



توسعه نمودار ناپارامتری رتبه علامت‌دار با داده‌های فازی

مجید نوجوان^{۱*}، صدیقه مهجویی^۲

۱. استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران

۲. کارشناسی‌ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران

خلاصه

برای کنترل فرایندهایی با توزیع غیرنرمال یا نامعلوم معمولاً از نمودارهای ناپارامتری و در صورتی که داده‌های نمونه‌گیری دارای ابهام باشند از نمودارهای فازی استفاده می‌شود. نمودار رتبه علامت‌دار یکی از نمودارهای ناپارامتری است که برای کنترل میانگین (میانه) به کار می‌رود. در این مقاله نمودار رتبه علامت‌دار برای استفاده از داده‌های فازی در کنترل فرایند توسعه داده شده و نمودار پیشنهادی نمودار رتبه علامت دار فازی نامیده شده است. در نمودار رتبه علامت‌دار فازی باید مقادیر مشاهدات با میانه (میانگین) فرایند در حالت تحت کنترل مقایسه شوند و برای این کار با در نظر گرفتن میزان استفاده از ابهام داده‌ها، سه رویکرد متفاوت پیشنهاد شده است. برای ارزیابی نمودار علامت‌دار فازی، عملکرد این نمودار با استفاده از معیار متوسط طول دنباله برای سه توزیع متفاوت دنباله کوتاه (توزیع یکنواخت)، دنباله متوسط (توزیع نرمال) و دنباله پهن (توزیع لاپلاس) بررسی شده است. برای محاسبه طول متوسط دنباله از یک برنامه رایانه‌ای استفاده شده است که در آن متغیرهای تصادفی فازی با توزیع‌های گفته شده تولید و عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی در هر سه روش پیشنهادی شبیه‌سازی می‌شود. نتایج عددی نشان‌دهنده عملکرد مناسب نمودار رتبه علامت‌دار فازی در کنترل مرکزیت متغیرهای تصادفی فازی می‌باشد.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۳/۳/۱۱

پذیرش ۱۳۹۴/۳/۲۷

کلمات کلیدی:

کنترل آماری فرایند

نمودار کنترل ناپارامتری

نمودار رتبه علامت‌دار

نمودار رتبه علامت‌دار فازی

۱- مقدمه

نمودارهای کنترلی یکی از مهم‌ترین ابزارها در کنترل آماری فرایند بوده و به دو دسته: نمودارهای پارامتری و ناپارامتری تقسیم می‌شوند. اگر مشخصه‌های کیفی فرایند دارای توزیع احتمالی مشخص (در بسیاری از موارد توزیع نرمال) باشند، برای کنترل فرایند از نمودارهای پارامتری و در صورتیکه توزیع مشخص نبوده و یا نرمال نباشد از نمودارهای ناپارامتری استفاده می‌شود.

بیکر [۱] برای پایش پارامتر مرکزی فرایند، یک نمودار کنترل ناپارامتری ارائه کرد. نمودار پیشنهاد شده از نوع شوهارت و بر اساس رتبه علامت‌دار مشاهدات گروه‌بندی شده بود. بیکر برای نشان دادن کارایی این نمودار برای توزیع‌های دامنه سنگین آن را با نمودار \bar{x} مقایسه و نشان داد که نمودار پیشنهادی در کنترل توزیع‌های دنباله

سنگین (نمایی دوپل و کوشی) کارا تر از نمودار \bar{x} می‌باشد. رینولدز و بیکر [۲] برای پایش پارامتر موقعیت، آماره رتبه علامت‌دار گروه‌بندی شده به صورت جمع تجمعی^۱ را همراه با قوانین توقف به کار بردند. امین و سیرسی [۳] براساس آماره رتبه علامت‌دار درون گروهی که توسط بیکر و رینولدز معرفی شد، نموداری از نوع میانگین متحرک موزون نمایی ارائه دادند. آن‌ها عملکرد نمودار میانگین متحرک موزون نمایی برای رتبه علامت‌دار گروه‌بندی شده^۲ را با نمودار $EWMA-\bar{x}$ مقایسه و نشان دادند که عملکرد نمودار پیشنهادی کمتر تحت تأثیر خود همبستگی قرار می‌گیرد. همچنین چاکرابورتی و اریلماز [۴] نشان دادند که برای رسیدن به مقادیر ARL تحت کنترل بالا در نمودارهای ناپارامتری می‌توان به جای انتخاب نمونه‌های بزرگ از قوانین دنباله استفاده کرد.

1. GSR-CUSUM
2. Grouped Signed Rank-Exponentially Weighted Moving Average

* نویسنده مسئول. مجید نوجوان
تلفن: ۰۲۱-۷۷۶۵۴۷۴۲؛ پست الکترونیکی: mnojavan@azad.ac.ir

علامت را با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی توسعه دادند. آن‌ها روش‌های مختلفی را برای در نظر گرفتن ابهام در مشاهدات پیشنهاد و تأثیر این روش‌ها را در عملکرد نمودار علامت فازی بررسی کردند. با بررسی پیشینه تحقیق مشخص می‌شود که اگر چه در سالیان اخیر نمودارهای پارامتری فازی زیادی معرفی و طراحی شده است اما توجه چندانی به توسعه نمودارهای ناپارامتری فازی نشده است. با توجه به این‌که در بسیاری از فرایندها فرض نرمال بودن توزیع صادق نیست و داده‌های حاصل از نمونه‌گیری نیز دارای ابهام است توسعه نمودارهای ناپارامتری فازی کاربرد زیادی در کنترل فرایند خواهد داشت. در این مقاله یکی از ساده‌ترین و پرکاربردترین نمودارهای ناپارامتری یعنی نمودار رتبه علامت‌دار با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی توسعه داده شده است. ساختار مقاله به این صورت است که ابتدا در بخش ۲ نمودار کنترلی رتبه علامت‌دار تشریح شده است. سپس در بخش ۳ نمودار رتبه علامت‌دار با استفاده از داده‌های فازی توسعه داده شده و برای مدیریت ابهام در مقادیر فازی سه روش مختلف پیشنهاد شده است. در بخش ۴ عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی با استفاده از معیار متوسط طول دنباله در هر سه روش پیشنهادی و همچنین در سه توزیع مختلف یکنواخت، نرمال و لاپلاس ارزیابی شده است. نهایتاً در بخش آخر نتیجه‌گیری آمده است.

