اشاره کرد. بدیهی است در نظرگرفتن این شرایط و محدودیت‌ها، مسأله را به شرایط دنیای واقعی و کاربردی نزدیکتر خواهد کرد.

### ۳- بیان مسأله و ارائه مدل ریاضی

#### ۳-۱- بیان مسأله

مسأله مکان‌یابی مسیریابی در بسیاری از محیط‌های لجستیک به مدیران برای اخذ تصمیماتی مثل محل استقرار تسهیلات (مراکز توزیع یا انبارها)، تخصیص مشتریان به این تسهیلات، و در نهایت برنامه‌های حمل و نقل برای ارتباطات مشتریان به این تسهیلات کمک می‌کند. در واقع مسائل مکان‌یابی مسیریابی به منظور پیدا کردن مکان و تعداد مناسب تسهیلات و نیز مسیرهای توزیع توسط وسایل نقلیه تعریف می‌شوند. این حوزه از مسائل به لحاظ اقتصادی بسیار مهم تلقی شده و در بسیاری از مشاغل مانند بخش‌های خدماتی حمل مرسولات پستی، جمع کردن زباله‌های شهری، تأمین قطعات مورد نیاز کارخانه‌ها و توزیع محصولات و مورد توجه قرار می‌گیرند.

مدل کلی شبکه تأمین و توزیع یک زنجیره تأمین در شکل (۱) مشخص شده است. مسأله مکان‌یابی-مسیریابی در بخش توزیع زنجیره تأمین جایگاه حیاتی دارد و می‌تواند در کاهش هزینه‌ها نقش به‌سزائی ایفا کند.



شکل (۱): جریان مواد در زنجیره تأمین

با توجه به مطالعات صورت پذیرفته در مسائل مکان‌یابی مسیریابی، عموماً مباحث با در نظر گرفتن محدودیت‌های زمانی و یا نحوه تخصیص کالاها، تعریف و حل شده است و مسائلی نیز در زمینه مکان‌یابی و یا مسیریابی به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفته

را تحت عنوان مسأله مکان‌یابی مسیریابی ظرفیت دار (CLRP)<sup>۱</sup> معرفی کرده‌اند [۷].

لیم و همکاران [۸] در سال ۲۰۰۶ مسأله تخصیص وسایل نقلیه را به صورت یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مدل کردند. در این مدل محدودیت ظرفیت انبارهای عبوری موقت و پنجره‌ی زمانی در نظر گرفته شد. بنابراین مدل مطرح شده، وسایل نقلیه را به هر انبار در پنجره زمانی مربوطه تخصیص می‌دهد. تابع هدف این مدل حداقل کردن کل فاصله سفر از درب ورودی به خروجی تعریف و برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک و جستجوی ممنوعه استفاده شده است. در دومین مقاله، لیم و همکاران تابع هدف مدل را به صورت حداقل‌سازی کل هزینه، شامل هزینه عملیاتی و هزینه جریمه تقاضاهای برآورده نشده، اصلاح کردند. این مدل به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح با الگوریتم ژنتیک توسط ایشان حل گردید [۹]. سپس کار آنها توسط می‌آ او و همکاران در سال ۲۰۰۹ با ارائه الگوریتم ترکیبی از جستجوی ممنوعه و الگوریتم ژنتیک برای حل مدل ادامه پیدا کرد [۱۰].

در مسأله کلاسیک مسیریابی وسایل نقلیه (VRP)<sup>۲</sup>، سرویس‌دهی به مجموعه‌ای از مشتریان با تقاضای معین، توسط یک ناوگان از وسایل نقلیه، از یک مرکز توزیع مطرح است. ابتدا و انتهای مسیر، همان انبار مرکزی می‌باشد. هدف این‌گونه مسائل حداقل کردن تعداد وسایل حمل و نقل و مسافت پیموده شده توسط هر وسیله‌ی حمل است [۱۱]. چانگ و راسل یک روش فراابتکاری برای حل مسأله مسیریابی با پنجره زمانی منعطف ارائه دادند. در آن‌جا سه هدف با معیار تعداد خودروها، کل مسافت پیموده شده و کل زمان صرف شده کمینه گردید [۱۲]. به‌عنوان تعمیم دیگری از این مسأله، مسأله مسیریابی با بازگشت توسط کریسپسن و همکاران در نظر گرفته شد و مورد مطالعه قرار گرفت. در این مسأله علاوه بر توزیع، عمل بارگیری در محل مشتریان نیز مورد توجه قرار گرفت [۱۳]. نیک بخش و ذگردی در مقاله خود به بررسی مسأله‌ی مکان‌یابی مسیر یابی با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت وسایل حمل یکسان پرداخته‌اند. ایشان این مسأله را در حالت دو سطحی بررسی کرده‌اند که در سطح اول فقط انتقال‌های مستقیم انجام می‌شود و موضوع مسیریابی فقط در سطح دوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مطالعه تقاضای مشتریان به صورت پنجره زمانی یوده و برای تحویل‌های با دیرکرد، جریمه در نظر گرفته می‌شود [۱۴]. زارع و نادری زاده نیز در سال ۲۰۱۳ مسأله مکان‌یابی مسیریابی را با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت تسهیلات و وسایل حمل در شرایطی که تقاضا قطعی نیست مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۵]. ایشان جهت حل این مسأله از روش ابتکاری خوشه بندی که در سال ۲۰۰۹ توسط صحرائیان و نادری زاده ارائه شده بود، استفاده کرده‌اند [۱۶]. نتایج حاصل از حل مسائل در این شرایط با شرایطی که محدودیت ظرفیت وجود ندارد مقایسه شده

1. Capacitated LRP (CLRP)

2. Vehicle Routing Problem (VRP)

حمل سنگین وجود نداشته باشد و صرفاً وسایل حمل و نقل سبک مانند وانت و نیسان امکان تردد دارند.  
باتوجه به فرضها و شرایط اضافه شده به مسأله، مدل ریاضی مسأله مورد نظر در ادامه توسعه یافته و مورد بررسی و حل قرار می گیرد.

### ۳-۲- مدل ریاضی

در این قسمت ابتدا به منظور درک بهتر مسأله، پارامترها و متغیرهای این مسأله به شرح زیر تعریف می گردد.

#### تعریف مجموعه ها و پارامترهای مسأله

I: مجموعه همه مراکز توزیع

J: مجموعه همه مشتریان

K: مجموعه همه خودروها

N: تعداد مشتریان

$C_{ij}$ : فاصله بین نقاط i و j

$G_i$ : هزینه ثابت احداث مرکز توزیع i

$F_k$ : هزینه ثابت استفاده از خودرو k

$V_i$ : حداکثر ظرفیت مرکز توزیع i

$d_j$ : تقاضای مشتری j

$Q_k$ : ظرفیت خودرو (یا مسیر) K

#### تعریف متغیرهای مسأله:

$x_{ijk}$ : متغیر صفر و یک است به طوری که مقدار آن ۱ خواهد بود اگر محل i بلافاصله بعد از محل j در مسیر k باشد و در غیر این صورت برابر با ۰ می باشد.

$y_i$ : متغیر صفر و یک است به طوری که مقدار آن ۱ خواهد بود اگر یک مرکز توزیع در محل i احداث شود و در غیر این صورت برابر با ۰ می باشد.

