

DOI: <https://dx.doi.org/10.22084/IER.2024.5572>

## نمودار کنترل و رویکرد افزایش توان تشخیص برای پایش قابلیت فرآیند توزیع لجستیک

کامیار صبری لقائی<sup>۱\*</sup>، سودا جانعلی پورجنیزه<sup>۲</sup>

۱. دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فناوری‌های صنعتی، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران

۲. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کارابوک، کارابوک، ترکیه

### خلاصه

قابلیت فرآیند یکنواختی و تکرارپذیری یک فرآیند را باتوجه به نیازمندی‌های مشتری و مشخصات محصول اندازه‌گیری می‌کند. توسعه نمودارهای کنترل برای قابلیت فرآیند، راه جامع‌تری برای پایش عملکرد فرآیند ارائه می‌دهد. در این تحقیق، یک نمودار کنترل برای پایش قابلیت فرآیند فرآیندهایی که از توزیع لجستیک پیروی می‌کنند، ارائه شده است. در این نمودار کنترل، بازه فرآیند براساس پارامترهای توزیع فرآیند پایش می‌شود. همچنین، در این تحقیق رویکردی برای افزایش توان تشخیص نمودار کنترل پیشنهاد شده است. مزیت نمودار کنترل پیشنهادی توانایی آن در پایش همزمان پارامترهای توزیع فرآیند است. عملکرد نمودار کنترل از طریق آزمایش‌های شبیه‌سازی براساس شاخص‌های میانگین طول اجرا (ARL) و انحراف استاندارد طول اجرا (SDRL) ارزیابی می‌شود. باتوجه به نتایج شبیه‌سازی، نمودار کنترل پیشنهادی می‌تواند عملکرد مؤثری در تشخیص شرایط خارج از کنترل داشته باشد.

### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۲/۸/۲۴

پذیرش ۱۴۰۲/۱۰/۱۹

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

قابلیت فرآیند

بازده فرآیند

نمودار کنترل

توزیع لجستیک

پایش فرآیند

### ۱. مقدمه

نمودارهای کنترل به‌طور قابل توجهی در کنترل فرآیندهای آماری و نظارت بر میانگین و پراکندگی فرآیندها برای افزایش رضایت مشتری و کیفیت فرآیند اعمال می‌شوند. با این حال، یک فرآیند تحت کنترل نیز ممکن است منجر به تولید محصولات نامنطبق شود. در این راستا، فرآیندها باید بتوانند مشخصات محصول را که براساس نیاز مشتری تعریف شده است، برآورده کنند [۱]. قابلیت فرآیند یکنواختی و تکرارپذیری یک فرآیند را باتوجه به نیازهای مشتری و مشخصات محصول اندازه‌گیری می‌کند. برای این منظور، شاخص‌های قابلیت فرآیند (PCIs<sup>۲</sup>) برای ارزیابی ساده‌تر این مورد و همچنین تجزیه و تحلیل بهتر توزیع فرآیند توسعه داده می‌شوند. CIها نقش مهمی در نظارت و تجزیه و تحلیل کیفیت فرآیندها دارند [۲]. میانگین، پراکندگی و مطلوبیت یک فرآیند را می‌توان به‌طور

همزمان از طریق PCIها مورد مطالعه قرار داد. مقادیر مناسب‌تر PCI با بازده بالاتر و ضایعات کمتر فرآیند همراه هستند. بنابراین، کیفیت محصول و عملکرد فرآیند را می‌توان به‌طور مؤثر توسط PCIها اندازه‌گیری کرد [۳]. جوران و گادفری [۴] اولین PCI را پیشنهاد کردند. پس از آن، بسیاری از نویسندگان PCIهای مختلفی را توسعه دادند. با این حال، اکثر محققان بر روی PCIها برای مشخصه‌های کیفی نرمال تمرکز کرده‌اند [۲، ۷-۵]. در همین راستا،  $C_{pm}$ ،  $C_{pk}$ ،  $C_p$  و  $C_{pmk}$  پرکاربردترین PCIها هستند [۱]. اگر میانگین و پراکندگی یک فرآیند نرمال به ترتیب  $\mu$  و  $\sigma$  باشد، شاخص PCI متداولی که مورد استفاده قرار می‌گیرد به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۸]:

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right\}$$

موقعیت‌های مختلفی در دنیای واقعی وجود دارد که در آنها

باشد. در همین راستا، جانعلی پور و همکاران [۳۲] نمودارهای کنترل جدیدی برای پایش قابلیت فرآیند مشخصه‌های کیفی نرمال، لگ نرمال و وایبل توسعه دادند که با استفاده از آن‌ها بازده فرآیند براساس پارامترهای توزیع فرآیند پایش می‌شود. آن‌ها یک نمودار واحد برای پایش همزمان پارامترهای توزیع فرآیند معرفی کردند.

در این تحقیق، براساس رویکرد ارائه شده در تحقیق جانعلی پور و همکاران [۳۲] یک PCMC جدید توسعه داده شده است که با استفاده از آن پارامترهای توزیع لجستیک در یک نمودار واحد پایش می‌شوند. در این راستا، از شاخص بازده فرآیند برای تعیین کمیت قابلیت فرآیند استفاده می‌شود. در این نمودار از میانگین و واریانس مشخصه‌های کیفی برای به دست آوردن پارامترهای توزیع و پایش قابلیت فرآیند استفاده شده است. علاوه بر این، روشی برای افزایش قدرت تشخیص نمودار کنترل پیشنهاد شده است. عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی در تشخیص انحرافات فرآیند تولید با توجه به شاخص‌های میانگین طول اجرا ( $ARL^1$ ) و انحراف استاندارد طول اجرا ( $SDRL^1$ ) از طریق مطالعات شبیه‌سازی گسترده ارزیابی می‌شود. به صورت خلاصه نوآوری‌های این پژوهش را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

- ارائه یک نمودار کنترل جدید جهت پایش قابلیت فرآیند مشخصه‌های کیفی با توزیع لجستیک
- ارائه یک رویکرد جدید جهت بهبود قدرت تشخیص نمودارهای کنترل.

ادامه مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است. در بخش ۲، توزیع احتمال لجستیک به طور خلاصه شرح داده شده است. بخش ۳ منطق توسعه نمودار کنترل پیشنهادی را ارائه می‌دهد. در بخش ۴، روشی برای تقویت قدرت تشخیص نمودار کنترل ارائه شده است. بخش ۵ به طراحی نمودار کنترل اختصاص یافته است. رویکرد انجام آزمایش‌های شبیه‌سازی در بخش ۶ ارائه شده است. در بخش‌های ۷ و ۸ به ترتیب نتایج آزمایش‌های شبیه‌سازی و یک مثال کاربردی بیان شده است. سرانجام، بخش ۹ نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی را برای تحقیقات آینده ارائه می‌دهد.

## ۲. توزیع لجستیک

اگر  $W$  یک متغیر تصادفی باشد که از توزیع لجستیک با پارامترهای  $\mu$  و  $s$  پیروی می‌کند، در آن صورت تابع توزیع احتمال (PDF) و تابع توزیع تجمعی (CDF) آن را می‌توان به ترتیب به صورت زیر نوشت:

$$f(W) = \frac{e^{-\frac{(W-\mu)}{s}}}{s \left(1 + e^{-\frac{(W-\mu)}{s}}\right)^2} \quad (1)$$

$$F(W) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{(W-\mu)}{s}}} \quad (2)$$

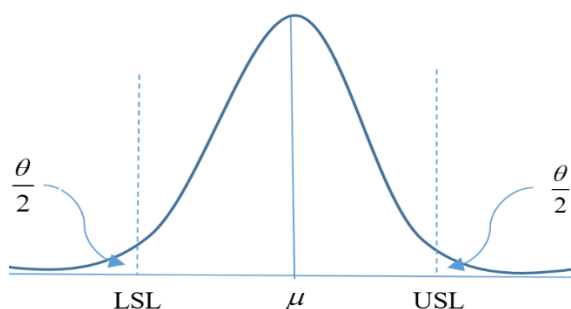
اگر  $\mu = 0$  و  $s = 1$  باشد، توزیع به دست آمده را اصطلاحاً توزیع لجستیک استاندارد می‌نامند. در این توزیع، مانند توزیع نرمال، اگر  $W$

مشخصه‌های کیفی لزوماً توزیع نرمال ندارند [۸]. بنابراین، برای داشتن نتایج دقیق و قابل اعتماد، PCI‌های توسعه یافته برای توزیع نرمال نباید در چنین مواردی اعمال شوند [۲]. در این رابطه، کوچرلاکوتا و همکاران [۹]، و کوچرلاکوتا و کوچرلاکوتا [۱۰] اثر نمونه برداری از توزیع‌های غیرنرمال را بر PCI‌های توسعه یافته برای مشخصه‌های کیفی نرمال مورد مطالعه قرار دادند. پنگ [۱۱] فرآیندهایی را با توزیع‌های اریب در نظر گرفت و PCI‌های مبتنی بر چندک را بررسی کرد. کانام و همکاران [۱۲] و پانیچکیتکوسولکول [۱۳]، PCI‌هایی برای توزیع نیم-لجستیک مورد مطالعه قرار دادند. راثو و همکاران [۱۴] یک بازه اطمینان بوت استرپ برای PCI توزیع‌های ریلی معکوس و لگ لجستیک ایجاد کردند. علاوه بر تلاش‌های صورت گرفته برای توسعه PCI‌های مبتنی بر توزیع نرمال و غیرنرمال، محققانی نیز وجود دارند که سعی در پایش این PCI‌ها داشته‌اند.

هدف نمودارهای کنترل سنتی تنها نظارت بر میانگین و پراکندگی فرآیندها است. با این وجود، توسعه نمودارهای کنترل برای PCI‌ها راه جامع‌تری برای پایش عملکرد فرآیند ارائه می‌دهد. با استفاده از نمودارهای پایش قابلیت فرآیند ( $PCMC^1$ )، کیفیت محصول و عملکرد فرآیند می‌تواند به طور همزمان پایش شود [۳، ۱۵]. اخیراً کو و همکاران [۱۶] نمودار کنترل جدیدی برای پایش قابلیت فرآیند توسعه دادند که بین اطلاعات مرتبط با دقت و صحت تفاوت قائل می‌شود. ونگ و همکاران [۱۷] نمودار کنترل با اندازه نمونه متغیر برای پایش شاخص‌های قابلیت فرآیند ارائه دادند. برخی محققان نیز به طراحی بهینه نمودارهای کنترل برای پایش قابلیت فرآیند [۱۸] و همچنین توسعه رویکردهایی در تعیین نقطه تغییر در پایش این شاخص پرداخته‌اند [۱۹].

