IERPS
نشـــریه پـــژوهـــش‌های
مهـنـدســی صنـــــایع
در سیستــم‌هـــای تولیـــد

ISSN: 2345-2269

نشـریه پـژوهـش‌های مهنـدسـی صنـــایع در سیستـــم‌هـــای تولیـــد

سال دوم، شماره چهارم، پاییز و زمستان ۱۳۹۳، صفحـــه ۵۵-۶۵
www.ier.basu.ac.ir

تعیین ظرفیت بهینه انبار به کمک مدل‌های صف و تکنیک اولویت‌بندی فازی

حسن حسینی‌نسب[۱،*]، سعید خلیلی[۲]

۱. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، یزد

۲. دانشجوی کارشناسی‌ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، یزد

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۲/۹/۲۰

پذیرش ۱۳۹۳/۸/۳

کلمات کلیدی:

ظرفیت بهینه انبار

هزینه‌های انبارداری

تئوری صف

تئوری فازی

روش‌های اولویت‌بندی فازی

خلاصه

انبارها به عنوان یکی از اجزای کلیدی سیستم های زنجیره تأمین، نقش مهمی در تنظیم و برقراری ارتباط بین تأمین‌کنندگان و مصرف‌کنندگان بازی می‌کنند. مدل‌های متنوعی برای مدیریت انبارش موجودی در شرکت‌ها وجود دارد که یکی از معروف‌ترین آنها، استفاده توأم از دو نوع انبار خصوصی و عمومی است. هدف از نگارش این مقاله، پاسخ به این سؤال اساسی است که اندازه بهینه برای ساخت انبار خصوصی چه اندازه باشد تا کل هزینه‌های نگهداری تحمیل شده به شرکت کمینه شود. ابتدا انبار و زنجیره تأمین مربوط به آن با استفاده از تئوری صف مدلسازی می‌شود. سپس، یک تابع هزینه شامل دو نوع هزینه مختلف ناشی از ساخت انبار در اندازه‌ای کوچکتر یا بزرگتر از اندازه بهینه با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول توسعه می‌یابد. مقدار برخی از پارامترهای تابع هزینه مذکور، مبهم بوده و نمی‌توان تخمین دقیقی از مقادیر آن‌ها به‌صورت قطعی ارائه کرد. بنابراین، با تخصیص اعداد فازی مثلثی به هر کدام از این پارامترها که مقادیر سه‌گانه آنها بر اساس تخمین خبرگان و نیز تجربیات موجود به‌دست می‌آید، عدم قطعیت در مدل لحاظ می‌شود. از آنجا که مقادیر تابع هزینه مذکور به ازای ظرفیت‌های متفاوت انبار به صورت اعداد فازی حاصل می‌شود، لذا جهت اولویت بندی ظرفیت‌های مختلف و انتخاب بهترین ظرفیت برای ساخت انبار خصوصی از یکی از روشهای اولویت‌بندی فازی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد برخلاف روش‌های پیشین که تنها برای شرایط خاصی قابل استفاده بودند، مدل پیشنهادی برای شرایط مختلف تولیدی به‌خوبی قابل توسعه است.

۱- مقدمه

یکی از مؤلفه‌های کلیدی شبکه زنجیره تأمین، انبارها هستند که نقش مهمی در جداسازی کشمکش‌های عرضه و تقاضا در زنجیره تأمین بازی می‌کنند. انبارها در یک زنجیره تأمین، سبب ارائه سطح خدمت مطلوب به مشتریان و عدم وقفه در برنامه تولید و توزیع خواهند شد. در واقع، هنگامی‌که تولید و تقاضا در شرایط عدم قطعیت به سر می‌برند و به‌ویژه، زمانی که تقاضا فصلی است، با نگهداری اقلام موردنیاز مشتریان (درونی و بیرونی) در انبارها می‌توان تعداد دفعات کمبود را کاهش و سطح خدمت به مشتریان را افزایش داد. همچنین انبارها امکان بهره‌مندی از مزایایی مانند تخفیف خرید کلی و یا خرید و ذخیره محصولات بیشتر با قیمت کمتر در دوره‌های رکود اقتصادی را برای شرکت‌ها به ارمغان می‌آورند. به‌طور کلی، مدیران جهت انبارش محصولات خود دو گزینه اصلی پیش رو دارند:

(۱) ساخت انبار توسط شرکت برای نگهداری محصولات (انبارداری خصوصی[۱])

(۲) اجاره فضای انبار عمومی جهت انبارش محصولات در مدت زمان

* نویسنده مسئول. حسن حسینی‌نسب

تلفن: ۸۱۲۲۴۰۲-۰۳۵۱؛ پست الکترونیکی: hhn@yazd.ac.ir

1. Private Warehousing

مشخص (انبارداری عمومی[1]) [۱].

انبارهای عمومی انبارهایی هستند که مالکیت آن‌ها از آن شرکت نبوده و شخص ثالثی آنها را اداره می‌کند. بزرگ‌ترین مزیت یک انبار عمومی عدم نیاز به سرمایه‌گذاری بالا جهت اموری مانند خرید زمین، مستغلات و تجهیزات و ماشین‌آلات مورد نیاز انبار و به‌کارگیری و آموزش کارکنان انبار است. از طرفی، گرچه یک انبار خصوصی نیازمند سرمایه‌گذاری و صرف هزینه جهت خرید زمین و تجهیزات و جذب نیروی انسانی است اما معمولاً هزینه انبارش هر واحد محصول در انبارهای خصوصی کمتر از انبارهای عمومی تلقی می‌شود. به‌علاوه، استفاده از انبارهای خصوصی سبب صرفه‌جویی مالیاتی ناشی از لحاظ کردن استهلاک انبار و تجهیزات آن شده و نیز در صورت رشد قیمت زمین و مستغلات باعث افزایش دارایی‌های شرکت می‌شود.

با توجه به مزایا و معایب بیان شده برای هر دو نوع انبار، مدلی که بتواند از مزیت‌های هر دو به‌صورت کارا و مؤثر استفاده کند و معایب آنها را تا حد امکان کاهش دهد، مورد نیاز بسیاری از مدیران برای تصمیم‌گیری در مورد نحوه‌ی انبارش محصولات تولیدی خواهد بود. محصولات موجود در انبار، در واقع محصولات تولیدی مازاد بر تقاضای بازار هستند که تا زمان رسیدن تقاضای جدید، در صف انتظار فروش منتظر می‌مانند. بنابراین، به نظر می‌رسد استفاده از مدل‌های صف برای فرموله کردن مسئله نگهداری محصولات موجود در انبار، می‌تواند به نتایج مطلوبی منجر شود. استفاده از تئوری صف برای مدل‌سازی انبار دارای مزایایی می باشد که از آن جمله می‌توان به امکان توسعه مدل‌های صف برای انواع مختلف شرایط تولید و انبارش و نیز آسان و قابل درک بودن این مدل‌ها اشاره کرد. بنابراین، در این مقاله سعی می‌شود با رویکردی جدید به مسئله مدیریت موجودی و انبار و به کمک تئوری صف و تحلیل هزینه‌های ساخت انبار در اندازه‌های مختلف، مدلی برای محاسبه اندازه بهینه انبار ارائه شود.

ساختار ادامه مقاله چنین است: ابتدا در بخش دوم، ادبیات و پیشینه موضوع تعیین اندازه بهینه انبار بررسی می‌شود. در بخش سوم، مدل صف و الگوریتم پیشنهادی برای حل مسئله اندازه بهینه انبار ارائه می‌شود. در بخش چهارم ابتدا توضیح مختصری درباره روشهای رتبه‌بندی اعداد فازی داده شده است و سپس روش اولویت‌بندی لی و لای [۲] به طور کامل توصیف شده است. به‌منظور سنجش صحت و کارآیی مدل ریاضی ارائه شده، تعدادی مثال عددی در بخش پنجم، ارائه و توسط نرم‌افزار matlab حل می‌گردند. سرانجام، بخش ششم به جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی اختصاص می‌یابد.