$z_{ij}$ : متغیر صفر و یک است به طوری که مقدار آن ۱ خواهد بود اگر مشتری j به مرکز توزیع شماره i تخصیص داده شود و در غیر این صورت برابر با ۰ می باشد.

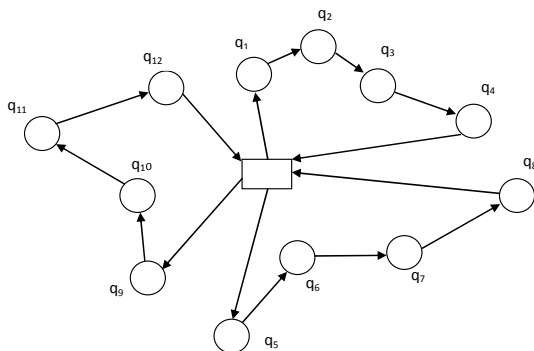
$u_{ik}$ : متغیر کمکی برای محدودیت های حذف زیر مسیرها در مسیر k می باشد.

در مدل ریاضی مسأله، تابع هدف به صورت مجموع هزینه های ثابت راه اندازی مراکز توزیع، هزینه های تحویل و هزینه های به کارگیری و راه اندازی خودروها تعریف شده که می بایست حداقل شود. باتوجه به پارامترها و متغیرهای مسأله و همچنین محدودیت و شرایط در نظر گرفته شده، مدل ریاضی توسعه داده شده برای مسأله، مطابق زیر می باشد.

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in I} G_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} \sum_{k \in K} C_{ij} x_{ijk} + \sum_{k \in K} F_k \sum_{j \in I} \sum_{j \in I} x_{ijk}$$

است. از آنجایی که هر کدام از این مباحث به تنهایی راه حل جامعی برای سیستم حمل و نقل نیست، در این تحقیق سعی می شود با نزدیک کردن این مسأله به دنیای واقعی از طریق اعمال محدودیت های مؤثر به مدل های موجود، یک مدل یکپارچه و جامع با کارایی بیشتر برای حل آن ارائه گردد.

مسأله مکان یابی مسیریابی یکی از زیر مسائل زنجیره تأمین محسوب می شود. به طور کلی مسأله مکان یابی مسیریابی را این گونه می توان تعریف نمود که از میان R مکان با ظرفیت محدود برای انتخاب تسهیلات می خواهیم به گونه ای تصمیم بگیریم که به m مشتری یا محل خدمت توسط k ماشین سرویس داده شود، به گونه ای که از ظرفیت ماشین ها و نیز تسهیلات تجاوز ننماییم. همچنین در هر مکان میانگین تقاضا معلوم است. برای هر ماشین علاوه بر محدودیت ظرفیت، کل مسافت پیموده شده نیز به عنوان محدودیت مطرح می باشد. هر مشتری نمی تواند از بیش از یک تسهیل خدمت بگیرد. به طور خلاصه این مسأله ترکیبی از سه مسأله مکان یابی، تخصیص و مسیریابی می باشد. به عنوان نمونه شکل (۲) نمای کلی یک مسأله مسیریابی بسته وسایل نقلیه را نشان می دهد. اجزای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه را در حالت معمول می توان به مجموعه مشتریان، مجموعه وسایل نقلیه (خودروها، ناوگان حمل و نقل) و شبکه ای جاده ای (مسیرها) تقسیم بندی کرد. هر یک از این اجزا خصوصیتی دارند که به عنوان فرض های مسأله و پارامترهای ورودی مدنظر قرار می گیرند.



شکل (۲): نمایی از یک مسأله VRP

در این مقاله علاوه بر فرضها و خصوصیات عمومی مسأله مکان یابی مسیریابی، وسایل نقلیه نیز به صورت مختلف و متنوع در نظر گرفته شده و برای تردد وسایل نقلیه نیز محدودیت هایی لحاظ می شود به طوری که برخی از وسایل نقلیه امکان تردد در بعضی مسیرها را ندارند. از جمله کاربردهای این مسأله می توان به تعیین مراکز فروش و توزیع محصولات کارخانجات و مسیرهای مربوطه اشاره نمود. در چنین شرایطی که در دنیای واقعی نیز بسیار مرسوم است، در برخی مسیرها صرفاً با قطار امکان جابه جایی کالا وجود دارد، برخی مسیرها نیز صرفاً از طریق خودروهای باری امکان توزیع محصولات وجود دارد. حالت اخیر نیز خود در شرایط مختلف می تواند بررسی شود که به عنوان مثال در برخی مسیرها امکان تردد وسایل

- تقاضای همه مشتریان ارضا می‌شود و مشتریان تخصیص داده شده تقاضایی بیش از ظرفیت تسهیلات ندارند.
- تقاضای هر مشتری تنها از طریق یک تسهیل، و در نتیجه یک خودرو تأمین می‌شود.
- مجموع تقاضا در هر مسیر کمتر و یا حداکثر مساوی با ظرفیت خودرویی است که به آن مسیر تخصیص داده شده است. در نتیجه تقاضای تخصیص داده شده به هر خودرو نباید از ظرفیت آن تجاوز کند.
- نقطه پایان هر مسیر همان محل‌های توزیع است که مسیر از آن آغاز شده و در نتیجه تسهیلات میانی نداریم.
- مسأله در حالت ایستا بررسی می‌شود.

همچنین مهم‌ترین فرض‌ها و محدودیت‌های لحاظ شده در مسأله مورد بررسی، به شرح زیر می‌باشد:

- محدودیت تردد وسایل نقلیه در مسیرها وجود دارد.
- ظرفیت وسایل حمل و نقل محدود و متفاوت است.

#### ۴- مدل حل توسعه داده شده مبتنی بر الگوریتم کلونی مورچگان

روش‌های دقیق و کلاسیک بهینه‌یابی برای حل مسائل NP-hard با ابعاد بزرگ مناسب نیستند چرا که به‌دست آوردن حل بهینه برای این مسائل نیازمند زمان طولانی بوده و در بعضی اوقات بسیار مشکل و یا امکان‌ناپذیر است. از این روی الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل این قبیل مسائل بسیار مفید بوده و لذا در چند دهه اخیر استفاده از آنها در حل مسائل NP-hard با ابعاد بزرگ بسیار افزایش یافته است. در این میان روش‌های بهینه‌سازی بر پایه مورچه‌ها، در دسته روش‌های جستجوی تصادفی و مبتنی بر جمعیت قرار می‌گیرند. الگوریتم کلونی مورچه برای اولین بار در سال ۱۹۹۲ توسط دوریگو<sup>۱</sup> و همکارانش به‌عنوان یک راه حل چند عامله<sup>۲</sup> برای مسائل مشکل بهینه‌سازی مثل فروشنده دوره گرد ارائه شد. ایشان سپس الگوریتم بهینه‌یابی کلونی مورچگان به فرم فراابتکاری را برای مسائل بهینه‌یابی ترکیبی فرموله کردند [۱۹، ۲۰].