۲- نمودار رتبه علامت‌دار

بیکر [۱] یک نمودار کنترل ناپارامتری از نوع شوهارت برای پیش پارامتر مرکزیت فرایند (میانه یا میانگین) معرفی کرد که از رتبه‌های علامت‌دار مشاهدات گروه‌بندی شده استفاده می‌کند. مفروضات مورد نیاز برای استفاده از این نمودار شامل: استقلال مشاهدات، پیوسته بودن توزیع احتمال و متقارن بودن توزیع احتمال حول یک مقدار مشخص (مرکزیت) μ_0 می‌باشد. آماره‌ی آزمون مورد استفاده در نمودار رتبه علامت‌دار یک ترکیب خطی از آماره‌ی رتبه علامت‌دار ویلکاکسون است. برای تعریف آماره نمودار رتبه علامت‌دار ابتدا باید رتبه مطلق درون گروهی انحراف مشاهدات از پارامتر مرکزی به صورت زیر محاسبه شوند:

$$R_{tj}^+ = 1 + \sum_{i=1}^n I(|x_{ti} - \mu_0| < |x_{tj} - \mu_0|) \quad (1)$$

که در رابطه (۱) علامت I نشان‌دهنده قدر مطلق بوده و μ_0 پارامتر مکان (میانه، میانگین یا صدکی از توزیع فرآیند) می‌باشد که مورد پایش و نظارت قرار می‌گیرد. همچنین x_{tj} مشاهده j ام در نمونه t ($j = 1, 2, \dots, n$) و R_{tj}^+ رتبه t ام می‌باشد. در رابطه (۱) تابع I به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I(u) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } u \text{ درست باشد} \\ 0 & \text{اگر } u \text{ غلط باشد} \end{cases} \quad (2)$$

در بسیاری از موارد به علت وجود خطای اندازه‌گیری و همچنین ابهام در اطلاعات، به دست آوردن داده‌های دقیق و قطعی ممکن نیست. در چنین مواردی معمولاً ابهام موجود در داده‌ها توسط مجموعه‌های فازی نشان داده شده و از نمودارهای فازی برای کنترل فرایند استفاده می‌شود. بردشاو [۵] برای اولین بار از تئوری مجموعه‌های فازی برای طبقه‌بندی وضعیت کیفی محصولات استفاده کرد. وانگ و راز [۶] در نمودارهای کنترل وصفی از عبارات زبانی برای طبقه‌بندی محصولات استفاده کردند. راز و وانگ [۷] روش‌های مبتنی بر درجه عضویت و همچنین احتمالات را در طراحی نمودارهای کنترلی برای داده‌های زبانی به کار بردند. کاناگاو و همکاران [۸] متغیرهای زبانی را برای دسته‌بندی محصولات به کار بردند. کهرمان و همکاران [۹] از اعداد فازی مثلثی برای آزمون نمونه‌های غیرطبیعی در نمودارهای کنترلی استفاده کردند. تانوک [۱۰] برای کنترل میانگین و پراکندگی مشاهدات انفرادی با داده‌های قطعی از قواعد فازی استفاده نمودند. طالب و لیمام [۱۱] روش‌های مختلف ایجاد نمودارهای کنترلی P را بر اساس دو رویکرد تئوری احتمال و تئوری فازی تشریح و این دو رویکرد را با هم مقایسه کردند. آن‌ها نشان دادند که در رویکرد فازی، درجه فازی کردن بر روی حساسیت نمودار تأثیر می‌گذارد. گولبی و همکاران [۱۲] نمودارهای کنترلی P و C را با استفاده از متغیرهای زبانی و بر اساس برش α مقادیر فازی توسعه دادند. چنگ [۱۳] اعداد فازی را از طریق نمونه‌هایی که رتبه‌بندی شده‌اند تولید و از این اعداد برای نشان دادن خروجی‌ها استفاده کرد. گولبی و قهرمان [۱۴] و [۱۵] نمودار کنترلی C فازی را همراه با قواعد حساس‌سازی برای تعیین وضعیت‌های غیرطبیعی نمونه‌ها به کار بردند. آن‌ها همچنین یک رویکرد مستقیم فازی برای نمودار C معرفی کردند که در آن وضعیت نمونه‌ها با عبارات فازی مشخص می‌شود.

سنترک و ارگینل [۱۶] نمودارهای فازی $\bar{X}-R$ و $\bar{X}-S$ را با استفاده از برش α توسعه داده و یک چارچوب کلی برای طراحی نمودارهای کنترلی متغیر بر اساس برش α پیشنهاد کردند. اسماعیل‌پور و همکاران [۱۷] برای کنترل تعداد نقص‌های محصول یک نمودار کنترل فرایند فازی با استفاده از آماره مد فازی ارائه کردند. پاندورانگان و وراهراجان [۱۸] نمودارهای $\bar{X}-R$ و $\bar{X}-S$ را با استفاده از اعداد فازی دوزنقه‌ای و برش α طراحی و در این نمودارها حدود کنترل را به صورت فازی در نظر گرفتند. شوهسین و چونگ وو [۱۹] در نمودار \bar{X} و R پارامترهای میانگین و واریانس را به صورت فازی در نظر گرفته و حدود کنترل را به صورت فازی محاسبه کردند. فراز [۲۰] یک نمودار کنترل آماری-فازی در شرایط عدم وجود اطلاعات کامل و با در نظر گرفتن ماهیت تصادفی ذاتی فرایندها طراحی کرد. تایلان و داراب [۲۱] نیز نقش و اهمیت نمودارهای کنترل فازی را در ارزیابی و بهبود کیفیت تولید در صنعت فرش بررسی کردند. همچنین نوجوان و همکاران [۲۲] نمودار ناپارامتری

قدم چهارم: مقایسه مشاهدات فازی با مرکزیت فازی و تعیین علامت و رتبه هر مشاهده به صورت قطعی

قدم پنجم: محاسبه مقدار آماره رتبه علامت‌دار به صورت قطعی

قدم ششم: تعیین وضعیت فرایند

این قدم‌ها در ادامه تشریح شده است:

۳-۱- تعیین مرکزیت فرایند به صورت فازی

در این مرحله مرکزیت فرایند در حالت تحت کنترل به صورت یک عدد فازی مثلثی به شکل $\mu_0 = (a_0, b_0, c_0)$ مشخص می‌شود.

۳-۲- تعیین حدود کنترلی به صورت قطعی

در این مرحله حدود نمودار (LCL, UCL) آماره رتبه علامت‌دار (ψ_t) از جدول آزمون رتبه علامت‌دار و با توجه به اندازه نمونه (n) و ARL تحت کنترل مورد نیاز مشخص می‌شوند [۲۶].

۳-۳- انتخاب یک نمونه از فرایند به صورت مشاهدات فازی

در مرحله سوم یک نمونه به اندازه n از فرایند انتخاب و داده‌ها به صورت اعداد فازی مثلثی $x_i = (a_i, b_i, c_i)$ نشان داده می‌شوند.