1. Public Warehousing

۲- پیشینه موضوع

در راستای تعیین اندازه بهینه انبار، تحقیقاتی صورت گرفته است. برای مثال، عشایری و گلدرز [۳] به تفصیل در مورد انبار و طراحی بهینه آن[2] بحث و پیشنهاد کردند که بهتر است برای تعیین سیستم انبارداری بهینه، ابزارهای شبیه‌سازی و روش‌های تحلیلی را با هم ترکیب کرد. کومیر و گان [۴] مروری جامع بر مدل‌های انبار، انبارداری و ظرفیت بهینه ذخیره‌سازی انجام دادند. هدف مدل‌های ظرفیت بهینه ذخیره‌سازی، یافتن اندازه بهینه انبار است به‌نحوی‌که هزینه کل انبارداری در افق برنامه‌ریزی کمینه و سطح مطلوبی از خدمت به مشتریان ارائه شود. همچنین لازم است تعداد، اندازه و فضای لازم برای انبار اجاره‌ای نیز مشخص شود. در این مدل‌ها فرض می‌شود محل انبار مشخص است اما شرکت باید برای تعیین اندازه بهینه جهت ساخت انبار در شرایط تقاضای کاملاً فصلی تصمیم‌گیری کند. اما چنانچه فضای انبار ساخته شده کافی نباشد، شرکت می‌تواند مقدار فضای موردنیاز را از یک انبار عمومی اجاره کند. ساخت انبار خصوصی نیاز به سرمایه دارد، در حالی‌که مساحت فضای انبار عمومی را می‌توان اجاره کرد هر چند از هزینه انبار خصوصی گران‌تر می‌شود.

انواع زیادی از این مدل‌ها توسط محققین توسعه داده شده است. برای مثال، مان و وینوت [۵] مسئله ظرفیت بهینه ذخیره‌سازی با اندازه پویا و متغیر انبار که امکان افزایش و کاهش ظرفیت انبار را می‌دهد، مورد توجه قرار دادند. همچنین لوس [۶] مروری جامع روی مسئله گسترش ظرفیت انبار انجام داد. بالو [۷] در کتابش روشی برای استفاده توأم از انبار خصوصی و عمومی با بیشترین میزان صرفه‌جویی ممکن ارائه کرد. هونگ و فیسک [۸] مدلی جدید برای مسئله اندازه بهینه انبار در دو حالت ایستا و پویا ارائه کردند. در حالت ایستا، امکان تغییر اندازه ظرفیت انبار در آینده وجود ندارد و اندازه انبار برای همیشه ثابت خواهد ماند اما در حالت پویا، در صورت دسترسی به پرسنل و تجهیزات انبارداری کافی، می‌توان ظرفیت انبار را در صورت نیاز افزایش داد. کومیر و گان [۹] و [۱۰] ضمن مرور مدل‌های بهینه‌سازی انبار، مدلی با فرض تقاضای ثابت برای انبار خصوصی در مقابل انبار عمومی ارائه کردند و نتیجه گرفتند هنگامی که اندازه انبار به شدت محدود است، اجاره انبار می‌تواند به‌طور قابل‌توجهی مفید واقع شود.

وایت و فرانسیس [۱۱] به بررسی مسئله تعیین اندازه بهینه انبار برای هر دو حالت تقاضا قطعی و احتمالی انبار پرداختند و با استفاده از برنامه‌ریزی خطی و تئوری دوگان و نیز مدل تعادل جریان در شبکه، روشی برای پاسخ به این مسئله ارائه کردند. آنها هزینه‌های ساخت انبار، نگهداری محصولات در انبار و برآوردن تقاضا از انبار بیرونی را مدنظر قرار دادند. رائو و رائو [۱۲] مدل اندازه انبار را در حالت یک محصول ارائه و هزینه‌های متغیر در طول زمان،

2. Warehouse Design Optimization

صرفه‌جویی‌های حاصل از سرمایه‌گذاری[1] و هزینه‌های عملیاتی را در شرایط احتمالی مورد بررسی قرار دادند. آنها ساختاری برای رسیدن به جواب بهینه ارائه کرده و نشان دادند که مسئله اندازه انبار در حالت ایستا و توسعه‌های آن را می‌توان به آسانی و بدون نیاز به رویه‌های برنامه‌ریزی خطی رایج حل کرد. آنها مسئله اندازه انبار در حالت پویا را به کمک الگوریتم‌های جریان در شبکه و بحث هزینه‌های مقعر[2] و با استفاده از برنامه‌ریزی پویا حل کردند. گوه و همکاران [۱۳] مدلی برای مسئله اندازه انبار با هدف کمینه کردن کل هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری موجودی ارائه کردند. پتینیس و همکاران [۱۴] با استفاده از روش برنامه‌ریزی کوادراتیک، مسئله اندازه انبار را برای حالت چند محصولی با هدف کمینه کردن هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی حل کردند. گیل [۱۵] با بیان این‌که به طور معمول دو گزینه اصلی انبارهای خصوصی و انبارهای عمومی برای نگهداری محصولات وجود دارد، یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای کمک به مدیران جهت تعیین میزان محصولات نگهداری شده در انبارهای خصوصی و عمومی توسعه دادند.

به‌طور کلی در رابطه با مسئله اندازه انبار کار پژوهشی چندانی صورت نگرفته است به طوری‌که برخی پژوهش‌گران مانند عشایری [۳]، رولی [۱۶] و روون هورست و همکاران [۱۷] به صراحت به نبود یا فقدان پژوهش‌های کافی در زمینه تعیین اندازه بهینه انبار اشاره کرده‌اند. همچنین بیکر و کانسا [۱۸] با بررسی مطالعات انجام شده مربوط به انبار طی سال‌های ۱۹۷۳ تا ۲۰۰۶، به این موضوع اذعان کردند که به موضوع انبار و اندازه بهینه آن به‌طور کافی پرداخته نشده و فقدان پژوهش‌های علمی در این زمینه کاملاً مشهود است. ضمن این‌که بررسی‌ها نشان داد در سال‌های اخیر نیز تقریباً در این حوزه کار جدی صورت نگرفته یا دست‌کم گزارش نشده است.

مقاله‌ی حاضر با هدف پر کردن خلاء تحقیقاتی اشاره شده در بالا، به ارائه مدلی برای تعیین اندازه بهینه انبار خصوصی با استفاده از مدل‌های صف و تئوری فازی می‌پردازد. ابتدا انبار و بخش‌های مرتبط با آن با استفاده از مبانی تئوری صف مدل می‌شود. سپس تابع هزینه کل شرکت برای نگهداری محصولات در انبارهای خصوصی و عمومی به‌ازای انواع ظرفیت‌های انبار خصوصی محاسبه می‌شود. با توجه به این‌که برخی از پارامترهای تابع هزینه مذکور به‌صورت اعداد فازی مثلثی لحاظ می‌شوند، بنابراین، مقادیر تابع هزینه کل با استفاده از اصل گسترش [۱۹] و بر اساس ریاضیات فازی مثلثی [۲۰] به‌صورت اعداد فازی مثلثی به‌دست می‌آید (محاسبه مقادیر فازی تابع هزینه با استفاده از کد نوشته شده در برنامه متلب صورت پذیرفته است). در ادامه جهت انتخاب ظرفیت بهینه انبار، می‌بایست ظرفیتی که کمترین مقدار تابع هزینه را دارا می‌باشد انتخاب نماییم. از آن‌جا که مقادیر تابع هزینه به ازای ظرفیت‌های متفاوت به‌صورت اعداد فازی نمود پیدا کرده است باید از روش‌های اولویت‌بندی فازی برای مرتب‌کردن اعداد فازی به‌دست آمده برای تابع هزینه استفاده نمائیم. در این مقاله با استفاده از روش رتبه‌بندی لی و لای براساس میانگین و پراکندگی فازی [۲]، ابتدا اعداد فازی به‌دست آمده برای تابع هزینه مرتب شده و سپس ظرفیت متناظر با مقدار تابع هزینه‌ای که در اولویت بالاتری قرار بگیرد، به‌عنوان ظرفیت بهینه انبار لحاظ می‌شود. چنانچه به هر دلیلی قادر به تأمین و ایجاد این ظرفیت نباشیم به سراغ اولویت‌های بعدی می‌رویم (اولویت‌بندی اعداد فازی مثلثی براساس میانگین و پراکندگی فازی (روش لی و لای) با استفاده از کد نوشته شده در برنامه متلب صورت پذیرفته است). در پایان جهت روشن شدن موضوع، سه مثال مختلف از مدل‌های انبار در محیط‌های مختلف تولیدی ارائه شده است.

