

اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی در یک زنجیره تأمین خطی سه‌سطحی با استفاده از روش میانگین متحرک برای برآورد تقاضا

حسین خسروشاهی^۱، سیدمحمد معطر حسینی^{۲*}، محمدرضا مرجانی^۳

۱. دانشجوی دوره دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۳. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی قم، قم

خلاصه

اثر شلاق چرمی پدیده‌ای شناخته شده در زنجیره تأمین است که تاثیر منفی قابل توجهی بر روی کارایی و عملکرد زنجیره دارد. این پدیده به علل مختلفی ایجاد می‌شود که عدم اطلاع دقیق و به موقع از مقدار تقاضا در سطوح مختلف زنجیره و وجود زمان‌های انتظار از اهم دلایل مذکور به‌شمار می‌آیند. برای مدیریت و کنترل اثر شلاق چرمی، اندازه‌گیری مقدار دقیق آن بسیار حائز اهمیت است. در این مقاله با در نظر گرفتن یک زنجیره تأمین سه سطحی متشکل از تأمین‌کننده و انبار مرکزی و خرده‌فروش، روشی جدید برای اندازه‌گیری مقدار اثر شلاق چرمی که در انبار مرکزی رخ می‌دهد ارائه شده که در آن از میانگین متحرک برای برآورد مقدار تقاضا استفاده شده است. با ارائه مثال عددی کارایی این روش برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی نشان داده شده و نسبت نرخ واریانس سفارش و همچنین نسبت واریانس موجودی مورد تحلیل قرار گرفته است. روش پیشنهادی در مقایسه با اغلب روشهای موجود، به دلیل حذف برخی فرض‌های ساده‌ساز از دقت بالاتری برخوردار است. تمایز دیگر اینکه این روش دارای قابلیت تحلیل حساسیت اثر شلاق چرمی نسبت به سطح سرویس می‌باشد. این وجوه تمایز در مقاله مورد بررسی قرار گرفته است.

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۳۹۳/۱/۳۰

پذیرش ۱۳۹۳/۸/۵

کلمات کلیدی:

اثر شلاق چرمی

زنجیره تأمین

نسبت نرخ واریانس سفارش

نسبت واریانس موجودی

سطح ویروس

۱- مقدمه

در زنجیره‌های تأمین اغلب عدم اطلاع دقیق از مقدار تقاضا باعث می‌شود که سفارش‌ها با یک ضریب اطمینان و مقداری بیشتر از آنچه که لازم است، صادر شود و در نتیجه تغییراتی در تقاضا و سفارش‌ها ایجاد گردد. این تغییرات معمولاً در قسمت‌های پایین دستی زنجیره تأمین زیاد نیست. اما همین‌طور که سفارش‌ها و برآوردهای تقاضا به قسمت‌های بالا دستی زنجیره می‌رسد، تغییرات افزایش می‌یابد به‌صورتی که در آن قسمت‌ها شاهد نوسانات شدید در تقاضا هستیم که باعث ایجاد مشکلات بزرگی در زنجیره تأمین می‌شود [۱]. مشکلاتی از قبیل افزایش موجودی سیستم، کاهش سطح

خدمت‌دهی که تأثیرات منفی زیادی در پی خواهد داشت [۲]. همچنین می‌تواند باعث کاهش کیفیت محصول و نیز باعث افزایش هزینه‌های تولید و حمل‌ونقل گردد [۳]. این مسئله در بسیاری از مراجع اثر شلاق چرمی نامیده شده است [۴، ۵].

در این مقاله می‌خواهیم یک رابطه جدید را برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی در یک زنجیره تأمین سه سطحی شامل تأمین‌کننده، انبار مرکزی و خرده‌فروش توسعه دهیم. از روش میانگین متحرک جهت برآورد مقدار تقاضا و واریانس آن استفاده می‌کنیم. یکی از برتری‌های این مدل در نظر گرفتن سطح سرویس در اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی می‌باشد. دیگر اینکه به دلیل حذف برخی فرض‌های ساده‌ساز، دقت بالاتری دارد. در این مسئله همچنین تأثیر سطح سرویس بر روی اثر شلاق چرمی را بررسی می‌کنیم.

در این مقاله، در بخش ۲ به بررسی سابقه تحقیق پیرامون اثر

* نویسنده مسئول. سیدمحمد معطر حسینی

تلفن: ۰۲۱-۶۴۵۴۵۳۸۲؛ پست الکترونیکی: moattarh@aut.ac.ir

چن و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۰۰ اثر شلاق چرمی را بر روی یک مدل بسیار ساده زنجیره تأمین شامل یک خرده‌فروش و یک تولیدکننده مطالعه نموده و اثرات تخمین تقاضا و زمان انتظار^۸ را بر روی اثر شلاق چرمی بررسی کردند. پس از آن نشان دادند که متمرکز کردن^۹ زنجیره تأمین می‌تواند اثر شلاق چرمی را به شدت کاهش دهد، لیکن باعث حذف کامل آن نخواهد شد. در واقع آن‌ها نشان دادند که اگر کارخانه از اطلاعات کامل خریدار که سفارش خود را به خرده‌فروش خواهد داد، اطلاع داشته باشد و در واقع میانگین و واریانس تقاضای خریداران را بداند، اثر شلاق چرمی به شدت کاهش می‌یابد. همین‌طور اگر انبار مرکزی از میانگین و واریانس تقاضای خرده‌فروش اطلاع نداشته باشد، لازم است آن‌ها را تخمین بزند که این به شدت اثر شلاق چرمی را افزایش می‌دهد. البته، محدودیت‌های ساده‌ساز زیادی در این تحقیق وجود دارد.

پس از آن نیز تحقیقات بسیاری در زمینه اثر شلاق چرمی انجام یافته است. در ادامه تحقیقات مذکور در این مقاله قصد داریم اثر سیاست موجودی «سفارش تا سطح r»^{۱۰} را در رابطه با اثر شلاق چرمی در زنجیره تأمین بررسی کنیم. در این خصوص مهم‌ترین کارهایی که در سال‌های اخیر با استفاده از همین سیاست موجودی مطرح شده، به طور خلاصه در جدول (۱) آورده شده است.

در این مقاله، با توجه به نتایج مرور ادبیات، روشی جدید مبتنی بر محاسبات ریاضی و آماری برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی ارائه می‌شود. روش پیشنهادی به جهت اینکه برخی فرض‌های ساده‌ساز به کار رفته در روش‌های موجود را منظور نموده است، دقت بالاتری دارد. این روش همچنین قابلیت تحلیل حساسیت اثر شلاق چرمی نسبت به سطح سرویس را دارد.

۳- مدل‌سازی

۳-۱- اثر شلاق چرمی در یک زنجیره تأمین خطی

یک زنجیره تأمین سه سطحی خطی اصولاً از یک تأمین‌کننده یا تولیدکننده، یک انبار مرکزی یا مرکز توزیع و یک خرده‌فروش تشکیل می‌شود. فرض می‌کنیم که فقط یک محصول از تأمین‌کننده به خرده‌فروش منتقل می‌گردد (شکل ۱).

شلاق چرمی می‌پردازیم. پس از آن در بخش ۳ تشریح و محاسبات نمایش داده خواهد شد. در این بخش ابتدا برآورد میانگین و واریانس تقاضای خرده‌فروش و پس از آن واریانس سفارش محاسبه می‌گردد و در نهایت مقدار اثر شلاق چرمی محاسبه خواهد شد. در بخش ۴، تأثیر عوامل مختلف بر روی اثر شلاق چرمی بررسی و نتایج حاصل از پژوهش ارائه می‌گردد. در انتها در بخش [۵]، به صورت خلاصه نتایج حاصل از تحقیق و تحقیقات آتی را ارائه می‌کنیم.

۲- ادبیات موضوع

بحث تشدید واریانس تقاضا در سیستم‌های صنعتی اولین بار توسط فورستر (۱۹۵۸م) توضیح داده شد [۶]. او معتقد بود که این مشکل به خاطر پویایی سیستم‌ها^۱ می‌باشد و از طریق کاهش تأخیرها قابل کنترل است [۷]. از آن پس مطالعات زیادی در ادامه تحقیقات فورستر انجام گرفت.

پس از آن استرمن (۱۹۸۹م) با استفاده از کار بر روی بازی نوشابه^۲ چهار منبع مهم را برای تشدید تقاضا عنوان می‌کند که عبارت‌اند از: پردازش سیگنال تقاضا^۳، بازی سهمیه‌بندی^۴، دسته‌بندی سفارش^۵ و نوسانات قیمت^۶ [۶،۷]. تشدید تقاضا نیز توسط فیشر (۱۹۹۷م) بررسی شد [۸].

عنوان «اثر شلاق چرمی»^۷ را اولین بار لی و همکاران [۹] در مقالات خود به کار بردند. آنها اثر شلاق چرمی را این‌گونه تعریف می‌کنند: اثر شلاق چرمی پدیده‌ای است که در آن سفارش یک کالا به تأمین‌کننده تمایل به داشتن واریانس بیشتر از واریانس فروش آن به خریدار دارد. پس از آن به تحلیلی ریاضی از چهار عاملی که فورستر برای تشدید تقاضا برشمرده بود می‌پردازد و رفتاری که می‌تواند باعث کاهش نوسانات تقاضا از طریق این چهار منبع گردد را ذکر می‌کند [۱،۹]. در نهایت لی و همکاران پیشنهاد می‌کنند که باید خرده‌فروشان اطلاعاتشان را دقیق‌تر و به نحوی سریع در اختیار سطوح بالادستی زنجیره تأمین قرار دهند.

پس از آن لمبرکت و دجونگهیر [۱۰] در مطالعات خود یک جستجوگر اثر شلاق چرمی ارائه کردند که توسط آن می‌شد سیاست‌های مختلف کنترل موجودی را بررسی کرد و سیاست بهتر را انتخاب نمود. از آن پس کارهای بسیاری در مورد اثر شلاق چرمی انجام گرفت و بسیاری از محققین به بررسی دلایل ایجاد اثر شلاق چرمی پرداختند، عده‌ای نیز در جهت یافتن راه‌هایی برای کاهش آن مطالعاتی انجام دادند و تعدادی از محققین سعی کردند آسیب‌هایی که اثر شلاق چرمی بر روی یک زنجیره تأمین دارد را تحلیل کنند.

