



## مدلسازی ریاضی و حل کارای مسأله بالانس مجدد تولید در خطوط مونتاژ با در نظر گرفتن ناهموازی ایستگاه‌های کاری

اشکان مزدگیر<sup>۱</sup>، هادی مختاری<sup>۲\*</sup>

۱. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲. استادیار مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان

### خلاصه

در سیستم‌های تولیدی، بالانس خط برای یک‌بار و در ابتدای احداث خط تولید انجام می‌گیرد. در این حالت هرگونه تغییر در بازار نیاز به طراحی خط مونتاژ جدیدی را در راستای تحقق نیازمندی بازار الزام می‌کند. اما این طراحی جدید نیاز به صرف هزینه زیادی دارد. از این‌رو، در این تحقیق نوع جدیدی از طراحی خطوط مونتاژ پیشنهاد می‌شود که در آن یک خط مونتاژ فعلی در حال تولید است. در این حالت به دلیلی شرایط جدیدی که در بازار رخ می‌دهد، زمان سیکل جدیدی مورد نیاز است. بنابراین مدلی چندهدفه از مسأله تحت عنوان «بالانس مجدد خطوط مونتاژ» پیشنهاد می‌شود که هدف آن، زمانبندی مجدد فعالیت‌ها به نحوی است که زمان سیکل جدید با کمترین تغییر در خط مونتاژ موجود تحقق یابد. همچنین ناهموازی ایستگاه‌های کاری به‌عنوان معیاری نسبتاً جدید، لحاظ گردید. پس از مدلسازی مسأله، یک الگوریتم تکاملی تفاضلی کارا جهت حل مسأله پیشنهاد شده است.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۳/۶/۱۵

پذیرش ۱۳۹۳/۱۱/۲۰

کلمات کلیدی:

بالانس مجدد خط مونتاژ

الگوریتم تکاملی تفاضلی

مجموعه جواب‌های پارتو

بهینه‌سازی تاگوچی

### ۱- مقدمه

خطوط مونتاژ، سیستم‌های تولیدی با جریان مستمری می‌باشند که عموماً برای محصولات استاندارد با تولید بالا به کار می‌روند و حتی نقش مهمی در مورد محصولات با حجم تولید کم و سفارشی نیز دارند [۲۰۱]. هر خط مونتاژ شامل  $m$  ایستگاه کاری می‌باشد که بر روی یک خط پیوسته مانند نوار نقاله و یا سیستم پیوسته دیگری شبیه آن قرار گرفته و قطعات محصول بصورت پیوسته وارد این خط می‌شوند و در ایستگاه‌ها بر روی آنها عملیات انجام می‌گیرد. در بین مسائل تصمیم‌گیری که با این نوع سیستم‌ها سروکار دارند مسأله بالانس خط مونتاژ<sup>۱</sup> از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است [۳]. این مسأله عبارتست از تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری به‌نحوی که یک یا چند هدف به‌طور هم‌زمان بهینه گردند [۳ و ۲]. از جمله

این اهداف می‌توان به: ۱- حداقل نمودن تعداد ایستگاه‌های کاری با زمان تکمیل ثابت، ۲- حداقل نمودن زمان تکمیل با تعداد ایستگاه‌های کاری ثابت، ۳- حداکثر کارایی خط، ۴- حداقل نمودن هزینه نیروی انسانی و ۵- حداقل تغییرات ممکن در تخصیص فعالیت‌ها، اشاره نمود. در ادبیات مسائل تولید، تخصیص بهینه فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری در هر یک از حالات فوق در طول زمان، به‌عنوان یک مسأله پیچیده ترکیباتی<sup>۱</sup> شناخته می‌شود. روش‌های دقیق در اغلب موارد برای این مسأله قابل پیگیری نیستند، زیرا این روش‌ها الزامات محاسباتی غیرواقعی دارند. این موضوع بخصوص در مورد روش‌های شمارش کامل صادق است که اغلب زمانی به کار می‌روند که روش‌های تحلیلی برای حل وجود ندارد [۴]. در مسائل واقعی بالانس خط مونتاژ، عموماً تعداد زیادی فعالیت و ایستگاه کاری وجود دارد که یک مجموعه گوناگون از اهداف و محدودیت‌های کاری در مورد آنها مطرح می‌شود. لذا دور از انتظار نیست که روش‌های حل برنامه‌ریزی

\* نویسنده مسئول. هادی مختاری

تلفن: ۰۳۱-۵۵۹۱۲۴۵۰؛ پست الکترونیکی: mokhtari\_ie@kashanu.ac.ir

کاهش هزینه‌ها و زمان تحویل محصول به بازار جزء عواملی هستند که نیاز به بالانس مجدد خطوط مونتاژ موجود را تقویت می‌کنند. از آنجایی که تغییرات غیرقابل پیش‌بینی اجتناب‌ناپذیر هستند، لذا به‌منظور افزایش قابلیت پاسخگویی به تغییرات فوق، مسأله بالانس مجدد خطوط مونتاژ<sup>۸</sup> در سال‌های اخیر از مطلوبیت زیادی برخوردار شده است. در صورتیکه به موازات این نیاز، تعداد اندکی از تحقیقات را در ادبیات می‌توان یافت که به چنین مسأله‌ای پرداخته‌اند. در طول دوره حیات یک محصول، زمانی که تقاضای بازار تغییر می‌کند، کمینه‌سازی تعداد ایستگاه‌ها از اهمیت کمتری برخوردار است، چرا که جابه‌جایی ماشین‌آلات، هزینه‌های زیادی را تحمیل می‌کند، در حالی که زمان سیکل نیز توسط بازار تعیین می‌شود. در این حالت، تصمیم اصلی در مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ، یافتن جواب موجهی است که در آن تعداد ایستگاه‌ها برابر با حالت قبلی بوده و زمان سیکل جدید محقق شود. همان‌طوریکه مطرح شد، تاکنون تعداد مطالعات اندکی در خصوص بالانس مجدد خط مونتاژ صورت گرفته است. در این بین نیز، هیچ‌یک از این تحقیقات اندک، مسأله حداکثرسازی تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه قبلی‌شان را در نظر نگرفته‌اند. اسکولی<sup>۹</sup> [۸ و ۷]، ون این<sup>۱۰</sup> و همکاران [۹] و ژل و همکاران<sup>۱۱</sup> [۱۰] مسأله تطبیق کوتاه‌مدت را با توجه به بالانس مجدد خط مونتاژ هنگامی که تغییر در میزان خروجی کارکنان اتفاق می‌افتد و یا هنگامی که ماشینی خراب می‌شود، در نظر گرفتند. در واقع آنها فرض کردند که در صورتی که چنین اتفاقاتی رخ دهد خط به‌صورت موقتی تا برگشتن به حالت قبلی از بالانس خارج می‌شود. بنابراین روشی پیشنهاد نمودند که در آن با به اشتراک گذاشتن فعالیت‌ها به‌صورت پویا از غیربالانس شدن موقتی خط جلوگیری می‌شود. در تحقیق دیگری، دارای و روبینیو ویتز<sup>۱۲</sup> [۱۱] الگوریتم MUST را برای حالتی که تغییراتی در زمان فرآیند فعالیت‌ها رخ دهد، پیشنهاد نمودند. در برخی مقالات بالانس مجدد به‌عنوان محدودیت‌های تخصیص در نظر گرفته شده است. البته هیچ یک از آنها به ذکر این مسأله به‌طور مستقیم نپرداخته‌اند، اما می‌توان حالات در نظر گرفته شده در آنها را برای مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ در نظر گرفت. باتیستا و پریرا<sup>۱۳</sup> [۱۲] محدودیت فضا را برای برخی ایستگاه‌ها در نظر گرفتند. آنها فرض کردند که فضای ایستگاه‌ها برای قرار گرفتن هر تعداد ماشین دلخواه کافی نمی‌باشد و لذا فعالیت‌هایی که به ماشین‌های بزرگ نیاز دارند نمی‌توانند با هم به یک ایستگاه تخصیص یابند. همچنین هنگامی که تجهیزاتی به ایستگاهی تخصیص یابد ماشین‌آلات سنگین ممکن است نتوانند جابه‌جا شوند. بنابراین تمام فعالیت‌هایی که به آن ماشین نیاز دارند بایستی در همان ایستگاه قبلی انجام شوند. در این حالت تجهیزات باید به ایستگاه قبلی‌شان تخصیص یابند (بویسن و همکاران [۱۳]). رثوف و تسو<sup>۱۴</sup> [۱۴] روشی ابتکاری ارائه دادند و در آن مسأله بالانس را با اهداف کمینه‌سازی تعداد ایستگاه‌های کاری و هموارسازی

ریاضی و یا حتی فرموله نمودن آنها نسبتاً سخت و پر زحمت باشد. در برخی موارد از طریق قواعد یا روش‌های ابتکاری ساده می‌توان این مشکلات را برطرف نمود، اما در برخی دیگر از موارد تکنیک‌های مدلسازی منطقی یا بهینه‌سازی پیچیده‌تری لازم است. برای این‌که به‌گونه‌ای کارا و مؤثر از عهده چنین مسأله پیچیده‌ای برآییم، عملاً لازم است که پیچیدگی ترکیباتی موجود در ذات مسأله بالانس خط مونتاژ<sup>۱</sup> را از بین ببریم. برای این منظور استفاده از برخی روش‌های ابتکاری مبتنی بر قواعد تجربی یا آزمایشات شهودی توصیه شده است [۶ و ۵]. در بین مسائل بالانس خط مونتاژ، شناخته‌ترین آنها «مسأله بالانس خط مونتاژ ساده»<sup>۲</sup> (SALBP) می‌باشد. هر مسأله بالانس خط مونتاژ ساده عبارتست از  $m$  ایستگاه کاری که بر روی یک خط مونتاژ قرار گرفته‌اند و محصولات به ترتیب وارد این ایستگاه‌ها شده و در هر ایستگاه، فعالیت‌های از پیش‌تعیین شده‌ای متناوباً بر روی آنها انجام می‌شود. زمان بین ورود (خروج) هر دو محصول به‌عنوان زمان سیکل<sup>۳</sup> شناخته می‌شود. در حالت کلی مسأله بالانس خط به دنبال تخصیص فعالیت‌های مونتاژ به ایستگاه‌ها به‌صورت بهینه می‌باشد. بدین منظور هر محصول به  $n$  عملیات مقدماتی که به آنها فعالیت<sup>۴</sup> گفته می‌شود، تقسیم می‌شوند. فعالیت‌ها واحدهای تقسیم‌ناپذیر با زمان فرآیند برابر  $t_j$  می‌باشند. بر مبنای محدودیت‌های تکنولوژیکی فعالیت‌ها نمی‌توانند با هر توالی دلخواه انجام گیرند بلکه هر فعالیت تنها زمانی می‌تواند انجام گیرد که کلیه فعالیت‌های پیش‌نیاز آن فعالیت انجام شده باشند. روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها بوسیله یک گراف که به آن گراف پیش‌نیازی<sup>۵</sup> گفته می‌شود، نشان داده می‌شود. در هر گراف پیش‌نیازی گره‌ها نشان دهنده فعالیت‌ها و بر روی گره‌ها زمان هر فعالیت نوشته می‌شود. همچنین یال‌ها معرف روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها می‌باشند. یک بالانس موجه از خط عبارتست از تخصیصی از فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری به‌نحوی که محدودیت‌های پیش‌نیازی رعایت گردند. مجموعه  $S_k$  از فعالیت‌های تخصیص یافته به ایستگاه  $k$ ، بار کاری<sup>۶</sup> ایستگاه  $k$  نامیده می‌شود و در آن، زمان هر ایستگاه کاری برابر است با:

$$t(S_k) = \sum_{j \in S_k} t_j \quad (1)$$

زمان تمام ایستگاه‌های کاری بایستی کمتر از زمان سیکل ( $C$ ) باشد. هر ایستگاه دارای یک زمان بیکاری برابر با  $C - t(S_k)$  می‌باشد. در ادبیات، دسته وسیعی از مقالات جهت مدلسازی و حل مسأله بالانس خط مونتاژ سنتی ارائه شده‌اند، اما اکثر این مقالات این مسأله را در حالت ایستا<sup>۷</sup> یعنی در حالت قبل از احداث اولیه خط مونتاژ، در نظر گرفته‌اند. اما، مسائلی همچون نیاز به بهبود در طراحی محصولات، تغییرات لحظه‌ای در نیازهای بازار و مشتریان، ارائه گزینه‌های بیشتر به مشتریان و همچنین تمایل به