همان‌طور که اشاره شد، نمودارهای کنترل مختلفی برای پایش PCI‌ها معرفی شده‌اند. در این بین، اسپایرینگ [۲۰، ۲۱]، بویلز [۲۲]، سرکار و پال [۲۳]، سوبرامانی [۲۴، ۲۵]، چن و همکاران [۲۶]، سوبرامانی و بالامورالی [۲۷] و احمد و همکاران [۲۸] PCMC‌هایی برای مشخصه‌های کیفی نرمال توسعه داده‌اند. از طرفی، لیائو [۲۹] و اسلام و همکاران [۳۰] PCMC‌ها را برای مشخصه‌های کیفی غیرنرمال به کار برده‌اند. همچنین، برخی از محققان PCMC‌ها را برای مشخصه‌های کیفی یک طرفه توسعه داده‌اند [۱۵، ۲۶]. نمودارهای ترکیبی سنتی و کنترل قابلیت فرآیند نیز توسط محققان مورد بررسی قرار گرفته است [۳۱]. با این حال، PCMC‌های توسعه یافته معمولاً تأثیر همه پارامترهای توزیع فرآیند را بر PCI در نظر نمی‌گیرند. در این شاخص‌ها، یک معیار واحد ایجاد می‌شود و PCI را نمی‌توان براساس پارامترهای مختلف فرآیند پایش کرد. به عنوان مثال، براساس تغییرات PCI نمی‌توان بین تغییرات میانگین یا پراکندگی تفاوت قائل شد. برای این منظور، توسعه یک PCMC که در آن تغییرات قابلیت فرآیند براساس پارامترهای توزیع فرآیند پایش می‌شود، می‌تواند بسیار مفید

نرخ عدم انطباق بیشتر از  $\theta$  هستند. بنابراین، اگر جفت پارامترهای  $\mu$  و  $s$  در داخل منحنی قرار گیرد، می‌توان نتیجه گرفت که توزیع مشاهدات مطلوب است.

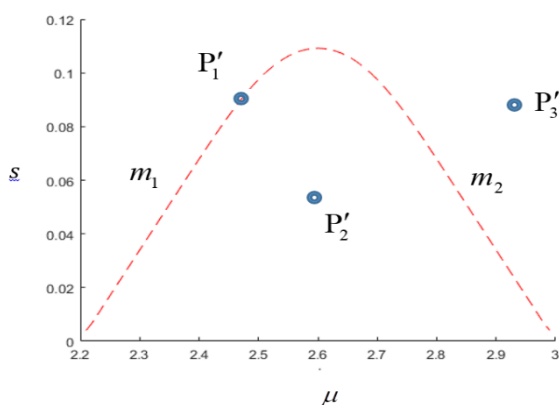


شکل (۱). توزیع لجستیک

براساس تابع توزیع تجمعی لجستیک و شکل (۱) داریم:

$$F(USL) - F(LSL) = 1 - \theta \quad (3)$$

فرض می‌کنیم که پارامترهای  $\mu$  و  $s$  مستقل هستند. برای یک مقدار مشخص از  $\theta$ ، تعداد بسیار زیادی از جفت پارامترهای  $\mu$  و  $s$  وجود دارد که معادله (۳) برای آن‌ها صادق است. به عبارت دیگر، اگر یکی از این دو پارامتر تغییر کند، می‌توان مقداری برای پارامتر دیگر پیدا کرد که نرخ عدم انطباق را حفظ می‌کند. به عنوان مثال، تمام جفت‌های ممکن از پارامترهای  $\mu$  و  $s$  که معادله (۳) با  $LSL = 2.2$ ،  $USL = 3$  و  $\theta = 0.05$  برای آن‌ها صادق است در شکل (۲) نشان داده شده است. این مقادیر با حل عددی معادله (۳) برای مقادیر مختلف پارامترهای  $\mu$  و  $s$  به دست آمده‌اند.



شکل (۲). رابطه بین پارامترهای توزیع لجستیک برای  $\theta = 0.05$

برای پایش پارامترهای توزیع لجستیک، منحنی شکل (۲) را با استفاده از برخی روابط ساده تقریب می‌زنیم. مطالعات تجربی نشان می‌دهند که لبه‌های منحنی شکل (۲) دارای شیب ثابت هستند. در همین راستا، از قضیه ۱ استفاده می‌کنیم تا این منحنی را با استفاده از یک ذوزنقه تقریب بزیم.

قضیه ۱. منحنی شکل (۲) را می‌توان با ذوزنقه‌ای مانند شکل (۳) تقریب زد که لبه‌های چپ و راست آن به ترتیب دارای شیب ثابت  $m_1$

از توزیع لجستیک با پارامترهای  $\mu$  و  $s$  پیروی کند، آنگاه متغیر تصادفی  $Z = (W - \mu)/s$  از توزیع لجستیک استاندارد پیروی خواهد کرد. در اینجا، ما از  $\Phi_L(z)$  برای نشان دادن CDF توزیع استاندارد لجستیک استفاده می‌کنیم. میانگین و واریانس توزیع لجستیک در جدول (۱) نشان داده شده است.

جدول (۱). مشخصات توزیع لجستیک

توزیع	میانگین	واریانس	پارامترها
لجستیک	$\mu$	$\frac{s^2 \pi^2}{3}$	مکان $\mu$ مقیاس $s$

### ۳. توسعه نمودار کنترل

در این بخش، یک نمودار کنترل جدید برای پایش قابلیت یک فرآیند در تولید محصولات منطبق پیشنهاد می‌شود. در این راستا، همانند تحقیق جانعلی‌پور و همکاران [۳۲] فرض ۱ برای توسعه نمودار اتخاذ شده است.

فرض ۱. یک توزیع احتمال تحت کنترل است اگر احتمال قرار گرفتن یک مشاهده بین حدود مشخصه‌های فنی آن بیشتر از یک مقدار از پیش تعیین شده باشد. به عبارت دیگر،

$$P(LSL \leq X \leq USL) \geq 1 - \theta$$

که در آن  $X$  متغیر تصادفی مرتبط با مشخصه کیفی،  $USL$  و  $LSL$  به ترتیب حد پایین و بالای مشخصه کیفی و  $\theta$  نرخ عدم انطباق مورد انتظار می‌باشند. عملکرد فعلی فرآیند تولید می‌تواند برای تعیین مقدار  $\theta$  مورد استفاده قرار گیرد. از طرف دیگر، تعیین مقدار  $\theta$  می‌تواند براساس یک تصمیم مدیریتی انجام گیرد. ■

بنابراین، در این تحقیق و براساس فرض ۱، یک نمودار کنترل جدید برای پایش پارامترهای توزیع لجستیک یا تبدیلات ساده‌ای از آن‌ها توسعه داده می‌شود. این نمودار شامل یک منطقه پذیرش و یک منطقه رد است. اگر پارامترهای توزیع یا تبدیلی از آن‌ها در ناحیه پذیرش قرار گیرند، می‌توان نتیجه گرفت که توزیع فرآیند قابل قبول است. به عبارت دیگر، مشخصه‌های کیفی محصولات حداقل با احتمال  $(1 - \theta)$  بین حدود مشخصه‌های فنی قرار دارند. به منظور برآورد پارامترهای توزیع یا تبدیلاتی از آن‌ها، از میانگین و واریانس نمونه‌ای از مشاهدات استفاده می‌شود.

این نمودار شامل مناطق پذیرش و رد خواهد بود. این بدان معنی است که اگر پارامترهای میانگین و مقیاس توزیع لجستیک در منطقه پذیرش قرار داشته باشد، آنگاه نرخ عدم انطباق کمتر یا مساوی  $\theta$  خواهد بود و در غیر این صورت، بیشتر از  $\theta$  می‌باشد. توزیع لجستیک با پارامترهای  $\mu$  و  $s$  در شکل (۱) نشان داده شده است.

در شکل (۲)، محور افقی نماینده پارامتر  $\mu$  و محور عمودی نماینده پارامتر  $s$  است. در این شکل، نقاطی مانند  $P_1'$  که دقیقاً روی منحنی قرار دارند، نرخ عدم انطباق یکسان  $\theta$  دارند. به طور مشابه، نقاطی مانند  $P_2'$  که در داخل منحنی قرار دارند، نرخ عدم انطباق کمتر از  $\theta$  دارند. همچنین، نقاطی مانند  $P_3'$  که خارج از منحنی قرار می‌گیرند دارای

$$s = -\frac{1}{\Phi_L^{-1}(\theta)} \cdot \mu + \frac{LSL}{\Phi_L^{-1}(\theta)} \quad (10)$$

بنابراین، شیب لبه سمت چپ برابر با  $-1/\Phi_L^{-1}(\theta)$  است. به همین ترتیب، برای به دست آوردن رابطه لبه سمت راست، حالت خاص دیگری در نظر گرفته می شود. در این حالت، مقداری به پارامتر  $\mu$  اختصاص می یابد که احتمال اینکه مشاهدات فراتر از  $LSL$  قرار گیرند تقریباً صفر باشد. بنابراین، رابطه لبه سمت راست را می توان به صورت رابطه (۱۱) به دست آورد.

$$s = -\frac{1}{\Phi_L^{-1}(1-\theta)} \cdot \mu + \frac{USL}{\Phi_L^{-1}(1-\theta)} \quad (11)$$

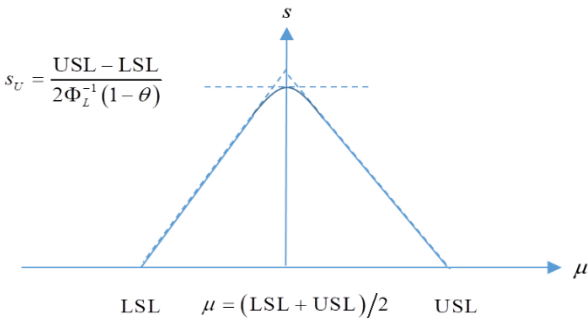
بنابراین، شیب لبه سمت راست برابر با  $1/\Phi_L^{-1}(1-\theta)$  است. از روابط (۱۰) و (۱۱) می توان نتیجه گرفت که نمودار متقارن است. بنابراین، یال ها در نقطه  $\mu = (USL + LSL)/2$  همدیگر را قطع می کنند که در آن رابطه زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{2} &= P\left(\frac{X-\mu}{s} \leq \frac{LSL-\mu}{s}\right) \\ &= P\left(\frac{X-\mu}{s} \geq \frac{USL-\mu}{s}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

با جایگزینی  $\mu = (USL + LSL)/2$  در رابطه (۱۲) و انجام عملیات ساده ریاضی، حد بالایی برای پارامتر  $s$  به صورت رابطه (۱۳) به دست می آید.

$$s_U = \frac{USL - LSL}{2\Phi_L^{-1}(1-\theta)} \quad (13)$$

حد بالای انحراف معیار و تقاطع لبه ها را می توان در شکل (۵) مشاهده کرد.