۳-۴- مقایسه مشاهدات فازی با مرکزیت فازی و تعیین علامت و رتبه هر مشاهده به صورت قطعی

در این مرحله باید مشاهدات فازی (x_i) با مرکزیت فازی (μ_0) مقایسه و علامت آن‌ها تعیین و سپس تفاضل‌ها رتبه‌بندی شوند. در هر بار نمونه‌گیری (t) و برای نمونه n تایی باید رتبه $j=1, \dots, n$ تفاضل $|x_{tj} - \theta_0|$ مشخص شود. در حالتی که داده‌ها قطعی هستند می‌توان به راحتی مقادیر را با میانگین یا میانه مقایسه و علامت و رتبه آن‌ها را تعیین نمود، اما در حالتی که این مقادیر فازی هستند، مقایسه به سادگی ممکن نیست. در این مقاله برای مقایسه مشاهدات فازی با مرکزیت فازی سه روش مختلف: قطعی کردن، فاصله‌ای و مساحتی پیشنهاد شده است که میزان استفاده از ابهام داده‌ها در این روش‌ها متفاوت است. این روش‌ها در ادامه تشریح شده‌اند.

روش اول - قطعی کردن اعداد فازی

برخی از محققین از جمله سنترک و ارگینل [۱۶] در هنگام مواجهه با داده‌های فازی در نمودارهای پارامتری \bar{X} ، R و S فازی، این مقادیر را با اعداد قطعی جایگزین کرده‌اند. آن‌ها از چهار روش: مد (f_{mod}) ، میانبرد در سطح α $(f_{mr}(\alpha))$ ، میانه (f_{med}) و میانگین (f_{avg}) برای تبدیل یک عدد فازی به یک عدد قطعی استفاده کرده‌اند. روش‌های مختلف قطعی کردن یک عدد فازی مثلثی (a, b, c) در رابطه (۸) نشان داده شده‌اند.

لازم به ذکر است که شرط خاصی برای انتخاب یکی از این روش‌ها وجود ندارد و کاربر می‌تواند روش مناسب را به دلخواه انتخاب کند. در حالت کلی دو روش مد و میانبرد فازی در شرایطی که توابع درجه عضویت غیرخطی باشند از نظر محاسباتی ساده‌تر از روش‌های میانه و میانگین فازی می‌باشند. همچنین در صورتی که تابع درجه عضویت به شدت نامتقارن باشد، مد فازی منجر به نتایج آریب خواهد شد. نهایتاً روش میانگین به علت استفاده از همه

با استفاده از متغیر آماره نمودار رتبه علامت‌دار (ψ_t) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\psi_t = \sum_{j=1}^n \text{sign}(x_{tj} - \mu_0) R_{tj}^+ \quad (۳)$$

که در آن تابع علامت (Sign) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Sign}(t) = \begin{cases} -1 & t < 0 \\ 0 & t = 0 \\ +1 & t > 0 \end{cases} \quad (۴)$$

رابطه بین آماره نمودار رتبه علامت‌دار (ψ_t) و آماره رتبه علامت‌دار ویلکاکسون (W^+) که مجموع رتبه‌های مطلق مشاهدات مثبت را نشان می‌دهد به صورت زیر می‌باشد.

$$\psi_t = 2W^+ - n(n+1)/2 \quad (۵)$$

در نمودار رتبه علامت‌دار دو طرفه از نوع شوهرتی، باید مقدار حد کنترل پایین $(LCL < 0)$ و حد کنترل بالا $(UCL > 0)$ به گونه‌ای تعیین شوند که نرخ هشدار اشتباه نمودار (p_0) و یا میانگین طول دنباله نمودار (ARL_0) در حالت تحت کنترل به مقدار مشخصی برسد. در این حالت انتخاب $LCL = -UCL$ موجب ایجاد یک نمودار دوطرفه متقارن می‌شود [۲۳]. در نمودار یک طرفه فقط از یک حد کنترلی استفاده می‌شود. در هر حالت اگر آماره آزمون (ψ_t) از حدود تجاوز کند نمودار اخطار خارج از کنترل خواهد داد.

۳- توسعه نمودار رتبه علامت‌دار با داده‌های فازی

برای توسعه نمودار رتبه علامت‌دار با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی فرض شده است که همه مشاهدات فازی به صورت اعداد فازی مثلثی هستند. این فرض علاوه بر افزایش انعطاف‌پذیری نمودار، انجام محاسبات بر روی مجموعه‌های فازی را نیز ساده می‌سازد و از این رو در طراحی نمودارهای کنترلی فازی توسط محققان بسیاری بکار گرفته شده است [۲۴]. یک عدد فازی مثلثی (مثلاً F) به صورت سه‌تایی مرتب $F=(a, b, c)$ نمایش داده شده و تابع درجه عضویت آن به صورت زیر مشخص می‌شود [۲۵]:

$$\mu_F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (۶)$$

برش α عدد فازی مثلثی F (F^α) مجموعه مقادیری در F را نشان می‌دهد که درجه عضویت آن‌ها بزرگ‌تر یا مساوی α است و به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$F^\alpha = \{x \mid \mu_F(x) \geq \alpha\} = [a^\alpha, c^\alpha] \quad (۷)$$

$$= [\alpha(b_F - a_F) + a_F, \alpha(b_F - c_F) + c_F]$$

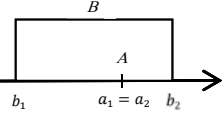
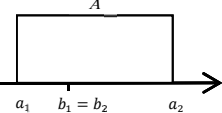
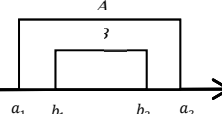
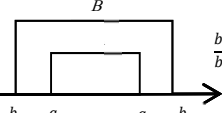
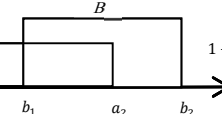
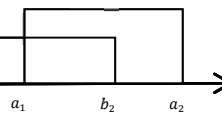
قدم‌های استفاده از نمودار رتبه علامت‌دار فازی عبارتند از:

قدم اول: تعیین مرکزیت فرایند به صورت فازی

قدم دوم: تعیین حدود کنترلی به صورت قطعی

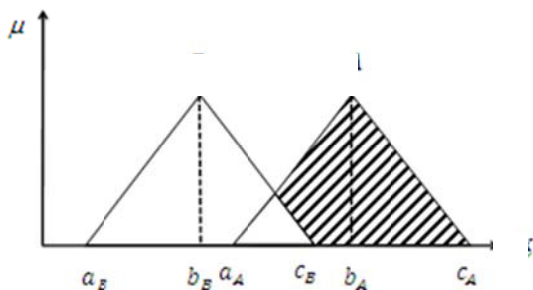
قدم سوم: انتخاب یک نمونه از فرایند به صورت مشاهدات فازی

فرض می‌شود که مشاهده فازی A بزرگتر از حد فازی B بوده و در غیر این صورت مشاهده کوچکتر یا مساوی حد فازی B می‌باشد.