8. Line Assembly
9. Sculli
10. Van Oyen
11. Gel et al
12. Dar-El & Rubinovitz
13. Bautista & Pereira
14. Raouf & Tsui

1. Assembly Line Balancing Problem
2. Simple Assembly Line Balancing Problem (SALBP)
3. Cycle Time
4. Task
5. Precedence Graph
6. Work Load
7. Static

۳. کلیه ایستگاه‌ها دارای زمان برابر با  $c$  می‌باشند که بر مبنای نیاز تولید تعیین می‌گردد؛
۴. خط مونتاژ مستقیم و بدون هیچ‌گونه بافر یا خط تغذیه‌کننده‌ای است؛
۵. توالی عملیات فعالیت‌ها محدود به روابط پیش‌نیازی است؛
۶. زمان انجام فعالیت‌ها قطعی است؛
۷. محدودیت تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌ها وجود ندارد؛
۸. هر فعالیت بایستی فقط و فقط در یک ایستگاه انجام گیرد؛
۹. هرگز ماشین‌آلات خراب نمی‌شوند.

همان‌طوری که قبلاً بحث شد، در این مطالعه به دنبال تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری به نحوی هستیم که ضمن برآورده نمودن زمان سیکل جدید، دو هدف زیر را بهینه نماید:

۱. حداکثرسازی تعداد فعالیت‌هایی که به ایستگاه‌های قبلی‌شان تخصیص می‌یابند؛
  ۲. هموار بودن بارکاری ایستگاه‌ها.
- معیار اول منجر به کاهش هزینه‌های ناشی از تغییر ساختار خط مونتاژ در طراحی جدید می‌شود، در حالی که معیار دوم منجر به کاهش ناهمواری بار کاری ایستگاه‌ها به کمترین مقدار ممکن خواهد شد.

## ۲-۱- مدل‌سازی ریاضی مسئله

برای فرمول‌بندی مسئله به صورت ریاضی پس از معرفی نمادها، به بیان مدل ریاضی مسئله بالانس مجدد خط مونتاژ به وسیله تطبیق مدل پیشنهادی پترسون و آبراجت [۱۶] با شرایط مسئله مورد بررسی می‌پردازیم.

با استفاده از پارامترهای تعریف شده، مدل ریاضی بالانس مجدد خط مونتاژ در حالت دو هدفه به صورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$x_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر فعالیت } i \text{ به ایستگاه } k \text{ تخصیص یابد} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^m x_{ik} = 1 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n t_i x_{ik} \leq c \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

$$\sum_{k \in SI_h} kx_{hk} \leq \sum_{k \in SI_i} kx_{ik} \quad \text{for } (h, i) \in A \text{ \& } L_h \geq E_i \quad (5)$$

ایستگاه‌ها برای حالتی که زمان فعالیت‌ها تصادفی باشد ارائه دادند. اخیراً، نوایی<sup>۱</sup> و همکاران [۱۵] الگوریتمی ابتکاری جهت حل مسأله جریانی کاری مونتاژ با ماشین‌های نامشابه و زمان آماده‌سازی وابسته به توالی ارائه دادند. در این تحقیق یک مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ دوهدفه که در آن تعداد ایستگاه‌های خط موجود ثابت فرض شده و می‌بایست یک زمان سیکل جدید ناشی از تغییرات تقاضای بازار محقق شود، پیشنهاد شده است. هدف اول در این مدل، بیشینه‌سازی تعداد ایستگاه‌های مشابه نسبت به خط قبلی، در راستای کمینه‌سازی هزینه‌های تغییر خطوط و جابه‌جایی ماشین‌آلات بوده، در حالی که هدف دوم کمینه‌سازی ناهمواری بار ایستگاه‌های کاری است. در راستای حل مدل پیشنهادی، یک الگوریتم تکاملی تفاضلی مؤثر و با سیاست‌های وزن‌دهی متفاوت جهت تولید جواب‌های پارتو ارائه شده است. ادامه این مقاله بصورت زیر ارائه شده است. در بخش ۲، ادبیات بالانس مجدد خطوط مونتاژ مورد بررسی قرار گرفته و مدل ریاضی آن ارائه می‌شود. بخش‌های ۳ و ۴ الگوریتم پیشنهادی جهت مسأله را توصیف می‌نمایند. در بخش ۵، پارامترهای الگوریتم پیشنهادی با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی تاگوچی تحلیل شده و در نهایت بخش ۶ نتایج تحقیق ارائه می‌شود.

## ۲- مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ پیشنهادی

یک مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ با کاربردهای فوق به صورت زیر قابل تعریف است. یک مجموعه از  $m$  ایستگاه کاری  $\{1, 2, \dots, m\}$  در یک خط مونتاژ فعلی مرتب شده و موجود هستند. به تعداد  $n$  فعالیت (عملیات)  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  به عنوان اجزای مختلف مونتاژ محصولات در حال انجام هستند. هر فعالیت  $i$  فقط و فقط در یک ایستگاه کاری قابل انجام بوده و دارای یک زمان پردازش از قبل مشخص شده  $t_i$  است. محدودیت‌های تکنولوژیکی به صورت روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها برقرار بوده که به صورت یک گراف گردشی جهت‌دار  $G$  نمایش داده می‌شوند. هر ایستگاه کاری متشکل از تعدادی فعالیت بوده که مجموع زمان‌های پردازش فعالیت‌ها، بار فعالیتی ایستگاه را تشکیل می‌دهد. هر ایستگاه می‌بایست فعالیت‌های تخصیص داده شده را در زمان سیکل مورد نظر به اتمام برساند  $tS_k = \sum_{i \in S_k} t_i (i = 1, 2, \dots, m) < c$ . یک تخصیص فعلی (اولیه) از فعالیت‌ها در جریان بوده و یک زمان سیکل ناشی از این تخصیص در جریان است که با  $\hat{c}$  نمایش داده می‌شود. هدف از مسأله بالانس مجدد، یافتن تخصیص موجه  $n$  فعالیت به  $m$  ایستگاه کاری است به نحوی که محدودیت‌های پیش‌نیازی نقض نشده و زمان سیکل جدید کمتر از مقدار جدید  $c$  شود. این تخصیص می‌بایست بیشترین شباهت را با خط قبلی داشته و همچنین منجر به حداکثر هموارسازی بارکاری در ایستگاه‌ها شود. در مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ، فرضیات اصلی مسأله مورد بررسی ما به صورت زیر است:

۱. خط مونتاژ شامل تنها یک محصول می‌باشد؛
۲. تمامی فعالیت‌ها مطابق یک روش از پیش تعیین‌شده انجام می‌گیرند؛

## نمادها و پارامترها:

|   |                   |   |        |
|---|-------------------|---|--------|
| مجموعه فعالیت‌های پیش‌نیاز مستقیم و غیرمستقیم فعالیت $i$ با توجه به $M$             | $P_i$             | تعداد فعالیت‌ها   | $N$    |
| زودترین ایستگاه قابل تخصیص فعالیت $i$   | $E_i$             | ماتریس پیش‌نیازی  | $M$    |
| $(E_i = \lfloor (t_i + \sum_{h \in P_i} t_h) / C \rfloor)$                          |                   | مجموعه تمام فعالیت‌ها   | $V$    |
| مجموعه فعالیت‌هایی که فعالیت $i$ به صورت مستقیم یا غیرمستقیم پیش‌نیاز آنها می‌باشد. | $F_i^*$           | مجموعه فعالیت‌هایی که مستقیماً یا غیرمستقیماً پیش‌نیاز آنهاست | $F_i$  |
| دیرترین ایستگاه قابل تخصیص فعالیت $i$   | $L_i$             | مجموعه روابط پیش‌نیازی با توجه $M$                            | $A$    |
| $(L_i = m + 1 - \lfloor (t_i + \sum_{h \in F_i^*} t_h) / C \rfloor)$                |                   | $(A = \{(i, j), i \in V \& j \in F_i\})$                      |        |
| بازه ایستگاه‌های قابل تخصیص فعالیت $i$  | $SI_i$            | مجموعه فعالیت‌هایی که پیش‌نیازی برای آنها وجود ندارد          | $U$    |
| $(SI_i = [E_i, L_i])$   |                   | زمان سیکل جدید  | $c$    |
| مجموعه فعالیت‌های تخصیص یافته به ایستگاه‌ها   | $SOFA$            | زمان انجام فعالیت $i$   | $t_i$  |
| قبل از بالانس مجدد خط مونتاژ  |                   | بار ایستگاه $k$ ام  | $S_k$  |
| نشان‌دهنده اینکه در بالانس اولیه فعالیت $i$ به ایستگاه $k$ تخصیص یافته باشد یا خیر. | $x_{ik} \in SOFA$ | زمان ایستگاه $k$ ام $(tS_k = \sum_{i \in S_k} t_i)$           | $tS_k$ |
|   |                   | تعداد ایستگاه‌ها  | $M$    |

بدیهی است که این اهداف از یک جنس نبوده و لزومی بر هم‌راستا بودن این اهداف وجود ندارد که این موضوع بر پیچیدگی مسأله می‌افزاید.

