



مسئله مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی: مدل‌سازی و حل

محمدسعید صباغ^۱، مهدی علینقیان^{۲*}، کمیل زمانلو^۳

۱. استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲. استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۳. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

خلاصه

این مقاله در ارتباط با معرفی، مدل‌سازی و حل مسئله مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی است. این مسئله درصدد تحویل اقلام مستطیلی شکل با استفاده از یک ناوگان همگن از وسایط نقلیه است. در این مسئله، زمان طی کردن مسیر بین دو گره نه تنها به فاصله آن دو گره از همدیگر، بلکه به زمان خروج از گره مبدأ نیز بستگی دارد. در نظر گرفتن چنین فرضی برای طراحی مسیر در محیط‌های شهری ضروری به نظر می‌رسد؛ چراکه ازدحام ناشی از ترافیک در ابتدا و انتهای زمان کاری، زمان طی مسیر را تغییر خواهد داد. با وجود کاربردی بودن چنین مسئله‌ای، پژوهشی که به بررسی آن پرداخته باشد، وجود ندارد. در این مقاله، یک مدل جدید برای مسئله مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی ارائه شده است. پس از معرفی و مدل‌سازی مسئله مذکور، به منظور بررسی و صحت‌گذاری بر مدل ارائه‌شده، مسائلی با ابعاد کوچک حل گردیده و برای حل مسئله در ابعاد بزرگ، از الگوریتم‌های ژنتیک بهبودیافته و شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است که در روش‌های مذکور برای بررسی امکان‌پذیری بارگیری اقلام در درون وسایط نقلیه، مجموعه‌ای از روش‌های ابتکاری به کار گرفته می‌شود. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که الگوریتم‌های ارائه‌شده نتایج مناسبی ارائه می‌دهند.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۳/۶/۲۲

پذیرش ۱۳۹۴/۴/۷

کلمات کلیدی:

مسئله مسیریابی وسیله نقلیه

وابسته به زمان

محدودیت بارگیری دوبعدی

الگوریتم ژنتیک

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

۱- مقدمه

مسیریابی وسایط نقلیه از موضوعات چالش‌برانگیز در زمینه حمل‌ونقل پشتیبانی و زنجیره تأمین به شمار می‌رود [۱]. این مسئله تحویل اقلام تقاضای مشتریان را با استفاده از یک ناوگان از وسایط نقلیه در نظر می‌گیرد. یکی از مسائل مهم دیگر در این زمینه بارگیری کالاها در درون وسایط نقلیه است. بسیاری از مسائل بهینه‌سازی که در این دو حوزه به وجود می‌آیند، جزء مسائل NP-hard بوده و حل کردن آن‌ها در عمل بسیار دشوار است. به همین دلیل، تا به حال دو حوزه تحقیقاتی مسیریابی و بارگیری جداگانه در نظر گرفته می‌شدند و هزینه این کار نرسیدن به جواب مطلوب بوده است. باید توجه شود که یک بعد مهم از مسائل مسیریابی، در نظر

گرفتن انواع محدودیت‌های موجود در دنیای واقعی و گنجاندن آن‌ها در مسائل کلاسیک مسیریابی است [۲]. بنابراین در چند سال اخیر الگوریتم‌های دربرگیرنده محدودیت‌های بارگیری در ادبیات ظاهر شده‌اند. در نظر گرفتن چنین محدودیت‌هایی، منجر به افزایش قابل‌توجه دشواری حل مسئله می‌شود، اما از سویی دیگر، امکان به دست آوردن جواب بهتر در راستای اهداف پشتیبانی را پدید می‌آورد. مسئله پایه که در زمینه ترکیب مباحث مسیریابی و بارگیری مورد مطالعه قرار گرفته است، با عنوان مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با محدودیت‌های ظرفیت و بارگیری دوبعدی (2L-CVRP)^۱ شناخته می‌شود. در این مسئله، تقاضای مشتریان از تعدادی اقلام مستطیلی شکل تشکیل یافته است، بنابراین بیان تنها یک عدد برای نشان دادن تقاضا کافی نخواهد بود و علاوه بر آن باید از عرض و طول اقلام (که به عنوان پارامترهایی تأثیرگذار در شدنی بودن بارگیری

* نویسنده مسئول. مهدی علینقیان

تلفن: ۳۳۹۱۵۵۱۱ - ۰۳۱؛ پست الکترونیک: alinaghian@cc.iut.ac.ir

1. Two-dimensional loading capacitated vehicle

ساختار این مقاله در ادامه به این صورت است: در بخش دوم، ادبیات موضوع مورد بررسی قرار می‌گیرد، در بخش سوم، مسئله مطرح معرفی و یک مدل ریاضی جدید ارائه می‌گردد، در بخش چهارم، روش‌های حل مسئله بیان می‌گردند، در بخش پنجم، نتایج محاسباتی بیان می‌شوند و در نهایت این مقاله با نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادهایی برای مطالعات آینده در بخش ششم اتمام می‌یابد.

۲- ادبیات موضوع

مقاله ارائه‌شده توسط دانتزیگ و همکاران [۴] آغاز مطالعات در زمینه مسئله مسیریابی وسیله نقلیه (VRP)^۲ است. آن‌ها در این مقاله به مطالعه یک مسئله فروشنده دوره‌گرد در مقیاس بزرگ پرداخته و یک روش حل برای آن ارائه دادند. کلارک و رایت [۵] برای اولین بار بیش از یک وسیله نقلیه را در فرموله کردن مسئله در نظر گرفتند، در نتیجه این مطالعه را می‌توان اولین مطالعه شناخته‌شده در ادبیات VRP در نظر گرفت. اولین مقاله‌ای که از عبارت «مسیریابی وسیله نقلیه» در عنوان خود استفاده کرده بود، منتسب به گلدن و همکاران [۶] است. لازم به ذکر است که نسخه‌های دیگری از VRP در اوایل دهه ۸۰ میلادی پدید آمدند. با وجود اینکه مطالعات گسترده‌ای در زمینه VRP صورت گرفته است، مطالعاتی که از زمان سفر متغیر در مدل‌سازی سود می‌برند، اندک هستند. در زیر به بخشی از مطالعات مذکور اشاره می‌شود.

مدل ریاضی TDVRP بر اساس مسئله فروشنده دوره‌گرد وابسته به زمان (TDTSP)^۴ به دست می‌آید. پیکارد و قریران [۷] برای اولین بار یک مدل برای TDTSP ارائه کردند و از یک روش دقیق برای حل آن سود بردند. فاکس و همکاران [۸] مدل TDTSP را بهبود بخشیدند. مالاندراکي و روبرت [۹] از برنامه‌ریزی پویا برای حل TDTSP استفاده کردند.

مالاندراکي [۱۰] برای اولین بار مدل ریاضی TDVRP را بر اساس TDTSP ارائه نمود و نشان داد که زمان سفر بین دو گره فقط به فاصله آن‌ها بستگی ندارد، بلکه به زمان ترک گره مبدأ نیز بستگی دارد. مالاندراکي و داسکین [۱۱] یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط برای TDVRP ارائه دادند که محدودیت‌های آن شامل پنجره زمانی نرم، ظرفیت وسایط نقلیه و زمان انتظار بود. آن‌ها برای حل مدل مذکور از الگوریتم‌های حریصانه و شاخه و کران استفاده کردند که قادر به حل نمونه‌هایی با ۱۰ تا ۲۵ مشتری بود. مالاندراکي و روبرت [۹] از برنامه‌ریزی پویا برای حل TDVRP استفاده کردند.

مطالعات مذکور در پاراگراف قبلی از تابع پله‌ای برای بیان زمان سفر استفاده کرده‌اند، این در حالی است که در ادبیات موضوع، مطالعاتی وجود دارند که توابعی غیر پله‌ای برای بیان زمان به‌کاربرده‌اند. هیل و بنتون [۱۲] یک تابع سرعت حرکت برای اجتناب از زمان‌های حرکت گسسته ارائه کردند و TDVRP را بدون

اقدام شناخته می‌شوند) سخن به میان آید. مشکل حمل اقلام مستطیلی شکل در جابجایی اقلام سنگین‌وزنی ظاهر می‌شود که نمی‌توان آن‌ها را روی هم انبار نمود. مثالی بارز از این‌گونه موارد، حمل‌ونقل لوازم و ملزومات آشپزخانه است.

در مسئله مذکور نیز همانند مسئله مسیریابی کلاسیک، برای خدمات‌رسانی به مشتریان از ناوگانی همگن (مشابه) استفاده می‌شود. هر وسیله نقلیه، با محدودیت ظرفیت وزنی، عرض، طول و مساحت قسمت بارگیری مشخص می‌شود که برای تمامی وسایل نقلیه در دسترس یکسان است.

طی سالیان اخیر، توجه محققین به کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل به صورت گسترده‌ای در حال افزایش است [۳]. یکی از پدیده‌های مهم در مسیریابی ناوگان در مناطق شهری که در نظر نگرفتن آن موجب افزایش هزینه‌ها می‌گردد، پدیده ترافیک است. در نظر گرفتن ترافیک برای مدل‌سازی خدمات‌رسانی به مشتریان در نواحی شهری ضروری به نظر می‌رسد، چراکه در غیر این صورت به جواب‌هایی ناکار و غیربهبینه دست خواهیم یافت. ترافیک یکی از مباحث اساسی در مناطق شهری است که مدت‌زمان عبور از یک کمان را وابسته به زمان شروع سفر می‌کند. به طور مثال حرکت در ساعت ۶ صبح از خیابانی در مرکز شهر، زمان بسیار کمتری نسبت به حرکت در همان خیابان در ساعات اوج ترافیک خواهد داشت.

مدل‌های مسیریابی با زمان سفر متغیر (در این مدل‌ها، زمان سفر با توجه به زمانی از روز که این سفر اتفاق می‌افتد متغیر است)، توجه زیادی را در ادبیات مسیریابی وسیله نقلیه و صنعت به خود جلب کرده است. بااین‌وجود، هنوز هم تحقیقات در حوزه مسئله مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان (TDVRP)^۱ در مقایسه با سایر انواع مسائل مسیریابی بسیار اندک است.