الگوریتم پیشنهادی در این مقاله برای حل مسأله موردنظر مطابق شکل (۳) شامل ۳ فاز اصلی می‌باشد. فاز اول، مکان‌یابی بوده که در آن به‌دنبال یافتن حداقل تعداد انبارها از بین مکان‌های بالقوه جهت استقرار برای تأمین تقاضای مشتریان هستیم. البته نتایج این فاز با به‌دست آوردن نتایج فاز مسیریابی به روز شده و در نهایت ما را به رسیدن به بهترین جواب یاری می‌دهد. فاز دوم، مسیریابی بوده که هدف یافتن مسیریابی از انبارها به مشتریان بوده به‌طوری‌که نیازهای تمامی مشتریان برآورده شوند. سرانجام در فاز سوم وسایل نقلیه موجود به مسیرهای ایجاد شده در مرحله قبل تخصیص داده می‌شود

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I \cup J} x_{ijk} = 1, j \in J \quad (1)$$

$$\sum_{j \in J} d_j \sum_{i \in I \cup J} x_{ijk} \leq Q_k, k \in K \quad (2)$$

$$U_{lk} - U_{jk} + N x_{ljk} \leq N - 1, l, j \in J, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in I \cup J} x_{ijk} - \sum_{j \in I \cup J} x_{jik} = 0, k \in K, i \in I \cup J \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijk} \leq 1, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} d_j z_{ij} - V_i y_i \leq 0, i \in I \quad (6)$$

$$-z_{ij} + \sum_{u \in I \cup J} (x_{iuk} + x_{ujk}) \leq 1, i \in I, j \in J, k \in K \quad (7)$$

$$x_{ijk} = 0, 1, i \in I, j \in J, k \in K \quad (8)$$

$$y_i = 0, 1, i \in I \quad (9)$$

$$z_{ij} = 0, 1, i \in I, j \in J \quad (10)$$

$$u_{lk} \geq 0, 1, l \in J, k \in K \quad (11)$$

$$x_{ijk} \leq 0 \text{ for } i \in \{I_{jk}^-\}, k \in \{K_{ij}^-\}, j=1,2,\dots,J \quad (12)$$

$$I_{jk}^- = \{i \mid j \text{ به گره } i \text{ به گره } k \text{ از گروه } i \text{ به گره } j \text{ از گروه } k\} \quad (13)$$

$$K_{ij}^- = \{k \mid j \text{ به گره } i \text{ به گره } k \text{ از گروه } i \text{ به گره } j \text{ از گروه } k\} \quad (14)$$

مجموعه روابط (۱) تضمین می‌کند که هر مشتری تنها به یک مسیر تخصیص داده می‌شود. رابطه (۲) محدودیت ظرفیت خودروها را نشان می‌دهد. مجموعه روابط (۳) محدودیت‌های جدید وضع شده در مقاله را نشان می‌دهند. همچنین در مجموعه روابط (۴) محدودیت‌های جریان مواد در گره‌ها نشان داده شده است. مجموعه محدودیت‌های (۵) نشان‌دهنده این موضوع هستند که هر مسیر حداکثر یک‌بار سرویس‌دهی می‌شود. محدودیت ظرفیت مراکز توزیع در رابطه (۶) آمده است. رابطه (۷) نشان می‌دهد که تنها در صورتی یک مشتری به یک مرکز توزیع تخصیص داده می‌شود که مسیری از آن مرکز توزیع به مقصد آن مشتری موجود باشد. محدودیت‌های (۸)، (۹) و (۱۰) نشان دهنده صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم‌گیری هستند. رابطه (۱۱) نیز نشان‌دهنده مثبت بودن متغیرهای کمکی  $U_{lk}$  است. رابطه‌های (۱۲) و (۱۳) و (۱۴) محدودیت عبور و یا عدم عبور وسیله نقلیه در مسیرها را نشان می‌دهد که مربوط به نوآوری‌های تحقیق می‌باشد. بر این اساس چنانچه امکان تردد وسیله حمل نوع  $k$  در مسیر بین دو گره  $i$  و  $j$  وجود نداشته باشد، متغیر مربوطه  $x_{ijk}$  مقدار صفر را به خود گرفته و از این تردد جلوگیری خواهد کرد.

#### ۳-۳- فرض‌ها و محدودیت‌های مسأله

در مسأله مورد بررسی، فرض‌های زیر مدنظر می‌باشد:

- تعداد، محل و میزان تقاضای مشتریان مشخص و معلوم است.
- تعداد و محل تمامی مراکز توزیع، نوع ناوگان حمل و نقل و ظرفیت خودروها معلوم فرض می‌شود.

در فاز مسیریابی با استفاده از الگوریتم سیستم کلونی مورچگان (ACO)، هر مورچه یک وسیله نقلیه را شبیه سازی نموده و مسیرش به وسیله ملاقات مشتریان به طور افزایشی ایجاد می کند. در ابتدا برای هر مورچه مجموعه مشتریان خالی می باشد سپس هر مورچه از یک انبار شروع کرده به ترتیب مشتری بعدی را از لیست مکان های مجازش انتخاب می کند. همچنین ظرفیت ذخیره هر مورچه تا قبل از انتخاب کردن مشتری بعدی به روز می شود. مورچه به محض رسیدن به حداکثر ظرفیت وسیله نقلیه یا ملاقات کردن همه مشتریان به انبار باز می گردد. کل مسافت  $L$  برای مسیر کامل مورچه مصنوعی به عنوان عاملی برای به دست آوردن مقدار تابع هدف محاسبه می شود. الگوریتم سیستم کلونی مورچگان یک تور کامل را برای اولین مورچه تا قبل از این که مورچه دوم تورش را شروع کند، ایجاد می نماید. این کار تا جایی که تعداد کل  $m$  مورچه از پیش تعیین شده مسیره های موجه خود را انتخاب نمایند، ادامه می یابد. با استفاده از سیستم کلونی مورچگان، هر مورچه باید یک مسیر را برای ملاقات هر مشتری ایجاد نماید. احتمال انتخاب مشتری بعدی  $j$  ام مطابق رابطه (۱۵) تعیین می شود:

$$P_{ij} = \begin{cases} \frac{\tau_{ij} \times (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{u \notin M_k} [\tau_{iu} \times (\eta_{iu})^\beta]} & \text{if } j \notin M_k \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

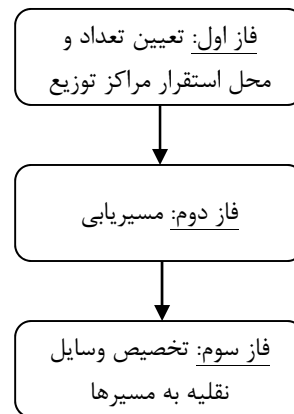
که در آن  $\tau_{iu}$  برابر با مقدار فرومون در مسیر بین مکان جاری  $i$  و مکان ممکن  $u$  است.