۳- الگوریتم تکاملی تفاضلی<sup>۳</sup>

مسأله بالانس خطوط مونتاژ یک مسأله NP-hard است [۲۲] و لذا مسأله‌ای ما که حالت پیچیده‌تری از مسأله پایه‌ای بالانس است، نیز NP-hard خواهد بود. لذا چنین مسأله‌ای اساساً قابلیت حل به صورت کارا برای مسائل بزرگ را ندارد. با همین توجیه، استفاده از رویکردهای دقیق را نمی‌توان پیشنهاد نمود و روش‌های فراابتکاری گزینه مناسبی هستند. اما از بین الگوریتم‌های فراابتکاری الگوریتم تکاملی تفاضلی دارای ویژگی‌های منحصربه‌فردی است که ما را جهت استفاده از آن ترغیب نموده است. از این ویژگی‌ها به صورت زیر می‌توان نام برد [۲۱-۲۰]: یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های بارز DE سادگی آن است؛ همگرایی سریع؛ تعداد کم پارامترها جهت کنترل الگوریتم؛ راحتی پیاده‌سازی و استفاده؛ و همچنین پایداری نتایج. الگوریتم تکامل جزئی یکی از رویکردهای بهینه‌سازی تکاملی است که اخیراً مورد توجه محققان قرار گرفته است. استراتژی‌های تکاملی توسط ریچنبرگ<sup>۴</sup> و شونیل<sup>۵</sup> برای مسأله بهینه‌سازی با فضای پیوسته به وجود آمدند [۱۷]. تکنیک تکامل تفضلی توسط استورن و پرایس<sup>۶</sup> [۱۷] در سال ۱۹۹۷ توسعه داده شدند که ترکیبی از جهش‌ها و انتخاب‌ها برای رسیدن به یک حل نهایی نزدیک به بهینه از یک جمعیت اولیه تصادفی می‌باشد. این تکنیک نیز مانند سایر

در مدل فوق محدودیت اول (رابطه ۳) باعث می‌شود که هر فعالیت فقط به یک ایستگاه تخصیص یابد. محدودیت دوم (رابطه ۴) بیان می‌کند که زمان هر ایستگاه بایستی از زمان سیکل جدید مورد بررسی کمتر باشد و محدودیت سوم (رابطه ۵) روابط پیش‌نیازی فعالیت‌ها را تضمین می‌کند. به گونه‌ای که یک فعالیت هنگامی می‌تواند به یک ایستگاه تخصیص یابد که کلیه فعالیت‌هایی که به صورت مستقیم یا غیرمستقیم پیش‌نیاز آن فعالیت می‌باشند به آن ایستگاه یا ایستگاه‌های قبلی تخصیص یافته باشند.

توابع هدف در نظر گرفته شده در این تحقیق عبارتند از:

۱. بیشینه‌سازی تعداد ایستگاه‌های مشابه برای فعالیت‌ها در بالانس اولیه و بالانس مجدد ( $NSS^1$ ) که معادل است با:

$$\min f_1 = N - \sum_{x_{ik} \in SOFA} x_{ik} \quad (۶)$$

$$\text{for } k = 1, 2, \dots, m, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

تابع فوق هنگامی کمینه می‌شود که  $\sum_{x_{ik} \in SOFA} x_{ik}$  ماکزیمم شود، یعنی

هنگامی که فعالیت‌ها به ایستگاه‌هایی تعلق گیرند که قبلاً به آنها تعلق داشته‌اند.

۲. کمینه‌سازی ناهم‌واری ایستگاه‌های کاری ( $SX^2$ ):

$$\min f_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^m (C - tS_k)^2} \quad (۷)$$

3. Differential Evolution Algorithm

4. Rechenberg

5. Schwefel

6. Storn & Price

1. Number of Same Stations (NSS)

2. Smoothing

#### ۴- طراحی الگوریتم تکامل تفاضلی جهت حل مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ پیشنهادی

##### ۴-۱- نمایش جواب‌ها

از آنجایی که این الگوریتم برای فضاهای پیوسته توسعه داده شده است، لازم است آنرا برای مسائل فضای جستجوی گسسته تطبیق دهیم. در این مطالعه برای هر بردار جواب  $x$  یک بردار از اعداد تصادفی بین  $[0,1]$  بوجود می‌آید و بردار  $X$  از روی این بردار به شیوه‌ای که در بخش‌های بعدی مطرح می‌شود به‌وجود می‌آید. برای نشان دادن جواب مسأله بالانس خط مونتاژ دو رویکرد مختلف وجود دارد که هر دو به‌صورت یک بردار  $N$  بعدی می‌باشند.

##### ۱- رویکرد ایستگاه‌گرا

در این رویکرد مولفه  $i$  ام بردار جواب نشان دهنده ایستگاهی است که فعالیت  $i$  ام به آن تعلق دارد. برای مثال اگر بردار جواب به‌صورت  $(3, 2, 1, 3, 2, 1)$  باشد فعالیت‌های ۱ و ۲ به ایستگاه ۱، فعالیت ۳ به ایستگاه ۲ و فعالیت‌های ۴ و ۵ به ایستگاه تعلق دارند.

##### ۲- رویکرد وظیفه‌گرا

در این حالت مولفه  $i$  ام بردار جواب نشان‌دهنده  $i$  امین فعالیت است که به ایستگاه‌های کاری تخصیص می‌یابد. در این مطالعه از این رویکرد برای نمایش جواب‌ها استفاده می‌شود.

##### ۴-۲- تولید جمعیت اولیه

تولید جمعیت اولیه با استفاده از ماتریس پیش‌نیازی ( $M$ ) صورت گیرد. مولفه  $ij$  ام این ماتریس برابر با ۱ است، اگر فعالیت  $j$  پیش‌نیاز فعالیت  $i$  باشد و در غیر این‌صورت برابر با صفر می‌باشد. برای تولید مولفه  $ij$  ام اولین بردار جواب از بین فعالیت‌های مجموعه  $U$  که پیش‌نیازی برای آنها وجود ندارد به تصادف یک فعالیت انتخاب می‌شود، سپس مجموعه  $U$  به‌نگام شده و فعالیت بعدی انتخاب می‌شود. این عمل تا انتخاب تمامی مؤلفه‌های بردار جواب ادامه می‌یابد. شبه کد تولید جواب اولیه در زیر ارائه شده است.

```

Begin
  For all single solution do
    Set  $U = \Phi$ ;
    Repeat
      For all  $i \in V$  do
        If  $i$  has no predecessors then,
           $U = U \cup \{i\}$  i.e. insert  $i$  into the set  $U$ ;
          Determine the gene  $\psi_i$  of  $\psi$  with the
          maximum value for all  $i \in U$ 
          Insert task  $i$  into the next available position in the
          partial schedule (PS)
           $U = U - \{i\}$ , i.e. remove task  $i$ 
          from  $U$ ;
        Endfor
      Until PS has been completed;
    Return PS
  Endfor
End

```

#### ۴-۳- چیدمان فعالیت‌ها در ایستگاه‌های کاری

بعد از مشخص شدن ترتیب موجه فعالیت‌ها، برای قرار دادن فعالیت‌ها در ایستگاه‌های کاری از روش پیشنهاد شده توسط کیم و همکاران [۱۹]

استراتژی‌های تکاملی، برای فضای جستجوی پیوسته توسعه داده شد. اما در عین حال بطور موفقیت‌آمیزی برای تعداد زیادی مسأله با فضای جستجوی گسسته نیز بکار گرفته شده است [۱۸]. الگوریتم تکامل تفاضلی الگوریتم بر مبنای جمعیت است که از  $NP$  بردار  $D$  بعدی  $x_{i,v}$  تشکیل شده است و در آن اندیس  $v$  نشان دهنده تکرار (نسل) الگوریتم می‌باشد. بنابراین جمعیت اولیه بصورت  $\Phi = \{x_{1,0}, x_{2,0}, \dots, x_{NP,0}\}$  ( $NP$  نشان دهنده تعداد جواب‌ها در هر تکرار است) نشان داده می‌شود که بطور یکنواخت در فضای حل توزیع شده است.

##### ۳-۱- فاز جهش

در این فاز برای هر بردار جواب  $x_{i,v}$  از جمعیت نسل حاضر سه بردار  $x_{\alpha,v}, x_{\beta,v}, x_{\gamma,v}$  به‌صورت تصادفی به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که  $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq i$ . سپس یک بردار جهش به‌وسیله رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{x}_{i,v} = x_{\alpha,v} + FS(x_{\beta,v} - x_{\gamma,v}) \quad (8)$$

که در آن بردار  $x_{\alpha,v}$  بعنوان بردار پایه شناخته می‌شود، همچنین  $FS > 0$  پارامتر مقیاس و معمولاً در بازه  $[0,2]$  قرار می‌گیرد.

##### ۳-۲- فاز تقاطع

در فاز تقاطع پس از اینکه تمامی بردارهای جواب به‌وسیله عملگر جهش، جهش یافتند برای هر ژن بردار جواب یک عدد تصادفی بین صفر و یک  $R^L \in [0,1]$  تولید می‌شود و براساس آن بردار  $y_{i,v}$  (از بردارهای  $\hat{x}_{i,v}$  و  $x_{i,v}$ ) به‌شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{اگر } RL \leq CR \text{ یا } L=i \\ & \text{اگر } RL > CR \text{ و } L \neq i \end{aligned} \quad (9)$$

در عبارت فوق  $CR$  نرخ تقاطع را نشان می‌دهد،  $L_i$  عددی تصادفی بین  $[0,D]$  و تضمین می‌کند که حداقل یک ژن در  $y_{i,v}$  متفاوت با  $x_{i,v}$  باشد و لذا  $y_{i,v}$  حتماً متفاوت با  $x_{i,v}$  می‌باشد. همچنین اگر  $CR$  برابر با یک شود، بردار  $y_{i,v}$  با بردار جهش  $\hat{x}_{i,v}$  یکسان می‌شود. فازهای جهش و تقاطع برای کلیه جواب‌های یک نسل انجام می‌گیرند.

##### ۳-۳- فاز پذیرش

پس از اینکه کلیه بردارهای جواب یک نسل توسط عملگرهای جهش و تقاطع  $y_{i,v}$  تولید شدند، برای هر یک از بردارهای  $y_{i,v}$  مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود. سپس این مقدار، با تابع هدف بردار  $x_{i,v}$  مقایسه می‌شود. بردار  $i$  ام جواب در نسل بعدی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$x_{i,v+1} = \begin{cases} y_{i,v} & \text{اگر } OF(y_{iv}) \leq OF(x_{iv}) \\ x_{i,v} & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases} \quad (10)$$

در رابطه فوق  $OF$  مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد. عملگرهای جهش، تقاطع و پذیرش تا رسیدن به شرایط توقف (تعداد از پیش تعیین‌شده از تکرار  $NG$  محقق شود) ادامه می‌یابند.

#### ۴-۵- ارزیابی جواب‌های یک نسل در الگوریتم تکامل تفاضلی پیشنهادی

در این مطالعه جهت ارزیابی کیفیت جواب‌های الگوریتم، تحلیل و مقایسه مجموعه‌های پارتو به کار رفته است. در روش‌های دوهدفه، برای انتخاب و ارزیابی جواب‌های یک جمعیت، از استراتژی‌های انتخاب متفاوتی استفاده می‌گردد که در این تحقیق استراتژی جمع وزنی برای ارزیابی جواب‌های الگوریتم در یک نسل در نظر گرفته شده است.

$$OF = w_1 f_1 + w_2 f_2 \quad (11)$$

که در آن  $f_1$  و  $f_2$  از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$f_1^i = \frac{NSS_i}{NSS^*} \quad (12)$$

$$f_2^i = \frac{SX^*}{SX^i} \quad (13)$$

بدیهی است مقدار  $OF$  به دست آمده از روابط فوق عددی است بین  $[0, 2]$  که هر چه بیشتر باشد، کیفیت بهتر جواب را نمایش می‌دهد. هم‌چنین در صورتی که مقدار زمان سیکل این جواب بیشتر از زمان سیکل مورد نظر باشد این مقدار به وسیله رابطه زیر اصلاح می‌گردد:

$$OF = PR \times OF \quad (14)$$

که در آن  $PR$  عددی ثابت و بین  $[0, 1]$  می باشد.