1. System dynamics
2. Beer game
3. Demand signal processing
4. The rationing game
5. Order batching
6. price variations
7. Bullwhip effect

8. Lead-time
9. Centralization
10. Order-up-to

جدول (۱): مطالعات گذشته انجام‌شده پیرامون اثر شلاق چرمی

ردیف	مورد مطالعه	روش مدل‌سازی	شاخص عملکردی	ساختار مدل	الگوی تقاضا
۱	چن و همکاران [۱۱] ۲۰۰۰	مدل‌سازی ریاضی	OVR	زنجیره تأمین دوسطحی و چندسطحی	خودبازگشت
۲	دیسنی و توپل [۱۲] ۲۰۰۲	زمان گسسته	BW	زنجیره تأمین دوسطحی VMI	پلکانی ^۱
۳	دجونخیر و همکاران [۱۳] ۲۰۰۳	- زمان گسسته - بهینه‌سازی	OVR	سیستم موجودی تولید	- سینوسی - پلکانی - i.i.d
۴	چتفیلد و همکاران [۱۴] ۲۰۰۴	شبیه‌سازی بر مبنای هدف	"	زنجیره تأمین چهارسطحی	i.i.d -
۵	دجونخیر و همکاران [۱۵] ۲۰۰۴	- شبیه‌سازی صفحه گسترده - زمان گسسته	"	زنجیره تأمین چهارسطحی	"
۶	دیسنی و همکاران [۱۶] ۲۰۰۴	- زمان گسسته - بهینه‌سازی	IV - OVR -	سیستم موجودی تولید	"
۷	وارپورتن [۱۷] ۲۰۰۴	- زمان پیوسته	BW	سیستم موجودی تولید	پلکانی
۸	دیسنی و همکاران [۱۸] ۲۰۰۶	زمان گسسته	IV - OVR -	"	- i.i.d - خودبازگشت و میانگین متحرک
۹	کیم و همکاران [۱۹] ۲۰۰۶	مدل‌های آماری	OVR	زنجیره تأمین پنج‌سطحی	i.i.d
۱۰	چن و دیسنی [۲۰] ۲۰۰۷	- زمان گسسته - بهینه‌سازی	OVR - IV -	سیستم موجودی تولید	خودبازگشت و میانگین متحرک
۱۱	هوسودا و همکاران [۲۱] ۲۰۰۸	مدل‌های آماری	OVR	زنجیره تأمین دوسطحی	مجموعه داده در شرایط واقعی ^۲
۱۲	جکسیک و روسجان [۲۲] ۲۰۰۸	زمان گسسته	"	"	سینوسی
۱۳	کلپوریس و همکاران [۲۳] ۲۰۰۸	شبیه‌سازی صفحه گسترده	"	"	مجموعه داده در شرایط واقعی
۱۴	اگراوال و همکاران [۲۴] ۲۰۰۹	زمان گسسته	OVR - IV -	"	خودبازگشت
۱۵	بوت و همکاران [۲۵] ۲۰۰۹	- زمان گسسته - بهینه‌سازی	OVR	"	i.i.d
۱۶	سوکی [۲۶] ۲۰۰۹	مدل‌سازی ریاضی	BW	زنجیره تأمین سه‌سطحی	میانگین متحرک
۱۷	خی [۲۷] ۲۰۰۹	"	BW	زنجیره تأمین دوسطحی	پیش‌بینی فازی
۱۸	کوپونی و همکاران [۲۸] ۲۰۱۰	"	BW	"	هموارسازی نمایی
۱۹	کانلا و همکاران [۲۹] ۲۰۱۰	"	IV - OVR - BW -	زنجیره تأمین چندسطحی	هموارسازی
۲۰	چو و لی [۳۰] ۲۰۱۱	"	BW	زنجیره تأمین دوسطحی	میانگین متحرک خودبازگشت فصلی
۲۱	لی و همکاران [۳۱] ۲۰۱۱	"	BW	"	میانگین متحرک
۲۲	سیانسیمینو و همکاران [۳۲] ۲۰۱۲	"	BW	زنجیره تأمین سه‌سطحی	هموارسازی نمایی
۲۳	نیپال و همکاران [۳] ۲۰۱۲	"	BW	زنجیره تأمین سه‌سطحی	"
۲۴	لی [۳۳] ۲۰۱۳	پویایی سیستم‌ها	BW	زنجیره تأمین سه‌سطحی	"
۲۵	چتفیلد و پریچارد [۳۴] ۲۰۱۳	مدل‌سازی ریاضی	BW	زنجیره تأمین چندسطحی	میانگین متحرک
۲۶	مطالعه کنونی انجام شده	"	IV - OVR - BW -	زنجیره تأمین سه‌سطحی	میانگین متحرک

1. Step
2. Real-life

$$q_t = y_t - y_{t-1} + D_t \quad (1)$$

در این فرمول هدف بالا آوردن سطح موجودی واقعی تا اندازه سطح موجودی مطلوب مرکز توزیع می‌باشد [۳۶]. که در این رابطه y_t و y_{t-1} به ترتیب مقادیر سطح موجودی مطلوب دوره‌های t و $t-1$ هستند. برای توضیح این فرمول می‌توان این‌طور عنوان کرد که $y_{t-1} - D_{t-1}$ سطح موجودی واقعی مرکز توزیع در دوره t می‌باشد که با سفارش و دریافت q_t از تأمین‌کننده، سطح موجودی خود را به سطح مطلوب می‌رساند. نکته مهمی که وجود دارد این است که امکان دارد میزان سفارش عددی منفی بشود. این بدان معنی است که موجودی واقعی دوره t مرکز توزیع از موجودی مطلوب بیشتر است. اگر چنین حالتی پیش آمد فرض می‌کنیم که موجودی مازاد بدون هیچ‌گونه هزینه‌ای به تأمین‌کننده برگردانده می‌شود [۱،۳۷].

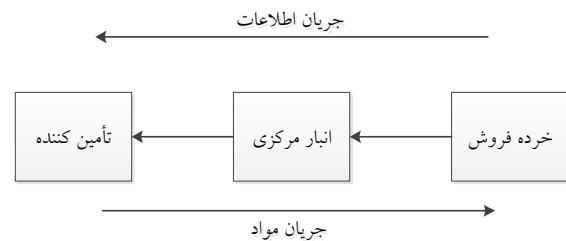
دو رویکرد متفاوت برای مواجهه با عدم اطلاع دقیق از تقاضای خرده‌فروش در ادبیات موضوع وجود دارد. اولین رویکرد، رویکردی است که چن و همکاران مطرح کردند [۱۱]. در این رویکرد تقاضای خرده‌فروش و یا خریدار که به مرکز توزیع داده می‌شود، یک متغیر غیرقطعی در نظر گرفته می‌شود و وابسته به زمان است. در این روش تقاضای دوره t خرده‌فروش به صورت زیر تخمین زده می‌شود.

$$D_t = \mu + \rho D_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

در این رابطه، μ یک ثابت نامنفی است، ρ ضریب همبستگی بین تقاضای دو دوره متوالی خرده‌فروش و ε_t یک توزیع آماری مستقل و یکسان^۲ با میانگین صفر و انحراف معیاری ثابت می‌باشد. بنابراین یافتن میانگین و واریانس تقاضای خرده‌فروش بسیار آسان است. این مدل تقاضا را مدل تقاضای خودبازگشت^۳ می‌نامند [۳۸].

رویکرد دیگر بدین صورت است که فرض می‌شود هیچ اطلاعاتی از تقاضای خرده‌فروش یا خرده‌فروشان در دسترس نیست. بنابراین ما فرض می‌کنیم که تقاضای خرده‌فروشان غیرقطعی^۴ و ساکن^۵ است و این تقاضا هیچ وابستگی از نظر زمان ندارد. همچنین فرض می‌شود این تقاضا از یک توزیع یکسان پیروی می‌کند [۲۶]. در این مقاله ما رویکرد دوم را مورد استفاده قرار خواهیم داد و تمام محاسبات و تحلیل‌های خود را بر این اساس انجام خواهیم داد. به جز این مورد، فرض‌های دیگری نیز در انجام این تحقیق در نظر گرفته شده است. فرض بر این است که زمان انتظار بین مرکز توزیع و خرده‌فروش یک عدد ثابت است. همچنین ما از سیاست موجودی سفارش تا سطح r ساده برای تعیین سطح موجودی مطلوب یا هدف هر دوره استفاده می‌کنیم. بدین ترتیب سطح موجودی از فرمول زیر محاسبه می‌گردد [۱۱، ۲]:

$$y_t = \bar{D}_t^L + z\hat{\sigma}_t^L \quad (3)$$



شکل (۱): یک زنجیره تأمین سه سطحی خطی

در این تحقیق، برای دستیابی به رابطه‌ای جهت اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی، بر اساس مرور ادبیات، یک مدل پایه را انتخاب و تحلیل کرده و سعی داریم مدل پایه را توسعه دهیم تا به نتیجه مطلوب برسیم. بنابراین ما در ابتدا به بررسی مطالعه‌ای که چن و همکاران در مورد اثر شلاق چرمی داشته‌اند [۱۱] می‌پردازیم و مدل آن‌ها برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی را مرور می‌کنیم. رویکرد چن و همکاران را برای محاسبه اثر شلاق چرمی در زنجیره تأمین مورد مطالعه در نظر می‌گیریم. در ابتدا لازم است شرایطی را که در آن، اثر شلاق چرمی محاسبه می‌گردد، مشخص کنیم.

۳-۲- سیاست موجودی

فرض بر این است که سیستم موجودی در ابتدای هر دوره بررسی و مدیریت می‌شود. در واقع خط‌مشی مرور دوره‌ای جهت سیاست‌گذاری موجودی استفاده می‌گردد [۳۵]. مقدار سفارشی که از مرکز توزیع به تأمین‌کننده صادر می‌شود باید به میزانی باشد که مقدار تقاضای خرده‌فروش را برآورده کند. تقاضای خرده‌فروش یک پارامتر غیرقطعی است که مرکز توزیع هیچ اطلاعی از آن ندارد. فرض بر این است که مرور و کنترل موجودی در ابتدای هر دوره انجام می‌گیرد و مقداری که مرکز توزیع در آن دوره به تأمین‌کننده سفارش می‌دهد از سیاست «سفارش تا سطح r » پیروی می‌کند. در این سیاست موجودی، مقدار سفارش بدین‌گونه تعیین می‌گردد که به میزانی سفارش‌دهی انجام می‌گیرد که سطح موجودی به سطح هدف موجودی در آن دوره برسد. پس از آن خرده‌فروش به میزان D_t به انبار مرکزی سفارش می‌دهد که اگر موجودی در دست انبار به میزان موردنظر خرده‌فروش بود، از آن موجودی برای خرده‌فروش کالا ارسال می‌کند و در غیراین‌صورت سفارش خرده‌فروش به صورت کمبود درآمده و در واقع پس‌افت^۱ می‌شود و فقط در دوره پایانی کمبود مجاز نبوده و سفارشی که تأمین نگردد، از بین می‌رود. همان‌طور که قبلاً هم اشاره شده است، برای تعیین مقدار سفارش مرکز توزیع، روش سفارش تا سطح r که در ادبیات موضوع از آن استفاده شده است مورد استفاده قرار خواهد گرفت [۱۱، ۲۶]. بر اساس این روش، مقدار سفارشی که مرکز توزیع در دوره t به تأمین‌کننده می‌دهد، از فرمول زیر محاسبه می‌گردد.