مقدار  $\eta_{iu}$  به عنوان معکوس مسافت بین مکان دو مشتری بوده و پارامتر  $\beta$  اهمیت مسافت را در مقایسه با مقدار فرومون در الگوریتم انتخابی مشخص می کند ( $\beta \leq 0$ ). مکان هایی که از قبل به وسیله یک مورچه مشاهده شده اند، در حافظه کاری مورچه ها تحت عنوان  $M_k$  ذخیره شده و دیگر برای انتخاب شدن در نظر گرفته نمی شوند. مقدار  $q$  یک متغیر یکنواخت تصادفی در بازه  $[0-1]$  و مقدار  $q_0$  یک پارامتر است. اگر  $q > q_0$  باشد، احتمال انتخاب مشتری بعدی از تابع توزیع احتمال  $P_{ij}$  در معادله (۱۵) تبعیت کرده در غیر این صورت مورچه، یال با بالاترین مقدار را از معادله (۱۶) انتخاب می کند.

$$j = \arg \left\{ \max \left[ (\tau_{iu}) (\eta_{iu})^\beta \right] \right\} \text{ for } j \notin M_k \quad (16)$$

مورچه به محض رسیدن به حداکثر ظرفیت وسیله نقلیه یا ملاقات کردن تمامی مشتریان به انبار باز می گردد. این فرایند انتخاب تا جایی که همه مشتریان ملاقات شوند و تور کامل شود، ادامه می یابد. برای بهبود جواب های بعدی، فرومون مسیره های مورچه ها باید به روز شده تا نمایانگر فرومون جدید مورچه ها و کیفیت جواب های یافته شده باشد. این به روز کردن یک المان کلیدی در تکنیک های یادگیری تطبیقی سیستم کلونی مورچگان است و به اطمینان از

با این شرط که از حداقل تعداد وسایل نقلیه استفاده شده و هر وسیله نمی تواند به همه مسیره ها تخصیص داده شود و فقط می تواند در مسیره های قابل تردد خود سرویس ها را به مشتریان ارائه دهد.



شکل (۳): فازهای اصلی الگوریتم پیشنهادی

اولین فاز در الگوریتم پیشنهادی، مکان یابی است. برای تعیین کمترین تعداد انبارها باید تعدادی را انتخاب کنیم که قادر به برآوردن کل تقاضای مشتریان باشند. برای این منظور حداقل تعداد انبارها توسط تقسیم کل تقاضا بر ظرفیت هر انبار (در این جا ظرفیت انبارها با هم برابر است) به دست می آید. سپس لیستی از تعداد انبارهایی که بیشترین مقدار نقاط تقاضا را در اطراف خود دارند، از بیشترین تا کمترین (کاهشی)، تهیه می کنیم. در هر تکرار از فاز مکان یابی یک مجموعه مجزا از حداقل تعداد انبارها از لیست به وسیله جستجوی حریصانه<sup>۱</sup> انتخاب شده تا در گام های بعد مسیریابی و تخصیص مسیره ها به وسایل نقلیه مورد استفاده قرار داده شوند. رویکرد حریصانه به انتخاب جواب های بهتر در الگوریتم ابتکاری منجر می شود. اگر تعداد انبارها به طور قابل ملاحظه ای کوچک تر از تعداد نقاط تقاضا باشد، در الگوریتم باید تمامی این نقاط بررسی شوند ولی در حالتی که این مقدار بزرگ باشد از روش گفته شده برای ایجاد جواب های اولیه استفاده می شود. هر سه فاز به طور مرتب برای هر مجموعه از انبارها تکرار شده تا سرانجام مسیری با کمترین هزینه در فاز مسیریابی به دست آید. هر جواب موجه از نظر فاکتور عملکردی کل هزینه بررسی می شود سپس جواب موجه کنونی با بهترین جواب های گذشته مقایسه می شوند و در صورت بهتر بودن جایگزین بهترین جواب می شود. بنابراین با یافتن جواب های بهتر، جواب ها به روز شده و همین طور که الگوریتم پیش می رود جواب ها بهتر شده و بهبود می یابد. در نهایت پس از رسیدن به بهترین جواب در پایان فاز مسیریابی بررسی می شود که اگر هزینه تأسیس یک انبار جدید بیش از هزینه به دست آمده بهترین جواب باشد، الگوریتم خاتمه می یابد. در غیر این صورت به تعداد حداقل انبارها یکی اضافه شده و فاز مکان یابی دوباره آغاز می شود.

به‌منظور بررسی نحوه حل مسأله موردنظر در این مقاله و بررسی تأثیر پارامترها بر مقدار تابع هدف و ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، در این قسمت مسائل مختلف در دو حالت با ابعاد کوچک و بزرگ طراحی و حل می‌شوند. مسائل کوچک با مدل ریاضی و با استفاده از نرم‌افزار Gams-24.3.3 و همچنین با الگوریتم پیشنهادی حل می‌شود تا بهینگی این الگوریتم مورد ارزیابی قرار گیرد. مسائل بزرگ نیز جهت حل با الگوریتم پیشنهادی طراحی می‌شوند. تمامی نتایج این بخش با استفاده از سیستم عامل ۶۴ بیتی با قدرت پردازش ۳ گیگا هرتز و حافظه ۲ گیگا بایت به‌دست آمده است.

قبل از طراحی مسائل تست، لازم بود میزان تأثیر مقادیر پارامترهای مختلف مسأله بر روی زمان اجرای الگوریتم و مقدار جواب مورد بررسی قرار گیرد. این پارامترها عبارتند از: تعداد مراکز تقاضا (مشتریان)، تعداد مراکز عرضه (توزیع)، تعداد وسایل حمل، و محدودیت تردد وسایل حمل. نتایج بررسی‌ها نشان داد که سه عامل اول بر روی زمان اجرای الگوریتم اثرگذار بوده اما عامل چهارم تأثیری در زمان اجرای الگوریتم ندارد.

به‌منظور ارزیابی تأثیر این پارامترها بر روی نتایج حاصل از حل مسائل تست و جواب نهایی، بدیهی است که عامل چهارم (محدودیت تردد) مستقیماً بر روی مقدار جواب نهایی تأثیرگذار خواهد بود و هرچه قدر محدودیت تردد وسایل حمل بیشتر باشد، مقدار جواب نیز بیشتر خواهد بود. جهت بررسی تأثیر سه عامل دیگر، ۳ دسته مسأله طراحی شده که در هر کدام از آن‌ها ۲ مؤلفه ثابت و مؤلفه سوم متغیر در نظر گرفته شده است. در هر کدام از این سه دسته، چند مسأله مختلف حل شده و نتایج مطابق شکل‌های (۵)، (۶)، و (۷) نشان داده شده است. همان‌طور که در این سه شکل مشخص است، حساسیت تابع هدف نسبت به تعداد مشتریان بسیار زیاد است درحالی‌که حساسیت آن نسبت به دو عامل دیگر خیلی چشمگیر نیست. در این نمودارها، خط ممتد نشان‌دهنده مقدار تابع هدف حاصل از الگوریتم پیشنهادی بوده و منحنی خط چین مقدار بهینه تابع هدف را نشان می‌دهد.

جداول (۱)، (۲)، و (۳) عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل تست را در مقایسه با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی نشان می‌دهد. این نتایج که بیانگر تست بهینگی الگوریتم پیشنهادی است نشان می‌دهد که انحراف نتایج الگوریتم پیشنهادی از جواب‌های بهینه کمتر از ۵٪ می‌باشد.