۳- مدل پیشنهادی

در این بخش مدل صف پیشنهادی برای مسئله تعیین اندازه بهینه انبار ارائه می‌شود. محصول نهایی بعد از کامل شدن فرآیند تولید از سایت تولیدی شرکت خارج و وارد انبار محصول نهایی می‌شود و تقاضای مصرف‌کنندگان از محل موجودی انبار تأمین می‌شود. اگر بخواهیم انبار محصول نهایی شرکت را با استفاده از یک سیستم صف مدل کنیم، باید ابتدا مشخصه‌های انبار را با مؤلفه‌های یک سیستم صف انطباق دهیم. محصول نهایی شرکت به‌عنوان ورودی و مشتری این سیستم صف (انبار)، و نرخ خروج محصول از سایت تولیدی (نرخ تولید شرکت) به عنوان نرخ ورودی به انبار (λ) در نظر گرفته می‌شود. همچنین نرخ تقاضای بازار محصول به عنوان نرخ خروج موجودی از انبار یا نرخ خدمت سیستم صف (μ) در نظر گرفته می‌شود. این مدل در شکل (۱) نمایش داده شده است.

شکل (۱): مدلسازی انبار شرکت با استفاده از مؤلفه‌های سیستم صف

۳-۱- مفروضات اساسی و نمادهای مدل

ابتدا مفروضات اساسی مدل به‌صورت زیر بیان می‌شود:

۱- شرکت تنها یک نوع محصول تولید می‌کند.

۲- اگر موجودی محصولات کمتر از ظرفیت انبار خصوصی باشد، تمام این مقدار موجودی با هزینه نگهداری h_1 به ازای هر واحد در دوره در همین انبار خصوصی نگهداری می‌شود.

۳- اگر موجودی محصولات بیش از ظرفیت انبار خصوصی باشد، موجودی مازاد بر ظرفیت با هزینه نگهداری بیشتری در انبارهای عمومی پیمان‌کاران بیرونی نگهداری می‌شود.

۴- هزینه ایجاد ظرفیت برای انبارش هر واحد محصول ثابت می‌باشد.

1. Economies of Scale in Capital Expenditure
2. Concave Costs

یعنی با افزایش ظرفیت هزینه کل ایجاد ظرفیت به صورت خطی زیاد می‌شود.

۵- مشتریان مراجعه کننده به نمایندگی‌های فروش، در صورت نبود کالا در انبار، منتظر نمانده و به سراغ تأمین‌کننده‌ی دیگری می‌روند (یعنی در صورت کمبود با فروش از دست رفته مواجهه می‌شویم).

نمادهای مدل عبارتند از:

k: ظرفیت انبار خصوصی شرکت

B: سرمایه‌گذاری موردنیاز برای ساخت و ایجاد انبار به‌ازای یک واحد محصول

h_1 : هزینه نگهداری یک واحد محصول در هر ماه در انبار خصوصی شرکت

h_2 : هزینه نگهداری یک واحد محصول در هر ماه در انبار عمومی خارج از شرکت ($h_2 > h_1$)

n: تعداد مشتریان (موجودی محصولات) در سیستم صف (انبار)

π_n: احتمال وجود n مشتری (موجودی) در سیستم در درازمدت (درصد زمان در درازمدت که سیستم دارای n مشتری است)

λ: نرخ خروج محصولات نهایی از شرکت و ارسال آنها به انبار

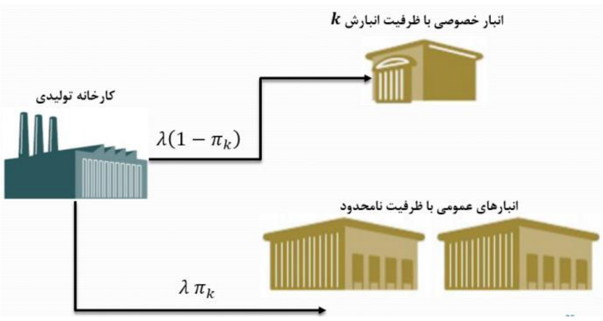
C_{CS}: متوسط هزینه کمبود ظرفیت در هر ماه

C_{EC}: هزینه ایجاد ظرفیت مازاد

C_T: متوسط کل هزینه ماهانه

۳-۲- مدل‌سازی هزینه‌ها

براساس مفاهیم نظریه صف و مدل‌های صف با ظرفیت محدود، محصولات با نرخ $\lambda\,(1-\pi_k)$ وارد انبار خصوصی شرکت و با نرخ $\lambda\,\pi_k$ وارد انبار عمومی خارج از شرکت می‌شوند. π_k معرف پر بودن انبار خصوصی شرکت یعنی وجود k واحد موجودی در آن است. این توصیفات به‌صورت شماتیک در شکل (۲) نمایش داده شده است.



شکل (۲): نرخ ورود کالا به انبارهای عمومی و خصوصی

هدف مقاله، تعیین ظرفیت بهینه انبار خصوصی (k^*) است. به این منظور، از رویارویی دو نوع هزینه مختلف در تابع هزینه استفاده می‌شود:

هزینه اول ناشی از ایجاد ظرفیت بیش از اندازه بهینه ($k > k^*$) است. یعنی اگر انباری با ظرفیت خیلی بالا ایجاد شود، در بیشتر اوقات بخشی از این ظرفیت ایجاد شده خالی خواهد ماند، بنابراین با ایجاد یک انبار بزرگ‌تر از نیاز، هزینه زیادی به شرکت تحمیل شده است در حالی‌که این انبار با این حجم و اندازه، کارایی بالایی نخواهد داشت. این هزینه به نام هزینه ایجاد ظرفیت مازاد[1] شناخته می‌شود و از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$C_{EC}=\sum_{n=0}^{k}(k-n).\pi_n.B \qquad (۱)$$

هزینه‌ی دوم در اثر ساخت انبار با اندازه کمتر از اندازه بهینه ($k < k^*$) ایجاد می‌شود. در واقع، اگر یک انبار با ظرفیت کم برای شرکت ایجاد شود، در بیشتر اوقات ظرفیت انبار تکمیل می‌شود و توانایی پذیرش و انبارش محصول بیشتری نخواهد داشت، بنابراین شرکت مجبور است برای انبارش موجودی مازاد بر ظرفیت انبار خصوصی، از انبارهای عمومی خارج از شرکت استفاده کند و هزینه نگهداری بیشتری ($h_2 - h_1$) را به‌ازای هر واحد موجودی مازاد بر ظرفیت بپردازد. این هزینه به نام هزینه کمبود ظرفیت[2] شناخته می‌شود و از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$C_{CS}=\sum_{n=k+1}^{\infty}(n-k)\pi_n(h_2-h_1) \qquad (۲)$$

مشاهده می‌شود که با تغییر ظرفیت انبار، این دو هزینه در جهت مخالف یکدیگر تغییر می‌کنند. در واقع، با افزایش ظرفیت، هزینه ایجاد ظرفیت مازاد افزایش و هزینه کمبود ظرفیت کاهش می‌یابد و برعکس.