2. Independent Identically distribution (i.i.d)

3. Autoregressive demand model (AR(1))

4. stochastic

5. stationary

1. Back order

خرده‌فروش، باید محاسباتی که در زیر ارائه می‌گردد انجام گیرد. در ابتدا باید بدانیم که D_t^L عبارت است از مجموع تقاضای خرده‌فروش از دوره t تا دوره $t + L - 1$ بنابراین داریم:

$$D_t^L = D_t + D_{t+1} + \dots + D_{t+L-1} = \sum_{i=0}^{L-1} D_{t+i} \quad (4)$$

اما به‌خاطر اینکه تقاضای خرده‌فروش در این دوره‌ها مشخص نیست، باید از یک روش پیش‌بینی برای برآورد تقاضای خرده‌فروش استفاده کرد. در اینجا از روش میانگین متحرک استفاده می‌گردد. بنابراین داریم:

$$\hat{D}_{t+k} = \hat{D}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_{t-i} \quad (5)$$

معادله بالا بدین معنی است که اگر در دوره $t - 1$ قرار داشته باشیم و بخواهیم تقاضای هر کدام از دوره‌های بعد را تخمین بزنیم، کافی است میانگین تقاضا N دوره قبل را به‌عنوان برآورد تقاضای دوره‌های بعد در نظر بگیریم. بنابراین خواهیم داشت:

$$\hat{D}_t^L = \hat{D}_t + \hat{D}_{t+1} + \dots + \hat{D}_{t+L-1} \quad (6)$$

بنابراین می‌توان برآورد میانگین تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار از طریق رابطه زیر به‌دست آورد:

$$\hat{D}_t^L = L \times \hat{D}_t = \frac{L}{N} \sum_{i=1}^N D_{t-i} \quad (7)$$

به‌علاوه، برای برآورد انحراف معیار تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار، ابتدا باید انحراف معیار خرده‌فروش در زمان t را تخمین بزنیم. بر اساس آنچه سوکی ارائه کرده است، داریم [۲۶]:

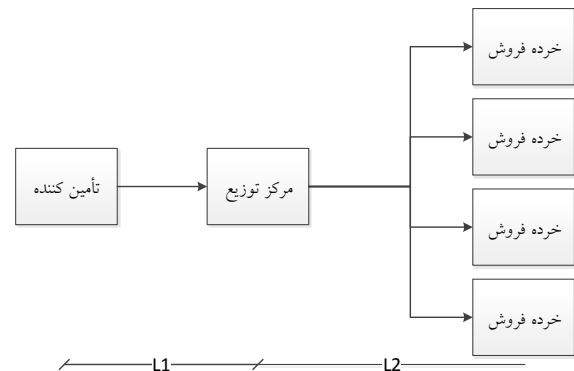
$$\hat{\sigma}_t^2 = \hat{\sigma}_{t+k}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (D_{t-i} - \hat{D}_t)^2 \quad (8)$$

نکته‌ای که در مورد این معادله باید مورد توجه قرار گیرد این است که چون برای یافتن واریانس، از برآورد میانگین به‌جای مقدار واقعی میانگین استفاده می‌شود، اگر بخواهیم یک برآورد ناریب از واریانس تقاضای خرده‌فروش داشته باشیم، لازم است در مخرج کسر به‌جای N از $N - 1$ استفاده گردد. لیکن اگر از روش گشتاورها برای برآورد واریانس تقاضا استفاده گردد، به معادله بالا می‌رسیم [۴۰]. در این مقاله ما از روش بالا برای برآورد واریانس تقاضای خرده‌فروش استفاده می‌کنیم. حال با در نظر گرفتن معادله (۴) می‌توان واریانس تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار را از معادله زیر محاسبه کرد [۴۱]:

$$\begin{aligned} (\sigma_t^L)^2 &= \text{Var}(\hat{D}_t^L) = \text{Var}\left(\sum_{i=0}^{L-1} D_{t+i}\right) \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} \text{Var}(D_{t+i}) + 2 \sum_{i < j} \text{Cov}(D_{t+i}, D_{t+j}) \end{aligned}$$

که در اینجا \hat{D}_t^L برآورد میانگین تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار، $\hat{\sigma}_t^L$ انحراف استاندارد برآورد تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار و Z ثابتی برای مواجهه با سطح سرویس مطلوب است. نکته‌ای که باید به آن توجه داشت این است که Z یک فاکتور مدیریتی است که نشان می‌دهد چند برابر انحراف استاندارد تقاضا را باید به‌عنوان ذخیره اطمینان نگه داشت [۳۹]. نکته دیگر این است که اگر تابع توزیع تقاضای خرده‌فروش از توزیع نرمال پیروی کند، این مدل سیاست سفارش تا سطح α بهینه خواهد بود [۱۱]. همچنین باید گفت رابطه ۳ در برخی از مراجع به‌صورت دیگری ذکر گشته است. لیکن در این پژوهش، مطالعه چن و همکاران در سال ۲۰۰۰ میلادی که برای محاسبه اثر شلاق چرمی انجام گرفت، پایه بقیه محاسبات خواهد بود.

نکته دیگری که باید در مورد آن توضیح داد زمان انتظار می‌باشد. در یک شبکه زنجیره تأمین سه‌سطحی دو نوع زمان انتظار وجود دارد. یکی زمان انتظار بین تأمین‌کننده و مرکز توزیع و دیگری زمان انتظار بین خرده‌فروش و مرکز توزیع می‌باشد. شکل زیر این مسئله را به‌خوبی نشان داده است:



شکل (۲): یک شبکه زنجیره تأمین

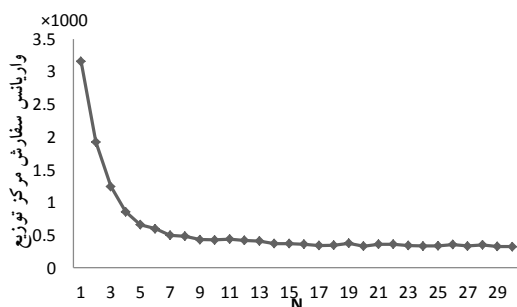
اما آنچه در محاسبه رابطه (۲) اهمیت دارد این است که منظور از زمان انتظار در انبار مرکزی و انبار عبوری موقت متفاوت می‌باشد. در واقع منظور از زمان انتظار زمان رسیدن سفارش از طرف خرده‌فروش تا زمان رسیدن کالا به‌دست خرده‌فروش می‌باشد. در مرکز توزیع این مقدار برابر با $L2$ می‌باشد.

۳-۳- روش پیش‌بینی

برای محاسبه میانگین و واریانس تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار، لازم است که از یک شیوه پیش‌بینی برای برآورد این پارامترها استفاده کنیم. چرا که هیچ اطلاعاتی از میزان تقاضای خرده‌فروش نداریم. در این مقاله ما از روش میانگین متحرک N دوره‌ای ساده استفاده می‌کنیم. N پارامتر روش میانگین متحرک است که نشان‌دهنده تعداد دوره‌های را که برای برآورد پارامترهای تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار استفاده می‌شود، می‌باشد. برای به‌دست آوردن میانگین و واریانس برآورد تقاضای

استفاده شده و فرض بر این است که سطح سرویس ۹۹ درصد باشد و زمان انتظار به‌اندازه دو دوره طول بکشد. همچنین داده‌های لازم برای تقاضای خرده‌فروش از توزیع نرمال با میانگین ۵۰ و انحراف معیار ۱۵ تولید شده است. پس از آن واریانس تقاضا را مورد بررسی قرار داده و تأثیر چندین پارامتر را بر روی آن مورد بررسی قرار خواهیم داد.

در نتیجه با استفاده از مقادیری که برای q_t حاصل شده است می‌توان واریانس میزان سفارش کالا از مرکز توزیع به تأمین‌کننده را محاسبه کرد. حال می‌خواهیم به بررسی دو عاملی بپردازیم که بر روی اثر شلاق چرمی تأثیر می‌گذارند. یکی از این موارد پارامتر روش میانگین متحرک می‌باشد. این پارامتر در واقع تعداد دوره‌هایی که باید برای پیش‌بینی تقاضای خرده‌فروش مورد استفاده قرار گیرد، را مشخص می‌کند. هرچه این پارامتر بزرگتر باشد، استفاده از داده‌های تاریخی بیشتر است. و هرچه این پارامتر کوچکتر باشد از داده‌های کمتری استفاده می‌گردد [۳۵]. بنابراین اگر داده‌ها دارای روند خاصی نباشند و از یک توزیع نرمال پیروی کنند، هرچه این پارامتر بزرگتر باشد، برآورد دقیق‌تر خواهد بود. اما در مورد داده‌های دارای روند، پایین بودن پارامتر نتیجه مطلوب‌تری در برآورد تقاضا خواهد داشت. حال می‌خواهیم تأثیر آن را بر روی واریانس تقاضا بررسی کنیم. برای این کار هر دفعه واریانس تقاضا را با در نظر گرفتن یک مقدار خاص از N پیدا می‌کنیم و در یک نمودار این روند را به نمایش می‌گذاریم. مقدار N را از ۱ تا ۳۰ تغییر خواهیم داد. زمان انتظار را ۲ دوره و سطح سرویس را ۹۹ درصد در نظر گرفته و یک بازه ۱۰۰۰ دوره‌ای را مورد ارزیابی قرار دادیم. نتایج آن در شکل زیر نشان داده خواهد شد:



شکل (۲): تغییرات واریانس سفارش مرکز توزیع بر اساس تغییرات N

شکل (۳) نشان می‌دهد که با افزایش N یعنی تعداد دوره‌هایی که برای برآورد تقاضای خرده‌فروش مورد استفاده قرار می‌گیرد، میزان واریانس سفارش مرکز توزیع به تأمین‌کننده کاهش می‌یابد و میزان این کاهش نیز قابل توجه می‌باشد. بنابراین یکی از پارامترهای بحرانی تأثیرگذار در میزان واریانس سفارش و به تبع آن اثر شلاق چرمی N خواهد بود. این روند برای شرایط حاضر در این مسئله که تقاضا از توزیع نرمال پیروی می‌کند، قابل‌قبول خواهد بود. چرا که تغییرات تقاضا از توزیع نرمال پیروی کرده و افزایش N باعث می‌شود پیش‌بینی تقاضا در

این معادله برای یافتن جمع یک سری متغیر تصادفی که به هم وابسته هستند استفاده می‌گردد. اما دو نکته وجود دارد که باید بدان نکات توجه نمود. اولین نکته این است که قبلاً فرض کرده‌ایم تقاضای خرده‌فروش، نسبت به زمان از هم مستقل می‌باشند. بنابراین خواهیم داشت:

$$Cov(D_{t+i}, D_{t+j}) = 0$$

نکته دیگر که باید بدان توجه کرد این است که هیچ اطلاعاتی از تقاضای خرده‌فروش نداریم. بنابراین لازم است که واریانس تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار را برآورد کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$(\hat{\sigma}_t^L)^2 = L \times \hat{\sigma}_t^2 = \frac{L}{N} \sum_{i=1}^N (D_{t-i} - \bar{D}_t)^2$$

$$\hat{\sigma}_t^L = \sqrt{L} \times \hat{\sigma}_t \quad (9)$$

نکته دیگر که باید بدان توجه داشت این است که مقدار برآورد میانگین و واریانس تقاضا در طول مدت زمان انتظار می‌تواند در هر دوره به‌روز گردد. زیرا با پشت سر گذاشتن هر دوره اطلاعات جدیدی از مقدار دقیق تقاضای آن دوره را به‌دست خواهیم آورد و در نتیجه، سطح موجودی مطلوب مرکز توزیع در هر دوره تغییر خواهد کرد [۲]. چرا که سطح موجودی مطلوب هر دوره براساس میانگین و واریانس تقاضای خرده‌فروش محاسبه می‌گردد.