برای محاسبه  $w_1$  و  $w_2$  رویکردهای متفاوتی وجود دارد. ما در این مقاله، سه رویکرد متفاوت را جهت حل مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ چندهدفه پیشنهاد نموده، و نتایج حاصل از این رویکردها بر روی مجموعه جواب‌های غیر مغلوب بررسی شده‌اند که در ادامه نتایج حاصل از آن تحلیل می‌شود.

روش اول پیشنهادی: رویکرد ثابت

این رویکرد ساده بوده، اما در بسیاری از مواقع دارای نتایج مؤثری می‌باشد و در آن ضرائب وزنی ثابت و برابر هم تعیین می‌شود:

$$w_1 = w_2 = 0.5$$

روش دوم پیشنهادی: رویکرد چند جمعیتی

در این رویکرد برای تولید جواب‌های متنوع، جمعیت اولیه خود به چند زیرجمعیت تجزیه می‌شود. در این الگوریتم هدف آن است که مجموعه جواب‌های پارتو با تنوع مناسب ایجاد گردد. هنگامی که حل با این رویکرد آغاز می‌شود جمعیت اولیه به ۵ زیر جمعیت شکسته می‌شود. هر یک از این زیر جمعیت‌ها به‌طور مستقل و با  $w_1$  و  $w_2$  مختص به آن زیرجمعیت تا رسیدن به شرط توقف اجرا می‌شود و در پایان مجموعه پارتو نهایی از مجموع پارتوهای زیرجمعیت‌ها به‌وجود می‌آید.

روش سوم پیشنهادی: رویکرد انطباق‌پذیر

در این رویکرد وزن‌های توابع هدف در هر مرحله براساس مقدارشان و نزدیکی و دوری به جواب بهینه بهنگام شده و خود را با شرایط ایده‌آل منطبق می‌کنند:

استفاده می‌شود. در این روش ابتدا زمان سیکل تئوری برابر با  $t_{sum}/n$  را محاسبه و از فعالیت اول در توالی شروع به تخصیص به ایستگاه اول تا رسیدن به زمان سیکل تئوری می‌نماییم و این فعالیت را برای ایستگاه دوم تا  $(m-1)$  ام تکرار نموده و فعالیت‌های باقیمانده را در ایستگاه آخر قرار می‌دهیم. سپس مقدار  $C$  را از رابطه زیر محاسبه می‌نماییم.

$$C = \min(t_{s_z} + t_{\text{the first task in the next station}}) \text{ و } C_w = \max(t_{s_z})$$

و تا زمانی که  $C_w < C$  قرار می‌دهیم:  $C_w = C$  و تخصیص را از ابتدا شروع می‌کنیم. شبه کد رویکرد پیشنهادی جهت تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌ها در زیر آمده است.

```

Begin
Set  $c = t_{sum}/m$ ;
While  $C_w > C$  do
Assign as many tasks as possible into the first  $(m-1)$ 
workstations;
Assign all the remaining tasks to the last workstation,  $m$ ;
For  $z=1$  to  $m$  do
Calculate  $Wz = tS_z$ ;
End for
For  $z=1$  to  $(m-1)$  do
Calculate  $PWz = tS_z +$  the
processing time of the first task
assigned to  $(z+1)$  station;
End for
Set  $cw = \max\{W_1, W_2, \dots, W_m\}$  and
 $c = \min\{PW_1, PW_2, \dots, PW_{m-1}\}$ ;
Return  $cw$ 
End

```

#### ۴-۴- توابع هدف

پس از این که یک جمعیت از تخصیص‌های موجه فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری به‌وجود آمد، در مرحله بعد بایستی مقدار توابع هدف برای هر یک از اهداف (۶) و (۷) محاسبه گردد. در محاسبه زمان سیکل و تخصیص دادن فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری هنگامی که بخواهیم تابع هدف اول یعنی تعداد فعالیت‌هایی که در ایستگاه قبلی‌شان قرار گرفته‌اند را محاسبه نماییم، بایستی در هر مرحله پس از اینکه مشخص گردید که یک فعالیت به یک ایستگاه تخصیص می‌یابد آن را با ایستگاه اولیه مقایسه نمود. اگر این دو ایستگاه یکسان باشند یک واحد به تابع هدف افزوده می‌گردد. اگر مؤلفه  $i$  ام بردار  $St$  نشان دهنده ایستگاهی باشد که فعالیت  $i$  در تخصیص جدید در آن قرار داشته و مؤلفه  $i$  ام بردار  $St_1$  نشان دهنده ایستگاهی باشد که فعالیت  $i$  در تخصیص اولیه در آن قرار می‌گیرد، داریم:

شبه کد محاسبه تابع هدف در زیر نمایش داده شده است.

```

Begin
For  $i=1$  to  $N$  do
If  $St[i] = St_1[i]$  then  $NSS = NSS + 1$ 
Endfor
For  $z=1$  to  $m$  do
 $SX = SX + (c - t_{s_z})^2$ 
Endfor
 $SX = \text{sqrt}(SX)$ 
End

```

تعداد کل آزمایشات مورد نیاز برای انجام طرح های فاکتوریل برابر با  $66300 = 3 \times 4 \times 5 \times (1+10 \times 24)$  می‌شود که با توجه به هزینه و زمان، این نوع از طراحی آزمایشات مناسب به نظر نمی‌رسد. برای انتخاب آرایه متعامد مناسب، محاسبه درجه آزادی ضروری می‌باشد. برای تابع هدف  $NSS$ ، یک درجه آزادی برای میانگین کل و سه درجه آزادی برای هر فاکتور چهار سطحی ( $3 \times 5 = 15$ ) مورد نیاز می‌باشد. بدین طریق مجموع درجات آزادی مورد نیاز برابر است با:  $16 = 3 \times 5 + 1$ . پس، آرایه مناسب می‌بایست حداقل دارای شانزده سطر باشد. برای تابع هدف  $SX$  نیز یک درجه آزادی برای میانگین کل و دو درجه آزادی برای هر فاکتور سه سطحی ( $2 \times 4 = 8$ ) مورد نیاز می‌باشد. بدین طریق مجموع درجات آزادی مورد نیاز برابر است با:  $9 = 2 \times 4 + 1$ .

جدول (۱): مسائل مورد استفاده

| اندازه مسأله | نام مسأله | تعداد ایستگاه‌ها | اولیه $c$ | جدید $c$ | بهترین $c$ |
|--------------|-----------|------------------|-----------|----------|------------|
| کوچک         | Buxey     | ۷                | ۵۳        | ۵۰       | ۴۷         |
|              | Buxey     | ۹                | ۴۲        | ۴۰       | ۳۷         |
|              | Buxey     | ۱۰               | ۳۸        | ۳۵       | ۳۴         |
|              | Buxey     | ۱۲               | ۳۱        | ۳۵       | ۲۸         |
| متوسط        | Buxey     | ۱۴               | ۲۷        | ۳۱       | ۲۵         |
|              | Werneke   | ۵                | ۳۱۵       | ۳۲۸      | ۳۱۰        |
|              | Werneke   | ۹                | ۱۸۰       | ۱۸۸      | ۱۷۲        |
|              | Werneke   | ۱۳               | ۱۲۶       | ۱۳۵      | ۱۲۰        |
| بزرگ         | Werneke   | ۱۷               | ۱۰۰       | ۱۱۲      | ۹۲         |
|              | Werneke   | ۲۱               | ۸۶        | ۹۴       | ۷۶         |
|              | Tonge     | ۵                | ۷۱۵       | ۷۴۵      | ۷۰۲        |
|              | Tonge     | ۱۰               | ۳۷۰       | ۴۰۴      | ۳۵۲        |
| بزرگ         | Tonge     | ۱۵               | ۲۶۰       | ۲۶۸      | ۲۳۵        |
|              | Tonge     | ۲۰               | ۲۰۲       | ۲۲۲      | ۱۷۷        |
|              | Tonge     | ۲۵               | ۱۶۵       | ۱۸۳      | ۱۵۶        |

جدول (۲): سطوح فاکتورهای موثر بر الگوریتم ( $SX$ )

| عامل     | شماره سطح | سطوح          |
|----------|-----------|---------------|
| CR       | ۱         | ۰.۵           |
|          | ۲         | ۰.۷۵          |
|          | ۳         | ۰.۹           |
| FS       | ۱         | ۰.۵           |
|          | ۲         | ۱             |
|          | ۳         | ۱.۵           |
| r        | ۱         | ۰             |
|          | ۲         | ۰.۴           |
|          | ۳         | ۰.۸           |
| (NP, NG) | ۱         | (n, 3n)       |
|          | ۲         | (1.75n, 1.7n) |
|          | ۳         | (3n, n)       |

$$w_1 = \lambda + (1 - \lambda)e^{-d/f_2^*} \quad (15)$$

$$w_2 = 1 - w_1$$

که در آن  $\lambda$  بین  $[0, 1]$  و برابر با حد پایین  $w_1$ ، مقدار بهینه تابع هدف دوم و  $d$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d = (f_2^{best} - f_2^*) / f_2^* \quad (16)$$

$f_2^{best}$  برابر با بهترین تابع هدف دوم در نسل فعلی می‌باشد.

همچنین در این مطالعه برای به دست آوردن بردار جهش روش زیر پیشنهاد گردیده است:

$$\hat{x}_{iv} = rx_{best,v} + (1 - r)(x_{\alpha,v} + Fs(x_{\beta,v} - x_{\gamma,v})) \quad (17)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود در رابطه فوق هر بردار جهش از ترکیب بردار بهترین جواب و سه بردار تصادفی بوجود آمده است. برای بدست آوردن مجموعه جواب‌های پارتو در هر مرحله پس از تولید جمعیت جدید، مجموعه جواب‌هایی که تابع هدف آنها توسط هیچ تابع هدفی پوشانده نمی‌شود به مجموعه پارتو افزوده می‌شود و مجموعه پارتو با توجه به جواب‌های جدید بهنگام می‌گردد.

#### ۵- تحلیل پارامترهای الگوریتم پیشنهادی: رویکرد بهینه‌سازی تاگوچی

همان‌طور که در بخش‌های قبل اشاره شد، در این تحقیق دو تابع هدف برای مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ در نظر گرفته شده است. در تنظیم پارامترهای مسأله در حالت دوهدفه، هدف تحلیل پارامترهای اثرگذار بر الگوریتم و یافتن سطوحی از عوامل کنترلی است به گونه‌ای که معیارهای در نظر گرفته شده بهینه گردند. در ادامه مسائل مورد استفاده جهت آزمایشات، پارامترهای الگوریتم پیشنهادی و سطوح مد نظر از آنها، طرح آزمایش مورد استفاده و نتایج آزمایشات به تفکیک سه رویکرد وزن‌دهی پیشنهادی ارائه می‌شود.