وضعیت‌ها	$P(B > A)$	$P(B = A)$
$a_1 > b_1, a_1 > b_2, a_1 = a_2$ 	$\frac{b_2 - a_1}{b_2 - b_1}$	0
$b_1 > a_1, b_1 < a_2, b_1 = b_2$ 	$\frac{b_1 - a_1}{a_2 - a_1}$	0
$b_1 \geq a_1, b_2 \leq a_2$ 	$\frac{b_1 - a_1}{a_2 - a_1} + \frac{1}{2} \frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1}$	$\frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$
$a_1 \geq b_1, a_2 \leq b_2$ 	$\frac{b_2 - a_2}{b_2 - b_1} + \frac{1}{2} \frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1}$	$\frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1}$
$b_1 \geq a_1, b_2 \geq a_2, b_1 \leq a_2$ 	$1 - \frac{1}{2} \frac{(a_2 - b_1)^2}{(a_2 - a_1)(b_2 - b_1)}$	$\frac{(a_2 - b_1)^2}{(a_2 - a_1)(b_2 - b_1)}$
$a_1 \geq b_1, a_2 \geq b_2, a_1 \leq b_2$ 	$\frac{1}{2} \frac{(b_2 - a_1)^2}{(a_2 - a_1)(b_2 - b_1)}$	$\frac{(b_2 - a_1)^2}{(a_2 - a_1)(b_2 - b_1)}$

شکل (۱): نحوه محاسبه مقدار شاخص بزرگی در مقایسه فواصل

در شکل ۲ قسمت هاشور خورده، مساحتی از مشاهده فازی A را نشان می‌دهد که بزرگتر از حد فازی B قرار دارد. در این حالت درصد بزرگتر بودن مشاهده از حد فازی (S_{out}) از تقسیم سطح هاشور خورده بر مساحت عدد فازی A به‌دست می‌آید.



شکل (۲): میزان خارج بودن مشاهده فازی A از حد فازی B

برای استفاده از روش مساحتی در نمودار رتبه علامت‌دار باید مقدار S_{out} اختلاف مشاهده و مرکزیت فازی محاسبه و با مقدار

اطلاعات تابع درجه عضویت نسبت به سایر روش‌ها دقت بیشتری دارد [۱۶].

$$f_{mod} = \{X | \mu_F(x) = 1\}, \quad \forall x \in F$$

$$f_{mr}(\alpha) = \frac{1}{2}(\alpha^a + c^a)$$

$$\int_a^{f_{med}} \mu_F(x) dx = \int_{f_{med}}^c \mu_F(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^c \mu_F(x) dx \quad (۸)$$

$$f_{avg} = \frac{\int_{x=0}^1 x \mu_F(x) dx}{\int_{x=0}^1 \mu_F(x) dx}$$

برای استفاده از روش قطعی کردن در مقایسه مشاهدات فازی با مرکزیت فازی، باید با استفاده از یکی از سه رویکرد مقادیر فازی به عدد قطعی تبدیل و سپس این مقادیر قطعی با هم مقایسه شوند.

روش دوم - روش فاصله‌ای

سواستیانوف و راگ [۲۷] برای مقایسه فواصل فازی با هم و یا با اعداد قطعی روشی را پیشنهاد کرده‌اند که در آن میزان بزرگی در حالت‌های مختلف و با استفاده از شاخص بزرگی نسبی (که مقدار آن در فاصله [۰-۱] قرار دارد) محاسبه می‌شود. پس از محاسبه شاخص بزرگی نسبی (P) این مقدار با یک عدد حدی (مثلاً ۰/۲) که توسط تصمیم‌گیر مشخص می‌شود مقایسه شده و اگر بزرگی نسبی از این مقدار بیشتر باشد فاصله اول بزرگتر از فاصله دوم و در غیر این صورت مساوی یا کوچکتر در نظر گرفته می‌شود. حالت‌های مختلف قرار گرفتن دو فاصله نسبت به هم و نحوه محاسبه شاخص بزرگی در شکل ۱ نشان داده شده است.

برای استفاده از روش سواستیانوف و راگ [۲۷] در مقایسه بین مشاهدات و مرکزیت فازی، ابتدا باید با استفاده از برش α این مقادیر فازی به فاصله تبدیل شده و سپس بزرگی مشاهده نسبت به مرکزیت (P) محاسبه و با مقدار حدی مقایسه شود. لازم به ذکر است که اگر در این حالت مشاهده فازی از مرکزیت بزرگتر نباشد باید بزرگی نسبی مرکزیت نسبت به مشاهده نیز محاسبه گردد تا وضعیت دقیق مشاهده نسبت به مرکزیت به یکی از حالت‌های کوچکتر یا مساوی مشخص شود.

روش سوم - روش مساحتی

فراز [۲۰] در طراحی نمودار \bar{X} فازی و برای مقایسه نمونه و حدود کنترلی فازی، با استفاده از رابطه (۹)، درصدی از مشاهده فازی A را که بزرگتر از حد فازی B قرار می‌گیرد (S_{out})، محاسبه کرده است:

$$S_{out} = \frac{\int \mu_{A-B}(x) dx}{\int \mu_A(x) dx} \quad (۹)$$

در رابطه فوق در صورتی که مشاهده فازی A به‌طور کامل خارج (بزرگتر) از حدود فازی B قرار گیرد مقدار $S_{out} = 1$ ، در صورتی که مشاهده فازی A به‌طور کامل داخل حدود فازی B قرار گیرد مقدار $S_{out} = 0$ و در سایر موارد مقدار S_{out} عددی بین صفر و یک خواهد بود. به‌صورت قراردادی اگر S_{out} از مقدار ۰/۵ بیشتر باشد

مقادیر به‌دست آمده از برنامه شبیه‌سازی و مقادیر داده شده در مرجع [۲۸] کمتر از ۱٪ می‌باشد، می‌توان با اطمینان از برنامه شبیه‌سازی برای بررسی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی استفاده نمود.

برای استفاده از برنامه شبیه‌سازی در محاسبه مقادیر ARL ، باید متغیرهای تصادفی فازی با توزیع‌های نرمال (توزیع دنباله متوسط)، یکنواخت (توزیع دنباله کوتاه) و لاپلاس (توزیع دنباله بلند) تولید شوند. در اکثر مقالات مرتبط با نمودارهای کنترلی فازی، میانگین فرایند به صورت یک عدد فازی مثلثی و واریانس فرایند به صورت یک عدد قطعی در نظر گرفته شده است [۲۴]، بنابراین در این مقاله نیز عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی در این حالت بررسی و فرض شده است که متغیر تصادفی فازی در حالت تحت کنترل دارای میانگین فازی تقریباً صفر و واریانس قطعی یک می‌باشد که در آن تقریباً صفر به صورت عدد فازی مثلثی متقارن $\tilde{0} = (-\Delta, 0, \Delta)$ نشان داده می‌شود که در آن Δ طول پای چپ و راست از مرکز میانگین فازی می‌باشد.