حال می‌توان میزان کالایی را که مرکز توزیع، براساس تقاضای خرده‌فروش به تأمین‌کننده سفارش خواهد داد تا به سطح موجودی مطلوب برسد را به‌دست آورد. این مقدار را از روابط زیر به‌دست خواهیم آورد:

$$y_t = \bar{D}_t^L + z \hat{\sigma}_t^L$$

$$q_t = y_t - y_{t-1} + D_t$$

$$= (\bar{D}_t^L - \bar{D}_{t-1}^L) + z(\hat{\sigma}_t^L - \hat{\sigma}_{t-1}^L) + D_{t-1}$$

$$= \frac{L}{N} \left(\sum_{i=1}^N D_{t-i} - \sum_{i=2}^{N-1} D_{t-i} \right) + z\sqrt{L}(\hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1}) + D_{t-1}$$

$$= \frac{L}{N} (D_{t-1} - D_{t-N-1}) + z\sqrt{L}(\hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1}) + D_{t-1}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$q_t = \left(1 + \frac{L}{N}\right) D_{t-1} + \left(-\frac{L}{N}\right) D_{t-N-1} + z\sqrt{L}(\hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1}) \quad (10)$$

در ابتدا برای اینکه نشان دهیم مرکز توزیع چگونه به تأمین‌کننده سفارش می‌دهد، مثالی می‌آوریم.

۳-۴- مثال عددی برای تعیین میزان سفارش مرکز تولید

که در این مثال با استفاده از شبیه‌سازی برای یک بازه ۲۰ دوره‌ای مقادیر سفارش را محاسبه کرده‌ایم. نتایج این مثال در جدول (۲) نشان داده شده است. در اینجا از روش میانگین متحرک سه دوره‌ای

جدول (۲): مثال عددی برای تعیین میزان سفارش از مرکز توزیع

11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	t
86	51	57	70	34	87	73	31	42	65	46	D_t
59.3	53.7	63.7	64.7	63.7	48.7	46.0	51.0				\hat{D}_t
118.7	107.3	127.3	129.3	127.3	97.3	92.0	102.0				\hat{D}_t^L
62.9	221.6	488.2	502.9	566.2	316.2	200.7	100.7				$\hat{\sigma}_t^2$
125.8	443.1	976.4	1005.8	1132.4	632.4	401.3	201.3				$(\hat{\sigma}_t^L)^2$
144.8	156.4	200.1	203.2	205.7	155.9	138.7	135.1				y_t
39.4	13.2	66.9	31.5	136.8	90.3	34.6	177.1				q_t

20	19	18	17	16	15	14	13	12	t
53	67	44	46	37	41	58	37	39	D_t
54.7	52.3	42.3	41.3	45.3	45.3	44.7	54.0	58.7	\hat{D}_t
109.3	104.7	84.7	82.7	90.7	90.7	89.3	108.0	117.3	\hat{D}_t^L
89.6	108.2	14.9	13.6	82.9	82.9	89.6	512.7	397.6	$\hat{\sigma}_t^2$
179.1	216.4	29.8	27.1	165.8	165.8	179.1	1025.3	795.1	$(\hat{\sigma}_t^L)^2$
140.5	138.9	97.4	94.8	120.7	120.7	120.5	182.6	183.0	y_t
54.6	108.6	46.6	20.1	37.0	41.2	-4.1	36.6	42.3	q_t

۳-۵- اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی

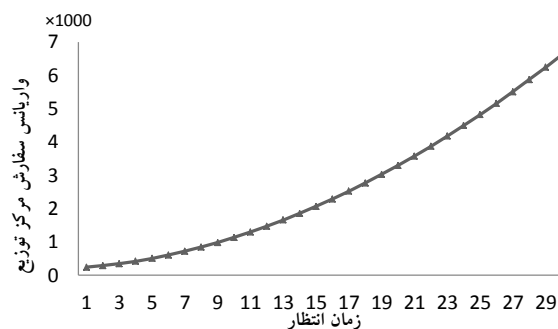
تعریفی که از اثر شلاق چرمی در منابع مختلف برای یک زنجیره تأمین سه‌سطحی وجود دارد و برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی از آن استفاده می‌گردد بدین صورت است که نسبت واریانس سفارش مرکز توزیع به واریانس تقاضای خرده‌فروش را اثر شلاق چرمی می‌نامند. بنابراین می‌توان معادله زیر را برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی استفاده کرد [۲، ۱۱]:

$$BW = \frac{Var(q)}{Var(D)} \quad (11)$$

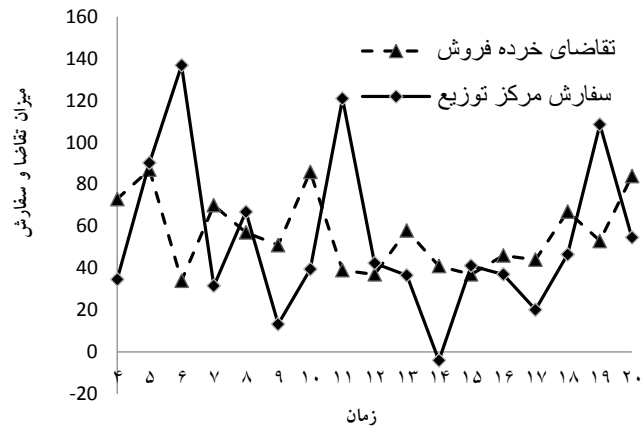
که در این فرمول، $Var(q)$ واریانس سفارش مرکز توزیع به تأمین‌کننده و $Var(D)$ واریانس تقاضای خرده‌فروش را نشان می‌دهند. برای نشان دادن اثر شلاق چرمی، آنچه را که در جدول (۲) آمده است را در یک نمودار به نمایش می‌گذاریم.

در شکل (۵) میزان تقاضای خرده‌فروش و میزان سفارش مرکز توزیع به‌صورت هم‌زمان به نمایش گذاشته شده است. بنابراین در این نمودار می‌توانیم نوسانات تقاضای خرده‌فروش و نوسانات سفارش مرکز توزیع را با یکدیگر مقایسه کنیم. این نمودار نشان می‌دهد که نوسانات سفارش خرده‌فروش به‌مراتب بیشتر از نوسانات تقاضای خرده‌فروش می‌باشد و در واقع اثر شلاق چرمی در آن کاملاً واضح خواهد بود.

دوره‌های مختلف اعداد نزدیک به هم باشند و در نتیجه میزان سفارش نوسان کمتری داشته باشد. در شکل (۴) تأثیر زمان انتظار را بر روی واریانس تقاضا مشاهده خواهیم کرد. شکل (۴) نشان می‌دهد که هرچه زمان انتظار افزایش می‌یابد، واریانس سفارش مرکز توزیع نیز افزایش می‌یابد. این شکل همچنین نشان می‌دهد که زمان انتظار یک پارامتر بحرانی برای واریانس سفارش مرکز توزیع و به تبع آن اثر شلاق چرمی می‌باشد. چرا که تغییر در اندازه این پارامتر، واریانس سفارش را به‌شدت تغییر می‌دهد. همچنین می‌توان به این نتیجه رسید که برای کاهش واریانس تقاضا و اثر شلاق چرمی لازم است زمان انتظار را تا حد ممکن کاهش دهیم.



شکل (۳): تغییرات واریانس سفارش مرکز توزیع بر اساس تغییرات زمان انتظار



شکل (۴): نمایشی از اثر شلاق چرمی

رابطه (۱۳)، μ_I و σ_I^2 به ترتیب واریانس و میانگین موجودی مرکز توزیع را نشان می‌دهند.

۳-۶- روابط پیشنهادی برای اثر شلاق چرمی

حالا در اینجا می‌خواهیم رابطه‌ای جدید را برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی توسعه دهیم. هرچند پایه آن، همان عبارتی است که چن توسعه داده است [۱۱]، اما در این مقاله به توسعه آن می‌پردازیم. در اینجا با استفاده از روابط ۱، ۳، ۱۰ و ۱۱ و تلفیق آنها شیوه‌ای جدید برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی ارائه می‌شود.

در ابتدا برای یافتن رابطه‌ای برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی، باید واریانس سفارش مرکز توزیع را بیابیم که در قضیه زیر رابطه‌ای برای اندازه‌گیری آن معرفی و اثبات می‌کنیم.

قضیه ۱: واریانس سفارش مرکز توزیع به تأمین‌کننده در دوره t از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{Var}(q_t) = \left(1 + \frac{L}{N}\right)^2 Var(D_{t-1}) + \left(-\frac{L}{N}\right)^2 [Var(D)]_{t-N-1} \quad (14)$$

$$+ z^2 L (Var(\hat{\sigma}_t) + Var(\hat{\sigma}_{t-1}))$$

اثبات: برای اثبات رابطه (۱۴)، لازم است از رابطه (۱۰) استفاده شود. در ابتدا باید از دو طرف رابطه (۱۰) واریانس گرفت. پس از آن رابطه را ساده نمود. در نتیجه می‌توان محاسبات زیر را انجام داد:

$$q_t = y_t - y_{t-1} + D_t \\ \left(1 + \frac{L}{N}\right) D_{t-1} + \left(-\frac{L}{N}\right) D_{t-N-1} + z\sqrt{L}(\hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1}) \\ Var(q_t) = Var\left(\left(1 + \frac{L}{N}\right) D_{t-1} + \left(-\frac{L}{N}\right) D_{t-N-1} + z\sqrt{L}(\hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1})\right) \\ = \left(1 + \frac{L}{N}\right)^2 Var(D_{t-1}) + \left(-\frac{L}{N}\right)^2 Var(D_{t-N-1}) + z^2 L Var(\hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1})$$

آنچه معمولاً در ادبیات موضوع برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی وجود دارد، رابطه (۱۱) می‌باشد. لیکن رابطه دیگری نیز برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی و همچنین روابطی دیگر برای اندازه‌گیری میزان تشدید نوسانات تقاضا در ادبیات مطرح شده است. به دلیل آنکه در این مقاله لازم است این مفاهیم را مورد استفاده قرار دهیم، در اینجا به معرفی و بیان تعریف آن‌ها می‌پردازیم. کانلا و سیانسیمینو رابطه دیگری را برای یافتن اثر شلاق چرمی بیان می‌کنند [۲۹]. این رابطه را به صورت زیر تعریف می‌گردد.