بنابراین، برای در نظر گرفتن موضوعات مذکور، باید یک مدل ریاضی ارائه گردد که در آن زمان سفر بین گره مبدأ و گره مقصد به زمان خروج از گره مبدأ وابسته و تقاضای مشتریان از اقلام مستطیلی شکل با ابعاد مشخص تشکیل شده باشد. چنین مسئله‌ای را با عنوان مسئله مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی (L-TDVRP)^۲ خواهیم شناخت. در این مسئله، مبحث ترافیک در خدمات‌رسانی به مشتریانی موردتوجه قرار می‌گیرد که تقاضای آن‌ها از اقلام مستطیلی شکل تشکیل شده است. از جمله نوآوری‌های این مقاله عبارت است از: (۱) در نظر گرفتن ترافیک شهری در مسیریابی وسایط نقلیه با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی، (۲) ارائه یک مدل ریاضی جدید برای مسئله مذکور، (۳) حل مسئله با استفاده از دو الگوریتم پیشنهادی مبتنی بر الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید و مقایسه نتایج حاصله با الگوریتم ژنتیک پایه.

1. Time dependent vehicle routing problem
2. Two-dimensional loading time dependent vehicle routing problem

3. Vehicle routing problem

4. Time dependent salesman problem

گرفتند که در آن محدودیت‌های جانبی بارگیری و تخلیه همزمان نیز به مدل اضافه شده بود. یک مدل برنامه‌ریزی محدودیت بر اساس رویکرد زمان‌بندی برای جنبه بارگیری ارائه شده بود. لیونگ و همکاران [۲۶] VRP با ناوگان غیرمشابه را در نظر گرفتند. آن‌ها با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرد همراه با جستجوی محلی ابتکاری مسئله مسیریابی را حل و برای بررسی محدودیت‌های بارگیری مجموعه‌ای از روش‌های ابتکاری بارگیری به کار بردند. خبیشه‌حاجی و همکاران [۲۷] مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با در نظر گرفتن پنجره زمانی و محدودیت‌های بارگیری دوبعدی را ارائه کردند. آن‌ها ابتدا با استفاده از ۶ روش ابتکاری چندین جواب خوب به دست آورده و سپس با استفاده از الگوریتم ممتیک جواب‌های مذکور را بهبود می‌دادند.

برای به دست آوردن اطلاعات بیشتر در زمینه مسائل مسیریابی می‌توان به [۲۸] و در زمینه مسائل مسیریابی با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی و سه‌بعدی به [۲۹] مراجعه نمود.

۳- معرفی مسئله

۳-۱- مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان (TDVRP)

برای مدل‌سازی مسئله، به تعداد وسایط نقلیه در دسترس انبارهایی فرضی در نظر می‌گیریم تا وسایط نقلیه بعد از خدمات‌رسانی در آنجا مستقر شوند. مختصات این انبارها می‌تواند منطبق بر هر مختصات دلخواهی باشد. چون برای مسئله مورد بررسی در این مقاله تنها یک انبار در نظر گرفته شده است، مختصات تمامی انبارها بر انبار مرکزی منطبق است. تعریف انبارهای مجازی در واقع برای به دست آوردن زمان بازگشت وسایط نقلیه به انبار است. هدف در مسیریابی وابسته به زمان، کمینه کردن زمان بازگشت وسایط به انبار است.

TDVRP روی گراف جهت‌دار $G(V, E)$ تعریف می‌شود که در آن V مجموعه گره‌های $0, 1, 2, \dots, n + K$ است (n تعداد مشتریان و K تعداد وسایط نقلیه است). در مجموعه V گره 0 نشانگر انبار مرکزی، گره‌های $1, \dots, n$ نشانگر مشتریان و گره‌های $n + 1, \dots, n + K$ نشانگر انبارهای مجازی است. برای سهولت در مراجعات بعدی، دو مجموعه V' و V'' به این صورت تعریف می‌شوند: V' مجموعه گره‌ها بدون در نظر گرفتن انبارهای مجازی و V'' مجموعه گره‌ها بدون در نظر گرفتن انبار مرکزی و انبارهای مجازی. همچنین E مجموعه کمان‌های $(i, j), i \in V'; j \in V$ (for $i = 0, j \in V''$) است.

باید به این نکته نیز توجه نمود که زمان سفر از یک گره به هر یک انبارهای مجازی برابر با زمان سفر از آن گره به انبار مرکزی است. همچنین زمان سفر از هر یک از انبارهای مجازی به یک گره برابر با زمان سفر از انبار مرکزی به آن گره است.

ساختار مسئله به صورت غیرممتقارن در نظر گرفته شده است، به طوری که برای دو جفت گره i و j ، زمان سفر از گره i به گره j با

در نظر گرفتن محدودیت پنجره زمانی با بیش از ۲۱۰ مشتری حل کردند. ایچونا و همکاران [۱۳] یک قاعده محاسباتی برای سنجش سرعت حرکت در بازه‌های زمانی متفاوت ارائه کردند و از الگوریتم جستجوی ممنوعه موازی برای حل TDVRP با محدودیت پنجره زمانی استفاده کردند. دوناتی و همکاران [۱۴] از سیستم کلونی مورچگان برای حل TDVRP استفاده کردند. سولر و همکاران [۱۵] برای حل TDVRP آن را تبدیل به یک VRP ایستا کردند. فیگلیوتزی [۱۶] یک روش ساخت و بهبود مسیر برای حل مسئله مذکور ارائه داد. ژانگ و همکاران [۱۷] از یک روش ترکیبی (سیستم کلونی مورچگان و جستجوی ممنوعه) برای حل TDVRP استفاده کردند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مطالعات انجام‌گرفته در این زمینه اندک و البته در حال افزایش است.

عمده مطالعات انجام‌گرفته در زمینه مسئله مسیریابی و بارگیری همزمان در ارتباط با در نظر گرفتن محدودیت‌های بارگیری برای مسئله مسیریابی با محدودیت ظرفیت (CVRP)^۱ هستند. همان‌گونه که قبلاً نیز ذکر شد، این مسئله با عنوان مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با محدودیت‌های ظرفیت و بارگیری دوبعدی شناخته و به صورت 2L-CVRP نمایش داده می‌شود. آن‌ها با استفاده از یک روش حل یوری و همکاران [۱۸] معرفی شد. آن‌ها با استفاده از یک روش حل دقیق بر اساس تکنیک شاخه و برش به حل مدل معرفی‌شده پرداختند. جندریو و همکاران [۱۹] با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوعه این مسئله را در مقیاس بزرگ حل کردند. زاچاریادیس و همکاران [۲۰] از یک روش فراابتکاری جدید با عنوان جستجوی ممنوعه هدایت‌شده برای حل 2L-CVRP استفاده نمودند و توانستند به جواب‌های بهتری دست یابند. مجموعه‌ای از روش‌های ابتکاری بارگیری برای بررسی امکان‌پذیری بارگیری توسط آن‌ها جمع‌آوری شد. فونلر و همکاران [۲۱] از بهینه‌سازی کلونی مورچگان استفاده نمودند و نشان دادند که 2L-CVRP را با موفقیت حل می‌نماید. لیونگ و همکاران [۲۲] یک روش جدید ارائه دادند که شامل یک سری الگوریتم برای مسئله بارگیری بود. روش معرفی‌شده کارایی خود را با ارتقای جواب تعداد زیادی از مسائل نمونه استفاده‌شده توسط فونلر و همکاران اثبات نمود. دوهمل و همکاران [۲۳] یک الگوریتم GRASP×ELS برای 2L-CVRP ارائه دادند که در روش پیشنهادی آن‌ها، محدودیت‌های بارگیری قبل از حل تبدیل به مسئله برنامه‌ریزی پروژه با منابع محدود می‌گردد. زاچاریادیس و همکاران [۲۴] یک رویکرد ابتکاری برای حل 2L-CVRP ارائه نمودند. مهم‌ترین ویژگی رویکرد آن‌ها مختصر بودن ساختار آن است، به طوری که تنها دو پارامتر در کارایی الگوریتم ارائه‌شده تأثیر دارند. همچنین در ادبیات موضوع، مسائلی مشابه مشاهده می‌شود که توسعه‌هایی از مسیریابی کلاسیک و بارگیری بوده‌اند. مالاپرت و همکاران [۲۵] توسعه‌ای از 2L-CVRP را در نظر

1. Capacitated vehicle routing problem

m_i	تعداد اقلام مورد تقاضای مشتری i ام
n_{item}	تعداد کل اقلام مورد تقاضای تمامی مشتریان ($n_{item} = \sum_{i=1}^n m_i$)
w_{it}	عرض قلم it ام
h_{it}	طول قلم it ام
S_{it}	مساحت قلم it ام ($S_{it} = w_{it} \times h_{it}$)
K	تعداد وسایط نقلیه در دسترس
W	عرض محل بارگیری وسایط نقلیه
H	طول محل بارگیری وسایط نقلیه
S	مساحت محل بارگیری وسایط نقلیه ($S = W \times H$)

پس از بیان پارامترهای مسئله، متغیرهای مدل معرفی می‌شود. متغیرهای مدل به صورت زیر هستند:

x_{ij}^{km}	متغیری صفر و یک که اگر کمان بین دو مشتری i ام و j ام با وسیله نقلیه k ام در بازه زمانی m ام پیموده شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد
z_i^k	متغیری صفر و یک که اگر اقلام مورد تقاضای مشتری i ام با وسیله نقلیه k ام حمل شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد
zz_{it}^k	متغیری صفر و یک که اگر قلم it ام با وسیله نقلیه k ام حمل شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد

t_i	زمان ترک مشتری i ام
x_{it}	مختص عرض گوشه پایین-چپ قلم it ام
y_{it}	مختص طول گوشه پایین-چپ قلم it ام
$l_{it1,it2}$	متغیری صفر و یک که اگر قلم $it1$ ام در سمت چپ قلم $it2$ ام قرار گیرد مقدار یک و در غیر این صورت (در سمت چپ قرار نگیرد) مقدار صفر می‌گیرد
$b_{it1,it2}$	متغیری صفر و یک که اگر قلم $it1$ ام در قسمت پایین قلم $it2$ ام قرار گیرد مقدار یک و در غیر این صورت (در قسمت پایین قرار نگیرد) مقدار صفر می‌گیرد

با توجه به توضیحات ارائه‌شده، مدل ریاضی مسئله به صورت زیر است (B یک عدد بزرگ است):

$$\min TC = \sum_{i=n+1}^{n+K} t_i \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n+K} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M x_{ij}^{km} = 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^M x_{0j}^{km} = 1, \quad k = 1, \dots, K \quad (3)$$

زمان سفر از گره j به گره i متفاوت است. همچنین، برای مدل‌سازی مسئله، از فرضیات دیگری به شرح زیر استفاده شده است:

- استفاده از تابع پله‌ای برای بیان زمان سفر بین دو گره
- غیرمجاز بودن توقف وسایط نقلیه در گره‌ها
- یکسان بودن تمامی وسایط نقلیه در دسترس
- استفاده از تمامی وسایط نقلیه در دسترس

۳-۲- مسئله پر کردن ظرف دوبعدی (2BPP)^۱

برای ترکیب مباحث مسیریابی و بارگیری، نیازمند استفاده از مفاهیم 2BPP هستیم. این مسئله درصد قرار دادن یک سری اقلام مستطیلی شکل در درون کمترین تعداد ممکن از ظروف بزرگ مستطیلی شکل است (با توجه به محل کاربرد، استفاده از واژه محل بارگیری مناسب است). این مسئله نیز همانند مسئله مسیریابی وسیله نقلیه یک مسئله NP-hard است و حل کردن دقیق آن در ابعاد بزرگ بسیار زمانبر است. در این مسئله هر قلم، دارای عرض و طول مشخصی است و تمامی محل‌های بارگیری نیز یکسان بوده و عرض و طول مشخصی دارند. محدودیت‌های این مسئله برای جلوگیری از همپوشانی اقلام با یکدیگر و همچنین قرارگیری کامل یک قلم در درون محل بارگیری طراحی می‌شوند.