شکل (۵). لبه ها و تقاطع آن ها

حال مختصات تقاطع  $s_U$  با یال ها را به دست می آوریم. با جایگزینی در معادلات (۱۰) و (۱۱)، مختصات افقی تقاطعات  $s_U$  با لبه ها به صورت معادلات (۱۴) و (۱۵) محاسبه می شود.

$$\mu_1 = LSL - \frac{(USL - LSL)\Phi_L^{-1}(\theta)}{2\Phi_L^{-1}(1-\theta/2)} \quad (14)$$

$$\mu_2 = USL - \frac{(USL - LSL)\Phi_L^{-1}(1-\theta)}{2\Phi_L^{-1}(1-\theta/2)} \quad (15)$$

بنابراین، با در اختیار داشتن  $LSL$ ،  $USL$ ،  $s_U$ ،  $\mu_1$  و  $\mu_2$  می توان یک نمودار کنترل همانند شکل (۳) رسم کرد. ■

و  $m_2$  هستند. به نحوی که،

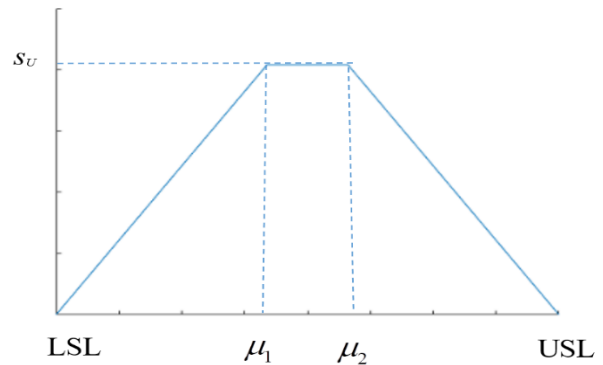
$$m_1 = \frac{1}{\Phi_L^{-1}(1-\theta)} \quad (4)$$

$$m_2 = -\frac{1}{\Phi_L^{-1}(1-\theta)} \quad (5)$$

$$s_U = \frac{USL - LSL}{2\Phi_L^{-1}\left(1 - \frac{\theta}{2}\right)} \quad (6)$$

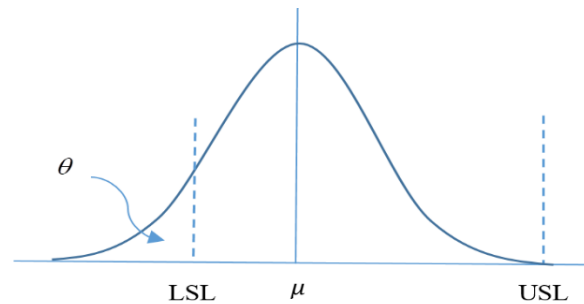
$$\mu_1 = LSL - \frac{(USL - LSL)\Phi_L^{-1}(\theta)}{2\Phi_L^{-1}(1-\theta/2)} \quad (7)$$

$$\mu_2 = USL - \frac{(USL - LSL)\Phi_L^{-1}(1-\theta)}{2\Phi_L^{-1}(1-\theta/2)} \quad (8)$$



شکل (۳). نمودار کنترل پیشنهادی برای توزیع لجستیک

اثبات. برای اثبات اینکه لبه ها دارای شیب ثابت هستند و همچنین روابط به دست آمده برای لبه ها، حالت خاصی در نظر گرفته می شود. در این حالت، مقداری به پارامتر  $\mu$  اختصاص داده می شود که برای آن مقدار، احتمال اینکه مشاهدات فراتر از  $USL$  قرار گیرند تقریباً صفر می باشد. در شکل (۴) مثالی که دارای این ویژگی می باشد نشان داده شده است.



شکل (۴). یک حالت خاص در توزیع لجستیک

در شکل (۴)، مقدار  $\theta$  تقریباً برابر است با:

$$\theta \approx P(X \leq LSL) \approx P\left(\frac{X-\mu}{s} \leq \frac{LSL-\mu}{s}\right) \quad (9)$$

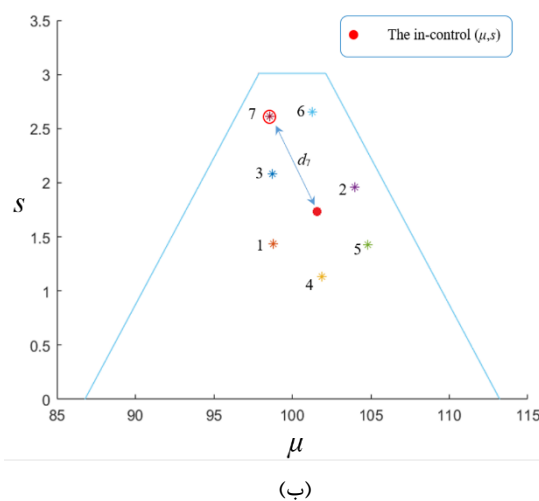
با استفاده از رابطه (۹) و برخی عملیات ساده ریاضی، رابطه (۱۰) برای لبه چپ دوزنقه در شکل (۳) به صورت زیر به دست می آید.

هفتم را می‌توان در شکل (۶) (ب) رد کرد. بنابراین، اگر نمونه‌ای در ناحیه رد قرار داشته باشد یا شرط ۱ برای آن نمونه برآورده شود، رد می‌گردد.

شرط ۱. فرض کنید که  $c_i$  تعداد نمونه‌های متوالی تا نمونه‌ام باشد که برای آن‌ها  $d_i > d_{mean}$  است. نمونه‌ام حتی اگر در ناحیه پذیرش قرار داشته باشد رد می‌شود اگر  $c_i > M$  باشد که در آن،  $d_i$  فاصله اقلیدسی بین نمونه‌ام و نقطه  $(\mu, S)$  تحت کنترل است. همچنین،  $d_{mean}$  میانگین فاصله اقلیدسی بین یک نمونه تحت کنترل و  $(\mu, S)$  تحت کنترل است. مقادیر  $d_{mean}$  و  $(\mu, S)$  را می‌توان براساس نمونه-ای از مشاهدات تحت کنترل تخمین زد. در همین راستا، میانگین مختصات مشاهدات تحت کنترل برای تخمین  $(\mu, S)$  تحت کنترل محاسبه می‌شوند. همچنین میانگین فاصله بین مشاهدات تحت کنترل و  $(\mu, S)$  تحت کنترل برای به‌دست آوردن تخمین  $d_{mean}$  گرفته می‌شوند. در شرط ۱، اگر  $d_i \leq d_{mean}$  باشد، آنگاه  $c_i = 0$  خواهد بود.

#### ۵. طراحی نمودار کنترل

برای طراحی نمودار کنترل پیشنهادی،  $(\mu, S)$  تحت کنترل،  $d_{mean}$ ،  $M$  و نرخ عدم انطباق باید تعیین شوند. در همین راستا،  $(\mu, S)$  تحت کنترل و  $d_{mean}$  را می‌توان براساس نمونه‌ای از مشاهدات تحت کنترل برآورد کرد. همچنین، از شبیه‌سازی برای به‌دست آوردن مقدار  $M$  و نرخ عدم انطباق مورد نیاز برای برآورده کردن یک مقدار مشخص از  $ARL_0$  استفاده می‌کنیم. در عمل، به دلیل محدودیت در اندازه نمونه و خطای تخمین، معمولاً نرخ عدم انطباق مورد انتظار برآورده نمی‌شود. بنابراین، توسعه نمودارهای کنترل براساس نرخ عدم انطباق مورد انتظار ممکن است نتایج را تحت تأثیر قرار دهد. به همین دلیل، بهتر است نمودار کنترل را براساس نرخ واقعی عدم انطباق فرآیند رسم کنیم. در همین راستا، نرخ واقعی عدم انطباق را به نحوی به‌دست می‌آوریم که سطح قابل قبولی از  $ARL_0$  برآورده شود.



برای توسعه نمودار کنترلی که رسم آن آسان می‌باشد، نمودار نشان داده شده در شکل (۲) را با دوزنقه‌ای که در شکل (۳) نشان داده شده است، تقریب می‌زنیم. زمانی که نرخ عدم انطباق زیاد نباشد، تفاوت بین این دو نمودار ناچیز است. با این حال، اگر پارامترهای توزیع در شکاف بین دو نمودار قرار داشته باشند، پس از بررسی‌های بیشتر می‌توان توزیع مشاهدات را پذیرفت یا رد کرد.  $USL$  و  $LSL$  محصولات معمولاً در مرحله طراحی و توسعه محصول تعیین می‌شوند. با این حال، حدود مشخصه‌های فنی مشاهدات لجستیک را می‌توان براساس شکل (۱) نیز به‌دست آورد. مطابق شکل (۱)، معادلات زیر برقرار هستند:

$$\frac{\theta}{2} = \Phi_L\left(\frac{LSL - \mu}{s}\right) = \frac{1}{1 + \exp(-(LSL - \mu)/s)} \quad (16)$$

$$1 - \frac{\theta}{2} = \Phi_L\left(\frac{USL - \mu}{s}\right) = \frac{1}{1 + \exp(-(USL - \mu)/s)} \quad (17)$$

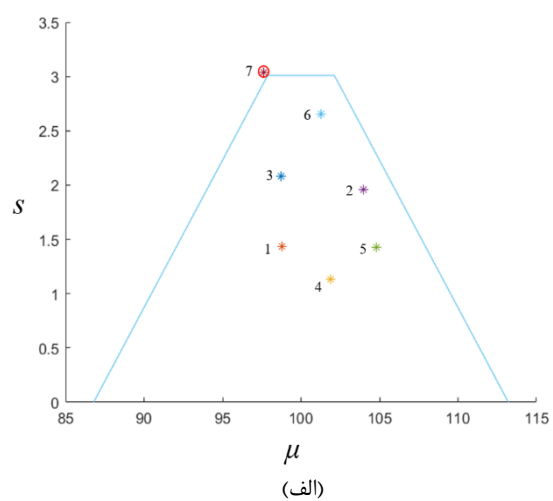
باتوجه به نرخ عدم انطباق و دانستن پارامترهای موردنظر توزیع، می‌توان  $USL$  و  $LSL$  مورد نیاز برای پایش مشاهدات را محاسبه کرد. بنابراین،  $USL$  و  $LSL$  مشاهدات را می‌توان براساس معادلات (۱۶) و (۱۷) به‌صورت زیر به‌دست آورد.