#### ۵-۱- داده‌های آزمون

در این بخش به منظور آزمایش الگوریتم توسعه داده شده، از مسائل با ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ که در جدول (۱) نمایش داده شده‌اند، استفاده می‌شود. مسایل مورد استفاده در این بخش جزء مسایلی هستند که در پایگاه *assembly line optimization research* به آدرس <http://www.assembly-line-balancing.de> در دسترس هستند.

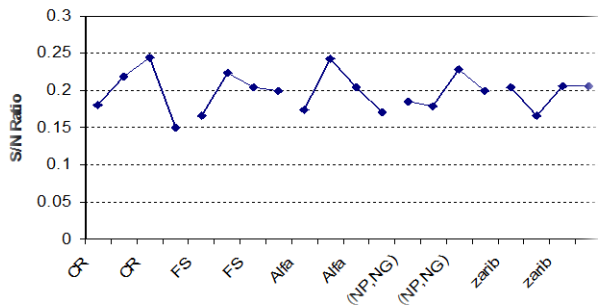
#### ۵-۲- پارامترهای الگوریتم

در پارامترهای الگوریتم پنج عامل  $CR$ ،  $r$ ،  $FS$ ،  $(NP, NG)$  و  $PR$  حائز اهمیت می‌باشد که برای هر کدام چهار سطح مؤثر برای هر تابع هدف در نظر گرفته شده است (جدول ۲ و ۳).

طرح آزمایشی فاکتوریل کامل برای پنج فاکتور تابع هدف اول،  $4^5$  و یا  $1024$  حالت می‌باشد. این تعداد برای هدف دوم برابر با  $3^4$  و یا  $81$  است. برای هر یک از مسائل کوچک، متوسط و بزرگ، ۵ مسأله مختلف در نظر گرفته می‌شود که هر کدام در هر طرح ۴ بار تکرار می‌شوند. بنابراین

به این منظور می‌بایست میانگین مشخصه کیفی برای سطوح مختلف عوامل محاسبه شود. برای تحلیل نسبت میانگین لازم است که ابتدا برای مشخصه کیفی مورد نظر (جمع وزنی معیارها)، مقادیر متوسط نسبت میانگین در کلیه سطوح هر عامل محاسبه شوند. نتایج مربوط به محاسبات مقادیر متوسط نسبت میانگین مشخصه برای مسائل کوچک، متوسط و بزرگ در جداول (۷) تا (۹) و شکل‌های (۴) تا (۶) آمده است.

Main Effects Plot for S/N Ratios

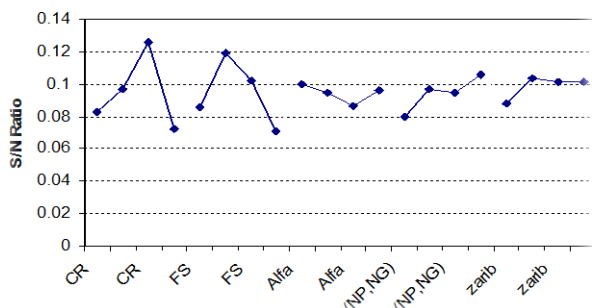


شکل (۱): اثرات عوامل بر نسبت  $S/N$  برای مسائل کوچک

جدول (۵): میانگین سطوح برای نسبت های  $S/N$  مسأله متوسط

| پارامتر  | میانگین سطوح |        |       |       |
|----------|--------------|--------|-------|-------|
|          | ۴            | ۳      | ۲     | ۱     |
| CR       | ۰.۰۷۲        | ۰.۱۲۶  | ۰.۰۹۷ | ۰.۰۸۳ |
| Fs       | ۰.۰۷۱        | ۰.۱۰۲  | ۰.۱۱۹ | ۰.۰۸۵ |
| r        | ۰.۰۹۶        | ۰.۰۸۷  | ۰.۰۹۴ | ۰.۱۰۰ |
| (NP, NG) | ۰.۱۰۶        | ۰.۰۹۵۰ | ۰.۰۹۷ | ۰.۰۸۰ |
| PR       | ۰.۱۰۱        | ۰.۱۰۱  | ۰.۱۰۴ | ۰.۰۸۸ |

Main Effects Plot for S/N Ratios



شکل (۲): اثرات عوامل بر نسبت  $S/N$  برای مسائل متوسط

جدول (۳): سطوح فاکتورهای مؤثر بر الگوریتم (N<sub>SS</sub>)

| عامل     | شماره سطح | سطوح          |
|----------|-----------|---------------|
| CR       | ۱         | ۰.۵           |
|          | ۲         | ۰.۷۵          |
|          | ۳         | ۰.۹           |
|          | ۴         | ۱             |
| Fs       | ۱         | ۰.۷۵          |
|          | ۲         | ۰.۹           |
|          | ۳         | ۱             |
|          | ۴         | ۱.۵           |
| r        | ۱         | ۰             |
|          | ۲         | ۰.۳           |
|          | ۳         | ۰.۵           |
|          | ۴         | ۰.۸           |
| (NP, NG) | ۱         | (n, 3n)       |
|          | ۲         | (1.75n, 1.7n) |
|          | ۳         | (2n, 1.5n)    |
|          | ۴         | (3n, n)       |
| PR       | ۱         | ۰.۶           |
|          | ۲         | ۰.۷           |
|          | ۳         | ۰.۸           |
|          | ۴         | ۰.۹           |

### ۵-۳- تحلیل پارامترهای رویکردهای ثابت و چندجمعیتی

با توجه به اینکه ساختار الگوریتم‌های وزن‌دهی ثابت و چندجمعیتی یکسان می‌باشد، تنظیم پارامتر این دو الگوریتم را در این بخش محاسبه می‌کنیم. جدول (۴) مقادیر متوسط این نسبت برای میانگین وزنی معیارها را برای مسائل کوچک نشان می‌دهد. در شکل (۱) بر مبنای این متوسط، نمودار اثرات عوامل بر مقدار  $S/N$  رسم شده است. همچنین جداول (۵) و (۶) مقادیر متوسط این نسبت برای میانگین وزنی معیارها را برای مسائل متوسط و بزرگ و شکل‌های (۲) و (۳) اثرات عوامل بر روی معیار عملکردی نسبت  $S/N$  را برای مسائل متوسط و بزرگ، به ترتیب نمایش می‌دهند.

جدول (۴): میانگین سطوح برای نسبت های  $S/N$  مسأله کوچک

| پارامتر  | میانگین سطوح |       |       |       |
|----------|--------------|-------|-------|-------|
|          | ۴            | ۳     | ۲     | ۱     |
| CR       | ۰.۱۵۰        | ۰.۲۴۴ | ۰.۲۱۸ | ۰.۱۸۰ |
| Fs       | ۰.۱۹۹        | ۰.۲۰۴ | ۰.۲۲۴ | ۰.۱۶۶ |
| R        | ۰.۱۷۱        | ۰.۲۰۵ | ۰.۲۴۳ | ۰.۱۷۳ |
| (NP, NG) | ۰.۱۹۹        | ۰.۲۲۹ | ۰.۱۷۹ | ۰.۱۸۵ |
| PR       | ۰.۲۰۷        | ۰.۲۰۷ | ۰.۱۶۶ | ۰.۲۰۴ |

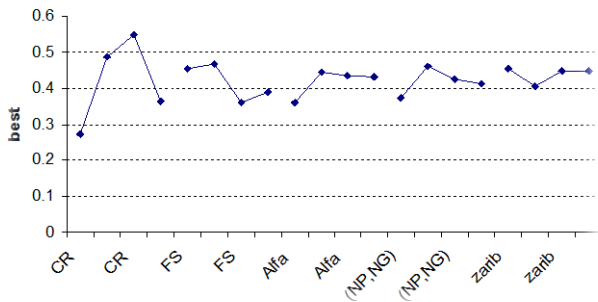
در ادامه برای یافتن عوامل تعدیل، علاوه بر نسبت  $S/N$ ، نمودارهای اثرات متقابل را برای خود مقادیر میانگین مشخصه مورد تحلیل قرار می‌دهیم.



جدول (۸): میانگین سطوح برای نسبت‌های میانگین مسائل متوسط

| پارامتر  | میانگین سطوح |       |       |       |
|----------|--------------|-------|-------|-------|
|          | ۴            | ۳     | ۲     | ۱     |
| CR       | ۰.۳۶۳        | ۰.۵۴۹ | ۰.۴۸۷ | ۰.۲۷۱ |
| FS       | ۰.۳۹۰        | ۰.۳۶۱ | ۰.۴۶۶ | ۰.۴۵۴ |
| r        | ۰.۴۳۰        | ۰.۴۳۶ | ۰.۴۴۵ | ۰.۳۶۱ |
| (NP, NG) | ۰.۴۱۳        | ۰.۴۲۵ | ۰.۴۶۰ | ۰.۳۷۴ |
| PR       | ۰.۴۴۷        | ۰.۴۴۷ | ۰.۴۰۵ | ۰.۴۵۴ |

Main Effects Plot for best

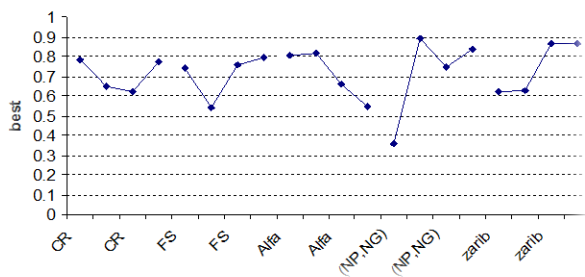


شکل (۵): اثرات عوامل بر روی معیار میانگین برای مسائل متوسط

جدول (۹): میانگین سطوح برای نسبت‌های میانگین مسائل بزرگ

| پارامتر  | میانگین سطوح |       |       |       |
|----------|--------------|-------|-------|-------|
|          | ۴            | ۳     | ۲     | ۱     |
| CR       | ۰.۷۷۱        | ۰.۶۲۳ | ۰.۶۵۰ | ۰.۷۸۵ |
| FS       | ۰.۷۹۵        | ۰.۷۵۷ | ۰.۵۳۸ | ۰.۷۳۹ |
| r        | ۰.۵۴۵        | ۰.۶۶۱ | ۰.۸۱۷ | ۰.۸۰۶ |
| (NP, NG) | ۰.۸۴۰        | ۰.۷۴۴ | ۰.۸۹۰ | ۰.۳۵۶ |
| PR       | ۰.۸۶۷        | ۰.۸۶۷ | ۰.۶۲۵ | ۰.۶۲۲ |

Main Effects Plot for best



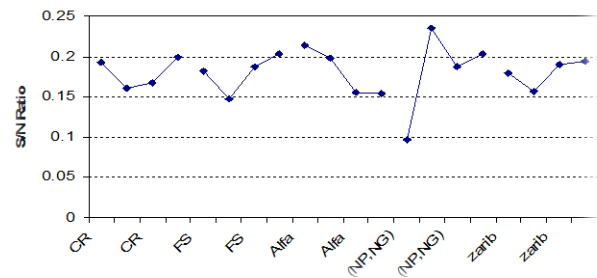
شکل ۶: اثرات عوامل بر روی معیار میانگین برای مسائل بزرگ

برای تعیین سطوح بهینه پارامترهای دو رویکرد ثابت و چندجمعیتی، ابتدا به نمودار  $S/N$  توجه می‌نماییم و هر سطحی که دارای نسبت بالاتری باشد بعنوان بهترین سطح انتخاب می‌شود. در مواقعی که نسبت  $S/N$  برای سطوح مختلف یک پارامتر تفاوت معناداری با یکدیگر نداشته باشند از روی نمودار معیار میانگین، سطوح مطلوب پارامترها تعیین می‌شوند.