برای تولید متغیرهای تصادفی فازی نیز از روش فنگ [۲۹] و لیو [۳۰] استفاده شده که در آن متغیرهای تصادفی نرمال دارای میانگین فازی $\tilde{\mu} = (-\Delta + k, 0 + k, \Delta + k)$ و انحراف قطعی $\sigma = 1$ بوده و با استفاده از رابطه (۱۰) تولید می‌شوند:

$$\begin{aligned} \tilde{X} &= (-\Delta + k, 0 + k, \Delta + k) + \sigma \cdot z \\ &= (-\Delta + k + z, k + z, \Delta + k + z) \end{aligned} \quad (10)$$

در رابطه بالا، k مقدار تغییر در میانگین، z یک متغیر تصادفی قطعی نرمال استاندارد و \tilde{X} متغیرهای تصادفی فازی نرمال می‌باشند. با توجه به این که عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی به ازای مقادیر مختلف Δ متفاوت خواهند بود، در این مقاله مقادیر ARL به ازای $1 < \Delta < 10$ محاسبه شده است.

برای مقایسه بهتر مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار در توزیع‌های مختلف، برای تولید متغیرهای تصادفی فازی با توزیع‌های یکنواخت و لاپلاس نیز از روشی مشابه با توزیع نرمال استفاده شده است. به این معنی که ابتدا متغیر تصادفی با توزیع موردنظر (یکنواخت و لاپلاس) به صورت قطعی تولید و سپس با توجه به دامنه موردنظر و با استفاده از رابطه (۱۱) این مقدار به صورت فازی تبدیل شده است.

همچنین برای یکسان شدن مشخصات توزیع‌های نرمال، یکنواخت و لاپلاس بر روی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار، میانگین دو توزیع یکنواخت و لاپلاس برابر صفر در نظر گرفته شده و سپس پارامتر مقیاس به گونه‌ای تعیین شده است که واریانس آن برابر یک باشد. جدول ۲ مشخصات و همچنین مقادیر پارامتر مقیاس در هر توزیع را نشان می‌دهد.

با توجه به این موضوع که بزرگ‌ترین مقدار ممکن ARL تحت کنترل در نمودارهای رتبه علامت‌دار متقارن یک‌طرفه و دو‌طرفه با توجه به توزیع دو جمله‌ای با $p = 0.05$ و n مشخص به ترتیب برابر با 2^n

حدی (مثلاً ۵/۰) مقایسه شود. در این حالت اگر مقدار S_{out} بزرگ‌تر از مقدار حدی باشد مشاهده بزرگ‌تر از مرکزیت فازی و در غیر این صورت مشاهده کوچک‌تر یا مساوی مرکزیت فازی می‌باشد. با توجه به این که باید وضعیت مشاهده نسبت به مرکزیت فازی به صورت دقیق مشخص شود باید در حالتی که مقدار S_{out} کوچک‌تر از مقدار حدی است، بزرگی مرکزیت نسبت به مشاهده فازی نیز بررسی و مقدار S_{out} اختلاف مرکزیت و مشاهده فازی محاسبه گردد تا در این حالت وضعیت مشاهده به یکی از حالت‌های تساوی یا کوچک‌تر مشخص شود.

برای انتخاب یکی از سه روش پیشنهادی در مقایسه مشاهدات و مرکزیت فازی توجه به نکات زیر ضروری است:

الف) روش قطعی کردن از نظر میزان محاسبات ساده‌تر از روش فاصله‌ای و به مراتب ساده‌تر از روش مساحتی است.

ب) در روش قطعی کردن از ابتدا مقادیر فازی به قطعی تبدیل شده و از تابع درجه عضویت استفاده نمی‌شود، اما در روش فاصله‌ای از قسمتی از تابع درجه عضویت (برش α مقادیر فازی) و در روش مساحتی از همه تابع درجه عضویت برای مقایسه مقادیر فازی استفاده می‌گردد، بنابراین دقت روش مساحتی نسبت به دو روش دیگر بیشتر و اتلاف اطلاعات آن کمتر است.

۳-۵- محاسبه مقدار آماره رتبه علامت‌دار به صورت قطعی

در مرحله ۵ و پس از تعیین علامت همه مشاهدات و رتبه‌بندی تفاضل‌ها، مقدار آماره رتبه علامت‌دار ψ_p با استفاده از رابطه (۳) محاسبه می‌شود.

۳-۶- تعیین وضعیت فرایند

در این مرحله آماره رتبه علامت‌دار (ψ_p) با حدود کنترلی بالا و پایین (UCL, LCL) مقایسه و در صورتی که $LCL \leq \psi_p \leq UCL$ باشد، فرایند تحت کنترل و در غیر این صورت خارج از کنترل در نظر گرفته می‌شود.

۴- بررسی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی

نمودار رتبه علامت‌دار مورد بررسی در این مقاله از نوع دو طرفه بوده و حدود کنترل آن به صورت $LCL = -55$ و $UCL = 55$ در نظر گرفته شده‌اند. برای بررسی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی، مقادیر طول متوسط دنباله (ARL) این نمودار به ازای مقادیر مختلف تغییر در میانه (میانگین) محاسبه شده است. مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی با استفاده از یک برنامه شبیه‌سازی و با ۱۰۰,۰۰۰ بار تکرار به‌دست آمده است. برای کنترل صحت برنامه شبیه‌سازی، مشاهدات نمونه‌ای و مرکزیت به صورت مقادیر قطعی (که نوع خاصی از اعداد فازی مثلثی با مقادیر مشابه هستند) در نظر گرفته شده و مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی با برنامه شبیه‌سازی محاسبه شده است. با توجه به اینکه حداکثر اختلاف

فازی استفاده شده، آمده است. لازم به ذکر است که چون میانگین اعداد فازی متقارن برابر راس آن است، در روش قطعی کردن به ازای مقادیر مختلف Δ مقادیر قطعی مرکزیت و مشاهدات فازی یکسان بوده و در نتیجه ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی در مقادیر مختلف Δ مساوی می‌باشد.

و 2^{n-1} می‌باشد، بنابراین ممکن است دستیابی به مقادیر مشخصی از ARL تحت کنترل امکان‌پذیر نباشد. به‌عنوان نمونه بزرگ‌ترین مقدار ممکن ARL وقتی که $n=10$ است برابر با ۵۱۲ می‌باشد که با $UCL=9$ به‌دست می‌آید. جدول ۳ بیشترین مقدار ARL نمودار رتبه علامت‌دار دو طرفه برای اندازه نمونه‌های مختلف را در حالت قطعی نشان می‌دهد.