۳-۳- ترکیب مسئله مسیریابی وابسته به زمان و پر کردن ظرف

در این مسئله به دنبال تخصیص مشتریان (این مشتریان که تقاضای آن‌ها اقلام مستطیلی شکل است، در یک منطقه شهری واقع هستند و زمان سفر بین دو گره وابسته به زمان خروج از گره مبدأ است) به وسایط نقلیه و یافتن توالی بازدید هستیم، به نحوی که محدودیت ظرفیت وزنی برقرار و یک بارگیری امکان‌پذیر از اقلام مشتریان در محل بارگیری وسایط نقلیه وجود داشته باشد و زمان بازگشت وسایط نقلیه به انبار کمینه گردد. در نسخه‌ای که مورد بررسی قرار خواهد گرفت، لبه‌های اقلام موازی با لبه‌های محل بارگیری در نظر گرفته می‌شود و چرخش اقلام مجاز نیست.

۳-۴- مدل ریاضی مسئله مطرح

پس از معرفی مسئله مذکور و بیان ویژگی‌های آن، یک مدل ریاضی جدید ارائه می‌شود. برای بیان مدل، ابتدا پارامترها و متغیرهای مورد استفاده را معرفی می‌کنیم. پارامترهای مدل از قرار زیر هستند:

C_{ij}^m	زمان سفر از گره i به گره j در بازه زمانی m ام
T_{ij}^m	حد بالای بازه زمانی m ام
M	تعداد بازه‌های زمانی
st_i	زمان خدمات‌رسانی به مشتری i ام
t	زمان خروج وسایط نقلیه از انبار مرکزی
D_i	تقاضای مشتری i ام
A_i	مجموعه اقلام مشتری i ام

1. Two-dimensional bin packing problem

$$x_{it1} + w_{it1} + W.l_{it1,it2} \leq x_{it2} + W, \quad it1, it2 = 1, \dots, n_{item} \quad (۲۰)$$

$$y_{it1} + h_{it1} + H.b_{it1,it2} \leq y_{it2} + H, \quad it1, it2 = 1, \dots, n_{item} \quad (۲۱)$$

$$\begin{aligned} x_{ij}^{km} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 0, \dots, n + K, i \neq j; k = 1, \dots, K; m = 1, \dots, M \\ z_i^k \in \{0, 1\}, \quad i = 0, \dots, n + K; k = 1, \dots, K \\ zz_{it}^k \in \{0, 1\}, \quad it = 0, \dots, n_{item}; k = 1, \dots, K \\ l_{it1,it2} \in \{0, 1\} \\ b_{it1,it2} \in \{0, 1\} \\ t_i \geq 0, \quad i = 0, \dots, n + K \\ x_{it} \geq 0, \quad it = 1, \dots, n_{item} \\ y_{it} \geq 0, \quad it = 1, \dots, n_{item} \end{aligned} \quad (۲۲)$$

تابع هدف (۱) درصد کمینه کردن زمان بازگشت وسایط نقلیه به انبار است، محدودیت (۲) برای تضمین این است که هر مشتری دقیقاً یک بار خدمات‌رسانی شود، محدودیت‌های (۳) و (۴) برای این است که وسایط نقلیه کار خود را از انبار آغاز نمایند و در انبار پایان بخشند، محدودیت (۵) تضمین می‌کند که اگر یک وسیله نقلیه در یک بازه زمانی وارد یک گره شود، آن را ترک نماید، محدودیت‌های (۶) و (۷) به ترتیب بیان‌کننده محدودیت وزن و مساحت محل بارگیری است، محدودیت (۸) تخصیص مشتریان را با متغیرهای مسئله مسیریابی وسیله نقلیه مرتبط می‌سازد، محدودیت (۹) تخصیص وسایط نقلیه را به انبارهای مربوطه مشخص می‌کند. محدودیت (۱۰) تضمین می‌کند که از انبارهای مربوطه به هر یک از وسایط نقلیه وسیله‌ای خارج نشود، محدودیت (۱۱) تخصیص اقلام مشتریان را مشخص می‌کند، محدودیت (۱۲) زمان خروج وسایط نقلیه را از انبار مرکزی مشخص می‌کند، محدودیت‌های (۱۳) و (۱۴) زمان خروج را در گره i ام محاسبه می‌کند، محدودیت‌های (۱۵) و (۱۶) جهت انتخاب بازه زمانی مناسب بین دو گره i و j است، محدودیت‌های (۱۷) و (۱۸) تضمین می‌کنند که قلم مورد تقاضای مشتری i ام در درون محل بارگیری قرار بگیرد، محدودیت‌های (۱۹) تا (۲۱) جهت جلوگیری از همپوشانی بوده و در نهایت محدودیت‌های (۲۲) علامت متغیرها را مشخص می‌نماید.

۴- ارائه روش حل

۴-۱- بررسی محدودیت‌های بارگیری

یکی از پیچیدگی‌های مسائل مسیریابی و بارگیری همزمان، بررسی محدودیت‌های بارگیری است که حل آن‌ها را بسیار دشوار می‌کند. در این مقاله برای بررسی محدودیت‌های بارگیری از پنج روش ابتکاری استفاده شده است که در [۲۰] به کار گرفته شده‌اند. لازم به ذکر است که تابع هدف جواب‌های نشدنی در این روش جریمه می‌شوند.

قبل از به‌کارگیری روش‌های ابتکاری، دو محدودیت ظرفیت وزنی و مساحت محل بارگیری برای تمامی مسیرها بررسی می‌شوند. پس از اطمینان از برقراری این دو محدودیت، تمامی مسیرها از نظر

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^M x_{i(n+k)}^{km} = 1, \quad k = 1, \dots, K \quad (۴)$$

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq p}}^n \sum_{m=1}^M x_{ip}^{km} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^{n+K} \sum_{m=1}^M x_{pj}^{km} = 0, \quad p = 1, \dots, n; k = 1, \dots, K \quad (۵)$$

$$\sum_{i=0}^{n+K} z_i^k . D_i \leq Q, \quad k = 1, \dots, K \quad (۶)$$

$$\sum_{i=0}^n z_i^k . S_i \leq S, \quad k = 1, \dots, K \quad (۷)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+K} \sum_{m=1}^M x_{ij}^{km} = z_i^k, \quad i = 0, \dots, n; k = 1, \dots, K \quad (۸)$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n+K}}^n \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq K}}^M x_{i(n+k)}^{km} = z_{n+k}^k, \quad k = 1, \dots, K \quad (۹)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n+K} \sum_{k=1}^M \sum_{m=1}^M x_{ij}^{km} = 0, \quad i = n + 1, \dots, n + K \quad (۱۰)$$

$$zz_{it}^k - z_i^k = 0, \quad k = 1, \dots, K; i = 1, \dots, n; it \in A_i \quad (۱۱)$$

$$t_0 = t \quad (۱۲)$$

$$t_j - t_i - B . x_{ik}^{km} \geq C_{ij}^m + st_j - B, \quad i = 0, \dots, n; j = 1, \dots, n + K; i \neq j; m = 1, \dots, M; k = 1, \dots, K \quad (۱۳)$$

$$t_j - t_i - B \leq C_{ij}^m + st_j - B . x_{ik}^{km}, \quad i = 0, \dots, n; j = 1, \dots, n + K; i \neq j; m = 1, \dots, M; k = 1, \dots, K \quad (۱۴)$$

$$t_i + B . x_{ij}^{km} \leq T_{ij}^m + B, \quad i = 0, \dots, n; j = 1, \dots, n + K; i \neq j; m = 1, \dots, M; k = 1, \dots, K \quad (۱۵)$$

$$t_i - T_{ij}^{m-1} . x_{ij}^{km} \geq 0, \quad i = 0, \dots, n; j = 1, \dots, n + K; i \neq j; m = 1, \dots, M; k = 1, \dots, K \quad (۱۶)$$

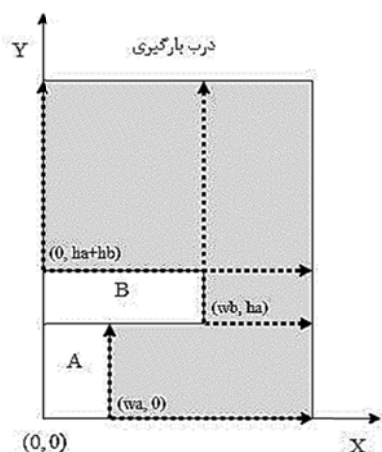
$$x_{it} + w_{it} \leq W, \quad it = 1, \dots, n_{item}; k = 1, \dots, K \quad (۱۷)$$

$$y_{it} + h_{it} \leq H, \quad it = 1, \dots, n_{item}; k = 1, \dots, K \quad (۱۸)$$

$$l_{it1,it2} + l_{it2,it1} + b_{it1,it2} + b_{it2,it1} + (1 - zz_{it1}^k) + (1 - zz_{it2}^k) \geq 1, \quad 1 \leq it1 < it2 \leq n_{item} \quad (۱۹)$$

۴) روش ابتکاری بیش‌ترین محیط مماس بدون در نظر گرفتن دیواره‌های محل بارگیری [۳۱]: موقعیتی را انتخاب می‌کند که اگر قلم در آن جا قرار گیرد، بیش‌ترین محیط مماس را با کناره‌های اقلام دیگر داشته باشد.

۵) روش ابتکاری کمترین مساحت [۲۰]: موقعیتی را انتخاب می‌کند که کمترین مساحت مستطیلی معادل را داشته باشد (شکل (۱)). برای مثال در شکل (۱)، مساحت ناحیه مستطیلی شکل مربوط به $(w_a, 0)$ برابر با $(W - w_a) \times h_a$ است.