هزینه کل (C_T)[3] ناشی از ساخت انبار در اندازه غیربهینه ($k \neq k^*$)، از جمع دو هزینه ظرفیت مازاد و کمبود ظرفیت بدست می‌آید. البته هزینه ایجاد ظرفیت مازاد، تنها یک بار هنگام ساخت انبار در ابتدای افق برنامه‌ریزی تحمیل می‌شود در حالی‌که هزینه کمبود ظرفیت در طول افق برنامه‌ریزی در هر ماه باید پرداخت شود. برای اینکه بتوان دو هزینه را در کنار هم مقایسه کرد لازم است هزینه ایجاد ظرفیت مازاد با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول بین ماه‌های افق برنامه‌ریزی توزیع شود تا هر دو هزینه به هزینه‌های یکنواخت ماهیانه بدل شوند. به این منظور، هزینه ایجاد ظرفیت مازاد را در عامل بازیافت سرمایه[4] (CRF) ضرب می‌کنیم.

$$CRF=\left(\frac{A}{P},i,N\right)=\left[\frac{i.(1+i)^N}{(1+i)^N-1}\right] \qquad (۳)$$

که i نماد نرخ بهره و N تعداد دوره‌های افق برنامه‌ریزی است. در نتیجه، C_T به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

---

1. Cost of Excess Capacity
2. Cost of Capacity Shortages
3. Cost of Total
4. Capital-Recovery Factor

$$\boldsymbol{C_T} = \left[\frac{i.(1+i)^N}{(1+i)^N-1}\right].\sum_{n=0}^{k}(k-n).\pi_n.B + \sum_{n=k+1}^{\infty}(n-k).\pi_n.(h_2-h_1) \quad (۴)$$

چون پارامترهای i ، h_1 و h_2 در درازمدت دارای ابهاماتی هستند و نمی‌توان تخمین دقیقی از مقادیر آنها به‌صورت قطعی ارائه کرد، بنابراین با استفاده از تخمین‌های فازی مثلثی مبتنی بر نظرات خبرگان و تجربیات موجود، آنها را به‌صورت نادقیق و غیرقطعی وارد مدل می‌کنیم. زیرنویس‌های L، M و R به‌ترتیب بیان‌گر بدبینانه‌ترین، ممکن‌ترین و خوشبینانه‌ترین مقادیر متناظر با هر پارامتر فازی مثلثی هستند.

$$\tilde{h}_1 = (h_{1_L}, h_{1_M}, h_{1_R}) \quad (۵)$$

$$\tilde{h}_2 = (h_{2_L}, h_{2_M}, h_{2_R}) \quad (۶)$$

$$\tilde{\imath} = (i_L, i_M, i_R) \quad (۷)$$

بنابراین بر اساس محاسبات مربوط به اعداد فازی مثلثی [۱]، رابطه $\widetilde{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{T}}$ به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود. به‌دلیل اینکه با افزایش مقدار نرخ بهره (i)، رشد صورت نسبت به رشد مخرج بیشتر است، بنابراین i با C_T یک رابطه‌ی مستقیم دارد و برای اینکه کمترین مقدار C_T به‌دست آید باید i در کمترین مقدار خود باشد و برعکس.

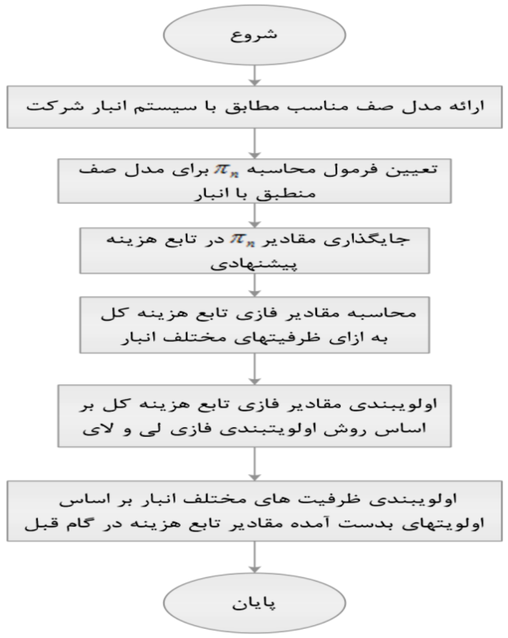
$$\widetilde{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{T}} = \left[\frac{\tilde{\imath}.(1+\tilde{\imath})^N}{(1+\tilde{\imath})^N-1}\right].\sum_{\mathrm{n}=0}^{\mathrm{k}}(k-n).\pi_{\mathrm{n}}.\mathrm{B} + \sum_{\mathrm{n}=\mathrm{k}+1}^{\infty}(n-k).\pi_{\mathrm{n}}.(\tilde{h}_2-\tilde{h}_1) = (c_L, c_M, c_R) \quad (۸)$$

$$c_L = \left[\frac{i^L.(1+i^L)^N}{(1+i^L)^N-1}\right].B.\sum_{n=0}^{k}(k-n).\pi_n + (h_2^L - h_1^R).\sum_{n=k+1}^{\infty}(n-k).\pi_n \quad (۹)$$

$$c_M = \left[\frac{i^M.(1+i^M)^N}{(1+i^M)^N-1}\right].B.\sum_{n=0}^{k}(k-n).\pi_n + (h_2^M - h_1^M).\sum_{n=k+1}^{\infty}(n-k).\pi_n \quad (۱۰)$$

$$c_R = \left[\frac{i^R.(1+i^R)^N}{(1+i^R)^N-1}\right].B.\sum_{n=0}^{k}(k-n).\pi_n + (h_2^R - h_1^L).\sum_{n=k+1}^{\infty}(n-k).\pi_n \quad (۱۱)$$

این تابع هزینه را می‌توان برای تعیین اندازه بهینه انبار شرکت‌های تولیدی با محصولات و شرایط مختلف تولید و توزیع استفاده کرد. تنها کافی است سیستم صف مناسبی که بتواند شرایط ویژه هر شرکت (تابع و نرخ تقاضا و تولید، تک‌تک یا گروهی بودن دریافت‌ها و ارسال‌ها، و ...) را به‌خوبی مدل کند تعریف کرد و سپس فرمول محاسبه π_n با استفاده از زنجیره‌های مارکوف و معادلات تعادلی برای آن سیستم استخراج شود. پس از ارائه فرمول π_n، به‌ازای اندازه‌های مختلف انبار (k)، مقدار تابع هزینه‌ی کل $\widetilde{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{T}}$ را محاسبه می‌نماییم. سپس با توجه به اینکه مقادیر تابع هزینه‌ی کل به‌صورت اعداد فازی مثلثی به‌دست می‌آیند، با استفاده از یکی از روش‌های رتبه‌بندی اعداد فازی، مقادیر به‌دست آمده برای تابع هزینه‌ی کل را به‌صورت صعودی مرتب کرده و جائیکه کمترین هزینه کل را منعکس کند، به‌عنوان ظرفیت بهینه، برای ساخت انبار، برگزیده می‌شود. شکل (۳) فرآیند حل مسئله ظرفیت بهینه انبار با استفاده از مدل‌های صف رانشان می‌دهد.



شکل (۳): فرآیند تعیین ظرفیت بهینه انبار با استفاده از مدل‌های صف و تکنیک اولویت‌بندی فازی

۴- رتبه‌بندی اعداد فازی

با توجه به اینکه مقادیر تابع هزینه‌ی کل به‌دست آمده به ازای اندازه‌های مختلف انبار به‌صورت اعداد فازی مثلثی حاصل می‌گردد، برای انتخاب بهترین اندازه انبار، نیازمند به استفاده از روش‌های اولویت‌بندی اعداد فازی خواهیم بود. رتبه‌بندی کمیت‌های فازی براساس یک یا چند ویژگی مختلف از اعداد فازی صورت می‌گیرد. این ویژگی ممکن است مرکز ثقل، ناحیه زیر تابع عضویت و یا نقاط تقاطع بین مجموعه‌ها باشد. یک روش رتبه‌بندی، ویژگی مشخصی از اعداد فازی را در نظر گرفته و آنها را براساس این ویژگی رتبه‌بندی می‌کند.

از این‌رو، اولین نتیجه معقول این است که انتظار داشته باشیم روش‌های رتبه‌بندی مختلف رتبه‌های متفاوتی را به یک نمونه یکسان از اعداد فازی نسبت دهند. پیچیدگی‌های این چنین، رتبه‌بندی اعداد فازی را نسبتاً دشوار می‌سازد. روش‌های متنوع و بسیاری جهت اولویت‌بندی اعداد فازی مطرح شده است. روش‌های رتبه‌بندی اعداد فازی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱) روش‌هایی که با استفاده از یک تابع نگاشت هر عدد فازی را به یک عدد غیرفازی تبدیل می کند.