جدول (۴) نیز عملکرد الگوریتم پیشنهادی را در حل مسائل با ابعاد بزرگ نشان می‌دهد. به‌منظور حل این مسائل، الگوریتم برای هر مسأله ۱۰ بار اجرا شده و بهترین مقدار به‌عنوان جواب نهایی ارائه شد است. این جدول همچنین زمان اجرای الگوریتم و میانگین ۱۰ تکرار الگوریتم در حل هر یک از مسائل را نیز نشان می‌دهد. براساس این نتایج و باتوجه به اختلاف کم میانگین ۱۰ تکرار با بهترین جواب در هر ۵ مسأله می‌توان نتیجه گرفت که عملکرد الگوریتم در شرایط و مسائل مختلف ثبات داشته است.

بهبود جواب‌های آتی کمک می‌کند. به روز کردن فرمون مسیر شامل به روز کردن محلی مسیره‌ها بعد از ایجاد هر جواب منحصر به فرد، و به روز کردن سراسری و نهایی بهترین مسیر جواب بعد از ایجاد یک تعداد از پیش تعیین شده جواب‌ها (m) می‌باشد.

در ابتدا به روز کردن محلی توسط کاهش فرمون بر تمام یال‌های ملاقات شده به‌منظور شبیه‌سازی تبخیر طبیعی فرمون‌ها و اطمینان از این‌که هیچ مسیری بیشتر از حد غالب نمی‌شود، اعمال می‌شود. به روز کردن محلی طبق رابطه (۱۷) انجام می‌شود:

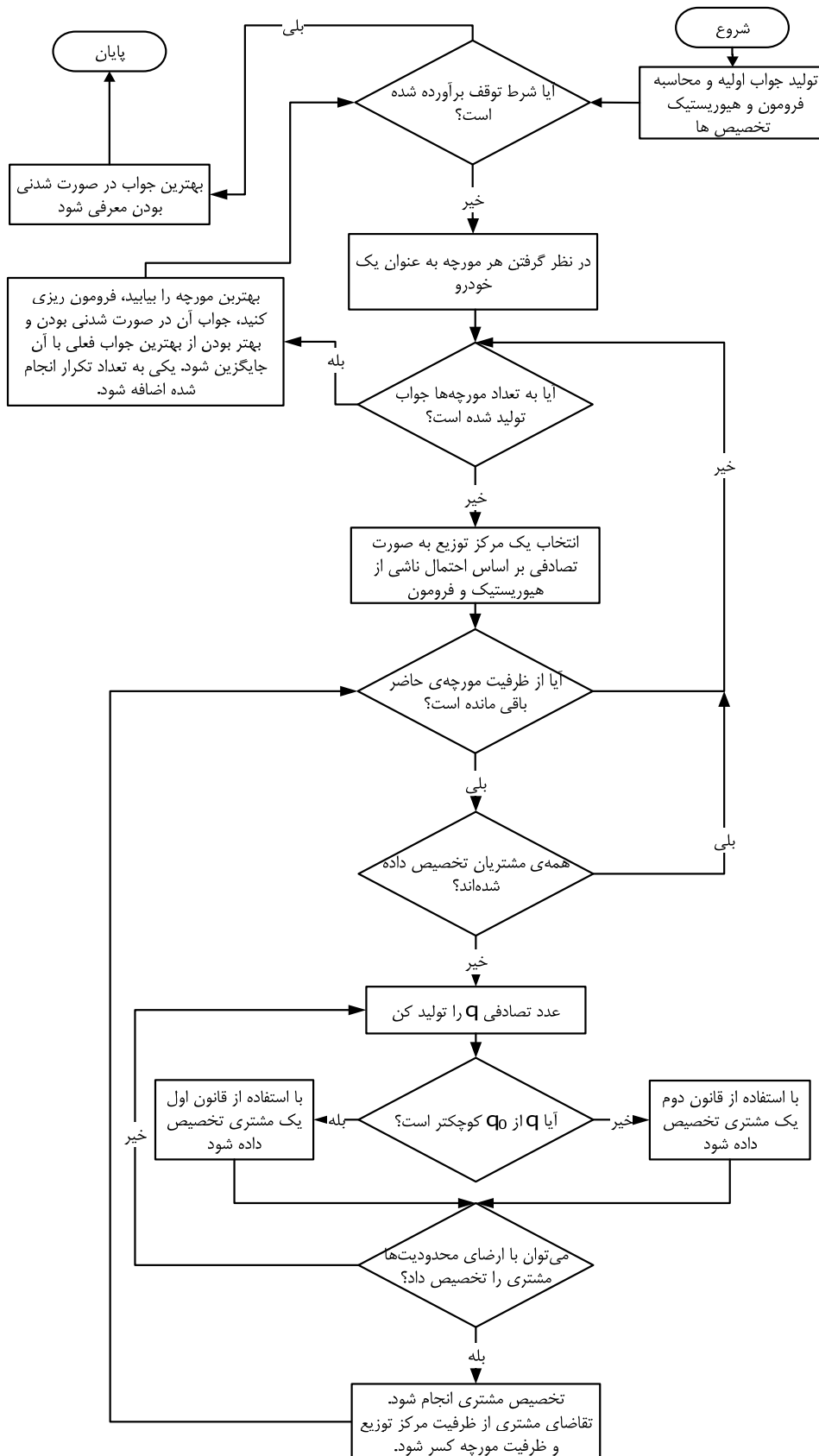
$$\tau_{ij} = (1 - \alpha)\tau_{ij} + (\alpha)\tau_0 \quad (17)$$

که در آن  $\alpha$  پارامتری است که سرعت تبخیر شدن را کنترل کرده و  $\tau_0$  برابر با مقدار فرمون اولیه تخصیص داده شده به همه یال‌ها بر گراف است. بعد از این‌که تعداد مشخص مورچه (m) یک مسیر موجه را ساختند، به روز کردن سراسری مسیر توسط اضافه کردن فرمون به تمام یال‌های موجود در بهترین مسیر یافته شده توسط یکی از این m مورچه اعمال می‌شود. این به روز کردن سراسری طبق رابطه (۱۸) انجام می‌شود:

$$\tau_{ij} = (1 - \alpha)\tau_{ij} + \alpha(L) - 1 \quad (18)$$

این به روز کردن استفاده از مسیره‌های کوتاه تر و افزایش احتمال این را که مسیره‌های آینده یال‌هایی را شامل شوند که در بهترین جواب‌ها وجود دارد، تقویت می‌نماید. این فرایند برای یک تعداد از پیش تعیین شده تکرارها، تکرار شده و بهترین جواب از همه تکرارها به‌عنوان خروجی مدل در نظر گرفته شده و تقریب خوبی از جواب بهینه مسأله محسوب می‌شود. در نهایت فاز آخر که تخصیص مسیر به وسیله نقلیه است، هدف تخصیص وسایل نقلیه به مسیره‌ها بوده که امکان تخصیص یک وسیله نقلیه به بعضی از مسیره‌ها در محدوده زمانی کاری آن امکان‌پذیر نیست. این مسأله به فرم مسأله کوله پشتی است، که در آن چمدان، وسیله نقلیه و آیت‌ها، مسیره‌ها هستند. اندازه آیت‌ها، زمان مسافت بر مسیر و ظرفیت چمدان نیز کل ساعت کار وسیله نقلیه است. یک راه استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسأله کوله پشتی است ولی در صورتی‌که تعداد مسیره‌ها خیلی زیاد نباشند، رویکرد صحیح برای یافتن بهترین تخصیص‌ها استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح است. در واقع کلیه جواب‌های به‌دست آمده از فازهای مکان‌یابی و مسیریابی را که مسیره‌های تشکیل شده از انبارهای انتخابی است، به ورودی این مدل داده شده و خروجی‌ها جواب‌های بهینه‌ای بوده که تخصیص حداقل وسایل نقلیه به مسیره‌ها را نشان می‌دهند.