شکل (۱): نحوه نمایش ناحیه‌های مستطیلی شکل در روش ابتکاری کمترین مساحت

در بررسی محدودیت‌های بارگیری، پنج روش ابتکاری معرفی شده به ترتیب بیان شده فراخوانی می‌شوند. اگر اولین روش نتواند یک طرح بارگیری شدنی ارائه دهد، الگوریتم‌های بعدی به کار گرفته خواهند شد. در به‌کارگیری هر یک از روش‌های ابتکاری، اگر توالی اول از اقلام نتوانست به یک بارگیری شدنی دست یابد، توالی دوم به کار گرفته می‌شود و تمامی مراحل فوق از ابتدا تکرار می‌گردد. لازم به ذکر است که اگر روش‌های ابتکاری بارگیری با هیچ‌یک از دو توالی مذکور نتوانند یک بارگیری شدنی ارائه دهند، مسیر موردنظر محدودیت‌های بارگیری را نقض می‌نماید و نشدنی در نظر گرفته می‌شود.

۴-۲- الگوریتم ژنتیک

یکی از الگوریتم‌های مورداستفاده برای حل مدل در این پژوهش، الگوریتم ژنتیک بهبودیافته است. ایده اولیه استفاده از الگوریتم ژنتیک نخستین بار توسط هالند [۳۲] مطرح شد. این روش برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی زیادی با موفقیت به کار گرفته شده است. در این روش که از دسته الگوریتم‌های تکاملی است، جواب‌هایی تحت عنوان جمعیت اولیه تولید و از بین این جواب‌ها والدینی برای به دست آوردن نسل بعدی انتخاب می‌شوند. تولید نسل بعدی با استفاده از عملگرهای ترکیب و جهش انجام می‌یابد. نسل جدید با مکانیزمی جایگزین نسل قبلی می‌شود و این کار تا رسیدن به تعداد معینی از تولید نسل ادامه می‌یابد. در این قسمت، بخش‌های اساسی

محدودیت‌های بارگیری بررسی خواهند شد. برای این کار، مشتریان اختصاص داده شده به هر مسیر مشخص و تمامی اقلام آن‌ها شناسایی می‌شوند و بر اساس این مشتریان و اقلام، توالی چینش اقلام در محل بارگیری به دست می‌آید.

در این مقاله برای افزایش احتمال دستیابی به یک بارگیری شدنی، از دو توالی بارگیری استفاده شده است. توالی اول از مرتب کردن اقلام مشتریان مسیر بر اساس مساحت آن‌ها به صورت نزولی به دست می‌آید (اگر دو قلم مساحت یکسانی داشته باشند، اولویت با قلمی است که طول بیشتری داشته باشد). توالی دوم از مرتب کردن اقلام بر اساس توالی بازدید به دست می‌آید. به این صورت که اگر یک مشتری در ابتدای مسیر خدمات‌رسانی شود، بایستی اقلام آن مشتری نیز در ابتدای توالی بارگیری قرار گیرند (برای اقلام یک مشتری، مرتب کردن نزولی بر اساس مساحت اقلام).

با انتخاب اولین توالی و استفاده از اولین روش ابتکاری بارگیری و شروع از اولین قلم توالی، اقلام به ترتیب در محل بارگیری قرار داده می‌شوند. قرار دادن اقلام در محل‌هایی انجام می‌گیرد که در آن لحظه در لیست مختصات در دسترس وجود داشته باشند. مختصات انتخاب شده برای قرار دادن یک قلم باید شدنی باشد، یعنی اگر قلم در آن مختصات قرار گیرد، به طور کامل در محل بارگیری قرار داشته باشد و با هیچ قلم دیگری همپوشانی نداشته باشد. در آغاز، تنها مختصات در دسترس گوشه پایین-چپ محل بارگیری است. پس از قرار دادن یک قلم، مختصات بارگیری آن از لیست حذف و حداکثر چهار مختصات بارگیری جدید به این لیست اضافه می‌شود. برای مثال بررسی شده در شکل (۱۱) پیوست، پس از بارگیری قلم E ، مختصات بارگیری (w_c, h_a) از لیست حذف و مختصات جدید گوشه چپ-بالای قلم E $(w_c, h_a + h_e)$ ، گوشه راست-پایین قلم E $(w_c + w_e, h_a)$ ، تصویر گوشه چپ-بالای قلم E در کمترین عرض اشغال شده از آن طول $(w_a, h_a + h_e)$ و تصویر گوشه راست-پایین قلم E در کمترین طول اشغال شده از آن عرض $(w_c + w_e, h_b)$ به این لیست اضافه می‌شود. هر روش ابتکاری معیار متفاوتی را برای انتخاب یک مختصات از لیست مختصات در دسترس به کار می‌گیرد:

۱) روش ابتکاری پر کردن پایین-چپ (محور Y) [۳۰]: موقعیتی را انتخاب می‌کند که کمترین مختص Y را دارد. در مواردی که بیش از یک مختصات چنین شرایطی دارند، از بین آن‌ها موقعیتی را انتخاب می‌کند که کمترین مختص X را دارد.

۲) روش ابتکاری پر کردن چپ-پایین (محور X) [۳۰]: موقعیتی را انتخاب می‌کند که کمترین مختص X را دارد. در مواردی که بیش از یک مختصات چنین شرایطی دارند، از بین آن‌ها موقعیتی را انتخاب می‌کند که کمترین مختص Y را دارد.

۳) روش ابتکاری بیش‌ترین محیط مماس [۳۱]: موقعیتی را انتخاب می‌کند که اگر قلم در آن جا قرار گیرد، بیش‌ترین محیط مماس را با کناره‌های اقلام دیگر و دیواره‌های محل بارگیری داشته باشد.

تصادفی به یک وسیله نقلیه اختصاص می‌یابد. این کار از اولین مشتری در رشته آغاز می‌شود و تا زمانی ادامه می‌یابد که تمامی مشتریان دقیقاً یک بار خدمات‌رسانی شوند.

۴-۲-۳- عملگرهای ژنتیک

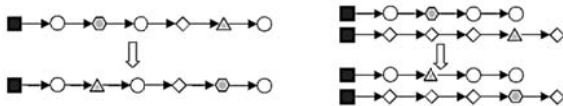
جواب‌های حاصل از ترکیب و جهش، ویژگی‌های جمعیت مولد را به ارث می‌برد. به همین خاطر جواب‌هایی باید مولد نسل جدید باشند که از ویژگی‌های خوبی در جهت بهبود تابع هدف برخوردار باشند. انتخاب والدین در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی این مقاله با استفاده از روش انتخاب بر اساس تورنمنت^۱ صورت گرفته است. وجود روش تورنمنت مانع همگرایی سریع الگوریتم خواهد شد و پراکندگی لازم را برای جستجوی فضای بیشتر فراهم خواهد کرد. عملگرهای مورد استفاده به صورت زیر است:

* عملگر ترکیب

برای ترکیب دو جواب والد از عملگرهای دونقطه و سه‌نقطه با احتمال یکسان استفاده شده است. در صورت نیاز، پس از به‌کارگیری عملگرهای ترکیب، جواب‌های تولیدشده ترمیم می‌شوند (همانند ترمیم جواب‌های اولیه).

* عملگر جهش

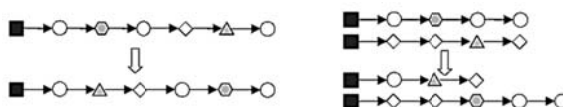
برای انجام عمل جهش، از عملگر نوع swap در تبادل مشتری [۳۳] استفاده شده است که جای دو مشتری را در یک وسیله نقلیه یا دو وسیله نقلیه متفاوت تغییر می‌دهد. این عملگر به صورتی که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، عمل می‌نماید.



شکل (۳): عملگر swap

۴-۲-۴- جستجوی محلی

در مسائلی که فضای جواب گسترده‌ای را شامل می‌شوند، از جستجوهای محلی برای بهبود عملکرد روش‌های حل مختلف استفاده می‌شود. با توجه به گستردگی و پیچیدگی مسئله موردنظر، انتظار می‌رفت وجود یک جستجوی محلی در قسمت مسیریابی الگوریتم ارائه‌شده، بتواند کارایی آن را بهبود دهد. از این رو یک جستجوی محلی روی هر جواب جدیدی اضافه شد که از ترکیب والدین تولید می‌شد. در روش پیشنهادی، از دو عملگر با احتمال به‌کارگیری یکسان استفاده شده است. عملگر اول تغییری از روش 2-opt [۳۴، ۳۵] است که نحوه عملکرد آن برای دو مشتری یک وسیله نقلیه و همچنین دو مشتری از دو وسیله نقلیه متفاوت در شکل (۴) دیده می‌شود.



شکل (۴): عملگر 2-opt

الگوریتم پیشنهادی بر مبنای الگوریتم ژنتیک ارائه خواهد شد.

۴-۲-۱- نمایش جواب

برای نمایش جواب در این الگوریتم، از یک رشته $n + K - 1$ تایی استفاده شده است که n تعداد مشتریان و K تعداد وسایط نقلیه در دسترس است. نمونه‌ای از یک جواب با ۶ مشتری و ۳ وسیله نقلیه در شکل (۲) مشاهده می‌شود:

6	0	5	4	3	0	1	2
---	---	---	---	---	---	---	---

شکل (۲): نحوه نمایش جواب در الگوریتم پیشنهادی

در این نحوه نمایش جواب، وسایط نقلیه با درج عدد صفر از همدیگر متمایز شده و توالی خدمات‌رسانی همان ترتیب نوشته‌شده در جواب است. برای مثال، مشتری ششم به وسیله نقلیه اول، مشتریان سوم، چهارم و پنجم به وسیله نقلیه دوم و مشتریان اول و دوم به وسیله نقلیه سوم اختصاص داده شده‌اند. توالی خدمات‌رسانی برای وسیله نقلیه دوم، به ترتیب مشتری پنجم، مشتری چهارم و در نهایت مشتری سوم است.

۴-۲-۲- تولید جواب‌های اولیه

برای تولید جواب‌های اولیه، نیمی از جواب‌ها با استفاده از یک روش بر مبنای نزدیک‌ترین همسایه تصادفی و بقیه به صورت تصادفی تولید شدند. گام‌های روش مبتنی بر نزدیک‌ترین همسایه تصادفی به صورت زیر است:

(۱) ابتدا مشتریان به ترتیب کمترین فاصله از انبار مرکزی

مرتب می‌شوند و سپس K مشتری اول هر یک به یک وسیله نقلیه اختصاص داده می‌شوند.