۲) روش‌هایی که با استفاده از روابط فازی، اعداد فازی را بصورت زوجی با هم مقایسه نموده و نتایج مقایسات را با واژه‌های زبانی بیان می‌کنند. برای مثال، نتیجه رتبه‌بندی چیزی شبیه این جمله است: " عدد فازی $\tilde{a}$ تا اندازه‌ای بهتر از عدد فازی $\tilde{b}$ است. "

با این وجود، هر روش مزایا و معایب خاص خود را دارد. در مورد روش‌هایی که به دسته اول تعلق دارند، چنین استدلال می‌شود که با تبدیل یک عدد فازی به یک عدد غیرفازی، بسیاری از اطلاعاتی را که در طول محاسبات خود عمداً حفظ نموده‌ایم از دست می‌دهیم. از طرف دیگر، این روش‌ها اعداد فازی موردنظر را به‌صورت ثابت رتبه‌بندی می‌کنند. به‌عبارتی اگر $\tilde{a}$ بزرگ‌تر از $\tilde{b}$ باشد و $\tilde{b}$ بزرگ‌تر از $\tilde{c}$ باشد آن‌گاه $\tilde{a}$ همواره بزرگ‌تر از $\tilde{c}$ خواهد بود. علاوه‌بر این، در نتایج رتبه‌بندی همواره یک عدد فازی وجود خواهد داشت که به‌عنوان بهترین، دومین بهترین، سومین بهترین و به همین ترتیب معرفی می‌شود.

روش‌هایی که به دسته دوم تعلق دارند، با حفظ واژه‌های زبانی در فرآیند مقایسات، اطلاعات فازی مسئله را حفظ می‌کنند. با این وجود، همان‌طور که یوان [۲۱] اشاره می‌کند، ممکن است تعیین رتبه کل یک عدد فازی در میان سایر اعداد فازی برمبنای مقایسات زوجی آنها امکان‌پذیر نباشد. این بدان معناست که اگر $\tilde{a}$ بهتر از $\tilde{b}$ باشد و $\tilde{b}$ بهتر از $\tilde{c}$ باشد آن‌گاه ممکن است $\tilde{a}$ بهتر از $\tilde{c}$ نباشد.

با توجه به توضیحات بالا، برای مسئله ظرفیت بهینه انبار بایستی از روش‌های دسته اول استفاده شود.

روش رتبه‌بندی مورد استفاده در این مقاله روش لی و لای [۲] می‌باشد. در روش لی و لای، اعداد فازی براساس دو معیار مقایسه می‌شوند؛ مقدار میانگین اعداد فازی و پراکندگی اعداد فازی. در این روش میزان پراکندگی به‌وسیله مقدار انحراف استاندارد سنجیده می‌شود. فرض بر این است که برای تصمیم‌گیران، عدد فازی با میانگین بیشتر و انحراف کمتر دارای اولویت بالاتری می‌باشد. برای توزیع نسبی میانگین و انحراف استاندارد عدد فازی $\widetilde{\mathrm{M}}$ از روابط ۱۲ و ۱۳ به‌دست می‌آید.

$$\bar{X}\left(\widetilde{M}\right) = \frac{\int_{s(\widetilde{M})} x\left(\mu_{\widetilde{M}}(x)\right)^2 dx}{\int_{s(\widetilde{M})}\left(\mu_{\widetilde{M}}(x)\right)^2 dx} \qquad (۱۲)$$

$$\delta\left(\widetilde{M}\right) = \left[\frac{\int_{s(\widetilde{M})} x^2 \left(\mu_{\widetilde{M}}(x)\right)^2 dx}{\int_{s(\widetilde{M})}\left(\mu_{\widetilde{M}}(x)\right)^2 dx} - \left(\bar{X}\left(\widetilde{M}\right)\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (۱۳)$$

اگر $\widetilde{\mathrm{M}}$ عدد فازی مثلثی به شکل $(\widetilde{\mathrm{M}} = (\mathrm{l}, \mathrm{m}. \mathrm{n}))$ باشد، روابط ۱۲ و ۱۳ به‌صورت روابط ۱۴ و ۱۵ خلاصه می‌شود.

$$\bar{X}\left(\widetilde{M}\right) = \frac{1}{4}(l + 2m + n) \qquad (۱۴)$$

$$\delta\left(\widetilde{M}\right) = \frac{1}{80}(3l^2 + 4m^2 + 3n^2 - 2nl - 4lm - 4mn) \qquad (۱۵)$$

پس از محاسبه میانگین و انحراف استاندارد دو عدد فازی $\widetilde{M}_i$ و $\widetilde{M}_j$ ، قاعده اولویت‌بندی به‌صورت جدول ۱ می‌باشد.

جدول (۱): قاعده رتبه بندی اعداد فازی بر اساس روش لی و لای

نتایج اولویت‌بندی	مقایسه انحرافات	مقایسه میانگین‌ها
$\widetilde{M}_i > \widetilde{M}_j$	————	$\bar{X}(\widetilde{M}_i) > \bar{X}(\widetilde{M}_j)$
$\widetilde{M}_i > \widetilde{M}_j$	$\sigma(\widetilde{M}_i) < \sigma(\widetilde{M}_j)$	$\bar{X}(\widetilde{M}_i) = \bar{X}(\widetilde{M}_j)$

پس از مرتب کردن مقادیر فازی تابع هزینه کل ظرفیتی از انبار که متناظر با کمترین هزینه کل باشد، به‌عنوان ظرفیت بهینه برای ساخت انبار، برگزیده می‌شود.

۵- نتایج عددی برای سیستم‌های انبار نمونه

در این بخش، نمونه‌هایی از سیستم‌های تولیدی با شرایط مختلف، با استفاده از روش پیشنهادی مدل‌سازی و بررسی شده و برای روشن شدن مطلب برای هر کدام یک مثال عددی ارائه شده است.

۵-۱- انبار با مدل صف M/M/1

در این مدل فرض می‌شود محصولات طبق فرآیند پواسون با میانگین λ واحد در ماه تولید و به‌صورت موجودی وارد انبار می‌شوند و مدت زمانی که طول می‌کشد تا تقاضایی از سوی مشتریان برای یک واحد محصول به انبار برسد، متغیر تصادفی نمایی با نرخ μ است. در واقع، همه مشتریان این محصول در حکم یک مشتری در نظر گرفته می‌شود، بنابراین سیستم از یک مدل صف M/M/1 پیروی می‌کند.

با توجه به روابط مدل صف M/M/1 [۲۲]، π_n به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\pi_n = P^n(1 - P); \qquad P = \frac{\lambda}{\mu}$$

۵-۱-۱- مثال عددی مدل M/M/1

فرض کنید محصولات طبق فرآیند پواسون با میانگین ۹۹ واحد در ماه تولید و وارد انبار می‌شوند و مدت زمانی که طول می‌کشد تا تقاضایی از سوی مشتریان برای یک واحد محصول به انبار برسد، متغیر تصادفی نمایی با میانگین ۰/۰۱ ماه است. اگر هزینه ایجاد انبار به‌ازای واحد محصول ۳۰۰ و هزینه نگهداری هر واحد محصول در انبار خصوصی و عمومی در هر ماه به‌ترتیب و به‌صورت تقریبی برابر ۳۰ و ۷۰ باشد، و یک افق برنامه‌ریزی ۶۰ ماهه در نظر گرفته شود و در این سالها نرخ بهره ماهیانه حدوداً ۲٪باشد، اندازه بهینه برای

احداث انبار خصوصی شرکت با توجه به مدل صف M/M/1 به صورت زیر به دست می‌آید:

N=۶۰ ;

$\mu =$ ۱۰۰ واحد در ماه ;