شرط پایان در الگوریتم ارائه شده، میزان تکرارهایی می‌باشد که اجرای الگوریتم باعث بهبود در بهترین پاسخ نگردد. مراحل و فلوچارت الگوریتم پیشنهادی مطابق شکل (۴) می‌باشد. همچنین شبه‌کد این الگوریتم در ادامه آمده است.



شکل (۴): مراحل و فلوچارت الگوریتم حل پیشنهادی



## شبه‌کد الگوریتم مورچگان

**Pseudo-code of ACO**


---

$t = 0$  and initialize all parameters, i.e.  $\alpha, \beta, \rho, Q, \eta_k, \tau_0$ ;

Places all ants,  $k = 1, \dots, n_k$  and Initialize pheromone on each link;

**repeat**

**foreach** ant  $k = 1, \dots, n_k$  **do**

        Construct a path,  $x^k(t)$  as below:

        Choose randomly a DC as the initial;

        Eliminate this DC from the list;

**for all** *Distribution Centers (DCs)* **do**

**repeat**

                Select an unassigned Customer (CT);

**if** *DC's capacity is less than the CT's demand* **then**

                    Choose randomly another CT;

                    Go to the beginning of loop;

**end**

                assign this CT to the current DC;

                Eliminate CT from the list;

                Subtract CT's Demand from DC's Capacity;

**until** *DC's capacity is finished or there are no more CT to assign*;

            Choose randomly a Vehicle (VC);

**repeat**

                Assign the first remained CT to this VC;

**if** *VC's capacity is less than the CT's demand* **then**

                    Choose randomly another VC;

**if** *there is a CT assigned to this VC* **then**

                        Eliminate this VC from the list;

**end**

                    Go to the beginning of the loop;

**end**

                Subtract the CT's Demand from VC's Capacity;

                Eliminate this CT from the list;

**until** *there are no more CT to assign*;

            Eliminate this VC from the list;

            Compute  $f(x^k(t))$ ;

**end**

**end**

**foreach** link  $(i, j)$  **do**

        Apply pheromone evaporation, then update pheromone;

$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t)$ ;

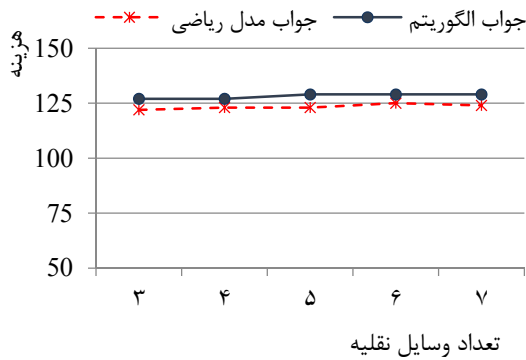
**end**

$t = t + 1$ ;

**until** *stopping condition is true*;

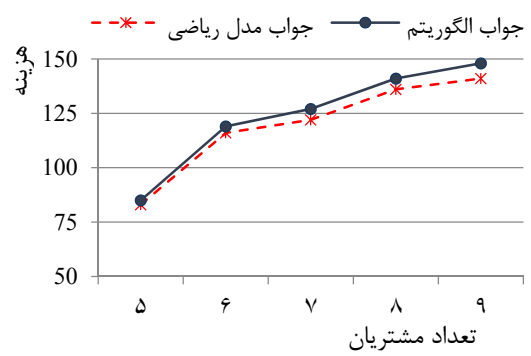
Return  $x^k(t) : f(x^k(t)) = \min_{k'=1, \dots, n_k} \{f(x^{k'}(t))\}$ ;

---

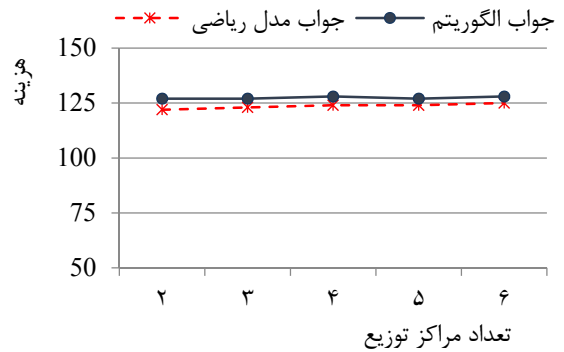


شکل (۷): تغییرات تابع هدف نسبت به تعداد وسایل نقلیه

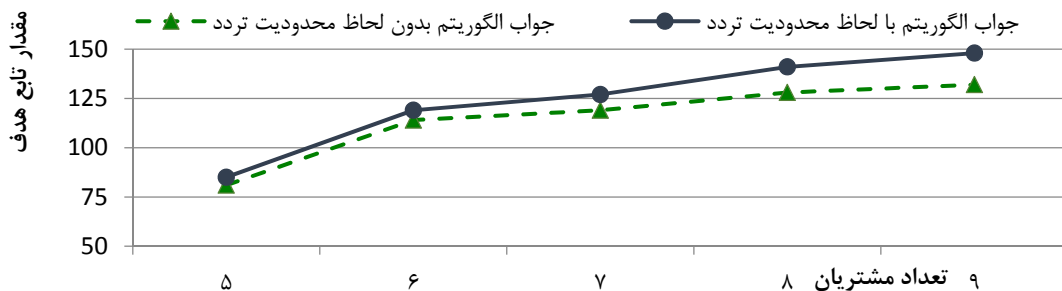
شکل (۸) نیز مقایسه مقدار تابع هدف حاصل از حل مسأله را در دو حالت با اعمال محدودیت تردد و بدون اعمال محدودیت تردد نشان می‌دهد. مسائل مختلف این شکل با ثابت نگه داشتن دو عامل تعداد مراکز توزیع و تعداد وسایل نقلیه به ترتیب در دو مقدار ۲ و ۳ و تغییر دادن تعداد مشتریان از ۵ تا ۹ ایجاد شده است. بدیهی است که مقدار تابع هدف در شرایط بدون اعمال محدودیت تردد که در این شکل با منحنی سبزرنگ خط چین مشخص شده کمتر از حالتی می‌باشد که با محدودیت تردد وسایل حمل مواجه هستیم.