(۲) سپس از وسیله نقلیه اول شروع کرده و تا زمانی که

ظرفیت وزنی وسیله نقلیه موردبررسی تکمیل نشده است و بارگیری اقلام مورد تقاضای مشتری مدنظر در وسیله

نقلیه انتخاب‌شده امکان‌پذیر است (برای بررسی امکان-پذیری بارگیری از روش‌های ابتکاری معرفی شده استفاده می‌شود)، به صورت تصادفی از نزدیک‌ترین ۲ مشتری به آخرین مشتری تخصیص داده شده به وسیله نقلیه موردبررسی، یک مشتری را به تصادف به آن وسیله نقلیه تخصیص می‌دهیم.

(۳) پس از تکمیل ظرفیت یا عدم دستیابی به یک بارگیری

امکان‌پذیر، وسیله نقلیه بعدی را انتخاب می‌کنیم و تا زمانی که تمامی مشتریان به وسایط نقلیه تخصیص یابند، این کار را ادامه می‌دهیم.

لازم به ذکر است که جواب‌های تولیدشده توسط هر دو روش در

صورت نیاز ترمیم می‌شوند. به این صورت که اگر یک وسیله نقلیه خالی بماند، یکی از مشتریان به صورت تصادفی به آن اختصاص می‌یابد، اگر یک مشتری بیش از یک بار خدمات‌رسانی شود، آن مشتری از توالی یکی از وسایط نقلیه که به آن اختصاص داده شده است حذف و یک مشتری به صورت تصادفی جایگزین آن می‌شود و همچنین اگر یک مشتری به هیچ وسیله نقلیه‌ای اختصاص نیابد، به صورت

۴-۳-۱- گام‌های الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

گام‌های الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پیشنهادی در شکل (۱۳) پیوست مشاهده می‌شود.

۵- نتایج محاسباتی

الگوریتم‌های پیشنهادی، با استفاده از زبان برنامه‌نویسی متلب^۱ کدنویسی و بر روی یک رایانه ۲.۵ گیگاهرتز با حافظه ۶ گیگابایت اجرا شد. همچنین، برای انجام مقایسات دقیق‌تر، الگوریتم ژنتیک پایه نیز کدنویسی و بر روی رایانه مذکور اجرا شد.

۵-۱- مسائل نمونه

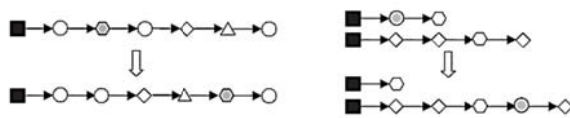
از آنجاکه مسئله مورد بررسی، برای اولین بار معرفی شده است، مسئله نمونه برای آن وجود نداشته و ساختن چنین مسائلی امری ضروری به نظر می‌رسید. برای این مسئله ۱۴ نمونه با تعداد مشتریان ۵ تا ۱۰۰ و تعداد وسایط نقلیه ۲ تا ۲۲ ساخته شد. مختصات مشتریان، تقاضای آن‌ها و مشخصات اقلام مورد تقاضای آن‌ها در نمونه‌های ۱ تا ۶ با تغییر نمونه‌های 2L-CVRP موجود به دست آمده است، در حالی که برای نمونه‌های ۷ تا ۱۴، مختصات مشتریان، تقاضای آن‌ها و مشخصات اقلام مورد تقاضای آن‌ها دقیقاً مشابه برخی از نمونه‌های مذکور است (برای دستیابی به مسائل مذکور می‌توان به <http://www.or.deis.unibo.it/research.html> مراجعه کرد). عرض و طول محل بارگیری وسایط نقلیه نیز برگرفته از نمونه‌های مذکور است. تعداد مشتریان و وسایط نقلیه برای مسائل نمونه در جدول (۱) پیوست مشاهده می‌شود.

همچنین، برای تمامی نمونه‌ها سه بازه زمانی تعیین شد که برای حفظ شدنی بودن مسائل، بازه سوم تا بینهایت ادامه می‌یابد. برای به دست آوردن زمان سفر بین دو مشتری در زمان‌های متفاوت، بازه زمانی دوم به عنوان بازه پایه با ضریب یک در نظر گرفته شده و زمان مورد نیاز برای طی مسیر نیز به صورت تابعی تصادفی از فاصله بین دو مشتری به دست آمد ($t_{ij} = 2 * d_{ij} \pm Uniform(1,10)$). زمان سفر در دو بازه دیگر نیز مضرری از زمان پایه در نظر گرفته شد که ضرایب مربوطه با استفاده از توزیع یکنواخت بین 1.01 تا 1.2 به دست آمد. زمان خدمات‌رسانی نیز با استفاده از توزیع یکنواخت بین 1 تا 5 به دست آمد (مشخصات مسئله اول در انتهای پیوست آمده است).

۵-۲- تنظیم پارامتر

پارامترهای تأثیرگذار در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، نسبت جواب-هایی که با استفاده از ترکیب و جهش به وجود می‌آیند، تعداد دفعات تکرار الگوریتم و جمعیت هر نسل و برای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، نرخ کاهش دما، دامای اولیه و بیش‌ترین تعداد مجاز حرکت‌های غیرقابل قبول است. مقادیر تمامی این پارامترها با استفاده از روش

عملگر دوم نیز تغییری از روش or-opt [۳۳] است. این عملگر مکان یک مشتری را تغییر می‌دهد که نحوه عملکرد آن در یک مسیر و دو مسیر متفاوت در شکل (۵) دیده می‌شود.



شکل (۵): عملگر or-opt

۴-۲-۵- گام‌های الگوریتم ژنتیک

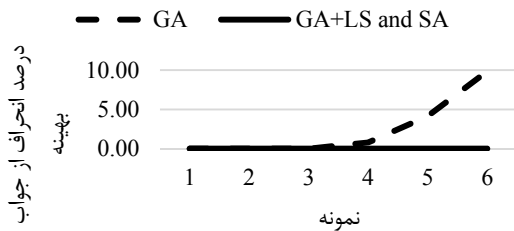
گام‌های الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در شکل (۱۲) پیوست مشاهده می‌شود.

۴-۳- روش شبیه‌سازی تبرید

شبیه‌سازی تبرید یک رویکرد حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی است [۳۶، ۳۷]. شبیه‌سازی تبرید روش جستجوی محلی را تصادفی می‌کند و در برخی مواقع، اجازه حرکت به جواب‌های بدتر را نیز می‌دهد. دلیل این امر جلوگیری از گیر افتادن در نقاط بهینه محلی و نامناسب است. احتمال پذیرش یک جواب بدتر، با استفاده از یک پارامتر کنترل (T) تعیین می‌شود که دما نام دارد. در ابتدای فرایند، مقدار T بر روی مقدار اولیه T_0 تنظیم می‌شود. یک زمان‌بندی خنک‌سازی بر اساس رابطه $T_k = R * T_{k-1}$ طراحی می‌شود که R نرخ خنک‌سازی نامیده می‌شود و به عنوان پارامتر ورودی مسئله است. الگوریتم از یک جواب اولیه شروع می‌کند و در هر مرحله، از جواب فعلی به یک جواب جدید می‌رود. اگر جواب جدید بهتر از جواب قبلی باشد، الگوریتم حرکت را می‌پذیرد و در صورتی که این جواب از بهترین جواب در دسترس بهتر باشد، آن را جایگزین بهترین جواب در دسترس می‌نماید. از سوی دیگر، اگر جواب جدید بدتر از جواب فعلی باشد، یک عدد تصادفی در بازه 0 تا 1 تولید می‌شود و احتمال پذیرش جواب جدید نیز از طریق رابطه $p = \exp\left(\frac{cost(s_{cur}) - cost(s_{new})}{T}\right)$ محاسبه می‌شود که در آن $cost(s_{cur})$ جواب فعلی و $cost(s_{new})$ جواب جدید و T دمای فعلی است. اگر p از عدد تصادفی بیشتر باشد، حرکت پذیرفته می‌شود و دما به مقدار جدید $T_k = R * T_{k-1}$ کاهش می‌یابد و در غیر این صورت، حرکت پذیرفته نشده و به تعداد حرکات غیرقابل قبول یک واحد اضافه می‌شود. الگوریتم تا زمانی تکرار می‌شود که تعداد تکرارهای غیرقابل قبول از بیش‌ترین تعداد مجاز تکرارهای غیرقابل قبول (L) بیشتر شود.

نمایش جواب مانند نمایش جواب در الگوریتم ژنتیک است. حرکت از جواب فعلی به جواب جدید نیز بر اساس سه عملگر swap، 2-opt و or-opt انجام می‌گیرد که در قسمت‌های قبل معرفی شده‌اند. یکی از نوآوری‌های این مقاله در به‌کارگیری این روش، انتخاب جواب اولیه از میان یک جمعیت اولیه است. جمعیت اولیه بر اساس آنچه برای الگوریتم ژنتیک بیان شد، به دست می‌آید و بهترین آن انتخاب می‌شود.

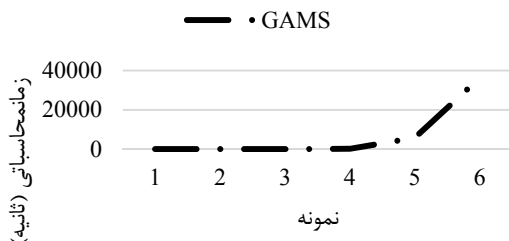
جهت مقایسه عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی در مقیاس کوچک، نمودار درصد انحراف از جواب بهینه بر حسب نمونه برای هر سه الگوریتم (شکل (۶)) بررسی شده است.



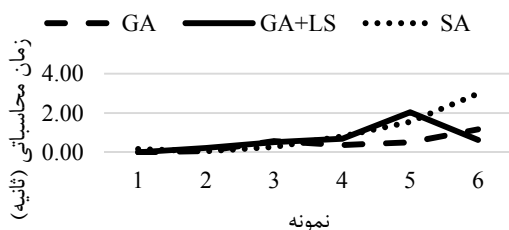
شکل (۶): نمودار درصد انحراف از جواب بهینه برای مسائل در مقیاس کوچک

با بررسی نمودار مذکور می‌توان دریافت که برای مسائل در مقیاس کوچک، الگوریتم GA توانایی دستیابی به جواب‌های نزدیک به بهینه و هر دو الگوریتم GA+LS و SA توانایی دستیابی به جواب بهینه را دارند. به عبارتی دیگر، وجود درصد انحراف ناچیز از جواب بهینه، اعتبار روش‌های فراابتکاری را در حل مدل تأیید می‌کند.