$$LSL = \mu - s \ln\left(\frac{2 - \theta}{\theta}\right) \quad (18)$$

$$USL = \mu - s \ln\left(\frac{\theta}{2 - \theta}\right) \quad (19)$$

#### ۴. افزایش توان تشخیص

در این بخش، روشی برای افزایش توان تشخیص نمودار کنترل پیشنهادی ارائه شده است. اگر نمونه‌ای در ناحیه رد قرار گیرد، نمودار کنترل سیگنال خارج از کنترل (OOC<sup>۱</sup>) خواهد داد. به‌عنوان مثال، نمونه هفتم در شکل (۶) (الف) رد شده است. در این قسمت برای بهبود عملکرد نمودار کنترل، رویه‌ای پیشنهاد شده است که رد یک نمونه را حتی در منطقه پذیرش ممکن می‌سازد. به‌عنوان مثال، نمونه



شکل (۶). دو سیاست برای رد یک نمونه OOC

مراحل الگوریتم شبیه‌سازی به‌صورت زیر بیان می‌شوند:  
 گام ۱: به متغیرهای  $n$ ,  $N$  و  $MTN$  مقادیری تخصیص دهید،  
 گام ۲: نمودار کنترل را طراحی کنید،  
 گام ۳: قرار دهید  $ITN = 1$  و  $N$  داده تصادفی براساس پارامترهای  
 تحت کنترل توزیع فرآیند تولید کنید،  
 گام ۴: شیفت‌هایی به پارامترهای توزیع فرآیند اعمال کنید،  
 گام ۵: قرار دهید  $RN_{ITN} = 1$ ،  
 گام ۶:  $n$  داده تصادفی براساس توزیع فرآیند خارج از کنترل تولید  
 کنید،  
 گام ۷: آخرین  $N$  داده از  $N + n$  داده موجود را انتخاب کنید،  
 گام ۸: میانگین و واریانس داده‌های به‌دست آمده را محاسبه کنید. از  
 رابطه (۲۰) برای محاسبه پارامتر مقیاس استفاده کنید.

$$s = \sqrt{\frac{3\sigma^2}{\pi^2}} \quad (20)$$

بنابراین، براساس میانگین و پراکندگی مشاهدات، پارامترهای  
 توزیع فرآیند محاسبه می‌شوند.  
 گام ۹: در صورت قرار گرفتن زوج مرتب پارامترها در داخل ناحیه  
 پذیرش و عدم برقراری شرط ۱، قرار دهید  $RN_{ITN} = 1$   
 $RN_{ITN} + 1$  و به گام ۶ برگردید، در غیر این صورت به گام ۱۰  
 بروید.  
 گام ۱۰: اگر  $ITN < MITN$  باشد قرار دهید  $ITN = ITN + 1$  و  
 به گام ۵ برگردید، در غیر این صورت شاخص‌های  $ARL_1$  و  
 $SDRL_1$  را براساس مقادیر  $RN_{ITN}$  محاسبه کنید.

### ۷. نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی در شناسایی  
 شیفت‌های فرآیند مطالعه می‌شود. در همین راستا، پارامترهای  $\mu =$   
 $100$ ،  $s = 2$ ،  $\theta_E = 0.0027$ ،  $n = 10$ ،  $N = 30$  و  $MITN =$   
 $5000$  مورد استفاده قرار می‌گیرند.  
 براساس روابط (۱۸) و (۱۹)،  $USL$  و  $LSL$  مشاهدات به‌صورت  
 زیر محاسبه می‌شوند:

$$LSL = 86.7874$$

$$USL = 113.2126$$

در این حالت، مقادیر  $ARL$  و  $SDRL$  برای شیفت‌های مختلف در  
 $\mu$  و  $s$ ، بازای  $M = 8, 9$ ،  $M = 10, 11$  و  $M = 12, \infty$  به‌ترتیب در  
 جداول (۲)، (۳) و (۴) نشان داده شده‌اند. پارامترها پس از شیفت را با  
 $\mu_1$  و  $s_1$  نشان می‌دهیم که در آن‌ها برای مقادیر  $\delta_\mu =$   
 $6, \dots, -4, -5$  و  $\delta_s = 0.1, 0.2, \dots, 1$  به‌ترتیب داریم  $s_1 = s +$   
 $\delta_s$  و  $\mu_1 = \mu + \delta_\mu$ . مقدار نرخ عدم انطباق واقعی،  $\theta_R$  را براساس  
 $ARL_0 = 370$  ( $\alpha^{\max} = 0.0027$ ) به‌دست می‌آوریم. حداقل مقدار  
 $M$  که برای آن  $ARL_0 = 370$  برآورده می‌شود برابر با  $M_L = 8$   
 تعیین می‌گردد. در شکل (۷)،  $\alpha_1$ ،  $\alpha_2$  و  $\alpha^{\max}$  برای مقادیر مختلف  
 $M$  رسم شده‌اند. در این شکل قابل مشاهده است که برای  $M \leq 7$   
 داریم  $\alpha^{\max} > \alpha_2$ . نتایج به‌دست آمده در جداول (۲) و (۳) نشان

در اینجا با دو نوع نرخ عدم انطباق سروکار داریم: (۱) نرخ عدم  
 انطباق مورد انتظار ( $\theta_E$ ) و (۲) نرخ عدم انطباق واقعی ( $\theta_R$ ). نرخ عدم  
 انطباق مورد انتظار نشان‌دهنده سطح عدم انطباق مطلوب فرآیند است.  
 همچنین، نرخ عدم انطباق واقعی، سطحی از عدم انطباق است که  
 براساس داده‌های مشاهده شده از فرآیند تخمین زده می‌شود. بنابراین،  
 با فرض یک فرآیند تحت کنترل، سطح عدم انطباق براساس شاخص  
 $ARL_0$  به‌دست می‌آید. سپس، براساس این میزان از سطح عدم انطباق  
 نمودار کنترل رسم می‌شود.

در عمل، مقداری به  $M$  اختصاص داده می‌شود و از شبیه‌سازی  
 برای به‌دست آوردن نرخ عدم انطباق واقعی،  $\theta_R$  استفاده می‌شود. در  
 همین راستا، خطای نوع I،  $\alpha$ ، را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد: (۱)  
 خطای نوع اول مربوط به نمودار کنترل در بخش ۳،  $\alpha_1$ ، و (۲) خطای  
 نوع I مربوط به افزایش توان تشخیص در بخش ۴،  $\alpha_2$ ، که برای آن‌ها  
 داریم  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ . با کاهش مقدار  $M$ ،  $\alpha_2$  افزایش می‌یابد. بنابراین  
 $\alpha_1$  باید کاهش یابد تا  $ARL_0$  مطلوب برآورده شود. بنابراین، یک کران  
 پایین،  $M_L$ ، برای مقادیر مختلف  $M$  می‌توان در نظر گرفت که فراتر از  
 آن  $ARL_0$  برای هیچ مقداری از  $\alpha_1$  برآورده نمی‌شود. در واقع یک  
 حداکثر مقدار برای  $\alpha$ ، به‌عنوان مثال  $\alpha^{\max}$ ، مورد نیاز است تا  $ARL_0$   
 فرآیند حداقل برابر با  $ARL_0$  باشد. هنگامی که  $M < M_L$  باشد،  
 $\alpha^{\max} < \alpha_2$  و  $ARL < ARL_0$  خواهد بود. از سوی دیگر، هنگامی که  
 $M \rightarrow \infty$  میل می‌کند، آنگاه  $\alpha_2 \rightarrow 0$  و  $\alpha_1 \rightarrow \alpha$  میل خواهند کرد.  
 بنابراین،  $M$  یک مقدار صحیح است که بین  $M_L$  و  $\infty$  قرار می‌گیرد.

### ۶. ارزیابی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی

برای ارزیابی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی، از رویکرد شبیه‌سازی  
 استفاده می‌کنیم. برای این منظور، عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی  
 باتوجه به شاخص‌های  $ARL$  و  $SDRL$  ارزیابی می‌شود. در اینجا،  
 فازهای I و II کنترل فرآیند آماری به‌شرح زیر انجام می‌شوند:  
 فاز I: در این فاز باتوجه به پارامترهای توزیع و میزان عدم انطباق،  
 $USL$  و  $LSL$  مشاهدات محاسبه می‌شود. علاوه بر این، یک نمونه  $N$   
 تایی از مشاهدات تولید می‌شود و تخمین‌های  $(\mu, s)$  و  $d_{mean}$  تحت  
 کنترل به‌دست می‌آیند. سپس از شبیه‌سازی استفاده می‌شود تا مقادیر  
 مناسب  $M$  و  $\theta_R$  به‌نحوی به‌دست آیند که یک مقدار  $ARL_0$  مطلوب  
 برآورده شود.

فاز II: برای ارزیابی عملکرد نمودار پیشنهادی، توانایی آن در تشخیص  
 تغییرات پارامترهای فرآیند ارزیابی می‌شود. در همین راستا، رویه زیر  
 برای مطالعات شبیه‌سازی پیشنهاد شده است. در ابتدا به معرفی  
 نمادهای استفاده شده می‌پردازیم.

$n =$	اندازه نمونه
$N =$	اندازه داده‌ها برای تخمین پارامترهای توزیع فرآیند
$ITN =$	شماره تکرار
$RN_{ITN} =$	شماره اجرا در تکرار $ITN$
$MITN =$	حداکثر تعداد تکرارهای شبیه‌سازی

یافته‌اند.