جدول (۴): مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی در روش قطعی

کردن با $n=10$

توزیع	مقدار تغییر در میانگین								
	۰	۰/۲۵	۰/۵	۰/۷۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴
یکنواخت	۵۱۲	۲۱۲	۵۱	۱۵	۸	۳	۱/۵	۱	۱
نرمال	۵۱۲	۱۲۰	۱۴	۸	۳	۲	۱/۱	۱	۱
لاپلاس	۵۱۲	۶۸	۹	۵	۲	۱/۲	۱	۱	۱

با توجه به جدول (۴) مشخص است که در روش قطعی کردن عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی در تشخیص تغییرات به‌ترتیب در توزیع لاپلاس، نرمال و یکنواخت بهتر شده است. جدول ۵ مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی را در حالتی- که از روش فاصله‌ای برای مقایسه مشاهدات و مرکزیت فازی استفاده شده نشان می‌دهد. در روش فاصله‌ای برای تبدیل مقادیر فازی به فاصله، به‌ترتیب از برش‌های $\alpha=0$ و $\alpha=0.5$ استفاده و محاسبات با دو مقدار مختلف Δ انجام شده است.

جدول (۲): مشخصات و پارامتر مقیاس در توزیع‌های نرمال، یکنواخت و لاپلاس

توزیع	یکنواخت	نرمال	لاپلاس
تابع احتمال	$\frac{1}{2\lambda}$	$\frac{1}{\lambda\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2\lambda^2}}$	$\frac{1}{2\lambda} e^{- x-\theta /\lambda}$
Scale (λ)	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{2}$

جدول (۳): حدود کنترل و ARL تحت کنترل نمودار رتبه علامت‌دار بر اساس اندازه نمونه

n	۳	۵	۶	۸	۱۰
ARL_0	۸	۱۶	۳۲	۲۵۶	۵۱۲
UCL	۵	۱۴	۲۰	۳۵	۵۴
LCL	۱	۱	۱	۱	۱

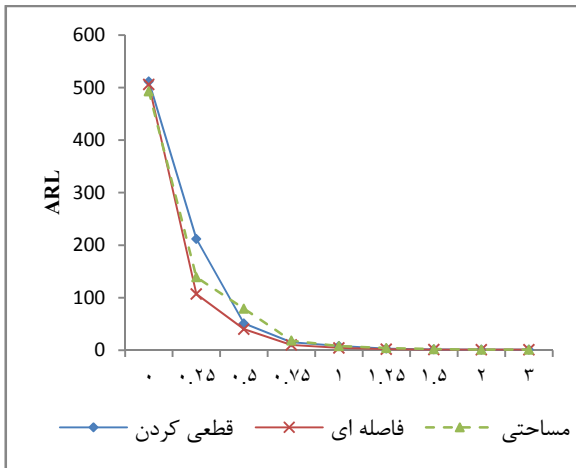
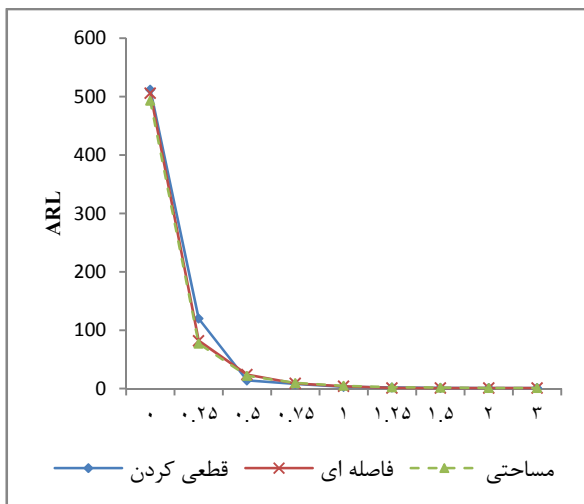
در جدول ۴ مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی در حالتی که از روش قطعی کردن میانگین برای مقایسه مشاهدات و مرکزیت

جدول (۵): مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی در روش فاصله‌ای

برش α	میانۀ فازی	توزیع	مقدار تغییر در میانگین								
			۰	۰/۲۵	۰/۵	۰/۷۵	۱	۱/۵	۲	۳	۴
$\alpha=0$	$\tilde{\mu} = (-0.5, 0, 0.5)$	یکنواخت	۵۰۷	۱۰۸	۴۲/۷	۱۰/۷	۴	۲	۱/۲	۱	۱
		نرمال	۵۰۷	۸۳	۲۸	۱۱	۴	۱/۵	۱	۱	۱
		لاپلاس	۵۰۷	۴۰/۸	۲۰/۷	۵	۳/۰۶	۱/۲	۱	۱	۱
	$\tilde{\mu} = (-1, 0, 1)$	یکنواخت	۵۰۴	۱۰۶	۳۸	۱۰/۵	۴/۲	۲	۱/۱	۱	۱
		نرمال	۵۰۴	۸۰	۲۵	۹/۲	۴	۱/۴	۱	۱	۱
		لاپلاس	۵۰۴	۳۷/۸	۱۷	۴/۷۴	۲/۸	۱/۱	۱	۱	۱
$\alpha=0.5$	$\tilde{\mu} = (-0.5, 0, 0.5)$	یکنواخت	۵۰۸	۱۰۷	۴۱	۱۰	۴/۳	۲	۱/۱	۱	۱
		نرمال	۵۰۸	۸۱	۲۶	۹	۴/۲	۱/۳	۱	۱	۱
		لاپلاس	۵۰۸	۴۰	۱۹	۴/۶	۳	۱	۱	۱	۱
	$\tilde{\mu} = (-1, 0, 1)$	یکنواخت	۵۰۶	۱۰۷	۴۰	۱۰	۴/۲	۲	۱/۱	۱	۱
		نرمال	۵۰۶	۸۲	۲۴	۹	۴	۱/۲	۱	۱	۱
		لاپلاس	۵۰۶	۳۹	۱۷	۴/۳	۳	۱	۱	۱	۱

جدول (۶): مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی در روش مساحتی

میانۀ فازی	توزیع	مقدار تغییر در میانگین								
		۰	۰/۲۵	۰/۵	۰/۷۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳
$\tilde{\mu} = (-0.5, 0, 0.5)$	یکنواخت	۴۹۰	۱۴۶	۴۶	۱۷	۷/۳	۴	۲/۱	۱/۳	۱
	نرمال	۴۹۰	۹۸	۲۶	۱۰	۴/۴	۲/۵	۱/۵	۱	۱
	لاپلاس	۴۹۰	۵۰	۱۲	۵/۳	۳	۱/۴	۱	۱	۱
$\tilde{\mu} = (-1, 0, 1)$	یکنواخت	۴۹۳	۱۳۹	۷۹	۱۸/۳	۷/۸	۴/۱	۲	۱	۱
	نرمال	۴۹۳	۷۷	۲۲	۹/۷	۴/۸	۲/۳	۱/۷	۱	۱
	لاپلاس	۴۹۳	۴۶	۱۱	۴/۸	۲/۶	۱/۲	۱	۱	۱