پس از بررسی درصد انحراف از جواب بهینه، الگوریتم‌های مذکور از نظر زمان محاسباتی با هم مقایسه می‌شوند. شکل (۸) زمان محاسباتی GAMS و شکل (۸) زمان محاسباتی GA، GA+LS و SA را برای مسائل در مقیاس کوچک نشان می‌دهد.



شکل (۷): نمودار زمان محاسباتی بر حسب نمونه برای مسائل در مقیاس کوچک برای نرم‌افزار گمز



شکل (۸): نمودار زمان محاسباتی بر حسب نمونه برای مسائل در مقیاس کوچک برای الگوریتم‌های فراابتکاری

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، برای چنین مسائلی، زمان محاسباتی برای بسته تجاری گمز با افزایش تعداد مشتریان به شدت افزایش می‌یابد و این در حالی است که چنین اتفاقی برای الگوریتم-

طراحی آزمایش‌های تاگوچی به دست آمد. روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی در سال ۱۹۶۰ توسط پروفسور تاگوچی معرفی گردید. این روش می‌تواند با کمترین تعداد آزمایش‌ها شرایط بهینه را تعیین کند [۳۸]. استفاده از این روش منجر به صرفه‌جویی قابل توجهی در زمان و هزینه انجام آزمایش‌های موردنیاز برای تنظیم پارامتر نسبت به روش کلاسیک فاکتوریل کامل می‌شود.

در روش تاگوچی با توجه به تعداد پارامترهای انتخابی و سطوح مربوطه، از آرایه‌های متعامد مختلفی به عنوان ماتریس آزمایش‌ها استفاده می‌شود. در این روش تغییرات با عاملی به نام نسبت سیگنال به نویز بیان می‌گردد و شرایط آزمایشی که دارای بیشترین مقدار سیگنال به نویز باشد، به عنوان شرایط بهینه انتخاب می‌شود.

در نهایت، پارامترهای الگوریتم ژنتیک به این صورت تعیین گردید: نسبت جواب‌هایی که با استفاده از ترکیب به وجود می‌آیند برابر با ۰.۸، نسبت جواب‌هایی که با استفاده از جهش به وجود می‌آیند برابر با ۰.۲، تعداد دفعات تکرار بدون بهبود الگوریتم برابر با ۱۰۰۰ و جمعیت هر نسل برابر با ۳۰. پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نیز به این صورت تنظیم گردید: نرخ کاهش دما برابر با ۰.۹، دمای اولیه برابر با ۱۰ و بیشترین تعداد مجاز حرکت‌های غیرقابل قبول برابر با ۲۰۰۰۰.

۵-۳- بررسی الگوریتم‌های پیشنهادی برای مسائلی در مقیاس کوچک

برای بررسی کارایی الگوریتم‌های پیشنهادی، عملکرد آن‌ها با یکدیگر و همچنین الگوریتم ژنتیک پایه و بسته تجاری گمز مقایسه گردیده است. بدین منظور، برای نمونه‌های در مقیاس کوچک، ابتدا جواب بهینه با استفاده از بسته مذکور به دست آمد. در این مقاله، شاخص دسته‌بندی یک مسئله در مقیاس کوچک، زمان حل توسط نرم‌افزار GAMS در نظر گرفته شد و مسائلی که زمان حلی کمتر از ۳۷۰۰۰ ثانیه داشتند، در این دسته قرار گرفتند. نتایج محاسباتی مربوط به بسته تجاری گمز، الگوریتم ژنتیک پایه، الگوریتم ژنتیک بهبودیافته و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به ترتیب در ستون‌هایی تحت عنوان GA، GA+LS، SA و GAMS نشان داده شد.

جدول (۲) پیوست آمده است. برای هر مسئله، هر یک از الگوریتم‌های ژنتیک پایه، بهبودیافته و شبیه‌سازی تبرید سه بار اجرا شد. بهترین مقدار تابع هدف به دست آمده و میانگین زمان اجرای الگوریتم بر حسب ثانیه در این تعداد از دفعات اجرا، به ترتیب در ستون «تابع هدف» و ستون «زمان»

جدول (۲) پیوست گزارش شده است. ستونی که تحت عنوان %gap در این جدول وجود دارد، برای نشان دادن درصد انحراف از جواب بهینه برای هر یک از الگوریتم‌های فراابتکاری است.

ژنتیک بهبودیافته در کل عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک پایه از خود نشان می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود الگوریتم شبیه‌سازی تبرید عملکرد کاملاً برتری نسبت به دو الگوریتم دیگر دارد.

به صورت کلی می‌توان اظهار داشت که در ابعاد پایین GA بهبودیافته تقریباً بهتر از SA عمل کرده و هر دو نسبت به الگوریتم GA بهتر عمل می‌کنند. دلیل این موضوع را می‌توان در استفاده از الگوریتم‌های جستجوی همسایگی مناسب در این دو الگوریتم جستجو کرد. در ابعاد بالا عملکرد SA بهتر می‌شود. این امر نیز به دلیل آن است که در این مسئله تأثیر جستجوی همسایگی بر کیفیت جواب (رویکردی که SA به طور کامل از آن بهره می‌برد)، از تأثیر ترکیب جواب‌ها، جهش و جستجوی محلی (رویکردی که GA بهبودیافته از آن در کنار تقاطع و جهش بهره می‌برد) در بهبود جواب‌ها بیشتر است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی

در این مقاله به بررسی مسئله مسیریابی وسیله نقلیه وابسته به زمان با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی (2L-TDVRP) پرداخته شد. همان‌گونه که قبلاً نیز اشاره شد، چنین مسئله‌ای علی‌رغم کاربرد مناسب آن در حوزه توزیع در مناطق شهری، در ادبیات مسئله مسیریابی و بارگیری همزمان مشاهده نمی‌شود. پس از معرفی مسئله مذکور، مدل ریاضی برای آن ارائه گردید و سپس دو روش حل بر مبنای الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید برای حل آن توسعه یافت. نتایج مربوط به اجرای این دو الگوریتم مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت و کارایی روش‌های پیشنهادی اثبات شد. الگوریتم‌های پیشنهادی در تمامی مسائل از الگوریتم ژنتیک پایه برتر هستند. با مقایسه الگوریتم‌های فراابتکاری با یکدیگر نیز مشخص می‌شود که در حل مسائل با ابعاد کوچک، الگوریتم ژنتیک بهبودیافته عملکرد بهتری دارد، در حالی که در مسائل با ابعاد بزرگ الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بهتر عمل می‌کند.

تابع استفاده‌شده در این مقاله برای محاسبه زمان سفر بین دو گره، تابع پله‌ای است که چنین تابعی نمی‌تواند ویژگی FIFO را در نظر بگیرد. این ویژگی به این صورت تعریف می‌شود: اگر یک وسیله نقلیه گره i ام (گره مبدأ) را در زمان t_i ترک نماید، زمان رسیدن آن وسیله نقلیه به یک گره مشخص (گره مقصد) کمتر از حالتی است که گره i ام را در هر زمان t'_i ترک نماید که $t_i < t'_i$ است. در نظر گرفتن ویژگی FIFO باعث افزایش اعتبار نتایج به دست آمده می‌شود. بنابراین، می‌توان مطالعه حاضر را با در نظر گرفتن ویژگی مذکور توسعه داد. همچنین، می‌توان مسئله را در حالتی در نظر گرفت که تقاضای مشتریان اقلامی با شکل غیرمستطیلی است. در نظر گرفتن فرضیاتی همچون مسیریابی گذاشت و برداشت در مسئله

های فراابتکاری نمی‌افتد و این روش‌ها مسائل مذکور را در زمانی کمتر از ۳ ثانیه حل می‌نمایند که برای مسائل ۳ و بعد از آن، به طور قابل توجهی از زمان محاسباتی بسته تجاری کمتر است.

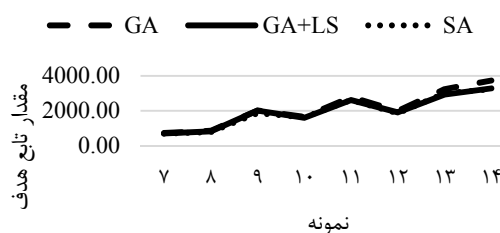
در این دسته از مسائل، هر دو الگوریتم پیشنهادی از الگوریتم ژنتیک پایه بهتر عمل می‌کنند که در صورت مقایسه با یکدیگر، برتری جزئی با الگوریتم ژنتیک بهبودیافته خواهد بود.

۵-۴- بررسی الگوریتم پیشنهادی برای مسائلی در مقیاس بزرگ

در این قسمت نیز همانند قسمت قبل، برای هر مسئله، هر یک از الگوریتم‌های ژنتیک پایه، ژنتیک بهبودیافته و شبیه‌سازی تبرید سه بار اجرا شد، بهترین مقدار تابع هدف به دست آمده و میانگین زمان اجرای الگوریتم بر حسب ثانیه در این تعداد از دفعات اجرا، به ترتیب در ستون «تابع هدف» و ستون «زمان»

(پیوست گزارش شده است.

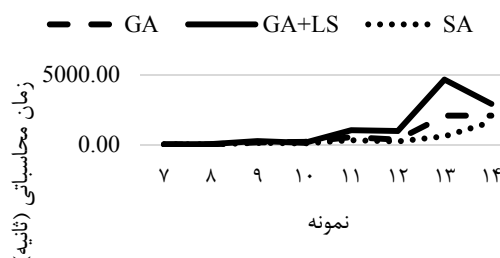
مقدار تابع هدف بر حسب نمونه برای هر یک از مسائل در مقیاس بزرگ در شکل (۹) مشاهده می‌شود.



شکل (۹): نمودار تابع هدف بر حسب نمونه برای مسائل در مقیاس بزرگ

بررسی نمودار مذکور این نکته را آشکار می‌سازد که الگوریتم ژنتیک بهبودیافته نسبت به الگوریتم ژنتیک پایه، عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد و تقریباً در تمامی نمونه‌ها جواب بهتری به دست می‌آورد. همچنین مشاهده می‌شود که الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برتری خفیفی نسبت به الگوریتم ژنتیک بهبودیافته دارد.

همچنین، زمان محاسباتی بر حسب نمونه برای مسائل در مقیاس بزرگ در شکل (۱۰) قابل مشاهده است.