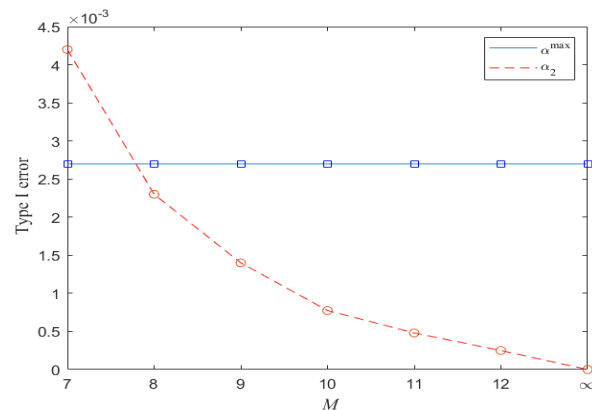
- رویه افزایش توان تشخیص به طرز قابل توجهی مقادیر  $SDRL_1$  را برای شیفت‌های مختلف در مقایسه با عدم استفاده از این رویه کاهش داده است. به‌عنوان نمونه، مقدار  $SDRL_1$  در شیفت  $(\mu_1, s_1) = (99, 2.1)$  حدوداً ۶۵/۹ درصد  $ARL_1$  آن برای  $M = 8$  است. در حالی که، مقدار  $SDRL_1$  این شیفت برای  $M = 8$  حدوداً ۹۹/۶ درصد  $ARL_1$  آن است.

برای بررسی اثر  $n$  بر روی عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی، مقادیر  $ARL_1$  برای شیفت‌های مختلف در پارامترهای توزیع فرآیند و  $n$  های مختلف را محاسبه می‌کنیم. در شکل (۸)، مقادیر  $ARL_1$  برای  $n = 10, 20, 30$  و  $M = 8$  نشان داده شده‌اند. همچنین، مقادیر  $ARL_1$  برای  $n = 10, 20, 30$  و  $M = 12$  در شکل (۹) به تصویر کشیده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش اندازه نمونه در اکثر مواقع عملکرد نمودار کنترل را بهبود داده است. با این حال، در برخی شیفت‌های کوچکتر، افزایش اندازه نمونه اندکی مقادیر  $ARL_1$  را بدتر کرده است. در این موارد، مقادیر  $ARL_1$  نزدیک به هم هستند، بنابراین، اثر عکس افزایش نمونه بر روی عملکرد نمودار کنترل می‌تواند به دلیل خطای محاسباتی باشد. به نظر می‌رسد که افزایش اندازه نمونه در شیفت‌ها و  $M$  های بزرگتر مؤثرتر بوده است. همچنین، براساس شکل‌های (۸) الف و (۹) الف مشاهده می‌شود که اگر پارامتر مقیاس تغییر پیدا نکند افزایش اندازه نمونه عملکرد نمودار کنترل را بهبود نمی‌بخشد.

در ادامه عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی را با نمودارهای کنترل لیائو [۲۵] و اسلام و همکاران [۲۶] مقایسه می‌کنیم. نمودار کنترل پیشنهادی اولین نمودار کنترل برای پایش قابلیت فرآیند طراحی شده برای متغیرهای تصادفی لجستیک می‌باشد. بنابراین، عملکرد آن را با نمودارهای کنترل توسعه داده شده برای فرآیندهای غیرنرمال مقایسه می‌کنیم. اسلام و همکاران [۲۶] از شاخص انحراف مطلق از میانه ( $MAD$ ) استفاده کردند و نمودار کنترل برای شاخص قابلیت فرآیند مبتنی بر بوتسترپ برای توسعه حدود نمودار کنترل شاخص قابلیت فرآیند فرآیندهای غیرنرمال بهره گرفتند. در جداول (۵) و (۶)، مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  برای شیفت‌های مختلف در پارامترهای توزیع لجستیک به ترتیب براساس نمودارهای کنترل توسعه داده شده توسط لیائو [۲۵] و اسلام و همکاران [۲۶] ارائه شده‌اند. برای روش لیائو مقدار هدف را برابر با میانگین فرآیند قرار می‌دهیم. همچنین، برای به دست آوردن حدود کنترل، ۵۰ زیرگروه با اندازه نمونه ۱۰ و ۳۰ استفاده می‌شوند. همچنین، نمودار کنترل اسلام و همکاران را نیز بر مبنای اندازه نمونه‌های ۱۰ و ۳۰ طراحی می‌کنیم.

نتایج جداول (۲) تا (۶) نشان می‌دهند که نمودار کنترل پیشنهادی در اکثر موارد عملکرد بهتری نسبت به نمودارهای کنترل توسعه داده شده توسط لیائو و اسلام و همکاران دارد. نمودار کنترل لیائو در

می‌دهند که نمودار کنترل پیشنهادی توانایی شناسایی شیفت‌ها در پارامترهای  $\mu$  و  $s$  را دارد. همچنین، مقادیر  $SDRL_1$  برای تمام شیفت‌ها قابل قبول هستند. در جدول (۴)،  $M = \infty$  مرتبط با حالتی است که رویه افزایش توان تشخیص (بخش ۴) برای فرآیند پایش مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقادیر  $ARL_1$  با اعمال رویه افزایش توان تشخیص کاهش قابل توجهی داشته‌اند. همچنین، تأثیر رویه افزایش توان تشخیص بر روی  $ARL_1$  برای شیفت‌های کوچکتر بیشتر است. به علاوه، نتایج نشان می‌دهند که برای اکثر شیفت‌ها، عملکرد نمودار کنترل با کاهش مقدار  $M$  افزایش پیدا کرده است. بهترین مقدار  $M$  را می‌توان برای هر شیفت براساس مقادیر  $ARL_1$  به دست آورد.



شکل (۷). خطای نوع I بر حسب مقادیر  $M$

به جهت انجام مقایسه بهتر بین مقادیر  $ARL_1$  از رابطه (۲۱) بهره

می‌گیریم:

$$\left| \frac{ARL_0 - ARL_1}{ARL_0} \right| \times 100 \quad (21)$$

بنابراین، نتایج زیر را می‌توان برای  $ARL_0 = 370$  به دست آورد:

- رویه افزایش توان تشخیص برای شیفت‌های کوچکتر مؤثرتر است. به‌عنوان نمونه، مقادیر  $ARL_1$  برای  $(\mu_1, s_1) = (99, 2.1)$  به ترتیب ۹۴/۷، ۹۳/۹، ۹۳/۲، ۹۲/۴، ۶۰/۴ درصد برای مقادیر  $M$  برابر با ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ و  $\infty$  کاهش یافته‌اند. همچنین، مقادیر  $ARL_1$  برای  $(\mu_1, s_1) = (105, 2.1)$  به ترتیب ۹۷/۸۴، ۹۸/۱۲، ۹۸/۱۸، ۹۸/۱۹، ۹۸/۱۱، ۹۷/۸۲ و ۹۷/۸۲ درصد برای مقادیر  $M$  برابر با ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ و  $\infty$  کاهش یافته‌اند.

- کاهش مقدار  $M$  عملکرد نمودار کنترل را برای شیفت‌های کوچکتر بهبود می‌بخشد. از طرف دیگر، افزایش مقدار  $M$  عملکرد نمودار کنترل را برای شیفت‌های بزرگتر بهبود می‌دهد. به‌عنوان نمونه، مقادیر  $ARL_1$  برای  $(\mu_1, s_1) = (99, 2.1)$  به ترتیب به میزان ۹۴/۷ و ۹۱ درصد برای  $M = 8$  و  $M = 12$  کاهش یافته‌اند. همچنین، مقادیر  $ARL_1$  برای  $(\mu_1, s_1) = (105, 2.1)$  به ترتیب به میزان ۹۷/۸۵ و ۹۷/۱۱ درصد برای  $M = 8$  و  $M = 12$  کاهش

بسیار بزرگتر هستند. به همین ترتیب، نمودار پیشنهادی عملکرد به مراتب بهتری نسبت به نمودار کنترل اسلام و همکاران در شیفت‌های کوچکتر دارد. در برخی شیفت‌های بزرگتر، نمودار کنترل اسلام و همکاران تا حدود کمی عملکرد بهتری نشان می‌دهد. با این حال، مقادیر  $SDRL_1$  در اکثر موارد برای نمودار کنترل پیشنهادی به مراتب کوچکتر هستند.

شیفت‌های بزرگتر عملکرد بهتری دارد. با این حال، عملکرد آن برای شیفت‌های کوچکتر افت محسوسی می‌کند. همچنین، نمودار کنترل لیائو با افزایش اندازه نمونه رفتار عجیبی در شیفت‌های بزرگتر از خود نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  با افزایش اندازه نمونه برای برخی شیفت‌ها افزایش می‌یابد. علاوه بر این، مقادیر  $SDRL_1$  در نمودار کنترل لیائو در مقایسه با نمودار کنترل پیشنهادی

جدول (۲). مقادیر  $ARL_1$  و  $SDRL_1$  برای شیفت‌های مختلف در  $\mu$  و  $s$ ، و  $M = 8, 9$