جدول (۶): میانگین سطوح برای نسبت‌های  $S/N$  مسأله بزرگ

| پارامتر  | میانگین سطوح |       |       |       |
|----------|--------------|-------|-------|-------|
|          | ۴            | ۳     | ۲     | ۱     |
| CR       | ۰.۲۰۰        | ۰.۱۶۸ | ۰.۱۶۲ | ۰.۱۹۳ |
| FS       | ۰.۲۰۳        | ۰.۱۸۸ | ۰.۱۴۸ | ۰.۱۸۲ |
| r        | ۰.۱۵۵        | ۰.۱۵۶ | ۰.۱۹۷ | ۰.۲۱۴ |
| (NP, NG) | ۰.۲۰۳        | ۰.۱۸۷ | ۰.۲۳۵ | ۰.۰۹۷ |
| PR       | ۰.۱۹۵        | ۰.۱۹۰ | ۰.۱۵۸ | ۰.۱۷۹ |

Main Effects Plot for S/N Ratios

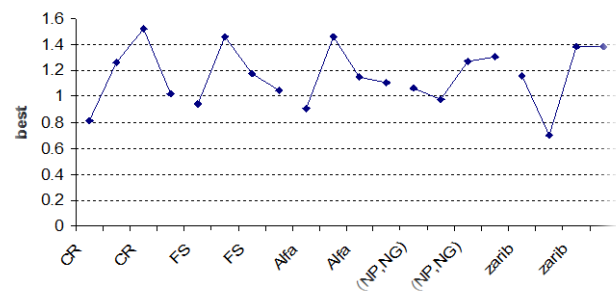


شکل (۳): اثرات عوامل بر نسبت  $S/N$  برای مسائل بزرگ

جدول (۷): میانگین سطوح برای نسبت‌های میانگین مسائل کوچک

| پارامتر  | میانگین سطوح |       |       |       |
|----------|--------------|-------|-------|-------|
|          | ۴            | ۳     | ۲     | ۱     |
| CR       | ۱.۰۲۱        | ۱.۵۱۹ | ۱.۲۶۷ | ۰.۸۱۵ |
| FS       | ۱.۰۴۷        | ۱.۱۷۴ | ۱.۴۶۰ | ۰.۹۴۲ |
| r        | ۱.۱۰۳        | ۱.۱۴۹ | ۱.۴۶۳ | ۰.۹۰۸ |
| (NP, NG) | ۱.۳۰۲        | ۱.۲۷  | ۰.۹۸۱ | ۱.۰۶۷ |
| PR       | ۱.۳۸۳        | ۱.۳۸۳ | ۰.۶۹۷ | ۱.۱۵۹ |

Main Effects Plot for best



شکل (۴): اثرات عوامل بر روی معیار میانگین برای مسائل کوچک

نمودار معیار میانگین شکل (۶) رجوع می‌نماییم که با توجه به آن  $r=0.8$  انتخاب می‌شود.

#### ۴-۵- تحلیل پارامترهای الگوریتم انطباق‌پذیر

پارامترهای بهینه الگوریتم انطباق‌پذیر همانند رویکرد ارائه شده برای دو الگوریتم قبلی تعیین می‌گردد. مقادیر نسبت میانگین و نسبت  $S/N$  برای مسائل کوچک، متوسط و بزرگ در حالت انطباق‌پذیر محاسبه شده و بر اساس آنها نمودارهای اثرات متقابل نیز همانند دو رویکرد قبلی رسم شدند (جهت اختصار آورده نشده‌اند). با توجه به نمودارها، سطوح بهینه پارامترهای این الگوریتم در جداول (۱۳) تا (۱۵) تعیین شده‌اند.

جدول (۱۳): مقادیر بهینه سطوح مسأله کوچک

| سطح بهینه | پارامتر الگوریتم |
|-----------|------------------|
| ۰.۹       | CR               |
| ۰.۹       | FS               |
| ۰.۵       | r                |
| (3n, n)   | (NP, NG)         |
| ۰.۸       | PR               |

جدول ۱۴: مقادیر بهینه سطوح مسأله متوسط

| سطح بهینه  | پارامتر الگوریتم |
|------------|------------------|
| ۰.۹        | CR               |
| ۱          | FS               |
| ۰.۸        | r                |
| (2n, 1.5n) | (NP, NG)         |
| ۰.۷        | PR               |

جدول ۱۵: مقادیر بهینه سطوح مسأله بزرگ

| سطح بهینه     | پارامتر الگوریتم |
|---------------|------------------|
| ۱             | CR               |
| ۰.۹           | FS               |
| ۰.۸           | r                |
| (1.75n, 1.7n) | (NP, NG)         |
| ۰.۶           | PR               |

#### ۶- بررسی عملکرد الگوریتم‌ها

در این قسمت پس از معرفی اولیه معیارهای ارزیابی الگوریتم‌های چندهدفه، به بررسی عملکرد آنها پرداخته می‌شود.

#### ۶-۱- معیارهای ارزیابی عملکرد در نظر گرفته شده در این مطالعه

در این مطالعه ۴ معیار متداول جهت ارزیابی عملکرد در نظر گرفته شده است. معیارهای مورد بحث در ادامه معرفی می‌شوند.

برای مسائل کوچک، همان‌گونه که از شکل (۱) و جدول (۴) مشخص است، می‌توان سطوح بهینه را برای هر یک از مشخصه‌ها به‌طور جداگانه به دست آورد. شکل (۱) نشان می‌دهد که کلیه عوامل دارای اثر معنی‌دار روی نسبت  $S/N$  می‌باشند. برای هر یک از عوامل فوق، سطحی که دارای کوچک‌ترین مقدار نسبت  $S/N$  باشد به‌عنوان سطح بهینه آن عامل انتخاب می‌شود. جدول (۱۰) این مقادیر را نمایش می‌دهد.

جدول (۱۰): مقادیر بهینه سطوح برای مسأله کوچک

| سطح بهینه     | پارامتر الگوریتم |
|---------------|------------------|
| ۰.۵           | CR               |
| ۰.۵           | FS               |
| .             | r                |
| (1.75n, 1.7n) | (NP, NG)         |
| ۰.۷           | PR               |

همانگونه که ملاحظه می‌شود برای پارامتر  $r$  سطوح اول و چهارم تفاوت معناداری ندارند بنابراین برای تعیین سطح بهینه این پارامتر با توجه به نمودار معیار میانگین شکل (۴)  $r=0$  انتخاب می‌شود. به همین ترتیب در جداول زیر مقادیر هر یک از پارامترهای الگوریتم جهت دستیابی حداقل انحراف در خروجی نسبت  $S/N$  در مسائل با اندازه متوسط نشان داده شده است. با توجه به شکل (۲) مقادیر سطوح بهینه در جدول (۱۱) آورده شده است.

جدول (۱۱): مقادیر بهینه سطوح برای مسائل متوسط

| سطح بهینه | پارامتر الگوریتم |
|-----------|------------------|
| ۱         | CR               |
| ۱.۵       | FS               |
| ۰.۵       | r                |
| (n, 3n)   | (NP, NG)         |
| ۰.۶       | PR               |

همانگونه که ملاحظه می‌شود برای پارامتر  $CR$  سطوح اول و سوم و برای پارامتر  $PR$  سطوح دوم و چهارم، تفاوت معناداری ندارند. بنابراین برای تعیین سطح بهینه این پارامترها با توجه به نمودارهای معیار میانگین شکل (۴-۱۸)  $CR=0.5$  و  $PR=12$  انتخاب می‌شود.

برای مسائل بزرگ نیز با توجه به شکل (۳) مقادیر سطوح بهینه در جدول (۱۲) آورده شده است.

جدول (۱۲) مقادیر بهینه سطوح مسأله بزرگ

| سطح بهینه | پارامتر الگوریتم |
|-----------|------------------|
| ۰.۷۵      | CR               |
| ۰.۹       | FS               |
| ۰.۸       | r                |
| (n, 3n)   | (NP, NG)         |
| ۰.۷       | PR               |

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود برای پارامتر  $r$  سطوح سوم و چهارم تفاوت معناداری ندارند بنابراین برای تعیین سطح بهینه این پارامتر به

## ۶-۱-۱- فاصله‌گذاری

تنوع در جواب‌های بدست آمده با توجه به فضای حل همان چیزی است که در بیشتر تحقیقات نادیده گرفته می‌شود. زمانی که پژوهشگر کیفیت مجموعه جواب‌های غیرمغلوب را بیان می‌کند اطلاعاتی را درباره تنوع آنها در فضای حل بیان نمی‌کند. این نکته مهمی است زیرا اگرچه جواب‌های غیرمغلوب از لحاظ توزیع و پراکندگی ممکن است خوب باشند ولی ممکن است هیچ‌کدام از آنها از لحاظ ساختاری متفاوت نبوده و یا تعداد زیادی از آنها مشابه باشند. به این منظور معیار فاصله‌گذاری<sup>۱</sup> در ادبیات توسط اسکات<sup>۲</sup> [۲۳] پیشنهاد شده است. این معیار به نوعی واریانس فاصله از بردارهای همسایه را اندازه‌گیری می‌کند. این مقیاس توسط فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \quad (18)$$

که در آن  $d_i$  برابر است با:

$$d_i = \min_j \left\{ |f_1^i - f_1^j| + |f_2^i - f_2^j| \right\} \quad (19)$$

و  $f_1$  و  $f_2$  از رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$f_1^i = \frac{NSS_i}{NSS^*} \quad (20)$$

$$f_2^i = \frac{SX_i}{SX^*}$$

در رابطه (۱-۴) مقادیر  $i, j$  برابر با  $i, j = 1, 2, \dots, n$  بوده، میانگین همه  $d_i$  هاست و  $n$  تعداد بردارها در مجموعه پارتو بدست آمده است. در این روش  $S=0$  به این مفهوم است که همه اعضا به صورت یکنواخت و مجزا از هم پراکنده شده‌اند.