λ=۹۹ ; b= ۳۰۰ ; $P = \frac{\lambda}{\mu} =$ ۰/۹۹

با توجه به نظر خبرگان، پارامترهای نادقیق مسئله، به‌صورت اعداد فازی مثلثی زیر بیان شده است:

$\tilde{\imath}$= (۴٪ و ۲٪ و ۱/۵٪)

$\tilde{h}_1 =$ (۴۰ و۳۰ و ۲۰)

$\tilde{h}_2 =$ (۸۰ و۷۰ و ۶۰)

$\pi_n = P^n(1-P) =$ (۰/۹۹)^n × (۰/۰۱)

$$\widetilde{C}_T = \left[\frac{\tilde{\imath}.(1+\tilde{\imath})^N}{(1+\tilde{\imath})^N-1}\right].\sum_{n=0}^{k}(k-n).\pi_n.B + \sum_{n=k+1}^{\infty}(n-k).\pi_n.(\tilde{h}_2-\tilde{h}_1) = (c_L, c_M, c_R)$$

حال با استفاده از کد نوشته شده در برنامه متلب مقادیر فازی تابع هزینه بالا را به ازای ظرفیت‌های مختلف بدست آورده که نتایج آن به صورت خلاصه در جدول ۲ آمده است. توجه شود که در برنامه متلب مقدار کران بالای سیگما دوم در تابع هزینه را بجای بی‌نهایت باید یک عدد بزرگ قرار داد. این عدد بزرگ باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که مجموع احتمالات تا حد زیادی به یک ۱ نزدیک شود. در مثال زیر این عدد را برابر با ۱۰۰۰ قرار داده‌ایم.

$\sum_{n=0}^{1000} \pi_n =$ ۰/۹۹۹۹۵۷

جدول (۲): مقادیر فازی تابع هزینه به ازای ظرفیت‌های مختلف (برای انباربا مدل صف M/M/1)

k	$\widetilde{C}_T$
۰	۱۹۷۹.۰۵ ۳۹۵۸.۱۱ ۵۹۳۷.۱۷
۱	۱۹۵۹.۳۳ ۳۹۱۸.۶۰ ۵۸۷۷.۹۱
۲	۱۹۳۹.۸۸ ۳۸۷۹.۵۷ ۵۸۱۹.۳۷
۳	۱۹۲۰.۷۰ ۳۸۴۱.۰۰ ۵۷۶۱.۵۴
.	.
.	.
.	.
۹۹۷	۶۷۳۵.۰۳ ۷۵۴۳.۲۳ ۱۱۸۵۳.۶۵
۹۹۸	۶۷۴۲.۵۳ ۷۵۵۱.۶۳ ۱۱۸۶۶.۸۵
۹۹۹	۶۷۵۰.۰۳ ۷۵۶۰.۰۳ ۱۱۸۸۰.۰۵
۱۰۰۰	۶۷۵۷.۵۳ ۷۵۶۸.۴۳ ۱۱۸۹۳.۲۵

درادامه با استفاده از کد نوشته شده برای روش اولویت بندی لی و لای در برنامه متلب، مقادیر فازی تابع هزینه و ظرفیت متناظر آن را از کمترین به بیشترین مقدار مرتب کرده که نتایج آن در جدول ۳ آمده است.

همان‌طور که از جدول بالا پیداست به ازای ایجاد ظرفیتی معادل k=۱۶۲ کمترین میزان هزینه کل به شرکت تحمیل می‌شود بنابراین این ظرفیت به‌عنوان ظرفیت بهینه انتخاب می‌شود. چنانچه بنا بر هر دلیل و محدودیتی نتوانیم این مقدار ظرفیت را ایجاد کنیم ایجاد ظرفیت‌های ۱۶۳و۱۶۱و ... به‌ترتیب در اولویت‌های بعدی جهت انتخاب ظرفیت بهینه قرار می‌گیرند.

جدول (۳): اولویت‌بندی ظرفیت‌های مختلف انبار بر اساس مقادیر هزینه‌های فازی(برای انباربا مدل صف M/M/1)

K	$\widetilde{C}_T$	اولویت بر اساس هزینه
۱۶۲	۱۰۰۶.۱۰ ۱۴۶۸.۱۴ ۲۲۵۱.۶۷	۱
۱۶۳	۱۰۰۸.۲۵ ۱۴۶۷.۱۴ ۲۲۵۰.۶۵	۲
۱۶۱	۱۰۰۳.۹۹ ۱۴۶۹.۲۴ ۲۲۵۲.۸۴	۳
.	.	.
.	.	.
.	.	.
۹۹۸	۶۷۴۲.۵۳ ۷۵۵۱.۶۳ ۱۱۸۶۶.۸۵	۹۹۸
۹۹۹	۶۷۵۰.۰۳ ۷۵۶۰.۰۳ ۱۱۸۸۰.۰۵	۹۹۹
۱۰۰۰	۶۷۵۷.۵۳ ۷۵۶۸.۴۳ ۱۱۸۹۳.۲۵	۱۰۰۱

لازم به ذکر است که در مسائل دنیای واقعی در بسیاری از مواقع انبارها با ظرفیت‌های بسیار بالا دیده می‌شود. بنابراین شاید چنین به نظر آید که بررسی تمام حالات و ظرفیت‌های ممکن، زمان حل مسئله را به‌صورت چشمگیری افزایش دهد و سبب ناکارآمدی مدل شود. اما نکته مهم این است که در چنین مواقعی معمولاً از واحد شمارش بزرگ‌تر در محاسبات استفاده می‌شود در واقع در چنین شرایطی که نرخ تولید و انبارش بسیار بالا است، احتمالاً با محصولاتی روبه‌رو هستیم که به‌صورت واحد و تکی، به حجم بالایی برای انبارش نیاز ندارند که بخواهیم در محاسبات مربوط به تعیین ظرفیت لازم جهت انبارش، حجم تک‌تک محصولات در نظر گرفته شود. آنچه در واقعیت برای چنین مواقعی اتفاق می‌افتد آنست که به‌جای استفاده از واحد محصول در محاسبات، از واحدهای اندازه‌گیری گروهی (مثلاً یک جین، یک باکس ۱۰۰ تایی، یک تن، یک کامیون و ....، با توجه به نوع محصول و کارخانه تولیدی)، استفاده می‌شود. در نتیجه چند میلیون محصول، با استفاده از واحدهای اندازه‌گیری بزرگ‌تر تبدیل به چند هزار یا حتی چند صد واحد جدید خواهد شد. همچنین باید افزود که با توجه به نامقید بودن مدل ارائه شده، با افزایش ظرفیت انبار(K)، مدت زمان حل مدل به‌صورت تصاعدی افزایش نمی‌یابد، از آن‌جا که برنامه متلب نوشته شده برای این مدل، مسئله با K=1000 در مدت زمان ۵ ثانیه حل می‌کند این زمان برای مسایل با K بزرگ‌تر نیز بیش چندان زمان‌بر نخواهد بود.

۵-۲- انبار با مدل صف $M/M^{[r]}/1$

تفاوت این مدل با مدل صف اول این است که مقدار تقاضای مشتریان در هر بار r عدد کالا است. به عبارت دیگر، در این حالت با توجه به هزینه های سفارش دهی،حمل و نقل و ارسال محموله، مقدار سفرش اقتصادی r عدد می باشد لذا جهت پاسخ‌گویی به هر تقاضا، محصولات در بسته‌های rتایی از انبار خارج و به بازار مصرف ارسال می‌شوند. برای این مدل، π_0 و π_n به صورت زیر به دست می‌آیند[۲۲]:

$$\pi_n = \begin{cases} \dfrac{1-x_0^{n+1}}{r} & 1 \le n < r \\ \pi_0 \dfrac{\lambda}{\mu} x_0^{n-r} & n \ge r \end{cases}$$

$$\pi_0 = \frac{1-x_0}{r}$$

x_0 یک جواب منحصربفرد در بین جوابهای بدست آمده برای x در معادله زیر است که بایست مقدار آن بین صفر و یک باشد.