شکل (۵): تغییرات تابع هدف نسبت به تعداد مشتریان



شکل (۶): تغییرات تابع هدف نسبت به تعداد مراکز توزیع



شکل (۸): مقایسه مقدار تابع هدف در دو حالت با اعمال محدودیت تردد و بدون اعمال محدودیت تردد

جدول (۱): مقایسه نتایج الگوریتم پیشنهادی و نتایج حل مدل ریاضی برای ۵ مسأله با تعداد مشتریان مختلف

شماره مسأله	مشخصات مسأله		مقدار تابع هدف		تعداد وسایل نقلیه	تعداد مشتریان	تعداد مراکز توزیع
	تعداد مشتریان	تعداد مراکز توزیع	الگوریتم	مدل ریاضی			
۱	۵	۲	۸۵	۸۳	۳	۵	۲
۲	۶	۲	۱۱۹	۱۱۶	۳	۶	۲
۳	۷	۲	۱۲۷	۱۲۲	۳	۷	۲
۳	۸	۲	۱۴۱	۱۳۶	۳	۸	۲
۵	۹	۲	۱۴۸	۱۴۱	۳	۹	۲

زمان اجرا (s)

الگوریتم فراابتکاری

نرم افزار Gams

درصد خطا

الگوریتم فراابتکاری

مدل ریاضی

تعداد وسایل نقلیه

تعداد مشتریان

تعداد مراکز توزیع

شماره مسأله

۰/۲۷۰

۵/۷۸

۲۰/۰۶

۱۷۵/۷۷

۳۷۱/۵۶

۲.۴۱%

۲.۵۹%

۴.۱۰%

۳.۶۸%

۴.۹۶%

۸۵

۱۱۶

۱۲۲

۱۳۶

۱۴۱

۳

۵

۶

۷

۸

۹

۲

۲

۲

۲

۲

جدول (۲): مقایسه نتایج الگوریتم پیشنهادی و نتایج حل مدل ریاضی برای ۵ مسأله با تعداد مراکز توزیع مختلف

شماره مسأله	مشخصات مسأله		مقدار تابع هدف			زمان اجرا (s)
	تعداد مراکز توزیع	تعداد مشتریان	تعداد وسایل نقلیه	مدل ریاضی	الگوریتم فراابتکاری	
۱	۲	۷	۳	۱۲۲	۱۲۷	۱۹/۸۵
۲	۳	۷	۳	۱۲۳	۱۲۷	۲۰/۶۷
۳	۴	۷	۳	۱۲۴	۱۲۸	۲۳/۱۹
۴	۵	۷	۳	۱۲۴	۱۲۷	۳۱
۵	۶	۷	۳	۱۲۵	۱۲۸	۳۲/۶۵

جدول (۳): مقایسه نتایج الگوریتم پیشنهادی و نتایج حل مدل ریاضی برای ۵ مسأله با تعداد وسایل نقلیه مختلف

شماره مسأله	مشخصات مسأله		مقدار تابع هدف			زمان اجرا (s)
	تعداد مراکز توزیع	تعداد مشتریان	تعداد وسایل نقلیه	مدل ریاضی	الگوریتم فراابتکاری	
۱	۲	۷	۳	۱۲۲	۱۲۷	۱۹/۸۵
۲	۲	۷	۴	۱۲۳	۱۲۷	۶۰/۰۲
۳	۲	۷	۵	۱۲۳	۱۲۹	۶۷/۸۲
۳	۲	۷	۶	۱۲۵	۱۲۹	۷۶/۴۴
۵	۲	۷	۷	۱۲۴	۱۲۹	۱۷۵/۳۷

جدول (۴): ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل بزرگ

شماره مسأله	تعداد مراکز توزیع	تعداد مشتریان	تعداد وسایل نقلیه	مقدار تابع هدف	زمان اجرا (s)	میانگین ۱۰ تکرار
۱	۹	۲۰	۸	۲۰۵۵	۶۸۹۰۰۱	۲۱۱۶
۲	۱۰	۲۵	۱۲	۴۲۶۰	۱۲۹۱۰۷۱	۴۲۹۵
۳	۱۲	۳۰	۱۵	۱۱۵۵۴	۳۹۴۱۶۵	۴۰۱۰
۴	۱۳	۳۵	۱۷	۲۲۷۰۳	۸۷۳۲۰۲۱	۸۷۹۸
۵	۱۵	۴۰	۲۰	۳۴۶۴۳	۱۴۵۳۸۰۵۷	۱۴۶۱۹

محاسبه شده است. شکل (۹) مقادیر ضریب پراکندگی نهایی را نشان می‌دهد. این نتایج حاکی از مناسب بودن عملکرد الگوریتم در شاخص ضریب تغییرات و ثبات آن در حل مسائل با ابعاد مختلف می‌باشد.

جدول (۵): مسائل نمونه جهت بررسی ضریب تغییرات

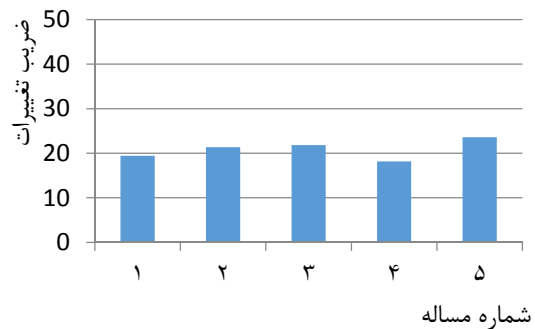
شماره مسأله	تعداد مراکز توزیع	تعداد مشتریان	تعداد وسایل نقلیه	جواب نهایی	میانگین	انحراف معیار
۱	۲	۵	۳	۸۵	۹۳.۷	۱۸.۲
۲	۲	۶	۳	۱۱۹	۱۳۳.۸	۲۸.۶
۳	۲	۷	۳	۱۲۷	۱۴۴.۷	۳۱.۶
۴	۲	۸	۳	۱۴۱	۱۵۸.۴	۲۸.۸
۵	۲	۹	۳	۱۴۸	۱۶۴.۱	۳۸.۷

به منظور ارزیابی دقیقتر الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل بزرگ، تغییرات شاخص ضریب تغییرات (CV) در حل مسائل مختلف را نیز بررسی می‌کنیم. باتوجه به شکل‌های (۵)، (۶)، و (۷) و بررسی روند تغییرات مقدار تابع هدف نسبت به پارامترهای مؤثر بر ابعاد مسأله، مشخص است که حساسیت تابع هدف نسبت به تغییرات تعداد مشتریان بیشتر از دو پارامتر دیگر می‌باشد. لذا شاخص ضریب تغییرات در حل مسائل جدول (۵) بررسی می‌شود که در آن، ابعاد مسأله با تغییر در تعداد مشتریان، تغییر می‌کند. شاخص ضریب تغییرات (CV) بیانگر میزان پراکندگی یک متغیر به ازای یک واحد از میانگین آن است، لذا مقدار این شاخص از تقسیم انحراف معیار بر میانگین مطابق فرمول زیر به دست می‌آید:

$$CV = \frac{\delta}{\mu} \times 100$$

برای این منظور، هر کدام از مسائل نمونه جدول (۵)، ۳۰ بار توسط الگوریتم پیشنهادی حل شده است. نتایج حاصل از ۳۰ تکرار را مشخص و براساس آن، دو پارامتر میانگین و انحراف معیار