۱- نسبت واریانس میزان سفارش^۱: این رابطه را با OVR

نمایش می‌دهیم و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\sigma_q^2}{\mu_q} \quad (12)$$

$$OVR = \frac{\sigma_D^2}{\mu_D}$$

این رابطه توسعه داده شده رابطه (۳) می‌باشد و در واقع میزان بی‌ثباتی سفارش را در زنجیره تأمین نشان می‌دهد. در رابطه (۱۲)، μ_q و σ_q^2 به ترتیب واریانس و میانگین سفارش مرکز توزیع را نشان می‌دهد. همچنین، μ_D و σ_D^2 نیز به ترتیب واریانس و میانگین تقاضای خرده‌فروش را نشان می‌دهد.

۲- نسبت واریانس موجودی^۲: این رابطه - که دیسنی و توپل

توسعه دادند- به صورت زیر تعریف می‌گردد [۴۲]:

$$OVR = \frac{\sigma_I^2 / \mu_I}{\sigma_D^2 / \mu_D} \quad (13)$$

این رابطه میزان بی‌ثباتی موجودی خالص و یا موجودی مرکز توزیع را نشان می‌دهد. در واقع این رابطه میزان نوسانات موجودی مرکز توزیع را نسبت به نوسانات تقاضا اندازه‌گیری می‌کند. دیسنی و لمبرچت این مسئله را مطرح می‌کنند که افزایش در میزان نوسانات موجودی، تأثیر منفی بر روی هزینه هر دوره خواهد داشت [۴۳]. در

1. Order rate variance ratio
2. Inventory variance ratio

به تأمین‌کننده، σ^2 واریانس تقاضای خرده‌فروش است، α یک متغیر مستقل می‌باشد و $\Gamma(\alpha)$ نیز تابع گاما می‌باشد که از رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۴۰]:

$$\Gamma(\alpha) = \int_{-\infty}^y y^{\alpha-1} e^{-y} dy$$

اثبات: می‌توان ثابت کرد که اگر X یک نمونه تصادفی از جامعه‌ای با توزیع نرمال باشد که پارامترهای آن نامعلوم هستند، و S برآورد انحراف معیار یا انحراف معیار نمونه باشد، S از رابطه زیر محاسبه می‌گردد [۴۰]:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

می‌توان ثابت کرد که امید ریاضی S را می‌توان از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$E(S) = \sqrt{\frac{2}{n-1} \frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)}} \sigma \quad (۱۶)$$

علاوه بر آن می‌توان ثابت کرد:

$$E(S^2) = \sigma^2 \quad (۱۷)$$

که در این روابط $E(y)$ به‌عنوان امید ریاضی متغیر تصادفی y استفاده می‌گردد. روابط (۱۶) و (۱۷) را در قضیه ۳ اثبات خواهیم کرد. بنابراین فرض بر این است که این روابط صحیح است. حال با استفاده از رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (D_{t-i} - \hat{D}_t)^2}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{N-1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N (D_{t-i} - \hat{D}_t)^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{N-1}{N}} S$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$E(\hat{\sigma}) = \sqrt{\frac{N-1}{N}} E(S)$$

که با توجه به رابطه (۱۶) خواهیم داشت:

$$E(\hat{\sigma}) = \sqrt{\frac{N-1}{N} \frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)}} \sigma$$

همچنین می‌توان نشان داد:

$$E(\hat{\sigma}^2) = \left(\frac{N-1}{N}\right) \sigma^2$$

در نتیجه، برای به‌دست آوردن واریانس سفارش مرکز توزیع، لازم است که واریانس $\hat{\sigma}^2$ را به‌دست آورد. بنابراین خواهیم. طبق تعریفی که در مرور ادبیات وجود دارد، می‌توان نشان داد [۴۴]:

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

بنابراین رابطه زیر به‌دست خواهد آمد:

$$+ \left(1 + \frac{L}{N}\right) \left(-\frac{L}{N}\right) Cov(D_{t-1}, D_{t-N-1})$$

$$+ 2z\sqrt{L} \left(1 + \frac{L}{N}\right) Cov(D_{t-1}, \hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1})$$

$$+ 2z\sqrt{L} \left(-\frac{L}{N}\right) Cov(D_{t-N-1}, \hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1})$$

برای ساده‌سازی عبارت فوق ذکر چند نکته ضروری به نظر می‌رسد. نکته اول اینکه براساس فرضیاتی که پیش از این توضیح داده شده است، خواهیم داشت:

$$Cov(D_{t-1}, D_{t-N-1}) = 0$$

نکته دیگر اینکه چن و همکاران رابطه زیر را اثبات کرده‌اند [۱۱]:

$$Cov(D_{t-1}, \hat{\sigma}_t) = 0, \forall i = 0, 1, \dots, N$$

علاوه بر این، رابطه‌ی زیر کاملاً واضح و قابل اثبات است:

$$Var(\hat{\sigma}_t - \hat{\sigma}_{t-1}) = Var(\hat{\sigma}_t) + Var(\hat{\sigma}_{t-1}) - 2Cov(\hat{\sigma}_t, \hat{\sigma}_{t-1})$$

فرض می‌کنیم که کواریانس بین انحراف معیار دوره t و انحراف معیار دوره $t-1$ برابر با صفر می‌باشد. این فرض به واقعیت هم نزدیک است. دلیل آن این است که برای محاسبه انحراف معیار دوره t و $t-1$ از داده‌های تاریخی تقاضای خرده‌فروش استفاده شده است و همان‌طور که فرض شده است، تقاضای خرده‌فروش در دوره‌های مختلف از هم مستقل است. بنابراین مقدار کواریانس انحراف معیار دوره‌های t و $t-1$ به صفر خواهد بود. در نتیجه، می‌توان فرض کرد:

$$Cov(\hat{\sigma}_t, \hat{\sigma}_{t-1}) = 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$Var(q_t) \approx \left(1 + \frac{L}{N}\right)^2 Var(D_{t-1}) + \left(-\frac{L}{N}\right)^2 Var(D_{t-N-1}) + z^2 L Var(\hat{\sigma}_t) + z^2 L Var(\hat{\sigma}_{t-1})$$

حال در قضیه زیر رابطه‌ای را برای محاسبه واریانس سفارش مرکز توزیع توسعه خواهیم داد. در رابطه زیر سعی بر آن است که یک رابطه عمومی برای واریانس تقاضا پیدا کرد که مستقل از زمان باشد. در واقع فرض بر آن است که سیستم به حالت پایدار رسیده است و بنابراین می‌توان رابطه‌ای مستقل از زمان برای واریانس سفارش مرکز توزیع ارائه کرد:

قضیه ۲: اگر فرض کنیم که تقاضای خرده‌فروش از یک توزیع نرمال با پارامترهای نامشخص μ و σ پیروی می‌کند، واریانس سفارش مرکز توزیع از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$\bar{var}(q) = \left(1 + \frac{2L}{N} + \frac{2L^2}{N^2} + 2z^2 L \left(\frac{N-1}{N} - \frac{2}{N} \frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)}\right)\right) \sigma^2 \quad (۱۵)$$

که در رابطه (۱۵)، $Var(q)$ واریانس مقدار سفارش مرکز توزیع

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

همچنین، χ^2_n توزیع خی-دو یا کای اسکور می‌باشد و $\Gamma(\alpha, \lambda)$ نیز توزیع گاما می‌باشد که از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$f_X(x) = \frac{\lambda e^{-\lambda x} (\lambda x)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, x \geq 0$$

که در رابطه بالا داریم:

$$\Gamma(\alpha) = \int_{-\infty}^y y^{\alpha-1} e^{-y} dy$$

به‌علاوه، n نیز برابر است با تعداد نمونه‌های تصادفی که از آن جامعه نرمال گرفته شده است.

بنابراین به‌راحتی می‌توان امید ریاضی واریانس نمونه را محاسبه کرد که از رابطه زیر به‌دست می‌آید [۴۰]:

$$E(\chi^2_{n-1}) = E\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) = \frac{(n-1)/2}{1/2} = n-1$$

$$E(S^2) = \frac{\sigma^2}{n-1} E\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right) = \frac{\sigma^2}{n-1} (n-1) = \sigma^2$$

برای یافتن امید ریاضی انحراف معیار نمونه باید روابط زیر را در نظر گرفت:

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \Gamma\left(\alpha = \frac{n-1}{2}, \lambda = \frac{1}{2}\right)$$

$$S^2 \sim \Gamma\left(\alpha = \frac{n-1}{2}, \lambda = \frac{n-1}{2\sigma^2}\right)$$

$$Y = S^2 \rightarrow S = \sqrt{Y} \rightarrow E(S) = E(\sqrt{Y})$$

از طرف دیگر، می‌توان ثابت کرد که [۴۰، ۴۴]:

$$X \sim \Gamma(\alpha, \lambda) \rightarrow E(X^\theta) = \frac{\Gamma(\alpha + \theta)}{\lambda^\theta \Gamma(\alpha)}$$

بنابراین، می‌توان عبارت زیر را نتیجه گرفت:

$$E\left(Y^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{n-1}{2\sigma^2}\right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

درنهایت رابطه زیر به‌دست خواهد آمد:

$$E(S) = \sqrt{\frac{2}{n-1} \frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)}} \sigma$$

برای محاسبه نسبت واریانس میزان سفارش و نسبت واریانس موجودی لازم است روابط و پارامترهای بیشتری معرفی و محاسبه گردند. برای محاسبه نسبت واریانس میزان سفارش، لازم است که امید ریاضی میزان سفارش را به‌دست آوریم. لیکن دیسنی و توپل نشان دادند که در حالت پایدار و با وجود یک تعداد دوره زیاد، امید ریاضی سفارش مرکز توزیع با میانگین تقاضای خرده‌فروش برابر خواهد بود [۲۹]. بنابراین مقدار آن با مقدار اثر شلاق چرمی برابر خواهد بود. برای محاسبه نسبت واریانس موجودی، لازم است تا امید ریاضی و واریانس موجودی مرکز توزیع که در هر دوره نگهداری می‌شود را محاسبه کنیم. در قضیه زیر رابطه‌ای برای محاسبه آن‌ها معرفی کرده و اثبات خواهیم کرد:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\sigma}) &= E(\hat{\sigma}^2) - [E(\hat{\sigma})]^2 \\ &= \left(\left(\frac{N-1}{N} \right) - \frac{2}{N} \left(\frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)} \right)^2 \right) \sigma^2 \end{aligned} \quad (18)$$