شکل (۱۰): نمودار زمان محاسباتی بر حسب نمونه برای مسائل در مقیاس بزرگ

با توجه به نمودار مذکور می‌توان به این نتیجه رسید که الگوریتم

- Letters, 37: 37-42.
- [16] Andres Figliozzi, M. (2012). The time dependent vehicle routing problem with time windows: Benchmark problems, an efficient solution algorithm, and solution characteristics, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48: 616-636.
- [17] Zhang, T., Chaovalitwongse, W. A., Zhang, Y. (2014). Integrated Ant Colony and Tabu Search approach for time dependent vehicle routing problems with simultaneous pickup and delivery, *Journal of Combinatorial Optimization*: 1-22.
- [18] Iori, M., Salazar-González, J.-J., Vigo, D. (2007). (An Exact Approach for the Vehicle Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints, *Transportation Science*, 41: 253-264.
- [19] Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., Martello, S. (2008). A Tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints, *Networks*, 51: 4-18.
- [20] Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T. (2009). A Guided Tabu Search for the Vehicle Routing Problem with two-dimensional loading constraints, *European Journal of Operational Research*, 195: 729-743.
- [21] Fuellerer, G., Doerner, K. F., Hartl, R. F., Iori, M. (2009). Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem, *Computers & Operations Research*, 36: 655-673.
- [22] Leung, S. C. H., Zhou, X., Zhang, D., Zheng, J. (2011). Extended guided tabu search and a new packing algorithm for the two-dimensional loading vehicle routing problem, *Computers & Operations Research*, 38: 205-215.
- [23] Duhamel, C., Lacomme, P., Quilliot, A., Toussaint, H. (2011). A multi-start evolutionary local search for the two-dimensional loading capacitated vehicle routing problem, *Computers & Operations Research*, 38: 617-640.
- [24] Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T. (2013). Integrated distribution and loading planning via a compact metaheuristic algorithm, *European Journal of Operational Research*, 228: 56-71.
- [25] Malapert, A., Guéret, C., Jussien, N., Langevin, A., Rousseau, L.-M. (2008). *Two-dimensional pickup and delivery routing problem with loading constraints*, CIRRELT.
- [26] Leung, S. C. H., Zhang, Z., Zhang, D., Hua, X., Lim, M. K. (2013). A meta-heuristic algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems with two-dimensional loading constraints, *European Journal of Operational Research*, 225: 199-210.
- [27] Khebbache-Hadji, S., Prins, C., Yalaoui, A., Reghioui, M. (2013). Heuristics and memetic algorithm for the two-dimensional loading capacitated vehicle routing problem with time windows, *Central European Journal of Operations Research*, 21: 307-336.
- [28] Toth, P., Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*, Siam.
- [29] Iori, M., Martello, S. (2010). Routing problems with loading constraints, *TOP*, 18: 4-27.
- [30] Chazelle, B. (1983). The bottomn-left bin-packing heuristic: An efficient implementation, *Computers, IEEE Transactions on*, 100: 697-707.
- [31] Lodi, A., Martello, S., Vigo, D. (1999). Heuristic and Metaheuristic Approaches for a Class of Two-Dimensional Bin Packing Problems, *INFORMS Journal on Computing*, 11: 345-357.
- [32] Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and*
- مسیریابی با محدودیت‌های بارگیری دوبعدی نیز می‌تواند حوزه تحقیقاتی جذابی باشد. در نهایت می‌توان الگوریتم‌هایی کاراتری برای حل مسئله مذکور ارائه نمود.
- ### منابع
- [۱] جعفری، عزیزالله، صادقی سروستانی، آیلین (۱۳۹۳). مدل‌سازی مسئله مکانیابی-مسیریابی باز با تحویل چندبخشی و حل آن با استفاده از الگوریتم انجماد تدریجی، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۲: ۴۷-۶۱.
- [۲] ستاک، مصطفی، عزیزی، وحید، کریمی، حسین (۱۳۹۳). مسأله مکان یابی مسیریابی چنددییوی ظرفیت‌دار با برداشت و تحویل همزمان و بارهای برش‌یافته: مدل‌سازی و حل ابتکاری، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۲: ۶۷-۸۱.
- [۳] خدابنده، مهدی، حجازی، سیدرضا، راستی برزکی، مرتضی (۱۳۹۲). یک الگوریتم ژنتیک برای مسأله زمانبندی یکپارچه تولید و توزیع با در نظر گرفتن مسیریابی در زنجیره تأمین، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۱: ۱۶۷-۱۸۱.
- [4] Dantzig, G., Fulkerson, R., Johnson, S. (1954). Solution of a large-scale traveling-salesman problem, *Journal of the operations research society of America*: 393-410.
- [5] Clarke, G., Wright, J. W. (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points, *Operations Research* 12: 568-581.
- [6] Golden, B. L., Magnanti, T. L., Nguyen, H. Q. (1977). Implementing vehicle routing algorithms, *Networks*, 7: 113-148.
- [7] Picard, J.-C., Queyranne, M. (1978). The time-dependent traveling salesman problem and its application to the tardiness problem in one-machine scheduling, *Operations Research*, 26: 86-110.
- [8] Fox, K. R., Gavish, B., Graves, S. C. (1980). Technical Note—An n-Constraint Formulation of the (Time-Dependent) Traveling Salesman Problem, *Operations Research*, 28: 1018-1021.
- [9] Malandraki, C., Dial, R. B. (1996). A restricted dynamic programming heuristic algorithm for the time dependent traveling salesman problem, *European Journal of Operational Research*, 90: 45-55.
- [10] Malandraki, C. (1989). Time dependent vehicle routing problems: Formulations, solution algorithms and computational experiments.
- [11] Malandraki, C., Daskin, M. S. (1992). Time dependent vehicle routing problems: Formulations, properties and heuristic algorithms, *Transportation Science*, 26: 185-200.
- [12] Hill, A. V., Benton, W. (1992). Modelling intra-city time-dependent travel speeds for vehicle scheduling problems, *Journal of the Operational Research Society*: 343-351.
- [13] Ichoua, S., Gendreau, M., Potvin, J.-Y. (2003). Vehicle dispatching with time-dependent travel times, *European Journal of Operational Research*, 144: 379-396.
- [14] Donati, A. V., Montemanni, R., Casagrande, N., Rizzoli, A. E., Gambardella, L. M. (2008). Time dependent vehicle routing problem with a multi ant colony system, *European Journal of Operational Research*, 185: 1174-1191.
- [15] Soler, D., Albiach, J., Martinez, E. (2009). A way to optimally solve a time-dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows, *Operations Research*

Optimization by simulated annealing, science, 220: 671-680.

[37] Černý, V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm, Journal of Optimization Theory and Applications, 45: 41-51.

Roy, R. K. (2010). *A primer on the Taguchi method*, [38] Society of Manufacturing Engineers

artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence, U Michigan Press.

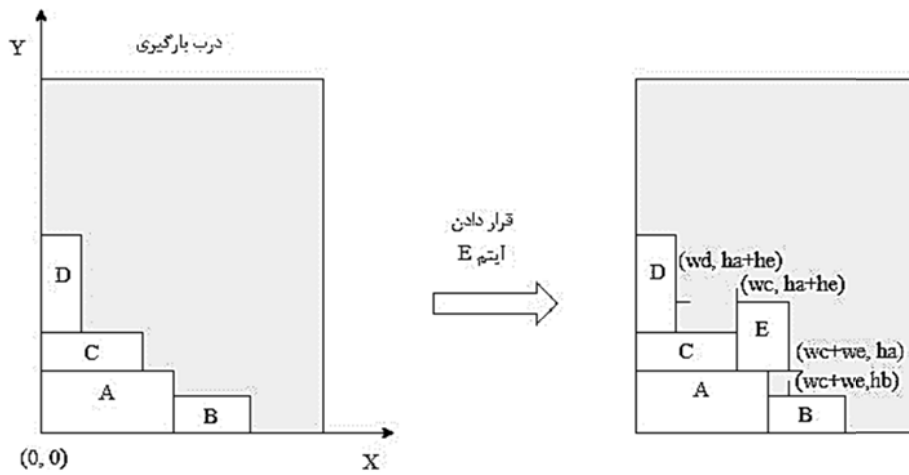
[33] Waters, C. (1987). A solution procedure for the vehicle-scheduling problem based on iterative route improvement, Journal of the Operational Research Society: 833-839.

[34] Croes, G. (1958). A method for solving traveling-salesman problems, Operations Research, 6: 791-812.

[35] Lin, S. (1965). Computer solutions of the traveling salesman problem, Bell System Technical Journal, The, 44: 2245-2269.

[36] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P. (1983).

پیوست



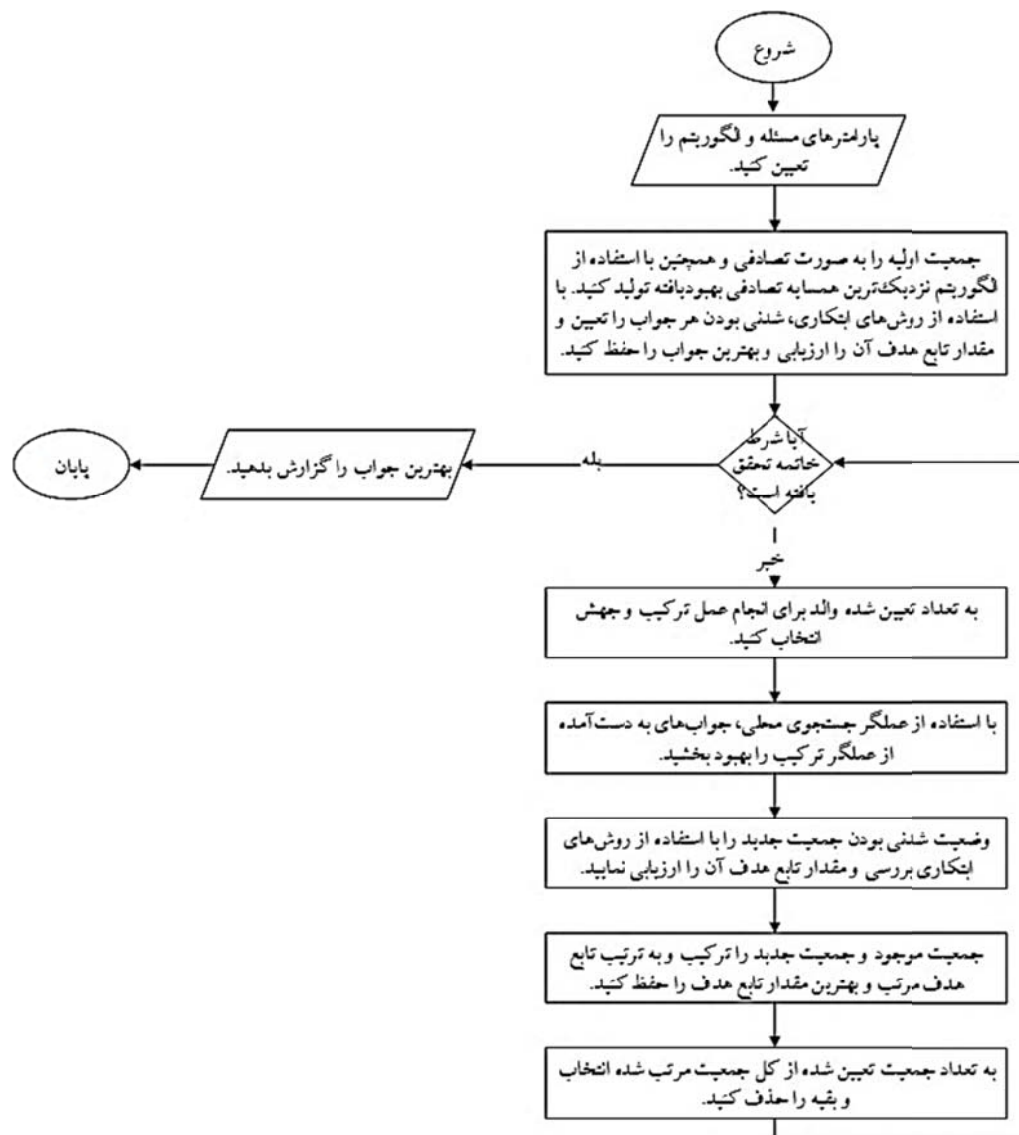
شکل (۱۱): نحوه به‌روزرسانی در روش‌های ابتکاری بارگیری