$$\mu x^{r+1} - (\lambda+\mu)x + \lambda = 0$$

۵-۲-۱- مثال عددی مدل $M/M^{[r]}/1$

داده‌های این مثال مشابه مثال‌های پیشین است با این تفاوت که در هر بار، دو عدد (r = 2) محصول از طرف مشتریان درخواست می‌شود و انبار محصول را در بسته‌های دوتایی به مشتریان ارسال می‌کند. همچنین در این مثال نرخ تعداد دفعات تقاضای محصول از سوی مشتریان ۵۰ بار در ماه می باشد. برای تعیین π_0 و π_n، ابتدا باید معادله مشخصه زیر حل شود:

$$\mu x^{r+1} - (\lambda+\mu)x + \lambda = 0$$

$$\Rightarrow\ 50x^3 - (149)x + 99 = 0$$

$$\Rightarrow\ x = -1.993 \text{ و } 0.993 \text{ و } 1 \ \Rightarrow x_0 = 0.993$$

$$\pi_n = \begin{cases} \dfrac{1-x_0^{n+1}}{r} = \dfrac{1-0.993^{n+1}}{2} & 1 \le n < 2 \\ \pi_0 \dfrac{\lambda}{\mu} {x_0}^{n-r} = 0.0035 \dfrac{99}{50} 0.993^{n-2} & n \ge 2 \end{cases}$$

$$\pi_0 = \frac{1-x_0}{r} = \frac{1-\ 0.993}{2} = 0.0035$$

مقادیر فازی تابع هزینه را به ازای ظرفیت‌های مختلف محاسبه و نتایج آن در جدول ۴ آمده است. مقادیر فازی تابع هزینه و ظرفیت متناظر آن را از کمترین به بیشترین مقدار مرتب شده و اولویت آنها در جدول ۵ به نمایش در آمده است.

در این مثال نرخ تعداد دفعات تقاضا در ماه ۵۰ مرتبه فرض شد و با توجه به اینکه در هر بار ۲ عدد محصول در خواست می شود، در واقع نرخ تقاضا برای محصول تقریباً مانند مثال اول (مدل M/M/1) ۱۰۰ واحد در ماه می‌باشد. اما چرا با توجه به این برابری، مقادیر متفاوتی برای ظرفیت بهینه انبار به‌دست آمده است؟ دلیل افزایش اندازه بهینه انبار در مدل سوم نسبت به مدل اول این است که در مدل سوم حتی در صورت وجود تقاضا برای تعداد کمتر از (۲= r) عدد باز هم شرکت محصولی را به سوی بازار ارسال نمی‌کند و باید صبر کند تا مقدار تقاضا به r عدد کالا برسد لذا طبیعی به‌نظر می‌رسد که در این حالت نیازمند ظرفیت بیشتری برای نگهداری محصولات باشیم.

جدول (۴): مقادیر فازی تابع هزینه به ازای ظرفیت‌های مختلف (برای انباربا مدل صف $M/M^{[r]}/1$)

k	$\widetilde{C_T}$		
۰	۲۸۲۸.۲۳	۵۶۵۶.۴۶	۸۴۸۴.۷۰
۱	۲۸۰۸.۳۴	۵۶۱۶.۶۵	۸۴۲۴.۹۸
۲	۲۷۸۸.۶۳	۵۵۷۷.۱۸	۸۳۶۵.۷۷
۳	۲۷۶۹.۱۲	۵۵۳۸.۰۳	۸۳۰۷.۰۷
.		.	
.		.	
.		.	
۹۹۷	۶۴۱۳.۲۷	۷۱۸۲.۸۶	۱۱۲۸۷.۳۵
۹۹۸	۶۴۲۰.۷۶	۷۱۹۱.۲۵	۱۱۳۰۰.۵۵
۹۹۹	۶۴۲۸.۲۶	۷۱۹۹.۶۵	۱۱۳۱۳.۷۴
۱۰۰۰	۶۴۳۵.۷۵	۷۲۰۸.۰۵	۱۱۳۲۶.۹۳

جدول (۵): اولویت‌بندی ظرفیت‌های مختلف انبار براساس مقادیر هزینه‌های فازی (برای انبار با مدل صف $M/M^{[r]}/1$)

k	$\widetilde{C_T}$			اولویت براساس کمترین هزینه
۲۳۲	۱۴۲۳.۹۶	۲۰۷۱.۸۹	۳۱۷۸.۳۹	۱
۲۳۳	۱۴۲۶.۱۱	۲۰۷۰.۸۸	۳۱۷۷.۳۵	۲
۲۳۱	۱۴۲۱.۸۵	۲۰۷۲.۹۸	۳۱۷۹.۵۴	۳
.		.		.
.		.		.
۹۹۸	۶۴۲۰.۷۶	۷۱۹۱.۲۵	۱۱۳۰۰.۵۵	۹۹۸
۹۹۹	۶۴۲۸.۲۶	۷۱۹۹.۶۵	۱۱۳۱۳.۷۴	۹۹۹
۱۰۰۰	۶۴۳۵.۷۵	۷۲۰۸.۰۵	۱۱۳۲۶.۹۳	۱۰۰۱

در این دو مثال عمداً، داده‌های مسئله به‌گونه‌ای انتخاب شدند که مثال‌ها قابل ارزیابی و مقایسه باشند تا قدرت تشخیص و چابکی مدل در برخورد با مسایل متنوع سنجیده شود. همان‌گونه که مشاهده شد، چنانچه از مدل صف درستی جهت انطباق با انبار مورد بحث استفاده نمائیم، مدل پیشنهادی به‌خوبی تمام جوانب مسئله را به‌طور خودکار لحاظ نموده و بهترین جواب را ارائه می‌دهد. همچنین نتایج نشان می‌دهد برخلاف روش‌های پیشین که تنها برای شرایط خاصی قابل استفاده بودند، مدل پیشنهادی برای شرایط مختلف تولیدی به‌خوبی قابل توسعه است. هم اکنون مدل‌های صف زیادی در مطالعات علمی ارائه شده است که به‌سادگی می‌توان با توجه به شرایط مختلف مسئله مورد بحث از آنها بهره گرفت. ارائه این مدل‌ها روزبه‌روز در حال افزایش بوده و با توجه به نیازهای مختلف برای مدلسازی محیط‌های واقعی بسط داده می‌شود.

اگرچه این امکان وجود داشت که این مدل را با محدودیت‌هایی مقید کرد اما در این صورت می‌بایست تابع هدف و محدودیت‌های مسئله را به کمک تکنیک‌های برنامه‌ریزی غیرخطی فازی مدل کرد. در این صورت حل یک مدل غیرخطی فازی با دشواری‌های خاص خود روبه‌رو بوده و زمان حل را بسیار افزایش می‌دهد. به همین دلیل در این مقاله سعی شد با رویکردی دیگر و با استفاده از روش‌های اولویت‌بندی فازی، ضمن افزایش چشمگیر در سرعت حل مدل، به نوعی محدودیت‌های واقعی مسئله هم در نظر گرفته شود. در واقع پس از تعیین ظرفیت بهینه انبار با این روش، چنانچه بنا به هر دلیل و محدویتی (از جمله محدودیت فضا، محدودیت سرمایه اولیه جهت ساخت و ....) نتوانیم در واقعیت چنین ظرفیتی را برای انبار شرکت ایجاد کنیم آن‌گاه به‌ترتیب به سراغ اولویت‌های بعدی می‌رویم و اولین اولویتی که با تمام محدودیت‌های مسئله نیز سازگار باشد را به‌عنوان ظرفیت بهینه انتخاب می‌کنیم.