$\theta_R$	$s$	$\mu$														
		$\mu$														
		$M=8$	$M=9$	$M=8$	$M=9$	$M=8$	$M=9$	$M=8$	$M=9$	$M=8$	$M=9$					
۰/۰۳۶۹	۹۵	۹/۹۹	۷/۱۴	۶/۸۳	۵/۹۱	۵/۵۳	۴/۷۲	۴/۳۵	۳/۸۴	۳/۴۲	۳/۲۹	۳/۱۳	۲/۱۱	۲/۱۲		
		۱/۹۹	۲/۳۸	۲/۵۰	۲/۶۸	۲/۶۲	۲/۳۴	۲/۱۹	۲/۱۰	۱/۷۵	۱/۴۲	۱/۵۸	۱/۴۲	۱/۴۱		
	۰/۰۲۶۱	۹۸	۷/۰۸	۶/۲۶	۵/۳۱	۴/۷۰	۳/۸۹	۳/۶۰	۳/۳۵	۲/۹۴	۲/۷۸	۲/۶۸	۲/۵۰	۱/۷۳	۱/۴۷	
			۲/۹۳	۳/۰۴	۲/۷۷	۲/۶۰	۲/۰۳	۱/۹۵	۱/۷۴	۱/۳۱	۱/۲۲	۱/۱۹	۰/۹۸	۲/۳۵	۲/۵۸	
	۰/۰۳۶۹	۱۰۱	۹/۴۳	۹/۵۶	۹/۵۳	۹/۴۶	۹/۵۱	۹/۰۵	۸/۵۰	۷/۹۹	۷/۴۴	۶/۹۱	۶/۳۴	۱۹/۳۵	۱۸/۰۸	
			۱/۶۲	۱/۹۲	۲/۰۲	۲/۰۴	۲/۵۶	۲/۷۰	۲/۵۵	۲/۸۸	۲/۸۷	۲/۸۷	۲/۱۰	۳/۰۰	۱۱/۲۷	
		۰/۰۲۶۱	۱۰۲	۱۰/۴۲	۱۰/۳۸	۱۰/۱۲	۹/۸۷	۹/۳۴	۸/۹۷	۷/۶۷	۷/۰۰	۶/۲۷	۵/۳۲	۴/۷۳	۲۲/۸۹	۱۹/۱۲
				۲/۴۲	۲/۲۵	۲/۵۷	۲/۸۰	۳/۲۲	۳/۵۰	۳/۳۸	۳/۵۴	۳/۳۱	۲/۹۶	۲/۵۸	۱۵/۸۶	۱۲/۱۲
		۰/۰۳۶۹	۱۰۴	۲۷/۰۶	۲۶/۵۵	۲۴/۲۸	۲۲/۷۵	۱۹/۵۸	۱۵/۶۷	۱۳/۷۸	۱۱/۶۴	۹/۹۶	۸/۳۴	۷/۴۱	۱۰/۵۵	۱۰/۱۵
				۲۰/۳۰	۱۹/۳۱	۱۷/۱۰	۱۵/۸۸	۱۴/۱۳	۹/۸۵	۸/۲۶	۶/۵۷	۵/۰۸	۴/۴۵	۴/۰۸	۲/۳۵	۳/۰۹
۰/۰۲۶۱			۱۰۵	۳۱/۴۱	۳۱/۳۶	۲۷/۰۱	۲۳/۴۱	۱۷/۶۱	۱۴/۷۸	۱۱/۰۳	۸/۸۰	۷/۵۰	۶/۱۰	۵/۵۹	۱۱/۲۵	۱۱/۲۵
				۲۳/۳۲	۲۴/۱۸	۱۹/۴۰	۱۷/۶۴	۱۲/۷۰	۱۰/۸۶	۷/۷۱	۵/۲۲	۵/۰۶	۳/۸۵	۳/۵۳	۲/۹۶	۲/۹۹
۰/۰۳۶۹			۱۰۶	۸/۸۹	۸/۴۸	۸/۲۴	۷/۸۱	۷/۳۷	۶/۶۱	۶/۰۰	۵/۶۲	۴/۸۷	۴/۱۳	۴/۰۰	۷/۹۲	۶/۴۷
				۱/۲۲	۱/۷۹	۲/۰۴	۲/۳۱	۲/۵۳	۲/۶۴	۲/۶۰	۲/۶۰	۲/۴۷	۲/۱۱	۲/۰۴	۲/۱۷	۲/۶۹
	۰/۰۲۶۱		۱۰۷	۹/۰۰	۸/۱۳	۷/۳۸	۶/۶۲	۵/۶۴	۵/۰۵	۴/۳۸	۴/۲۲	۳/۱۹	۳/۰۲	۲/۹۵	۵/۰۶	۵/۰۶
				۲/۳۸	۲/۸۸	۲/۰۸	۳/۱۵	۲/۹۹	۲/۷۲	۲/۳۴	۲/۲۴	۱/۸۷	۱/۵۸	۱/۳۹	۳/۱۰	۲/۹۱





γ	s		θ <sub>R</sub>
	μ		
۵/۰۳	ARL1	M = 8	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۷/۵۰	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۴/۰۱	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۷/۱۸	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۸/۰۱	ARL1	M = 8	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۴/۷۵	ARL1	M = 8	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۵/۱۳	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۳/۱۹	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۵/۰۸	ARL1	M = 8	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۷/۶۷	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۳/۷۶	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۷/۰۲	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۷/۴۸	ARL1	M = 8	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۰/۹۵	ARL1	M = 8	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۷/۰۲	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		
۰/۷۹	ARL1	M = 9	۰/۰۳۶۹
	SDRL1		

جدول (۳). مقادیر ARL1 و SDRL1 برای شیفت‌های مختلف در μ و s و M = 10, 11

γ	s		θ <sub>R</sub>
	μ		
۹/۰۰	ARL1	M = 10	۰/۰۲۴۰۵
	SDRL1		
۲/۹۸	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۹/۷۵	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۳/۲۴	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۹۶	۹۵		θ <sub>R</sub>
	۹۸		
۲/۴۳	ARL1	M = 10	۰/۰۲۴۰۵
	SDRL1		
۰/۹۸	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۲/۳۷	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۰/۹۵	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۹۹	۹۸		θ <sub>R</sub>
	۱۰۱		
۲/۴۲	ARL1	M = 10	۰/۰۲۴۰۵
	SDRL1		
۱۸۷۸	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۳/۱۹۶	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۲۲/۵۵	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۱۰۲	۱۰۱		θ <sub>R</sub>
	۱۰۴		
۱۲/۵۸	ARL1	M = 10	۰/۰۲۴۰۵
	SDRL1		
۳/۰۶	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۱۳/۸۸	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۳/۷۴	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۱۰۵	۱۰۴		θ <sub>R</sub>
	۱۰۵		
۶/۷۱	ARL1	M = 10	۰/۰۲۴۰۵
	SDRL1		
۳/۳۹	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۶/۶۸	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		
۳/۷۳	ARL1	M = 11	۰/۰۲۳۵
	SDRL1		

۲/۵	۲/۴	۲/۳	۲/۲	۲/۱	۲	۳	۲/۹	۲/۸	۲/۷	۲/۶	۲/۵	۲/۴	۲/۳	۲/۲	۲/۱	s	$\theta_R$
۹۷																	
۶/۵۳	۷/۷۷	۸/۵۲	۹/۲۷	۱۰/۱۳	۱۰/۵۶	۲/۹۴	۳/۱۲	۳/۴۹	۳/۸۵	۴/۲۳	۴/۷۲	۵/۴۵	۶/۵۸	۷/۳۳	۸/۳۶	ARL1	M = 10
۳/۲۸	۳/۳۶	۳/۱۳	۲/۸۸	۲/۱۵	۱/۶۰	۱/۳۵	۱/۴۴	۱/۷۹	۲/۲۱	۲/۳۴	۳/۰۳	۳/۳۵	۳/۱۴	۳/۳۶	۳/۱۴	SDRL1	
۶/۷۶	۷/۷۹	۸/۸۷	۹/۷۳	۱۰/۶۰	۱۱/۱۹	۲/۹۶	۳/۰۵	۳/۴۳	۳/۸۲	۴/۱۱	۴/۵۰	۵/۴۳	۶/۳۴	۷/۳۶	۸/۶۹	ARL1	M = 11
۳/۵۸	۳/۷۰	۳/۶۴	۳/۳۸	۲/۸۷	۲/۲۶	۱/۳۴	۱/۴۲	۱/۷۷	۲/۱۲	۲/۴۲	۳/۲۲	۳/۵۱	۳/۷۲	۳/۶۵	SDRL1		
۱۰۰																	
۱۷/۷۴	۳۷/۱۹	۴۳/۴۰	۷۹/۸۵	۱۶۵/۳۲	۳۷۰/۹۲	۵۲۰	۵۸۲	۶۹۰	۸۰۹	۱۰۰۳۲	۱۲/۷۹	۱۶/۱۷	۱۹/۳۸	۲۷/۷۸	۲۵/۸۷	ARL1	M = 10
۱۵/۱۰	۲۴/۵۷	۴۰/۵۳	۷۲/۷۲	۱۶۳/۹۱	۳۶۰/۲۴	۳/۴۶	۳/۷۹	۴/۷۳	۵/۵۱	۶/۷۸	۸/۷۹	۱۲/۰۱	۱۳/۷۷	۱۶/۳۰	۱۹/۸۹	SDRL1	
۱۷/۵۷	۲۶/۷۵	۴۴/۹۴	۸۵/۰۲	۱۶۱/۷۱	۳۷۱/۳۵	۴/۹۷	۵/۶۳	۶/۷۵	۸/۶۴	۱۰/۵۰	۱۳/۶۱	۱۶/۸۴	۲۱/۴۶	۲۵/۲۷	۲۸/۷۲	ARL1	M = 11
۱۵/۹۵	۲۴/۵۰	۴۶/۲۶	۸۱/۸۹	۱۵۲/۱۴	۳۵۱/۳۱	۳/۲۷	۳/۷۴	۴/۵۶	۵/۸۷	۷/۴۰	۹/۴۱	۱۱/۲۴	۱۶/۲۴	۲۰/۱۶	SDRL1		
۱۰۳																	
۶/۹۱	۷/۸۱	۸/۷۲	۹/۶۰	۱۰/۴۹	۱۰/۸۶	۴/۴۶	۵/۲۶	۵/۹۳	۶/۶۵	۷/۷۹	۹/۳۶	۱۰/۳۵	۱۱/۲۲	۱۱/۹۷	۱۲/۵۹	ARL1	M = 10
۳/۵۲	۳/۵۳	۳/۳۸	۳/۰۸	۲/۵۸	۲/۰۳	۲/۷۲	۳/۱۶	۳/۴۷	۳/۸۱	۴/۲۷	۴/۵۰	۴/۴۹	۳/۹۳	۴/۲۳	SDRL1		
۶/۸۷	۷/۹۷	۹/۱۰	۱۰/۳۰	۱۱/۱۱	۱۱/۵۶	۴/۵۲	۴/۹۵	۵/۹۷	۷/۰۰	۸/۳۸	۹/۳۲	۱۰/۷۳	۱۱/۸۰	۱۲/۸۲	۱۳/۵۴	ARL1	M = 11
۳/۷۹	۳/۹۰	۳/۸۴	۳/۴۷	۲/۹۱	۲/۵۷	۲/۸۲	۳/۱۵	۳/۶۷	۴/۲۶	۴/۵۸	۴/۸۱	۴/۹۵	۴/۸۴	۴/۵۱	SDRL1		
۱۰۶																	
۲/۳۵	۲/۵۹	۲/۸۰	۳/۰۶	۳/۴۹	۴/۱۳	۲/۳۸	۲/۴۵	۲/۶۸	۲/۸۱	۳/۰۱	۳/۴۱	۳/۶۹	۴/۲۳	۴/۸۱	۵/۶۲	ARL1	M = 10
۱/۰۹	۱/۲۳	۱/۵۰	۱/۶۹	۲/۲۷	۲/۷۲	۰/۹۷	۱/۰۳	۱/۱۱	۱/۳۸	۱/۵۵	۱/۸۶	۲/۰۷	۲/۵۰	۳/۱۹	SDRL1		
۲/۳۳	۲/۵۰	۲/۷۸	۳/۰۱	۳/۴۶	۳/۸۳	۲/۳۷	۲/۴۴	۲/۵۵	۲/۷۹	۲/۹۸	۳/۲۹	۳/۶۳	۴/۱۹	۴/۸۹	۵/۷۵	ARL1	M = 11
۱/۰۰	۱/۲۱	۱/۴۶	۱/۷۵	۲/۱۸	۲/۴۹	۰/۹۷	۱/۰۲	۱/۰۹	۱/۲۹	۱/۴۷	۱/۷۴	۲/۲۴	۲/۵۳	۳/۰۳	SDRL1		