علاوه بر این، همان‌طور که قبلاً گفته شد، فرض بر این است که تقاضای خرده‌فروش در همه دوره‌ها از یک تابع توزیع یکسان پیروی می‌کند. بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{Var}(D_{t-1}) = \text{Var}(D_{t-N-1}) = \sigma^2$$

حال با استفاده از روابطی که در اثبات قضیه مطرح گشت و با توجه به رابطه (۱۴) اثبات مسئله کامل می‌گردد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \tilde{\text{Var}}(q) &= \left(1 + \frac{2L}{N} + \frac{2L^2}{N^2} \right. \\ &\quad \left. + 2z^2 L \left(\left(\frac{N-1}{N} \right) - \frac{2}{N} \left(\frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)} \right)^2 \right) \right) \sigma^2 \end{aligned}$$

بنابراین می‌توان برای اندازه‌گیری اثر شلاق چرمی رابطه زیر را توسعه داد. این رابطه را با استفاده از رابطه (۱۱) و قضایای ۱ و ۲ می‌توان به‌دست آورد. که به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} BW &= \frac{1}{\sigma^2} \left(1 + \frac{2L}{N} + \frac{2L^2}{N^2} + 2z^2 L \left(\left(\frac{N-1}{N} \right) - \frac{2}{N} \left(\frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)} \right)^2 \right) \right) \sigma^2 \\ BW &= 1 + \frac{2L}{N} + \frac{2L^2}{N^2} + 2z^2 L \left(\left(\frac{N-1}{N} \right) - \frac{2}{N} \left(\frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (19)$$

توسعه این رابطه از موارد نوآوری این تحقیق محسوب می‌شود و مزیت عمده آن در نظر گرفتن سطح سرویس در محاسبه اثر شلاق چرمی می‌باشد.

حال به اثبات روابط (۱۶) و (۱۷) می‌پردازیم. این روابط را در قضیه زیر اثبات خواهیم کرد:

قضیه ۳: اگر S برآورد انحراف معیار یا انحراف معیار نمونه از نمونه تصادفی X با توزیع نرمال باشد که پارامترهای آن نامعلوم است، روابط زیر قابل اثبات است:

$$E(S) = \sqrt{\frac{2}{n-1} \frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)}} \sigma$$

$$E(S^2) = \sigma^2$$

در واقع امید ریاضی انحراف معیار نمونه و همین‌طور امید ریاضی واریانس نمونه از روابط بالا به‌دست خواهند آمد.

اثبات: اگر X یک متغیر تصادفی از جامعه‌ای با توزیع نرمال باشد که پارامترهای آن نامشخص می‌باشند، و X_i یک نمونه تصادفی از این جامعه باشد، می‌توان رابطه زیر را اثبات کرد [۴۰]:

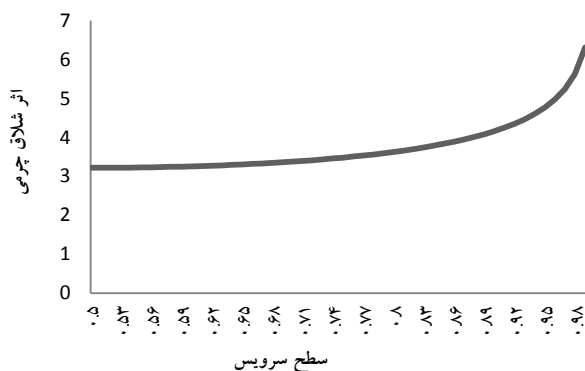
$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1} = \Gamma\left(\alpha = \frac{n-1}{2}, \lambda = \frac{1}{2}\right)$$

که در رابطه بالا، S^2 برآورد واریانس جامعه و یا واریانس نمونه می‌باشد و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

۴- نتایج عددی و تحلیل حساسیت

در این بخش با استفاده از تعدادی مثال و شبیه‌سازی دو مفهوم اثر شلاق چرمی و نسبت واریانس موجودی را باهم مقایسه می‌کنیم و همچنین به تحلیل حساسیت می‌پردازیم. در این مثال‌ها، برای تولید داده‌های تقاضای خرده‌فروش، هر جا که لازم باشد میانگین و واریانس داده‌ها ثابت باشد، از توزیع نرمال با میانگین ۵۰ و انحراف معیار ۱۵ استفاده خواهیم کرد. در این بخش اثر سطح سرویس، زمان انتظار و پارامتر مربوط به روش میانگین متحرک بر روی اثر شلاق چرمی و نسبت واریانس بررسی گردیده است و تحلیل حساسیت بر روی این پارامترها انجام گرفته است.

در ابتدا تأثیر سطح سرویس (Z) را بر روی اثر شلاق چرمی (رابطه ۱۹) مورد بحث قرار می‌دهیم. نمودار زیر تأثیر سطح سرویس را بر اثر شلاق چرمی نشان می‌دهد.



شکل (۵): تأثیر سطح سرویس بر روی اثر شلاق چرمی

شکل (۶) نشان می‌دهد سطح سرویس اثر مستقیمی بر روی اثر شلاق چرمی دارد. چند مطلب را از شکل می‌توان استنباط کرد. اول اینکه هرچه سطح سرویس بالاتر مدنظر باشد، اثر شلاق چرمی نیز شدیدتر خواهد شد. البته این مسئله قابل استدلال است. چرا که بالا رفتن سطح سرویس بدین معنا است که مرکز توزیع باید نسبت به قبل میزان ذخیره اطمینان بیشتری داشته باشد و بنابراین تغییرات میزان سفارش مرکز توزیع نسبت به قبل بیشتر می‌شود. به عبارت دیگر، نوسانات تقاضای خرده‌فروش باعث ایجاد نوسانات بیشتری در تقاضای مرکز توزیع نسبت به حالت سیستم با سطح سرویس پایین‌تر می‌گردد. بنابراین با افزایش سطح سرویس، واریانس سفارش خرده‌فروش بیشتر گشته و در نتیجه، اثر شلاق چرمی افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، اگر به رابطه‌ای که مقدار اثر شلاق چرمی را مشخص می‌کند (رابطه ۱۹) دقت کنیم، کاملاً مشخص است که اثر شلاق چرمی از حاصل جمع دو عبارت مجزا به دست می‌آید که در عبارت دوم، توان دوم Z نیز ضریبی است که در مابقی عبارت ضرب می‌گردد. از طرفی می‌دانیم سطح سرویس با Z رابطه مستقیم دارد [۴۰]. بنابراین هرچه سطح سرویس افزایش یابد، اثر

قضیه ۴: امید ریاضی و واریانس موجودی مرکز توزیع در طول مدت زمان انتظار از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$E(I) = \int_0^q (q-x)f_{D_L}(x)dx \quad (20)$$

$$\begin{aligned} Var(I) &= E(I^2) - (E(I))^2 \\ &= \int_0^q (q-x)^2 f_{D_L}(x)dx - \left(\int_0^q (q-x)f_{D_L}(x)dx\right)^2 \end{aligned} \quad (21)$$

که در رابطه بالا، $E(I)$ و $Var(I)$ به ترتیب امید ریاضی و واریانس موجودی مرکز توزیع، q میزان سفارش مرکز توزیع در هر دوره و $f_{D_L}(x)$ تابع توزیع تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار می‌باشد. همچنین x میزان تقاضای خرده‌فروش در هر دوره می‌باشد. اثبات: اگر y یک متغیر تصادفی باشد، برای به دست آوردن امید ریاضی و واریانس هر تابعی از متغیر تصادفی y مثل $U(y)$ روابط زیر وجود دارد [۴۰]:

$$\begin{aligned} E(U(y)) &= \int U(y)f_Y(y)dy \\ Var(U(y)) &= E([U(y)]^2) - [E(U(y))]^2 \end{aligned}$$

از طرف دیگر، میزان موجودی مرکز توزیع در هر دوره به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$I = \begin{cases} q-x & q \geq x \\ 0 & q < x \end{cases}$$

رابطه بالا بیان می‌کند اگر مقدار تقاضای خرده‌فروش کمتر از میزان سفارش مرکز توزیع باشد، موجودی آن دوره برابر با اختلاف میزان سفارش و تقاضا می‌باشد و اگر بیشتر بود، مشخص است که موجودی برابر صفر می‌شود و در واقع کمبود خواهیم داشت. از طرفی I تابعی از x می‌باشد. چرا که q یک مقدار ثابت است و فقط مقدار تقاضای خرده‌فروش است که دارای توزیع می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$E(I) = E(q-x) = \int_0^q (q-x)f_{D_L}(x)dx$$

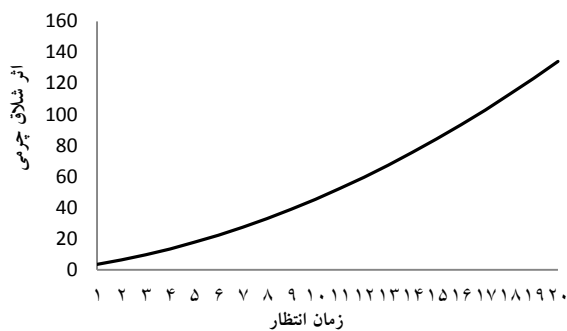
محاسبه واریانس تقاضا نیز دقیقاً به همین صورت می‌باشد که به رابطه (۲۱) خواهیم رسید. بنابراین اثبات کامل است. در نتیجه می‌توان نسبت واریانس موجودی را با استفاده از رابطه (۱۲) به دست آورد که به صورت زیر خواهد بود:

$$IV = \frac{\widehat{D} \left[\int_0^q (q-x)^2 f_{D_L}(x)dx - \left(\int_0^q (q-x)f_{D_L}(x)dx \right)^2 \right]}{\widehat{\sigma}^2 \int_0^q (q-x)f_{D_L}(x)dx} \quad (22)$$

این رابطه نیز، برای اولین بار توسعه داده شده است. نکته مهم در مورد رابطه (۲۲) این می‌باشد، که به علت نبودن اطلاعات در مورد میانگین و واریانس تقاضای خرده‌فروش، از برآورد میانگین و واریانس تقاضای خرده‌فروش به جای آن‌ها استفاده شده است. به علاوه، پرواضح است که برای پیدا کردن تابع توزیع تقاضای خرده‌فروش در طول مدت زمان انتظار، لازم است پارامترهای آن برآورد گردند. چرا که هیچ اطلاعی از میزان پارامترهای تابع توزیع تقاضای خرده‌فروش در دست نیست.