۶- نتیجه‌گیری

در این مطالعه مسئله شناخته شده تعیین ظرفیت انبار مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور ابتدا سیستم ورود محصولات و دریافت سفارش مشتریان به‌صورت یک سیستم صف مدلسازی و سپس با در نظر گرفتن دو نوع عبارت هزینه‌ای، یک مدل نامقید برای مسئله توسعه داده شد. همچنین جهت انطباق بیشتر مدل با شرایط واقعی، برخی از پارامترهای مسئله به صورت اعداد فازی در نظر گرفته شد. با توجه به مطالب و مثال های بیان شده در بالا، این نتیجه به‌دست می‌آید که برای به‌دست آوردن ظرفیت و اندازه بهینه انبار با استفاده از مبانی تئوری صف، کافیست ابتدا مدل صف منطبق با شرایط تولیدی شرکت مورد بررسی، تشخیص داده شده و سپس فرمول π_n را با توجه به مدل صف مربوطه به‌دست آوریم. در انتها با قرار دادن مقادیر مختلف π_n در تابع هزینه، تابع هزینه را به ازای مقادیر مختلف ظرفیت انبار به‌دست آورده و ظرفیتی که کمترین مقدار تابع هزینه را به‌خود اختصاص دهد به‌عنوان ظرفیت بهینه برای ساخت انبار خصوصی انتخاب می‌گردد. گفتنی است که دو مدل بیان شده در بالا تنها جهت آشنایی با نحوه کاربرد مبانی تئوری صف، در حل مسئله اندازه‌ی انبار بیان شده است و امکان وجود سیستم‌های تولیدی با شرایط متنوع دیگری نیز وجود دارد که به‌دلیل تعداد بالای این مدل‌ها، امکان ذکر همه‌ی آنها در این مقاله وجود ندارد. به‌عنوان مثال در بعضی شرکت‌ها محصولات پس از تولید در بسته‌های r تایی قرارگرفته و به‌صورت گروه‌های r تایی به انبار ارسال می‌گردد که این حالت از مدل‌های صف ورود گروهی مانند ($M^{[r]}/M/1$) تبعیت می‌کند. همچنین ممکن است که ورود محصولات به انبار یا مدت زمان توقف محصولات در انبار از توابعی غیر از پواسون و نمایی تبعیت کند، که در این حالات می‌توان با توجه به شرایط دیگر مسئله از یکی از مدل‌های توابع عمومی مانند ($G/M/1$)، ($G/G/m$) یا ($G^{[r]}/G/1$) و یا سایر مدل‌های توابع عمومی متناسب با شرایط مسئله، استفاده نمود. البته بعضی از حالت‌های تولیدی پیچیده‌تر نیز وجود دارد که امکان انطباق کامل آنها، با مدل‌های صف موجود، وجود ندارد که پیشنهاد می‌شود در این موارد از ترکیبی از این مدل‌ها با روش‌های شبیه‌سازی استفاده شود. همچنین در دنیای واقعی همواره نرخ تولید و نرخ تقاضای مشتریان دارای مقادیر قطعی نمی‌باشد که می‌توان با فازی در نظر گرفتن این دو و با استفاده از مبحث احتمالات فازی و حساب مقید، مقادیر π_n را محاسبه و وارد مدل کرد. در این مقاله فرض بر تک‌محصولی بودن واحد تولیدی بود که بسط این مدل برای شرکت‌های چندمحصولی نیز می‌تواند پیشنهاد دیگری برای کارهای آتی در این زمینه باشد.

مراجع

[1] Gu, J., Goetschalckx, M. (2010). McGinnis, L. F., "Research on warehouse design and performance evaluation: A comprehensive review," European Journal of Operational Research, vol. 2033: 539-549.

[2] Lee, E.S., Li, R.J. (1988). "Comparison of fuzzy numbers based on the probability measure of fuzzy events," Computers & Mathematics with Applications, vol. 15,10: 887-896.

[3] Ashayeri, J., Gelders, L. (1985). "Warehouse design optimization," European Journal of Operational Research, vol. 21, 3: 285-294.

[4] Cormier, G., Gunn, E.A. (1992). "A review of warehouse models," European Journal of Operational Research, vol. 58, 1: 3-13.

[5] Manne, A.S., Veinott, A. (1967). " Investments for capacity expansion: Size, location and time phasing," MIT Press.

[6] Luss, H. (1982). "Operations research and capacity expansion problems: A survey," Operations Research, vol. 30, 5: 907-947.

[7] Ballou, R.H. (1985), Business Logistics Management: planning and control: Prentice-Hall.

[8] Hung, M.S., and Fisk, J.C. (1984). "Economic sizing of warehouses: A linear programming approach," Computers & Operations Research, vol. 11,1: 13-18.

[9] Cormier, G., Gunn, E.A. (1996). "On coordinating warehouse sizing, leasing and inventory policy," IIE transactions, vol. 28, 2: 149-154.

[10] Cormier, G., Gunn, E.A. (1996). “Simple models and insights for warehouse sizing,” Journal of the Operational Research Society, pp. 690-696.

[11] White, J.A., Francis, R.L. (1971). “Normative models for some warehouse sizing problems,” AIIE Transactions, vol. 3, 3: 185-190.

[12] Rao, A., Rao, M. (1998). “Solution procedures for sizing of warehouses,” European Journal of Operational Research, vol. 108, 1: 16-25.

[13] Goh, M., Jihong, O., Chung-Piaw, T. (2001). “Warehouse sizing to minimize inventory and storage costs,” Naval Research Logistics (NRL), vol. 48, 4: 299-312.

[14] Petinis, V., Tarantilis*, C.D., Kiranoudis, C.T. (2005). “Warehouse sizing and inventory scheduling for multiple stock-keeping products,” International journal of systems science, vol. 36, 1: 39-47.

[15] Gill, A. (2009). "A Warehousing Option Model in Supply Chain Management." Administrative Sciences Association of Canada (ASAC), Canada, vol. 30, no. 2.

[16] Rowley, J. (2000). The principles of warehouse design,pp 90.

[17] Rouwenhorst, B., Reuter, B., Stockrahm, V., van Houtum, G.J., Mantel, R.J., Zijm, W.H. M. (2000). “Warehouse design and control: Framework and literature review,” European Journal of Operational Research, vol. 122, 3: 515-533.

[18] Baker, P., Canessa, M. (2009). “Warehouse design: A structured approach,” European Journal of Operational Research, vol. 193, 2: 425-436.

[19] Zadeh, L.A. (1978)., “Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility,” Fuzzy Sets and Systems, vol. 1, 1: 3-28.

[20] Buckley, J.J. (2004). Fuzzy probabilities and fuzzy sets for web planning, p.^pp. 9-10: Springer Verlag.

[21] Yuan, Y. (1991). “Criteria for evaluating fuzzy ranking methods,” Fuzzy sets and Systems, vol. 43, 2: 139-157.

[22] Saaty, T.L. (1961). Elements of queueing theory: McGraw-Hill New York.

IERPS Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

ISSN: 2345-2269

Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems

Fall and Winter 2015, Volume 2. No.4. PP. 55-65

www.ier.basu.ac.ir

Determining the Optimal capacity of warehouse using queuing models and fuzzy prioritization techniques

H. HoseiniNasab*, S. Khalili

Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

A R T I C L E   I N F O

***Article history*:**

Received 11 December 2013
Accepted 25 October 2014

Keywords:

Optimal capacity of warehouse
Warehousing costs
Queuing theory
Fuzzy Logic
Fuzzy ranking methods

A B S T R A C T

Warehouses, as one of the key elements of supply chain systems, play critical role in establishing the logical relationship between suppliers and customers. There are many different methods for warehouse management in companies, that the well-known method, is the simultaneous use of private and public warehouses. The purpose of this article is to develop a queuing theory-based model for determining the optimal capacity of private warehouse in order to minimize the total costs. At first, the warehouse and its associated supply chain are modeled using the queuing theory. Then, a cost function model related to the construction of private warehouse in different sizes is introduced considering the time value of money. As the values of some mentioned cost are unknown and a definite estimation of their values cannot be reached, a triangular fuzzy number for each cost parameter is assigned, based on experts opinion to overcome the related uncertainty. As the values of cost function for different capacities of warehouses are fuzzy numbers, a fuzzy prioritization method is proposed for the prioritizing different capacities and choosing the best capacity for constructing a private warehouse. The results of numerical examples confirm that unlike the previous approaches which are applicable for certain conditions, the proposed model could be easily and efficiently appropriate for various environments and conditions.

* Corresponding author Hassan HoseiniNasab
Tel.: +98 351 8122402; E-mail addresses: hhn@yazd.ac.ir