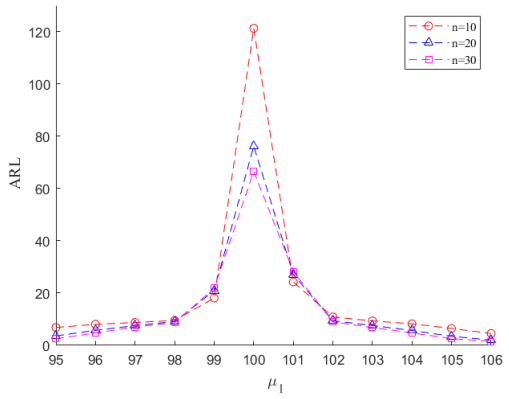
$\gamma$	$\gamma/9$	$\gamma/8$	$\gamma/7$	$\gamma/6$	$\mu$				$\theta_R$
					$\mu$				
					$M=10$	ARL1	SDRL1	$M=11$	
۲/۶۵	۳/۹۷	۴/۵۹	۵/۴	۵/۹۹	۵/۹۹	۳/۱۷	۳/۱۷	۰/۰۰۲۴۰۵	
۲/۰۲	۲/۳۱	۲/۶۴	۲/۷۸	۲/۷۸	۲/۷۸	۲/۷۸	۲/۷۸	۰/۰۰۲۲۵	
۲/۶۵	۴/۰۵	۴/۳۹	۵/۱۰	۵/۹۳	۵/۹۳	۳/۳۷	۳/۳۷	۰/۰۰۲۲۵	
۲/۰۳	۲/۳۳	۲/۵۷	۲/۹۶	۲/۹۶	۲/۹۶	۲/۹۶	۲/۹۶	۰/۰۰۲۲۵	
۵/۳۱	۵/۹۹	۷/۴۶	۹/۶۲	۱۲/۳۵	۱۲/۳۵	۹/۸۹	۹/۸۹	۰/۰۰۲۴۰۵	
۲/۶۰	۴/۰۹	۵/۴۹	۷/۴۴	۹/۸۹	۹/۸۹	۱۲/۰۲	۱۲/۰۲	۰/۰۰۲۲۵	
۵/۰۹	۵/۷۹	۷/۴۱	۹/۱۷	۱۲/۰۲	۱۲/۰۲	۹/۷۱	۹/۷۱	۰/۰۰۲۲۵	
۲/۳۹	۴/۳۳	۵/۵۳	۷/۳۱	۹/۷۱	۹/۷۱	۹/۷۱	۹/۷۱	۰/۰۰۲۲۵	
۳/۶۹	۴/۰۱	۴/۵۱	۵/۱۱	۶/۰۸	۶/۰۸	۳/۳۱	۳/۳۱	۰/۰۰۲۴۰۵	
۲/۰۰	۲/۳۷	۲/۶۶	۳/۰۱	۳/۳۱	۳/۳۱	۳/۳۱	۳/۳۱	۰/۰۰۲۲۵	
۳/۶۱	۳/۹۱	۴/۶۰	۵/۱۴	۶/۱۰	۶/۱۰	۳/۱۲	۳/۱۲	۰/۰۰۲۲۵	
۲/۰۳	۲/۳۳	۲/۸۴	۳/۱۲	۳/۱۲	۳/۱۲	۳/۱۲	۳/۱۲	۰/۰۰۲۲۵	
۱/۹۷	۲/۰۱	۲/۱۱	۲/۲۲	۲/۲۲	۲/۲۲	۰/۸۹	۰/۸۹	۰/۰۰۲۴۰۵	
۰/۷۰	۰/۷۱	۰/۸۲	۰/۸۹	۰/۸۹	۰/۸۹	۲/۱۷	۲/۱۷	۰/۰۰۲۲۵	
۱/۹۲	۲/۰۲	۲/۱۰	۲/۱۷	۲/۱۷	۲/۱۷	۰/۸۹	۰/۸۹	۰/۰۰۲۲۵	
۰/۷۰	۰/۷۰	۰/۷۶	۰/۸۹	۰/۸۹	۰/۸۹	۲/۱۷	۲/۱۷	۰/۰۰۲۲۵	

جدول (۴). مقادیر ARL1 و SDRL1 برای شیفت‌های مختلف در  $\mu$  و  $s$  و  $M = 12, \infty$

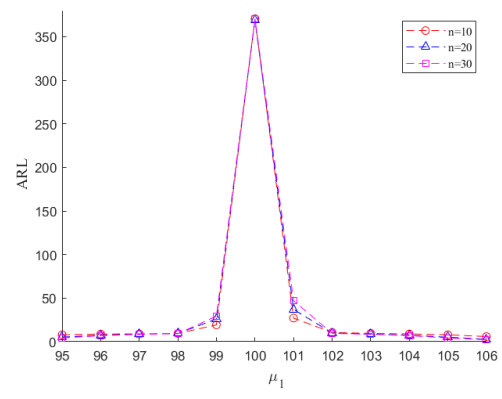
$\gamma$	$\gamma/6$	$\gamma/5$	$\gamma/4$	$\gamma/3$	$\gamma/2$	$\gamma/1$	$\gamma$	$\mu$				$\theta_R$
								$\mu$				
								$M=12$	ARL1	SDRL1	$M=\infty$	
۲/۸۷	۳/۰۷	۳/۱۹	۳/۶۷	۴/۱۷	۴/۸۸	۵/۶۹	۶/۹۹	۶/۹۹	۶/۹۹	۶/۹۹	۰/۰۰۲۳	
۱/۴۲	۱/۴۲	۱/۸۳	۲/۰۵	۲/۴۸	۳/۰۵	۳/۵۸	۴/۰۲	۴/۰۲	۴/۰۲	۴/۰۲	۰/۰۰۲۲۶	
۲/۷۴	۲/۹۰	۳/۳۹	۳/۵۴	۴/۲۰	۴/۸۰	۵/۹۵	۸/۰۴	۸/۰۴	۸/۰۴	۸/۰۴	۰/۰۰۲۲۶	
۱/۴۲	۱/۳۳	۱/۸۸	۲/۱۰	۲/۷۳	۳/۳۱	۴/۲۷	۶/۷۸	۶/۷۸	۶/۷۸	۶/۷۸	۰/۰۰۲۲۶	
۶/۵۸	۸/۳۳	۹/۴۳	۱۰/۸۶	۱۱/۹۴	۱۲/۸۴	۱۳/۲۴	۱۳/۳۳	۱۳/۳۳	۱۳/۳۳	۱۳/۳۳	۰/۰۰۲۳	
۴/۰۵	۴/۶۰	۴/۶۶	۴/۷۳	۴/۶۵	۴/۶۱	۳/۷۴	۲/۰۲	۲/۰۲	۲/۰۲	۲/۰۲	۰/۰۰۲۲۳	
۷/۲۰	۹/۳۲	۱۲/۷۱	۱۷/۸۵	۲۷/۹۸	۴۹/۵۰	۸۶/۹۴	۱۸۸/۲۹	۱۸۸/۲۹	۱۸۸/۲۹	۱۸۸/۲۹	۰/۰۰۲۲۶	
۵/۸۹	۷/۷۱	۱۱/۱۷	۱۶/۹۹	۲۷/۶۴	۴۷/۷۰	۷۹/۶۰	۱۸۲/۵۰	۱۸۲/۵۰	۱۸۲/۵۰	۱۸۲/۵۰	۰/۰۰۲۲۶	
۸/۵۰	۱۱/۳۱	۱۳/۷۰	۱۹/۹۴	۲۸/۸۳	۳۸/۲۱	۴۷/۷۴	۵۹/۸۲	۵۹/۸۲	۵۹/۸۲	۵۹/۸۲	۰/۰۰۲۳	
۶/۴۴	۷/۷۱	۱۰/۶۳	۱۶/۳۱	۲۰/۵۰	۲۸/۴۸	۳۵/۷۱	۵۱/۶۵	۵۱/۶۵	۵۱/۶۵	۵۱/۶۵	۰/۰۰۲۲۳	
۸/۹۳	۱۱/۰۸	۱۶/۸۲	۲۵/۳۵	۳۹/۸۹	۵۳/۵۳	۷۴/۸۸	۱۱۲/۲۶	۱۱۲/۲۶	۱۱۲/۲۶	۱۱۲/۲۶	۰/۰۰۲۲۶	
۷/۶۷	۹/۵۹	۱۴/۰۷	۲۲/۹۶	۳۷/۹۶	۵۸/۶۹	۸۶/۳۰	۱۳۲/۰۸	۱۳۲/۰۸	۱۳۲/۰۸	۱۳۲/۰۸	۰/۰۰۲۲۶	
۳/۷۸	۴/۱۵	۴/۶۷	۵/۵۷	۶/۵۸	۸/۰۰	۸/۸۳	۱۰/۰۰	۱۰/۰۰	۱۰/۰۰	۱۰/۰۰	۰/۰۰۲۳	
۲/۴۶	۲/۲۵	۲/۹۳	۳/۳۹	۳/۸۱	۴/۲۰	۴/۱۹	۴/۰۷	۴/۰۷	۴/۰۷	۴/۰۷	۰/۰۰۲۲۳	
۳/۵۴	۴/۱۴	۴/۷۹	۵/۵۶	۷/۱۰	۸/۷۹	۱۲/۷۹	۱۹/۱۰	۱۹/۱۰	۱۹/۱۰	۱۹/۱۰	۰/۰۰۲۲۶	
۲/۰۶	۲/۶۰	۳/۳۷	۳/۷۴	۵/۹۳	۶/۷۲	۱۰/۷۶	۱۷/۷۶	۱۷/۷۶	۱۷/۷۶	۱۷/۷۶	۰/۰۰۲۲۶	