- and future research directions. *European Journal of Operational Research*, 108: 1–15.
- [5] Watson-Gandy, C., Dohrn, P. (1973). Depot Location with Van Salesmen - A Practical Approach. *Omega* 1 (3): 321–329.
- [6] Cornuejols, G., Fisher, M.L., Nemhauser, G. (1977). Location of bank accounts to optimize float: an analytic study of exact and approximate algorithms. *Management Science*, 23 (5):789-810.
- [7] Nagy, G., Salhi, S. (2007). Location-routing: Issues, models and methods. *European Journal of Operational Research*, 177 (2): 649–672.
- [8] Lim, A., Miao, Z., Rodrigues, B., Xu., Z. (2008). Transshipment through Cross docks with Inventory and Time Windows, *Naval Research Logistics*, 52: 724-733.
- [9] Miao, Z., Lim, A., Ma, H. (2009). Truck Dock Assignment Problem with Operational Time Constraint within Crossdocks. *European Journal of Operation Research*, 192:105-115.
- [10] Ko, C.S., Lee, H.K., Choi, E.J., Kim, T. (2008). A genetic algorithm approach to dock door assignment in automated cross-docking terminal with restricted layout. *The International Conference on Genetic and Evolutionary Methods*, 186-195.
- [11] Liao, C.J., Lin, Y., Shih, S.C. (2010). Vehicle routing with cross-docking in the supply chain. *Expert Systems with Applications*, 37: 6868–6873.
- [12] Chiang, W.C., Russell, R.A. (2004). A metaheuristic for the vehicle-routing problem with soft time windows. *Journal of the Operational Research Society*, 5: 1298-1310.
- [13] Crispim, J., Brandao, J. (2005). Metaheuristic applied to mixed and simultaneous extensions of vehicle routing problem with backauls. *Journal of the Operational Research Society*, 56: 1296-1302.
- [14] Nikbakhsh, E., Zegordi., S. (2010). A heuristic algorithm and a lower bound for the two-echelon location-routing problem with soft time window constraints. *Scientia Iranica Transaction E: Industrial Engineering*, 17:36–47.
- [15] Zare Mehrjerdi, Y., Nadizadeh, A. (2013). Using greedy clustering method to solve capacitated location-routing problem with fuzzy demands. *European Journal of Operational Research*, 229: 75–84.
- [16] Sahraeian, R., Nadizadeh A. (2009). Using greedy clustering method to solve capacitated location-routing problem. *Direccion y Organizacion*, 39:79–85.
- [17] Nadizadeh, A., Hosseini Nasab, H. (2014). Solving the dynamic capacitated location-routing problem with fuzzy demands by hybrid heuristic algorithm. *European Journal of Operational Research*, 238:458–470.
- [18] Drexl, M., Schneider, M. (2014). A Survey of Variants and Extensions of the Location-Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 241: 283-308.
- [19] Gumus, M., Bookbinder, J.H. (2004). Cross-docking and its implications in location-



شکل (۹) : مقادیر شاخص ضریب تغییرات

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، مسأله مکان‌یابی مسیریابی با در نظر گرفتن تنوع وسایل نقلیه و محدودیت تردد برخی وسایل در برخی از مسیرها که بیانگر شرایط واقعی و کاربردی این مسأله می‌باشد، مورد بررسی قرار گرفت. پس از تشریح مسأله موردنظر، متغیرها و پارامترهای آن تعریف و مدل ریاضی این مسأله توسعه داده شد. از آنجایی که این مسأله در رده مسائل NP-Hard قرار دارد، لذا به‌منظور حل این مسأله در ابعاد بزرگ، مدلی مبتنی بر الگوریتم کلونی مورچگان توسعه داده شد. به‌منظور اطمینان از عملکرد الگوریتم پیشنهادی، مسائل متنوعی جهت تست و ارزیابی عملکرد الگوریتم طراحی شد. سپس به‌یمنگی الگوریتم از طریق مقایسه نتایج آن با نتایج حاصل از حل مدل ریاضی مسأله با ابعاد کوچک مورد ارزیابی قرار گرفت که نشان داد نتایج الگوریتم پیشنهادی قابل قبول می‌باشد. به‌منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل بزرگ نیز ارزیابی‌های مختلفی از جمله بررسی شاخص ضریب تغییرات صورت گرفت و نتایج عملکرد الگوریتم را تأیید کرد.

به‌منظور انجام تحقیقات آتی، می‌توان این مسأله را در حالت چند هدفه از جمله اهداف کمینه‌سازی انحراف از موعد تحویل، و کمینه‌سازی مجموع هزینه‌ها بررسی کرد. توسعه مدل‌های حل مبتنی بر الگوریتم‌های فراابتکاری دیگر مانند GA و TS و مقایسه نتایج آن با نتایج الگوریتم ارائه شده در این تحقیق نیز می‌تواند موضوع تحقیقات آتی باشد.

## ۷- مراجع

- [1] Salhi, S., Graham, K.R. (1989). The effect of ignoring routes when locating depots. *European Journal of Operational Research*, 39: 150-156.
- [2] Chien, T.W. (1993). Heuristic procedures for the practical-sized uncapacitated location-capacitated routing problems. *Decision Science*, 24(5): 995-1021.
- [۳] جعفری عزیز الله، صادقی سروستانی آیلین (۱۳۹۳). مدل سازی مسأله مکان یابی - مسیریابی باز با تحویل چندبخشی و حل آن با استفاده از الگوریتم انجماد تدریجی. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، شماره (۳)، ۴۷-۶۱.
- [4] Min, H., Jayaraman, V., Srivastava, R. (1998). Combined location-routing problems: A synthesis

distribution systems. *Journal of Business Logistics*, 25(2): 199-228.

- [20] Miao, Z., Lim, A., Ma, H. (2009). Truck Dock Assignment Problem with Operational Time Constraint within Crossdocks. *European Journal of Operation Research*, 192: 105-115.





## Mathematical modeling the location routing problem considering capacity and diversity for vehicles with restriction of their movement and presentaton a solving model based on ant colony

S.M.H. Hosseini<sup>1,\*</sup>, S. Khalaji Oliaei<sup>2</sup>

1. Department of Industrial Engineering & Management, Shahrood University, Shahrood, Iran

2. Department of Industrial Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 19 March 2014

Accepted 22 Sep 2015

#### Keywords:

Distribution Network  
Location Routing Problem  
Capacitated Vehicle  
Ant Colony Algorithm

### ABSTRACT

The location routing problem (LRP) is presented with the aim of specifying both routing and location decision simultaneously and coordinate these two matters is very important in designing distribution networks of supply chain. This importance is for that the suitable coordinating between location and routing has a powerful affect on supply chain performance in distribution systems and also can improve it's efficiency indexes. Although for simplifying, these two matters are usually analyzed and solved in two separated phase, but this would cause to lost the ideal benefit and global optimum solution. In this paper, the routing and location problem with considering real word conditions and restrictions like diversity of vehicles and restrictions of some vehicles movement in specified route are investigated concurrently. After presenting summery of previous research, we investigate the problem that mentioned earlier and relevant variables and parameters will be declared. Then mathematical model will be extended. In addition, mathematical model with modeling software GAMS will be implemented. With assuming this problem is kind of NP-hard problem, thus we solve this problem in small scale. In order to solve the considered problem in larg scale, a model will be presented based on ant colony. So with our specific parameters, diverse testing problems will be designed and outcome of these problems will be analyzed to show the algorithm efficiency.

\* Corresponding author. Seyed Mohammad Hassan Hosseini  
Tel.: +98 (21) 77253999; E-mail addresses: sh.hosseini@shahroodut.ac.ir