شکل (۳): مقایسه ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی در سه روش (توزیع یکنواخت)شکل (۴): مقایسه ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی در سه روش (توزیع نرمال)

همان‌طور که در جدول ۵ دیده می‌شود در روش فاصله‌ای نیز حساسیت نمودار رتبه علامت‌دار فازی در تشخیص تغییرات در توزیع دنباله پهن لاپلاس بیشتر از توزیع‌های نرمال یا یکنواخت است. همچنین مقادیر ARL نمودار در هر دو حالت تحت کنترل و خارج کنترل، در برش $\alpha=0.5$ بیشتر از برش $\alpha=0$ بوده و بنابراین در برش $\alpha=0.5$ احتمال اختطار اشتباه نمودار کمتر شده و احتمال تشخیص تغییرات نیز کاهش می‌یابد.

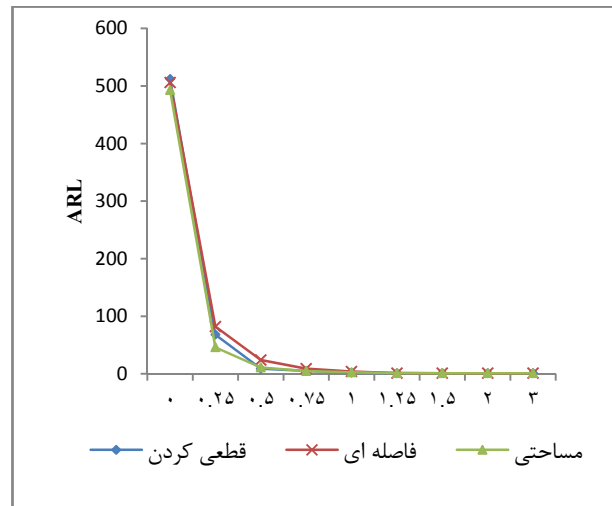
جدول ۶ نیز مقادیر ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی را در حالتی که از روش مساحتی برای مقایسه مشاهدات و مرکزیت فازی استفاده شده نشان می‌دهد. همان‌طور که در این جدول دیده می‌شود حساسیت نمودار در تشخیص تغییرات، در توزیع‌های دنباله پهن بیشتر از توزیع‌های دنباله کوتاه می‌باشد. همچنین در هنگام استفاده از روش مساحتی هر چقدر پهنای مشاهدات فازی (Δ) بیشتر باشد حساسیت نمودار در کشف تغییرات افزایش می‌یابد.

در شکل‌های ۳، ۴ و ۵ عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی در سه توزیع یکنواخت، نرمال و لاپلاس و در سه روش قطعی کردن، روش فاصله‌ای با $\alpha=0.5$ و $\tilde{\mu} = (-1, 0, 1)$ و روش مساحتی با $\tilde{\mu} = (-1, 0, 1)$ مقایسه شده است.

با توجه به شکل‌های ۳، ۴ و ۵ مشخص می‌شود که مقدار ARL تحت کنترل در هر سه توزیع به ترتیب در روش‌های قطعی کردن، فاصله‌ای و مساحتی بیشتری شده و از این رو احتمال اختطاردهی اشتباه نمودار در روش قطعی کردن کمتر از سایر روش‌ها می‌باشد. همچنین مقدار ARL خارج از کنترل در هر سه توزیع، به ترتیب در روش‌های قطعی کردن، فاصله‌ای و مساحتی بیشتر شده و در نتیجه حساسیت نمودار در تشخیص تغییرات در روش مساحتی بیشتر از دو روش فاصله‌ای و قطعی کردن می‌باشد. لازم به ذکر است که در تغییرات بزرگ‌تر از ۲ انحراف معیار تأثیر روش‌ها بر عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی محسوس نیست.

مراجع

- [1] Bakir, S.T. (2004). A distribution-free Shewhart quality control chart based on signed-ranks, *Quality Engineering*, 4: 613-623.
- [2] Reynolds, M. R.J., Bakir, S.T. (1979). A nonparametric Procedure for Process control based on within-group ranking, *Technometrics*, 21: 127-137.
- [3] Amin, R.W., Searcy, A. J. (1991). A nonparametric exponentially weighted moving average control scheme, *Communication in Statistics: Theory and Methods*, 20: 1049-1072.
- [4] Chakraborti, S., Eryilmaz, S. (2007). A nonparametric Shewhart-type signed-rank control chart based on runs, *Communication in Statistics -Simulation and Computation*, 36: 335-356.
- [5] Bradshaw, C.W. (1983). A fuzzy set theoretic interpretation of economic control limits, *European Journal of Operational Research*, 13: 403-408.
- [6] Wang, J. H., Raz, T. (1990). On the construction of control charts using linguistic variables, *International Journal of Production Research*, 28: 477-487.
- [7] Raz, T., Wang, J.H. (1990). Probabilistic and membership approaches in the construction of control charts for linguistic data, *Production Planning and Control*, 1: 147-157.
- [8] Kanagawa, A., Tamaki, F., Ohta, H. (1993). Control charts for process average and variability based on linguistic data, *International Journal of Production Research*, 31: 913-922.
- [9] Kahraman, C., Tolga, E., Ulukan, Z. (1995). Using triangular fuzzy numbers in the tests of control charts for unnatural patterns, *INRIA/IEEE Conference, Paris-France*, 3: 291-298.
- [10] Tannock, J.D.T. (2003). A fuzzy control charting method for individuals, *International Journal of Production Research*, 41: 1017-1032.
- [11] Taleb, H., Limam, M. (2002). On fuzzy and probabilistic control charts, *International Journal of Production Research*, Vol. 40, 2849-2863.
- [12] Gulbay, M., Kahraman, C., Ruan, D. (2004). α - cut fuzzy control charts for linguistic data, *International Journal of Intelligent Systems*, 19: 1173-1196.
- [13] Cheng, C.B. (2005). Fuzzy process control: Construction of control charts with fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems*, 154: 287-303.
- [14] Gulbay, M., Kahraman, C. (2007). An alternative approach to fuzzy control charts: Direct fuzzy approach, *Information Science*, 177: 1463-1480.
- [15] Gulbay, M., Kahraman, C. (2006). Development of fuzzy process control charts and fuzzy unnatural pattern analyses, *Computational Statistics and Data Analysis*, 51: 434-451.
- [16] Senturk, S., Erginel, N. (2009). Development of fuzzy \bar{X} -R and \bar{X} -S control charts using α -cuts, *Information Science*, 179: 1542-1551.
- [17] اسماعیل‌پور رضا، رمضان محمدرحیم، کاظم‌اف فاروق، (۱۳۸۸). ارائه مدل کنترل فرآیند آماری فازی با روش مد فازی برای کنترل تعداد نقص‌های محصول، *نشریه مدیریت صنعتی*، دوره ۱، شماره ۲، ۳-۱۸.
- [18] Pandurangan, C.A., Varadharajan, R. (2011). Construction of α -cut fuzzy X-S and X-R and control charts using fuzzy trapezoidal number, *International*