جدول (۱): مشخصات مسائل نمونه

شماره مسئله	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
تعداد مشتریان	۵	۵	۷	۷	۹	۱۰	۱۵	۲۰	۲۹	۳۵	۴۴	۵۰	۷۵	۱۰۰
تعداد وسایط نقلیه	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۳	۵	۷	۱۱	۱۰	۱۱	۱۷	۲۲

جدول (۲): نتایج محاسباتی برای مسائل در مقیاس کوچک

شماره مسئله	GAMS		GA		GA+LS		SA	
	زمان	تابع هدف	زمان	تابع هدف	زمان	تابع هدف	زمان	تابع هدف
۱	2.83	335.12	0.00	335.12	0.00	335.12	0.16	335.12
۲	7.24	305.12	0.06	305.12	0.22	305.12	0.05	305.12
۳	45.85	344.04	0.57	344.04	0.52	344.04	0.27	344.04
۴	175.62	779.33	0.37	785.60	0.69	779.33	0.81	779.33
۵	5820.64	366.24	0.51	381.48	2.03	366.24	1.55	366.24
۶	36180.27	393.68	1.16	432.48	0.63	393.68	2.98	393.68
میانگین	7038.74	420.59	0.45	430.64	0.68	420.59	0.97	420.59

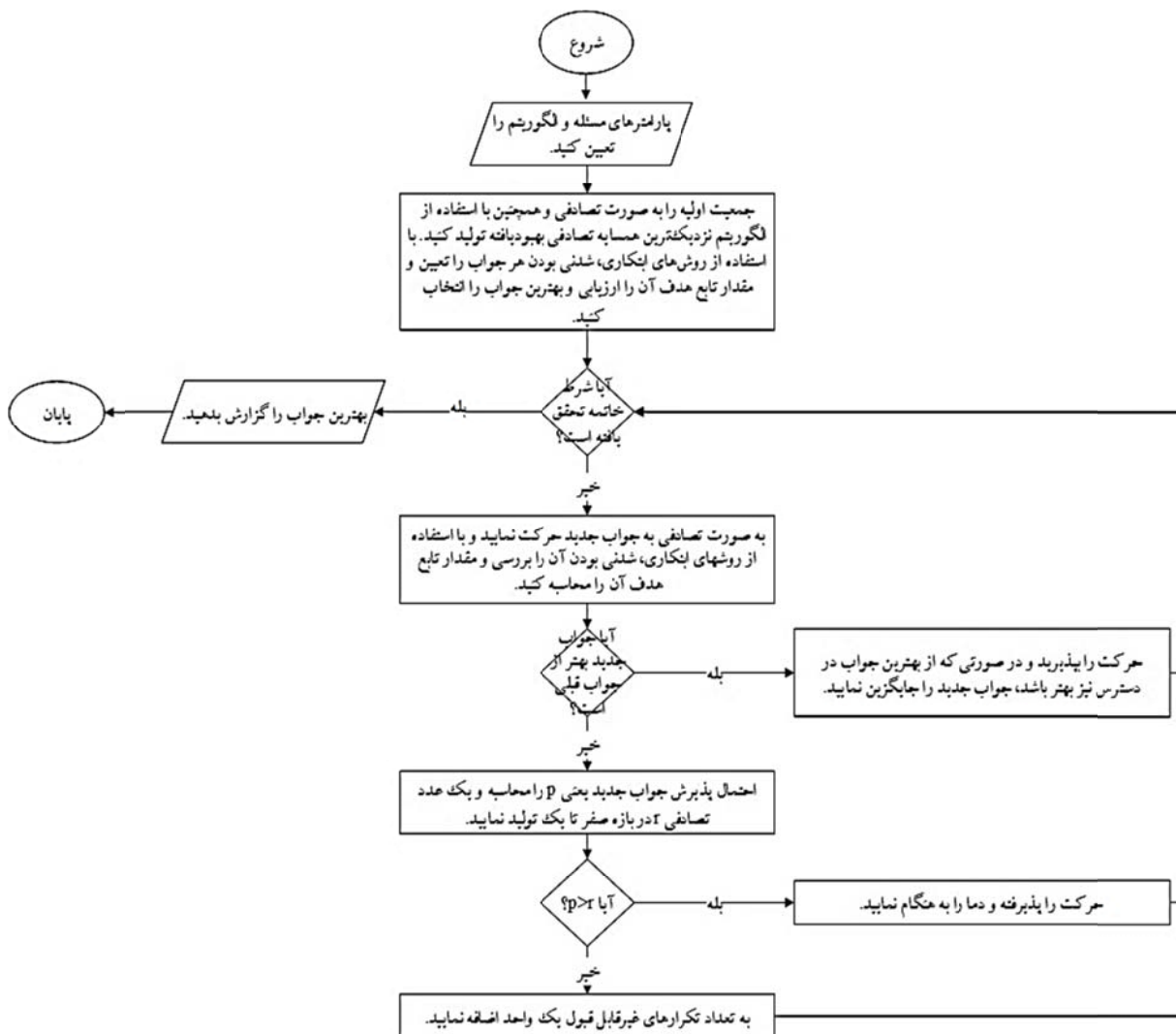


شکل (۱۲): فلوجارت الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

جدول (۳): نتایج محاسباتی برای مسائل در مقیاس بزرگ

شماره مسئله	GA		GA+LS		SA	
	زمان	تابع هدف	زمان	تابع هدف	زمان	تابع هدف
7	6.61	715.79	12.24	695.15	11.37	684.39
8	16.55	849.24	23.40	812.08	16.81	777.76
9	147.18	2012.80	251.34	2001.70	123.65	1853.90
10	187.52	1644.00	123.88	1591.00	85.10	1621.20
11	530.33	2785.90	1020.61	2608.30	311.21	2611.50
12	348.96	1986.80	970.11	1904.00	224.46	1853.20
13	2068.83	3238.40	4669.90	2926.80	593.07	3001.20
14	2071.00	3727.20	2917.10	3277.70	1617.60	3232.10

شماره مسئله	تابع هدف	زمان	GA	تابع هدف	زمان	GA+LS	تابع هدف	زمان	SA
میانگین	2120.02	672.12	1977.09	1248.57	1954.41	372.91			



شکل (۱۳): گام‌های الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پیشنهادی

مشخصات مسئله اول:

۱- اطلاعات مشتریان:

جدول (۴): اطلاعات مشتریان در مسئله نمونه اول

گره	مختص X	مختص Y	تقاضا	تعداد اقلام مورد تقاضا	عرض قلم	طول قلم	زمان سرویس
0	30	40	0	0	0	0	0
1	37	52	7	1	6	20	2
2	49	49	30	1	9	24	5
3	52	64	16	1	9	26	3
4	20	26	9	1	5	26	3
5	40	30	21	1	7	17	5

۲- اطلاعات وسایط نقلیه:

جدول (۵): اطلاعات وسایط نقلیه در مسئله نمونه اول

تعداد	ظرفیت	عرض محل بارگیری	طول محل بارگیری
2	45	20	40

۳- اطلاعات بازه‌های زمانی و زمان سفر در بازه پایه:

جدول (۶): اطلاعات بازه‌های زمانی در مسئله نمونه اول

بازه زمانی	ضریب بازه	حد بالای بازه
1	1.06	120
2	1.00	240
3	1.15	Big M

جدول (۷): زمان سفر در بازه پایه برای مسئله نمونه اول

زمان	0	1	2	3	4	5
0	0	22	42	64	37	32
1	23	0	28	42	55	37
2	51	22	0	32	69	47
3	65	42	38	0	109	73
4	27	57	81	94	0	47
5	37	41	36	67	43	0



Two-dimensional loading time-dependent vehicle routing problem: mathematical modeling and solving approaches

M.S. Sabbagh, M. Alinaghian*, K. Zamanloo

Department of Industrial Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 13 September 2014

Accepted 28 June 2015

Keywords:

Vehicle routing problem,
Two-dimensional loading
Time-dependent
Genetic algorithm
Simulated annealing algorithm

ABSTRACT

This paper is dealing with Two-dimensional loading time-dependent vehicle routing problem. A new mathematical model is proposed and solved. Aforementioned problem is about delivering rectangular items to customers. In the problem that we considered, travel time between two nodes depends not only on their distance, but also depends on departure time from origin node. Such an assumption seems to be important for route design in urban areas, because traffic jam changes travel time on beginning and ending of work time. Despite applicability of such an issue, there is not any research considering this problem. In this paper, we proposed a new mathematical model. For evaluating and validating this model, some small-scale problems solved and for large-scale problems, a simulated annealing and an improved genetic algorithm are proposed. For checking feasibility of loading of assigned items to a vehicle, a collection of heuristic algorithms is used. Computational results confirm the effectiveness of the solving approaches.

* Corresponding author. Mehdi Alinaghian

Tel.: 031-33915511; E-mail addresses: alinaghian@cc.iut.ac.ir