شکل (۸) می‌توان فهمید. اول اینکه سطح سرویس اثر چندانی بر روی نسبت واریانس موجودی ندارد. قبلاً نیز بدان اشاره شده بود. نکته دیگر که در این شکل مشخص است و می‌توان بدان اشاره کرد این است که مقدار اثر شلاق چرمی به مراتب کوچکتر از مقدار نسبت واریانس موجودی می‌باشد.

موضوع دیگری که بدان پرداخته خواهد شد، رابطه بین زمان انتظار و اثر شلاق چرمی می‌باشد. آنچه در ادبیات بسیار بدان اشاره گشته است این است که زمان انتظار و اثر شلاق چرمی رابطه مستقیمی باهم دارند. این موضوع به راحتی قابل تحلیل می‌باشد. از آنجایی که هرچه زمان انتظار بالا می‌رود، لازم است برای مدت زمان بیشتری تقاضای خرده‌فروش را برآورده کنیم و از آنجایی که اطلاعاتی از تقاضای خرده‌فروش وجود ندارد، این بالا رفتن مدت زمان لازم برای تقاضای خرده‌فروش دقت برآورد را پایین آورده و نتیجه آن بالا رفتن نوسان برآورد تقاضا است. بنابراین واریانس سفارش نیز بالا می‌رود. نتیجه اینکه اثر شلاق چرمی افزایش می‌یابد. نمودار زیر این مسئله را تأیید می‌کند.

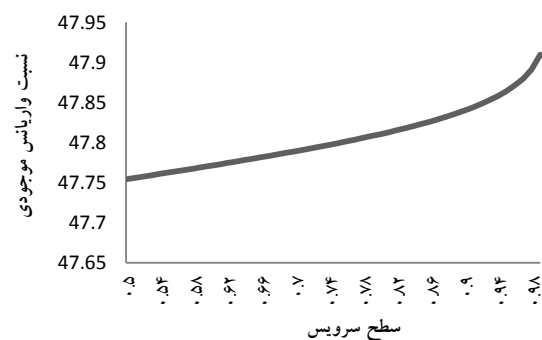


شکل (۸): رابطه بین اثر شلاق چرمی و زمان انتظار

دو مسئله را از این نمودار می‌توان فهمید. نکته اول اینکه رابطه بین اثر شلاق چرمی و زمان انتظار، یک رابطه مستقیم می‌باشد و دوم اینکه این رابطه تقریباً خطی می‌باشد. این دو مسئله در مورد رابطه بین نسبت واریانس موجودی و اثر شلاق چرمی نیز تقریباً صادق است. هرچند شیب نمودار نسبت واریانس موجودی به مراتب کمتر از شیب نمودار اثر شلاق چرمی می‌باشد. رابطه بین زمان انتظار و اثر شلاق چرمی و نسبت واریانس موجودی به صورت همزمان در نمودار زیر نشان داده شده است.

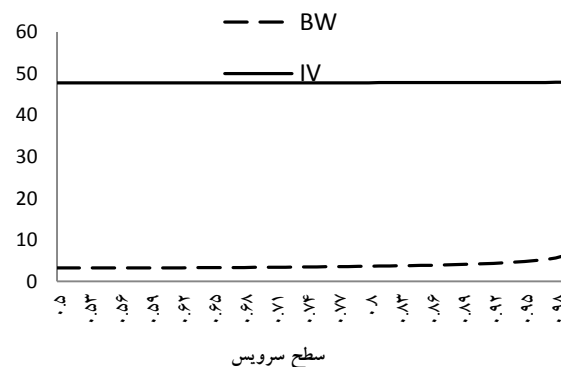
شلاق چرمی نیز افزایش می‌یابد و این رابطه به صورت توان دوم می‌باشد. بنابراین کلیات شکل به دست آمده نیز قابل توجیه است. دوم اینکه شیب نمودار در سطوح سرویس بالا به یکباره افزایش می‌یابد. این نشان می‌دهد برای افزایش سطح سرویس در زنجیره تأمین وقتی سطح سرویس مقداری بزرگ می‌باشد، مثلاً افزایش سطح سرویس از ۰/۸۵ به ۰/۹۵ باعث بالا رفتن بسیار زیاد اثر شلاق چرمی می‌گردد.

همچنین جهت مشخص شدن رابطه بین سطح سرویس و نسبت واریانس موجودی از شبیه‌سازی استفاده کردیم و در سطوح مختلف سرویس مقدار نسبت واریانس موجودی را به دست آوردیم. شکل (۷) نتیجه این شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.



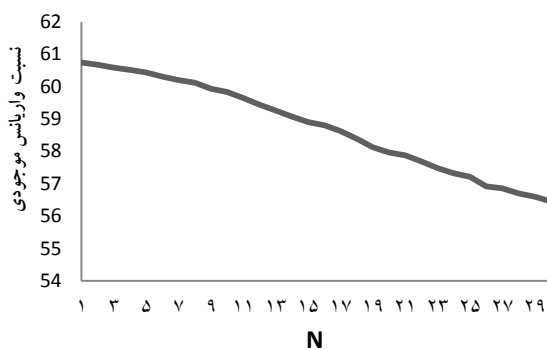
شکل (۶): تأثیر سطح سرویس بر روی نسبت واریانس موجودی

همان‌طور که در نمودار مشخص می‌باشد، سطح سرویس اثری مستقیم بر روی نسبت واریانس موجودی دارد. اما می‌توان گفت تأثیر سطح سرویس بر روی نسبت واریانس موجودی بسیار کم و قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد. این مسئله را می‌توان از روی شکل (۸) که به صورت همزمان تأثیر سطح سرویس را بر روی اثر شلاق چرمی و نسبت واریانس موجودی نشان می‌دهد مشاهده نمود.

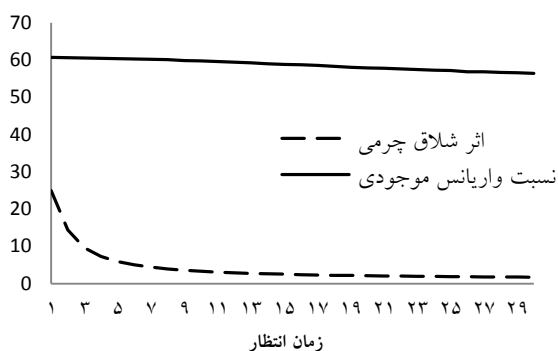


شکل (۷): مقایسه تأثیر سطح سرویس بر اثر شلاق چرمی و نسبت واریانس موجودی

شکل (۸) به صورت همزمان تأثیر سطح سرویس را بر اثر شلاق چرمی و نسبت واریانس موجودی نمایش می‌دهد. دو نکته مهم را از



شکل (۱۱): رابطه بین نسبت واریانس موجودی و N

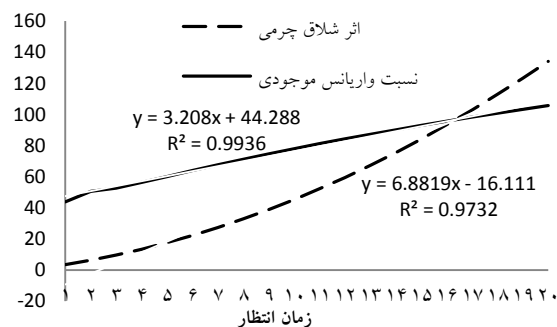


شکل (۱۲): نمایش همزمان رابطه اثر شلاق چرمی و نسبت واریانس موجودی با N

۵- نتیجه و جمع‌بندی

در این مقاله، روابط جدیدی را برای محاسبه میزان شلاق چرمی، نسبت واریانس میزان سفارش و نسبت واریانس موجودی در یک زنجیره تأمین سه سطحی ارائه نمودیم و این موارد را اندازه‌گیری کردیم. در این بررسی از روش میانگین متحرک جهت برآورد مقدار تقاضا استفاده نمودیم. همچنین تأثیر سطح سرویس، زمان انتظار و پارامتر موجود در روش میانگین متحرک را بر اثر شلاق چرمی مورد بررسی قرار دادیم. قابل توجه اینکه روش‌های پیشین محاسبه اثر شلاق چرمی که از روش میانگین متحرک جهت برآورد تقاضا استفاده کرده‌اند، تأثیر سطح سرویس را نادیده گرفته‌اند، بنابراین یکی از تمایزهای رابطه جدید، در نظر گرفتن سطح سرویس در توسعه این رابطه می‌باشد. در اینجا نشان دادیم که سطح سرویس، تأثیر بسیار زیادی بر روی اثر شلاق چرمی می‌گذارد و با افزایش آن، اثر شلاق چرمی به شدت افزایش می‌یابد.

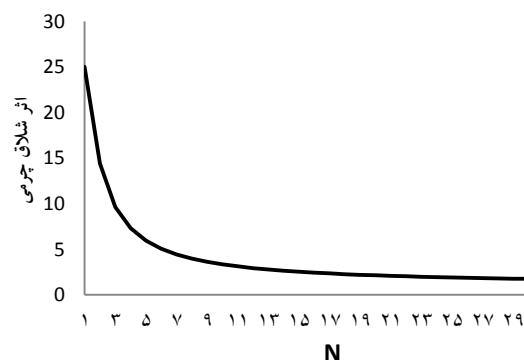
در این مقاله فرض کردیم که تقاضای خرده‌فروش در دوره‌های مختلف، مستقل از یکدیگر می‌باشند. همچنین فرض کردیم که تقاضای خرده‌فروش در دوره‌های مختلف، از تابع توزیع نرمال با پارامترهای یکسان پیروی می‌کند. برای تحقیقات آتی هر کدام از این فرض‌های توان‌تغییر داده شود. همچنین در اینجا یک زنجیره تأمین سه سطحی خطی با در نظر گرفتن یک محصول مورد بررسی قرار گرفته است که در تحقیقاتی آتی، می‌توان یک زنجیره تأمین با



شکل (۹): مقایسه تأثیر زمان انتظار بر اثر شلاق چرمی و نسبت واریانس موجودی

در شکل (۱۰) به طور واضح می‌توان دید که شیب نمودار نسبت واریانس موجودی به مراتب از شیب نمودار اثر شلاق چرمی کمتر می‌باشد. همانطوری که در شکل، محاسبه برازش خط مستقیم بر روی نمودار مشخص شده، برای هر دو نمودار همبستگی بسیار بالایی وجود دارد. لیکن مقدار همبستگی بالا (R^2) در برازش خط در هر دو نمودار نشان می‌دهد که رابطه خطی بین زمان انتظار و اثر شلاق چرمی همچنین زمان انتظار و نسبت واریانس موجودی وجود دارد.

همچنین می‌توان رابطه معناداری بین N و اثر شلاق چرمی را پیدا کرد. این رابطه در نمودار زیر نشان داده شده است.