شکل (۵): مقایسه ARL نمودار رتبه علامت‌دار فازی در سه روش (توزیع لاپلاس)

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به استفاده گسترده از نمودار ناپارامتری رتبه علامت‌دار و از طرفی وجود ابهام و داده‌های غیر دقیق در مشاهدات نمونه‌ای لازم است که نمودار رتبه علامت‌دار قابلیت استفاده از این داده‌ها را نیز داشته باشد. در این مقاله نمودار رتبه علامت‌دار با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی توسعه داده شده و با توجه به شیوه متفاوت در نظر گرفتن ابهام در داده‌ها سه روش قطع کردن، روش فاصله‌ای و روش مساحتی برای مقایسه مشاهدات فازی با مرکزیت فازی پیشنهاد شده است. برای بررسی عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی، یک برنامه شبیه‌سازی طراحی و با استفاده از آن مقادیر طول متوسط دنباله (ARL) این نمودار در هر سه روش پیشنهادی و در سه توزیع مختلف نرمال، یکنواخت و لاپلاس محاسبه شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد نمودار رتبه علامت‌دار فازی در هر سه روش در تشخیص تغییرات در مرکزیت فرآیندهایی با توزیع دنباله پهن (لاپلاس) سریعتر از توزیع نرمال و توزیع‌های دنباله کوتاه (یکنواخت) عمل می‌کند. همچنین در میان سه روش پیشنهادی روش قطع کردن بیشترین مقدار ARL تحت کنترل و روش فاصله‌ای کمترین مقدار ARL خارج از کنترل را دارد. استفاده از نمودار رتبه علامت‌دار فازی می‌تواند کاربرد نمودارهای کنترلی را در فرآیندهای غیرنرمال با داده‌های مبهم گسترش داده و باعث بهبود کنترل فرآیند گردد.

برای تحقیقات آتی مرتبط با این موضوع نیز می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: محاسبه فازی علامت و رتبه مشاهدات در نمودار رتبه علامت‌دار فازی، بررسی تغییرات اندازه نمونه و همچنین عدم تقارن مشاهدات فازی بر عملکرد نمودار رتبه علامت‌دار فازی، توسعه سایر نمودارهای ناپارامتری با داده‌های فازی.

- [۲۴] نوجوان، مجید، (۱۳۸۸). توسعه نمودارهای کنترل منطقه‌ای با استفاده از مجموعه‌های فازی، سومین کنگره مشترک سیستم‌های فازی و هوشمند، دانشگاه صنعتی یزد.
- [۲۵] تاناکا، کازو، ترجمه: وحیدیان کامیاد، علی، طارقیان، حامد رضا، (۱۳۸۸). مقدمه‌ای بر منطق فازی و کاربردهای عملی آن، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، چاپ چهارم.
- [۲۶] موننگومری، داگلاس‌سی، ترجمه: نورالسنا، رسول، (۱۳۸۱). کنترل کیفیت آماری، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، چاپ چهارم.
- [27] Sevastjanov, P.V., Rog, P. (2003). A probabilistic approach to fuzzy and crisp interval ordering, *Task Quarterly* 1: 147-156.
- [28] Das, N. (2009). A comparison study of three nonparametric control charts to detect shift in location parameter, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 41: 799-807.
- [29] Feng, Y. (2000). Gaussian fuzzy random variables, *Fuzzy Sets and Systems*, 111: 325-330.
- [30] Liu, B. D. (2007). *Uncertainty theory- An Introduction to its Axiomatic Foundations*, Berlin: Springer-Verlag.
- Journal of Research and Reviews for Applied Sciences, 9: 100-111.
- [19] Shu, M.H., Wu, H.C. (2011). Fuzzy X and R control charts: Fuzzy dominance approach, *Computers & Industrial Engineering*, 61: 676-685.
- [۲۰] فراز، علیرضا، (۱۳۹۰). بناسازی نمودار کنترل آماری- فازی فرایند، مجله ریاضیات کاربردی واحد لاهیجان، سال ۸، شماره ۲، ۴۵-۵۴.
- [21] Taylan, O., Darrab, I.A. (2012). Fuzzy control charts for process quality improvement and product assessment in tip shear carpet industry, *Journal of Manufacturing Technology Management*, 23: 402-420.
- [۲۲] نوجوان، مجید، مهجوبی، صدیقه، رئیسی، صدیق، (۱۳۹۲). توسعه نمودار علامت با داده‌های فازی، نشریه مهندسی و مدیریت کیفیت، جلد ۳، شماره ۴.
- [۲۳] نوجوان، مجید، نیابتی، ندا، (۱۳۹۲). نمودار ناپارامتری شوهارتی رتبه علامت دار با فاصله نمونه گیری متغیر، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، (۲)، ۱۸۹-۱۸۴.



Developing the Nonparametric Signed Rank Control Chart with Fuzzy Data

M. Nojavan*, S. Mahjoobi

Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University, South Tehran Branch, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 1 June 2014

Accepted 17 June 2015

Keywords:

Statistical process Control (SPC)
Nonparametric Control Chart
Signed Rank Control Chart
Fuzzy Signed Rank Control Chart

ABSTRACT

Nonparametric control charts are used for the controlling of processes with non-normal or unknown distributions. Also fuzzy control charts are used when there is uncertainty in the sampling data. The signed rank nonparametric control chart use for the detecting changes in mean (median). In this paper the signed rank control chart is developed with fuzzy data and the proposed chart is called as fuzzy signed rank control chart. For this purpose, three different approaches with different ambiguity are proposed. A simulation program is used for calculating of the performance of fuzzy signed rank control chart based on average run length (ARL). The control chart performance study for three proposed approaches with three different distributions as short-tailed (Uniform), middle-tailed (Normal) and heavy-tailed (Laplace). Numerical results show suitable performance of the fuzzy signed rank control chart in the controlling of fuzzy non-normal process.

* Corresponding author. Majid Nojavan

Tel.: 021-77654742; E-mail addresses: mnojavan@azad.ac.ir