## ۶-۱-۲- فاصله از نقطه ایده‌آل

یکی از معیارهای ارزیابی جواب‌های پارتو اندازه‌گیری فاصله جواب‌های پارتو از مجموعه جواب بهینه است که توسط ون ولدویژن و لامونت<sup>۳</sup> [۲۴] ارایه شده است. در مسأله بهینه‌سازی چندهدفه همیشه این مجموعه در اختیار نیست. در نتیجه مشکل اصلی روش‌های این چنینی، وابستگی آنها به وجود جواب‌های بهینه است. در این مطالعه برای رفع این مشکل روش تغییر یافته‌ای از این الگو پیشنهاد شده که در آن نیازی به اطلاعات جواب‌های بهینه نبوده و در نتیجه پرکاربردتر و عمومی‌تر از روش موجود در ادبیات خواهد بود. با توجه به مطالب گفته شده نحوه محاسبه عملکرد مجموعه جواب‌های پارتو بصورت رابطه زیر خواهد بود.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{n} \quad (21)$$

در این رابطه  $n$  تعداد بردارهای پارتو است.  $C_i$  فاصله اقلیدسی بین هر عضو از مجموعه از نقطه بهینه فرضی بوده که از رابطه  $\sqrt{f_{1i}^2 + f_{2i}^2 + \dots + f_{ki}^2}$  بدست می‌آید. در این عبارت منظور از  $f_{ki}$  مقدار  $k$ امین تابع هدف در بردار جواب پارتو،  $i$ ام است و از رابطه زیر بدست می‌آید:

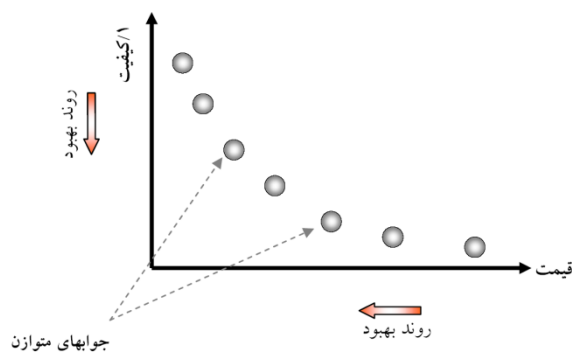
$$f_{1i} = \frac{1}{NSS^*} - \frac{1}{NSS_i} \quad (22)$$

$$f_{2i} = \frac{1}{NSS^*} - \frac{SX_i}{NSS^* * SX^*}$$

بدیهی است که برای مجموعه‌های مورد مقایسه هر چقدر که این مقدار کوچک‌تر باشد مطلوبیت آن مجموعه بیشتر خواهد بود.

## ۶-۱-۳- درجه توازن در رسیدن همزمان به اهداف

در این بخش معیار دیگری مبتنی بر مسافت که توسط زیزلر و تیل<sup>۴</sup> [۲۵] ارایه شده؛ بررسی شده است. اما ابتدا لازم است مقدماتی راجع به کیفیت جواب‌ها بیان شود.



شکل (۷): حل‌های متوازن

در شکل (۷) جواب‌های مناسب مسأله دو هدفی نشان داده شده است. همچنان که مشاهده می‌شود اگر حلی در امتداد یک محور باشد مناسب نیست. زیرا آن جواب تنها برای یک هدف مناسب بوده و برای هدف دیگر عملکرد مناسبی نداشته است. ولی جواب‌هایی که با فلش نشان داده شده‌اند جواب‌های مناسبی هستند زیرا که به یک توازن قابل قبولی بین اهداف مسأله رسیده‌اند. حال، با این توصیف، در اینجا لازم است معیاری کمی برای اندازه‌گیری رسیدن به این توازن در بین اهداف مختلف مسأله تعریف شود. به این منظور در این مطالعه رابطه زیر پیشنهاد شده است.

1. Spacing
2. Schott
3. Van Veldhuizen and Lamont

## ۷- نتیجه گیری

این تحقیق با سه رویکرد مختلف، مسأله بالانس مجدد خط مونتاژ با زمان سیکل جدید را در راستای بیشینه سازی تخصیص فعالیتها به ایستگاههای قبلی و هموارسازی بارکاری ایستگاهها مورد بررسی قرار گرفت. هر یک از این سه رویکرد از یک روند مشترک برای بالانس مجدد خط مونتاژ استفاده می کنند. تفاوت این الگوریتمها در نحوه انتخاب نسل بعدی از طریق تأثیر بر وزن اهداف در طول اجرای الگوریتم می باشد. الگوریتم وزن دهی ثابت، از طریق در نظر گرفتن وزن یکسان برای اهداف، مجموعه جوابهای به دست آمده را ارزیابی نموده و فرآیند تکامل جوابها را پیگیری می کند، در حالی که الگوریتم چندجمعیتی فضای حل مسأله را به ۵ زیر جمعیت تقسیم می نماید و در هر زیر جمعیت وزن ثابتی را برای اهداف در نظر می گیرد. به گونه ای که وزنها در برخی زیر جمعیتها برای هدف اول بیشتر و در برخی برای هدف دوم بیشتر می باشند. در نهایت الگوریتم انطباق پذیر در هر مرحله از الگوریتم وزن هدف اول را بر مبنای نزدیکی وزن هدف دوم به مقدار بهینه اش تغییر می دهد. به عبارتی در این رویکرد اگر به هدف دوم نزدیک شویم، با تغییر اوزان تمایل مسأله به سمت بهبود تابع هدف اول تغییر می کند. در هر سه الگوریتم مجموعه جوابهای پارتو خروجی الگوریتم می باشد.

در راستای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، ۵ مسأله کوچک، ۵ مسأله متوسط و ۱۰ مسأله بزرگ بر مبنای مسائل نمونه ایجاد و حل هر کدام ۴ بار اجرا شدند. تحلیل انجام گرفته بر روی پارامترهای تأثیرگذار الگوریتمها، نشان داد که پارامترهای الگوریتم در هر سه رویکرد بر روی خروجی مسائل تأثیرگذار می باشند. همچنین سطوح بهینه ی پارامترهای تأثیرگذار در هر سه رویکرد، با استفاده از تحلیل نسبت های  $S/N$  و میانگین مشخصه تعیین شدند. به منظور بررسی عملکرد الگوریتمها بیست دسته مسأله نمونه شامل دسته ۵ مسأله کوچک، ۵ دسته مسأله متوسط و ۱۰ دسته مسأله بزرگ حل شد. در راستای پایداری نتایج حاصل، هر یک از این مسائل ۴ مرتبه توسط هر الگوریتم اجرا شده که در مجموع برابر با  $3 \times 4 \times 20$  یا ۲۴۰ اجرا می باشد. مقایسه بین الگوریتمها براساس معیارهای فاصله گذاری، فاصله از نقطه ایده آل، درجه توازن در رسیدن همزمان به اهداف و تعداد جوابهای پارتو صورت گرفت و در نهایت براساس متوسط نتایج اجرا بر روی ۲۰ مسأله نمونه ی مورد استفاده، الگوریتمهای MODE-1، MOSDE، MODE-2، MOSDE و MOSDE به ترتیب در معیارهای فاصله گذاری، فاصله از نقطه ایده آل، درجه توازن در رسیدن همزمان به اهداف و تعداد جوابهای پارتو بهترین عملکرد را نشان دادند.

در راستای تحقیقات آتی پیشنهاد می شود که مدل بالانس مجدد خطوط مونتاژ با در نظر گرفتن شرایطی همچون تأثیر یادگیری اپراتور، انتخاب تجهیزات، وجود خطوط U شکل و همچنین ایستگاههای کاری موازی بررسی و با روشهای فراابتکاری متداول دیگر همچون شبیه سازی تبرید، بهینه سازی گروه ذرات، جستجوی ممنوعه و ژنتیک، حل و مقایسه گردد.

$$RAS = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{f_{1i} - F_i}{F_i} \right) + \left( \frac{f_{2i} - F_i}{F_i} \right)}{n} \quad (23)$$

که در این رابطه  $F_i = \min\{f_{1i}, f_{2i}\}$  است و  $f_{1i}$  و  $f_{2i}$  از رابطه زیر به دست می آیند:

$$f_{1i} = \frac{1}{NSS^*} - \frac{1}{NSS_i} \quad (24)$$

$$f_{2i} = \frac{1}{NSS^*} - \frac{SX_i}{NSS^* \times SX^*}$$

از جمله خصوصیات این روش می توان به این نکته اشاره کرد که وجود جوابهایی در امتداد یک محور که مقدار یک هدف در آن مناسب و مقدار هدف دیگر نامناسب باشد (جوابهای غیرمتوازن) باعث افزایش در مقدار معیار خواهد شد.

## ۶-۱-۴- تعداد جوابهای پارتو

آخرین معیاری که در این مطالعه به آن پرداخته می شود تعداد جوابهای پارتو می باشد که به عنوان یک هدف مکمل استفاده می شود. بدیهی است که هدف اثلی در رویکردهای حل چند هدفه به جوابهای پارتو است و هر چه این معیار بیشتر باشد بهتر است.

## ۶-۲- نتایج محاسباتی

در این بخش بمنظور بررسی عملکرد الگوریتمها بیست دسته مسأله نمونه شامل دسته ۵ مسأله کوچک، ۵ دسته مسأله متوسط و ۱۰ دسته مسأله بزرگ حل شده است. در راستای پایداری نتایج حاصل، هر یک از این مسائل ۴ مرتبه توسط هر الگوریتم اجرا شده که در مجموع برابر با  $3 \times 4 \times 20$  یا ۲۴۰ اجرا می باشد. کلیه اجراها توسط نرم افزار دلفی بر روی سیستم کامپیوتر شخصی P-4، CPU 1800 و RAM of 256 صورت گرفته است. در الگوریتمهای به کار گرفته شده مقادیر پارامترها در هر حالت کوچک، متوسط و بزرگ با توجه به نتایج بدست آمده در بخشهای قبلی برای هر الگوریتم تنظیم شده است. سپس مسائل در حالت تک هدفه به منظور محاسبه  $NSS^*$  و  $SX^*$  حل می شود و در نهایت مسأله در حالت دوهدفه توسط سه الگوریتم اجرا می شود. نتایج حاصل و معیارهای به دست آمده در جدول (۱۶) آمده است.

با توجه به جدول در مورد تفاوت معیارهای ارزیابی برای سه الگوریتم فرضیات زیر در نظر گرفته می شود.