شکل (۱۰): رابطه بین اثر شلاق چرمی و N

همان‌طور که از شکل (۱۱) مشخص است، رابطه‌ای منفی بین N و اثر شلاق چرمی وجود دارد. البته باید گفت که با بزرگ شدن N این تأثیر کاهش یافته و در مقادیر بزرگ N، مقدار اثر شلاق چرمی تقریباً ثابت می‌گردد. همچنین رابطه N با نسبت واریانس موجودی برعکس می‌باشد. به عبارت دیگر با افزایش N مقدار نسبت واریانس موجودی کاهش می‌یابد. این مسئله را می‌توان از شکل (۱۲) فهمید. در این نمودار هرچه N افزایش می‌یابد، مقدار نسبت واریانس موجودی کم می‌شود. لیکن باید در نظر داشت که شدت این کاهش به مراتب از شدت کاهش اثر شلاق چرمی کمتر است. ضمن اینکه اثر شلاق چرمی مقدار کمتری نسبت به نسبت واریانس موجودی دارد. شکل (۱۳) این مسئله را نشان می‌دهد.

- [17] Warburton, R.D. (2004). An analytical investigation of the bullwhip effect, *Production and Operations Management*, vol. 13:150-160.
- [18] Disney, S.M., Farasyn, I., Lambrecht, M., Towill, D.R., de Velde, W.V. (2006). Taming the bullwhip effect whilst watching customer service in a single supply chain echelon, *European Journal of Operational Research*, vol. 173: 151-172.
- [19] Kim, J.G., Chatfield, D., Harrison TP, Hayya JC. (2006). Quantifying the bullwhip effect in a supply chain with stochastic lead time, *European Journal of Operational Research*, vol. 173: 617-636.
- [20] Chen, Y., Disney, S. (2007). The myopic order-up-to policy with a proportional feedback controller, *International Journal of Production Research*, vol. 45: 351-368.
- [21] Hosoda, T., Naim, M.M., Disney, S.M., Potter, A. (2008). Is there a benefit to sharing market sales information? Linking theory and practice, *Computers & Industrial Engineering*, vol. 54: 315-326.
- [22] Jakšič, M., Rusjan, B. (2008). The effect of replenishment policies on the bullwhip effect: A transfer function approach, *European Journal of Operational Research*, vol. 184: 946-961.
- [23] Kelepouris, T., Miliotis, P., Pramataris, K. (2008). The impact of replenishment parameters and information sharing on the bullwhip effect: A computational study, *Computers & Operations Research*, vol. 35:3657-3670.
- [24] Agrawal, S., Sengupta, R.N., Shanker, K. (2009). Impact of information sharing and lead time on bullwhip effect and on-hand inventory, *European Journal of Operational Research*, vol. 192: 576-593.
- [25] Boute, R.N., Disney, S.M., Lambrecht, M.R., Van Houdt, B. (2007). An integrated production and inventory model to dampen upstream demand variability in the supply chain, *European Journal of Operational Research*, vol. 178: 121-142.
- [26] Sucky E. (2009). The bullwhip effect in supply chains-An overestimated problem?, *International Journal of Production Economics*, vol. 118, pp. 311-322.
- [27] Xie Y, editor. (2009). The influences of fuzzy demand forecast on bullwhip effect in a serial supply chain, pp. 1424-1428.
- [28] Coppini M., Rossignoli, C., Rossi, T., Strozzi, F. (2010). Bullwhip effect and inventory oscillations analysis using the beer game model, *International Journal of Production Research*, vol. 48: 3943-3956.
- [29] Cannella S, Ciancimino E. (2010). On the bullwhip avoidance phase: Supply chain collaboration and order smoothing, *International Journal of Production Research*, vol. 48: 6739-6776.
- [30] Li, X., Song, L., Zhao, Z. (2011). Bullwhip effect measure in a seasonal supply chain, *Journal of Intelligent Manufacturing*: 1-11.
- [31] Li, X., Song, L., Zhao, Z. (2011). Quantifying the impact of demand substitution on the bullwhip effect in a supply chain, *Logistics Research*, vol. 3: 221-232.
- [32] Ciancimino, E., Cannella, S., Bruccoleri, M., Framinan, J.M. (2012). On the Bullwhip Avoidance Phase: The Synchronised Supply Chain, *European Journal of Operational Research*, vol. 221: 49-63.
- [33] Li, C. (2013). Controlling the bullwhip effect in a supply chain system with constrained information flows, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 37:1897-1909.
- [34] Chatfield, D.C., Pritchard, A.M. (2013). Returns and the bullwhip effect, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 49:159-175.

چند خرده‌فروش و چند محصول را در نظر گرفت و محاسبات را برای آن توسعه داد.

مراجع

- [1] Lee, H.L., Padmanabhan, V., Whang, S. (1997). The Bullwhip Effect In Supply Chains¹, *Sloan management review*, vol. 38: 93-102.
- [2] Simchi-Levi, D., kaminski, P., Simchi-Levi, E. (2007). *Designing and Managing The Supply Chain Concepts, Strategies and Case Studies*: McGraw-Hill Education.
- [3] Towill, D.R., Zhou, L., Disney, S.M. (2007). Reducing the bullwhip effect: Looking through the appropriate lens, *International Journal of Production Economics*, vol. 108: 444-453.
- [4] Bhattacharya, R., Bandyopadhyay, S. (2011). A review of the causes of bullwhip effect in a supply chain, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 54: 1245-1261.
- [5] Towill, D.R., Zhou L, Disney SM. (2007). Reducing the bullwhip effect: Looking through the appropriate lens, *International Journal of Production Economics*, vol. 108: 444-453.
- [6] Nepal, B., Murat, A., Babu Chinnam, R. (2012). The bullwhip effect in capacitated supply chains with consideration for product life-cycle aspects, *International Journal of Production Economics*, vol. 136: 318-331.
- [7] Hussain, M., Drake, P.R. (2011). Analysis of the bullwhip effect with order batching in multi-echelon supply chains, *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, vol. 41: 972-990.
- [8] Geary, S., Disney, S.M., Towill, D.R. (2006). On bullwhip in supply chains—historical review, present practice and expected future impact, *International Journal of Production Economics*, vol. 101: 2-18.
- [9] Lee, H.L., Padmanabhan, V., Whang, S. (1997). Information distortion in a supply chain: the bullwhip effect, *Management Science*: 546-558.
- [10] Lambrecht, M., Dejonckheere, J. (1999). A bullwhip effect explorer, *DTEW Research Report*, 9910:1-32.
- [11] Chen, F., Drezner, Z., Ryan, J.K., Simchi-Levi, D. (2000). Quantifying the bullwhip effect in a simple supply chain: the impact of forecasting, lead times, and information, *Management Science*, vol. 46, pp. 436-443.
- [12] Disney, S.M., Towill, D.R. (2002). A discrete transfer function model to determine the dynamic stability of a vendor managed inventory supply chain, *International Journal of Production Research*, vol. 40:179-2.
- [13] Dejonckheere, J., Disney, S.M., Lambrecht, M.R., Towill, D.R. (2003). Measuring and avoiding the bullwhip effect: A control theoretic approach, *European Journal of Operational Research*, vol. 147: 567-590.
- [14] Chatfield, D.C., Kim, J.G., Harrison, T.P., Hayya JC. (2004). The bullwhip effect—impact of stochastic lead time, information quality, and information sharing: a simulation study, *Production and Operations Management*, vol. 13:340-353.
- [15] Dejonckheere, J., Disney, SM, Lambrecht MR, Towill DR. (2004). The impact of information enrichment on the bullwhip effect in supply chains :A control engineering perspective, *European Journal of Operational Research*, vol. 153: 727-750.
- [16] Disney, S., Towill, D., Van de Velde, W. (2004). Variance amplification and the golden ratio in production and inventory control, *International Journal of Production Economics*, vol. 90: 295-309.

- [۳۵] شیرمحمدی، ع. ح. (۱۳۹۱). اصول برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها، انتشارات ارکان دانش.
- [36] Johnson, L.A, Montgomery, D.C. (1974). Operations research in production planning ,scheduling, and inventory control vol. 6: Wiley New York, NY.
- [37] Kahn, J.A. (1987). Inventories and the Volatility of Production, *The American Economic Review*: 667-679.
- [38] Luong, H.T. (2007). Measure of bullwhip effect in supply chains with autoregressive demand process, *European Journal of Operational Research*, vol. 180:1086-1097.
- [39] Zinn, W., Levy, M., Bowersox, D.J. (1989). Measuring the effect of inventory centralization/decentralization on aggregate safety stock: the'square root law'revisited, *Journal of Business Logistics*, vol. 10: 1-14.
- [40] Freund, J.E., Miller, M., John, E. (2004). *Freund's mathematical statistics with applications*, Pearson Education India.
- [41] Sheldon, R. (2002). *A first course in probability*, Pearson Education India.
- [42] Disney, S.M., Towill, D.R. (2003). On the bullwhip and inventory variance produced by an ordering policy, *Omega*, vol. 31:157-167.
- [43] Disney, S.M., Lambrecht. M.R. (2008). *On replenishment rules, forecasting, and the bullwhip effect in supply chains*, Now Publishers Inc.
- [44] Ross, A., Jayaraman, V. (2008). An evaluation of new heuristics for the location of cross-docks distribution centers in supply chain network design, *Computers and Industrial Engineering*, vol. 55: 64-79.



Measuring Bullwhip effect in a pipeline 3-stage supply chain using moving average method for demand forecasting

H. Khosroshahi¹, S. M. Moattar Husseini^{2,*}, M. R. Marjani³

1. Department of Industrial Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran
2. Department of Industrial Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran
3. Department of Industrial engineering, Qom University of technology, Qom, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received 19 April 2014
Accepted 27 October 2014

Keywords:

Bullwhip Effect
Supply Chain
Order Rate Variance ratio
Inventory Variance ratio
Service Level

ABSTRACT

Bullwhip effect, which is an undeniable phenomenon in a supply chain; imposes considerable negative impact on the performance and the effectiveness of the chain. There are varieties of causes known for the presence of this phenomenon, among which lack of accurate and in-time demand information as well as long lead times are of the most important ones. To manage the bullwhip effect, this factor needs to be measured accurately. In this paper considering a 3-stage supply chain consisting of supplier, warehouse and retail stages we propose a new method to quantify the bullwhip effect at the warehouse level. The method uses Moving Average (MA) technique to forecast the demand. This paper, using numerical examples, illustrates the performance of the proposed method to measure the bullwhip effect as well as to quantify order rate variance ratio (OVR) and inventory variance ratio (IV). It is also argued that the proposed method, due to its not using some simplifying assumptions, represents better accuracy as compared to some other existing bullwhip effect quantifying methods. The paper also represents the capability of the proposed method for the bullwhip effect sensitivity analysis with regard to the service level parameter.

* Corresponding author. Saed Mohammad Moattar Husseini
Tel: +98 21 64545382; E-mail addresses: moattarh@aut.ac.ir