جدول (۱۷): جدول فرضیات مقایسه معیارها

| معیار | MODE-1 | MODE-2 | MESDE |
|-------|--------|--------|-------|
| S     | ۲      | ۱      | ۳     |
| MID   | ۲      | ۳      | ۱     |
| RAS   | ۱      | ۲      | ۳     |
| Size  | ۲      | ۳      | ۱     |

## مراجع

- [21] Adeyemo J.A. and Otieno, F.A. O. (2009). Multi-Objective Differential Evolution Algorithm for Solving Engineering Problems, *Journal of Applied Sciences*, 9: 3652-3661.
- [22] Amen, M. (2000). Heuristic methods for cost-oriented assembly line balancing: A survey, *Int. J. Production Economics* 68, 1-14.
- [23] Schott, J.R. (1995). Fault Tolerant Design Using Single and Multicriteria Genetic Algorithm Optimization. Master's thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- [24] Van Veldhuizen, D.A. and Lamont, G.B. (1998). Evolutionary Computation and Convergence to a Pareto Front. In Koza, J. R., editor, *Late Breaking Papers at the Genetic Programming 1998 Conference*, pages 221-228, Stanford University, California. Stanford University Bookstore.
- [25] Zitzler, E. Thiele, L. (1998). Multiobjective optimization using evolutionary algorithms a comparative case study. In A. E.Eiben, T. Back, M. Schoenauer and H. P. Schwefel (Eds.), *Fifth International Conference on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN-V)*, Berlin, Germany, 292 – 30.
- [1] Meyr, H. (2004). Supply chain planning in the German automotive industry. *OR Spectrum*, 26: 447-470.
- [2] Baybars, I. (1986). A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. *Management Science*, 32: 909-932.
- [3] Becker C., Scholl A. (2006). A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operation Research*, 168: 694-715.
- [4] Baykasoğlu, A., Özbakır, L. (2007). Stochastic U-line balancing using genetic algorithms. *International Journal of Advance Manufactur Technol* 32: 139-147.
- [5] Helgeson, W.P., Birnie, D.P. (1961). Assembly Line Balancing Using the Ranked Positional Weight Technique. *Journal of Industrial Engineering*, 12 (6): 384-398.
- [6] El-Sayed, E.A., Boucher, T.O. (1985). *Analysis and Control of Production Systems*. Prentice Hall Inc., New Jersey.
- [7] Sculli, D. (1979). Dynamic aspects of line balancing. *OMEGA— The International Journal of Management Science*, 7: 557-561.
- [8] Sculli, D. (1984). Short term adjustments to production lines. *Computers & Industrial Engineering*, 8: 53-63.
- [9] Van Oyen, M.P., Gel, E.S., Hopp, W.J. (2001). Performance opportunity for workforce agility in collaborative and noncollaborative work systems. *IIE Transactions*, 33: 761-777.
- [10] Gel, E.S., Hopp, W.J., Van Oyen, M.P. (2002). Factors affecting opportunity of worksharing as a dynamic line balancing mechanism. *IIE Transactions*, 34: 847-863.
- [11] Dar-El, E.M., Rubinovitz, J. (1991). Using learning theory in assembly lines for new products. *International Journal of Production Economics*, 25: 103-109.
- [12] Bautista, J., Pereira, J. (2007). Ant algorithms for a time and space constrained assembly line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 177: 2016-2032.
- [13] Flidner, M, Scholl, A. (2008). Assembly line balancing: Which model to use when?. *International Journal of Production Economics*, 111: 509-528.
- [14] Raouf, A., Tsui, C. (1982). A new method for assembly line balancing having stochastic work elements. *Computers & Industrial Engineering*, 6: 131-148.
- [15] Navaei, J., Fatemi Ghomi, S.M.T., Jolai, F., and Mozdgir, A. (2014). Heuristics for an assembly flow-shop with non-identical assembly machines and sequence dependent setup times to minimize sum of holding and delay costs. *Computers & OR* 44: 52-65.
- [16] Patterson, J.H., Albracht, J.J. (1975). Assembly line balancing: Zero-one programming with Fibonacci search. *Operations Research* 23: 166-172.
- [17] Storn, R., Price, K. (1997). Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization* 1, 1: 341-59.
- [18] Nearchou, A.C. (2007). Multi-objective balancing of assembly lines by population heuristics, *International Journal of Production Research*, 46(8): 2275 – 2297.
- [19] Kim, Y.K., Kim, Y.-J. and Kim, Y., 1996. Genetic algorithms for assembly line balancing with various objectives. *Computer and Industrial Engineering*, 30(3): 397-409.
- [20] Andromeda, T. Yahya, A. Samion, S. Baharom, A. and Liyana Hashim, N. (2013). DIFFERENTIAL EVOLUTION FOR OPTIMIZATION OF PID GAIN IN ELECTRICAL DISCHARGE MACHINING CONTROL SYSTEM, *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 37, 293-301.

جدول (۱۶): نتایج محاسباتی برای مسائل کوچک، متوسط و بزرگ

| Size   | Problem        | جدید اولیه c |     |      | MODE-1  |             |              |              |              | MODE-2      |              |              |              | MOSDE       |              |              |              |            |
|--------|----------------|--------------|-----|------|---------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|------------|
|        |                | c*           | SX* | NSS* | S       | MID         | RAS          | Size         | S            | MID         | RAS          | Size         | S            | MID         | RAS          | Size         |              |            |
| Small  | buxey,m=9      | 44           | 40  | 37   | 24      | 5.916       | 0.113        | 0.080        | 0.581        | 4.25        | 0.111        | 0.115        | 0.686        | 3.25        | 0.148        | 0.114        | 1.656        | 9.25       |
|        | buxey,m=10     | 40           | 37  | 34   | 22      | 6           | 0.129        | 0.123        | 1.763        | 5.25        | 0.185        | 0.154        | 1.167        | 5           | 0.238        | 0.078        | 1.722        | 7.75       |
|        | buxey,m=14     | 31           | 28  | 25   | 22      | 12.65       | 0.146        | 0.028        | 0.444        | 5           | 0.160        | 0.058        | 0.602        | 3.75        | 0.177        | 0.022        | 0.558        | 7.75       |
|        | sawyer,m=9     | 46           | 41  | 37   | 26      | 8.246       | 0.128        | 0.040        | 0.489        | 4           | 0.073        | 0.052        | 0.593        | 3.5         | 0.253        | 0.046        | 0.972        | 6          |
|        | sawyer,m=14    | 31           | 28  | 25   | 24      | 10.39       | 0.130        | 0.035        | 0.364        | 3.25        | 0.119        | 0.052        | 0.423        | 2           | 0.187        | 0.043        | 0.851        | 7.75       |
| medium | warneke,m=9    | 188          | 180 | 172  | 52      | 10.34       | 0.149        | 0.029        | 0.792        | 6           | 0.091        | 0.034        | 0.769        | 4           | 0.096        | 0.028        | 0.647        | 7          |
|        | warneke,m=13   | 135          | 126 | 120  | 45      | 20.24       | 0.066        | 0.035        | 0.526        | 3.5         | 0.035        | 0.039        | 0.496        | 2.75        | 0.392        | 0.021        | 0.684        | 6.25       |
|        | warneke,m=17   | 112          | 100 | 92   | 44      | 30.55       | 0.060        | 0.070        | 0.806        | 4.75        | 0.074        | 0.073        | 0.691        | 3.75        | 0.101        | 0.028        | 0.655        | 5.75       |
|        | kilbridge,m=6  | 110          | 96  | 92   | 37      | 2           | 0.217        | 0.076        | 2.136        | 5.75        | 0.162        | 0.068        | 1.607        | 3           | 0.136        | 0.100        | 3.725        | 6.75       |
|        | kilbridge,m=10 | 67           | 60  | 56   | 38      | 7           | 0.176        | 0.025        | 0.69631      | 3           | 0.096        | 0.038        | 0.526        | 2.75        | 0.168        | 0.024        | 0.545        | 6.5        |
| Large  | tonge,m=5      | 745          | 715 | 702  | 5.32    | 67          | 0.130        | 0.033        | 1.794        | 4.75        | 0.145        | 0.044        | 2.339        | 3.75        | 0.154        | 0.028        | 1.372        | 4.75       |
|        | tonge,m=8      | 465          | 439 | 429  | 22.25   | 64          | 0.099        | 0.028        | 1.137        | 5.25        | 0.148        | 0.032        | 1.448        | 3.75        | 0.162        | 0.031        | 1.211        | 6          |
|        | tonge,m=10     | 404          | 370 | 352  | 21.4    | 62          | 0.068        | 0.023        | 0.479        | 7.25        | 0.152        | 0.021        | 0.55888      | 3.75        | 0.171        | 0.034        | 1.049        | 7          |
|        | tonge,m=12     | 330          | 313 | 294  | 30.64   | 63          | 0.089        | 0.025        | 0.534        | 7           | 0.130        | 0.025        | 0.567        | 3.5         | 0.152        | 0.032        | 0.844        | 6.5        |
|        | tonge,m=15     | 287          | 260 | 235  | 49      | 60          | 0.111        | 0.026        | 0.589        | 7.75        | 0.109        | 0.029        | 0.575        | 3.25        | 0.133        | 0.030        | 0.640        | 6.75       |
|        | tonge,m=18     | 231          | 210 | 196  | 68.26   | 58          | 0.099        | 0.023        | 0.758        | 7.5         | 0.104        | 0.029        | 1.044        | 4           | 0.114        | 0.024        | 0.690        | 6          |
|        | tonge,m=20     | 218          | 202 | 177  | 119.12  | 53          | 0.086        | 0.020        | 0.926        | 7.25        | 0.100        | 0.029        | 1.514        | 3.5         | 0.096        | 0.018        | 0.740        | 5          |
|        | tonge,m=22     | 175          | 169 | 162  | 109.96  | 50          | 0.118        | 0.023        | 0.933        | 7           | 0.110        | 0.034        | 1.319        | 4.25        | 0.083        | 0.024        | 0.811        | 4.75       |
|        | tonge,m=24     | 181          | 170 | 156  | 91.88   | 57          | 0.129        | 0.024        | 0.936        | 6.5         | 0.113        | 0.036        | 1.254        | 3.25        | 0.079        | 0.026        | 0.834        | 5.5        |
|        | tonge,m=25     | 179          | 165 | 156  | 100.209 | 51          | 0.136        | 0.025        | 0.951        | 7.25        | 0.117        | 0.037        | 1.241        | 4.5         | 0.078        | 0.027        | 0.859        | 5          |
|        |                |              |     |      |         | <b>mean</b> | <b>0.119</b> | <b>0.040</b> | <b>0.882</b> | <b>5.61</b> | <b>0.117</b> | <b>0.050</b> | <b>0.971</b> | <b>3.56</b> | <b>0.156</b> | <b>0.039</b> | <b>1.053</b> | <b>6.4</b> |



## Mathematical Modeling and Efficient Solving of a Production Re-Balancing Problem in Assembly Lines Considering Work-Stations' Non-Smoothness

A. Mazdgir<sup>1</sup>, H. Mokhtari<sup>2\*</sup>

1. Department of Industrial Engineering, Collage of Engineering, K.N.T. University of Technology, Tehran, Iran

2. Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 6 September 2014

Accepted 9 February 2015

#### Keywords:

Assembly Line Re-Balancing  
Differential Evolution Algorithm  
Pareto Solution Set  
Taguchi Optimization.

### ABSTRACT

In production systems, line balancing is carried out once at beginning of line construction. In this situation, any change in market needs a new design of assembly line to meet market requirements. However this new design needs a lot of cost. Hence, a new type of assembly line balancing is proposed in this research in which a current assembly line is working. In this situation, a new cycle time is required due to some changes in market settings. Therefore, a multi-objective model titled assembly line re-balancing problem is proposed whose aim is to schedule tasks in such a way that new cycle time is realized via minimum changes in current assembly line. Moreover, work stations' non-smoothness is considered as a relatively new measure. After modeling the problem, an efficient differential evolution algorithm was suggested to solve the problem.

\* Corresponding author. Hadi Mokhtari

Tel.: +98 31 55912450; E-mail addresses: [mokhtari\\_ie@kashanu.ac.ir](mailto:mokhtari_ie@kashanu.ac.ir)