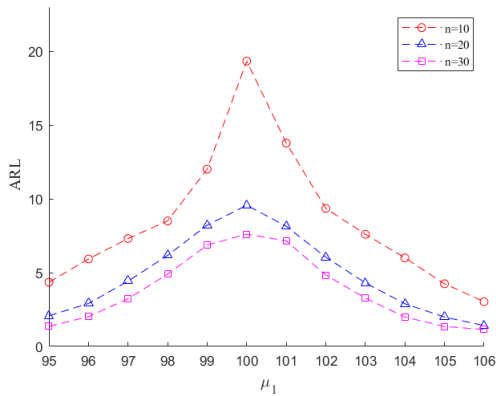
$\theta_R$	$\mu$							
	$s$							
	$\gamma/4$	$\gamma/5$	$\gamma/6$	$\gamma/7$	$\gamma/8$	$\gamma/9$	$\gamma/8$	$\gamma/9$
۰/۰۲۳	$M = 12$				$M = \infty$			
	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1
	۸/۱۹	۷/۱۱	۵/۷۴	۵/۲۷	۴/۶۲	۳/۸۴	۳/۸۴	۳/۷۳
	۴/۰۴	۳/۸۶	۳/۳۹	۳/۳۱	۲/۷۹	۲/۲۶	۲/۰۷	۲/۰۷
۰/۰۲۲۶	$M = 12$				$M = \infty$			
	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1
	۸/۰۳	۶/۰۱	۴/۴۳	۳/۶۰	۲/۶۴	۲/۲۴	۱/۸۷	۱/۸۷
	۹/۶۳	۷/۵۸	۶/۱۷	۵/۱۵	۴/۳۹	۳/۸۳	۳/۵۶	۳/۵۶
$\theta_R$	$\mu$							
	$M = 12$							
	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1
	۲۶/۰۵	۱۷/۱۴	۱۲/۴۷	۹/۱۱	۷/۳۸	۶/۰۱	۴/۷۸	۴/۷۸
$M = \infty$								
ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	
۲۴/۱۱	۱۳/۵۶	۱۰/۲۱	۷/۲۲	۵/۲۲	۴/۱۴	۳/۱۲	۳/۱۲	
$\theta_R$	$\mu$							
	$M = 12$							
	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1
	۸/۱۰	۷/۲۴	۵/۹۱	۵/۱۲	۴/۷۰	۳/۸۶	۳/۶۳	۳/۶۳
$M = \infty$								
ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	
۴/۲۵	۴/۱۷	۳/۷۰	۳/۱۴	۲/۸۹	۲/۱۳	۲/۱۶	۲/۱۶	
$\theta_R$	$\mu$							
	$M = 12$							
	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1
	۱۰/۱۵	۷/۸۱	۶/۲۱	۵/۰۴	۴/۵۰	۳/۹۳	۲/۶۴	۲/۶۴
$M = \infty$								
ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	
۸/۴۳	۶/۳۰	۴/۷۰	۳/۳۶	۳/۰۶	۲/۳۸	۲/۰۲	۲/۰۲	
$\theta_R$	$\mu$							
	$M = 12$							
	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1
	۲/۴۵	۲/۲۸	۲/۲۵	۲/۱۳	۲/۱۰	۱/۹۷	۱/۹۲	۱/۹۲
$M = \infty$								
ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	
۱/۱۱	۰/۹۳	۰/۹۱	۰/۸۰	۰/۸۵	۰/۷۱	۰/۷۱	۰/۷۱	
$\theta_R$	$\mu$							
	$M = 12$							
	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1
	۲/۴۱	۲/۳۴	۲/۲۳	۲/۱۲	۲/۰۷	۱/۹۷	۱/۸۸	۱/۸۸
$M = \infty$								
ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	ARL1	SDRL1	
۱/۱۰	۱/۰۳	۰/۹۳	۰/۸۱	۰/۷۸	۰/۷۳	۰/۶۸	۰/۶۸	



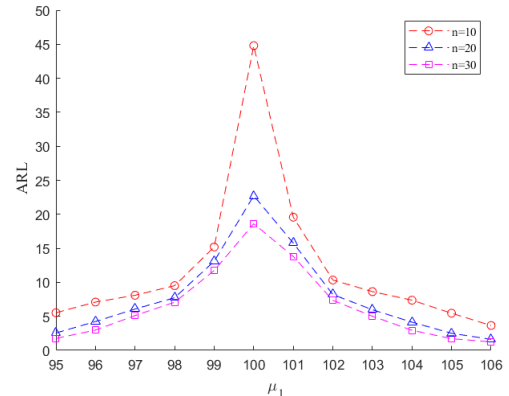
$s_1 = 2.2$  (ب)



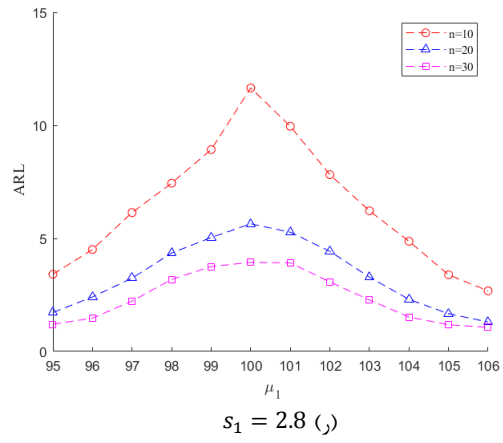
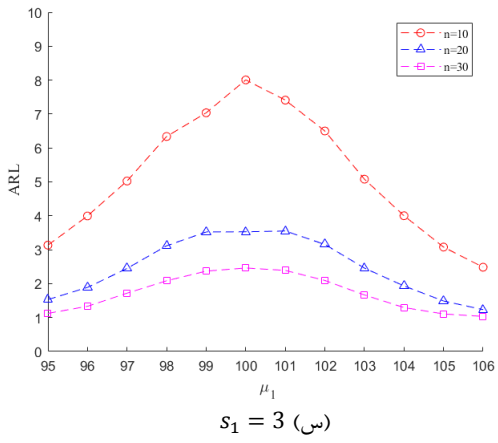
$s_1 = 2$  (الف)



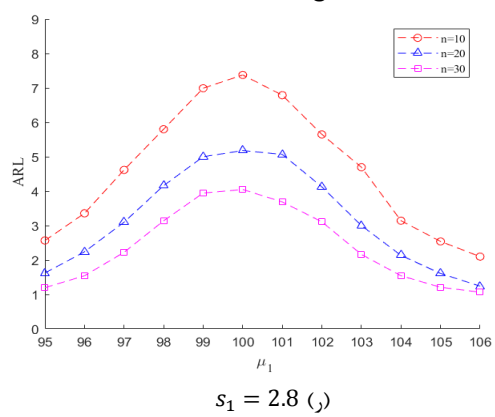
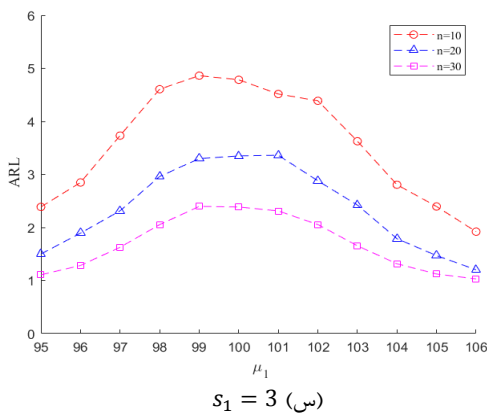
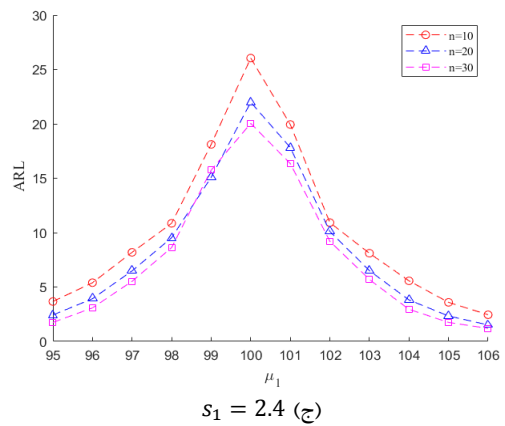
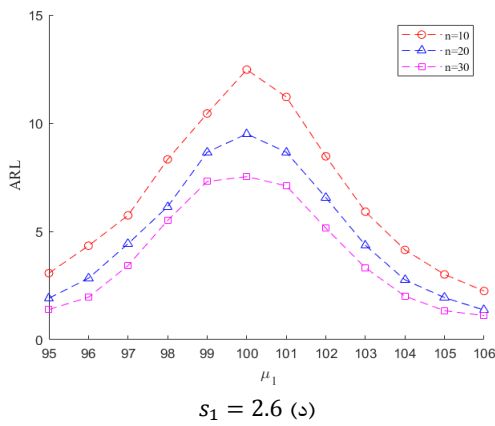
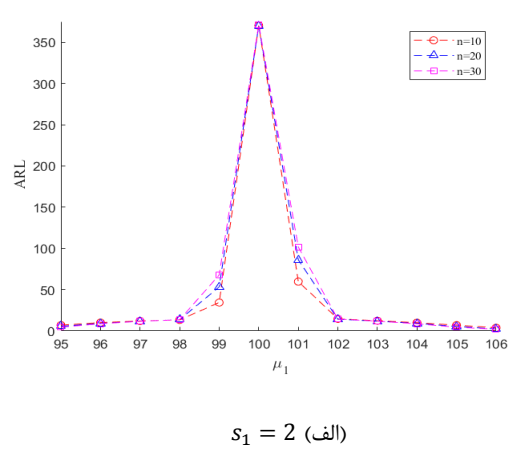
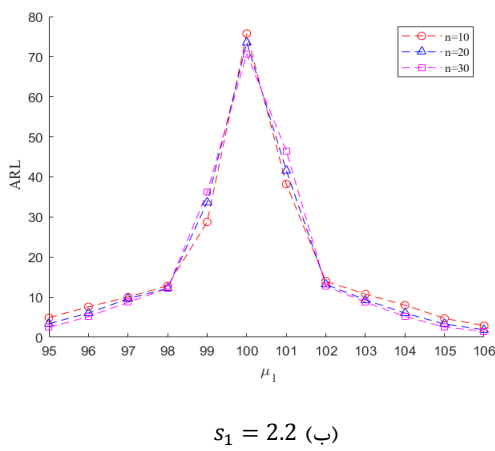
$s_1 = 2.6$  (د)



$s_1 = 2.4$  (ج)



شکل (۸). مقادیر  $ARL_1$  برای  $n = 10, 20, 30$  و  $M = 8$



شکل (۹). مقادیر  $ARL_1$  برای  $n = 10, 20, 30$  و  $M = 12$











	روز ۴						روز ۵						روز ۶					
	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰			
$\hat{\mu}_i$	۱۰/۹۱	۱۱/۰۵	۱۰/۹۸	۱۱/۱۰	۱۰/۹۹	۱۰/۹۸	۱۱/۰۷	۱۰/۹۹	۱۰/۹۹	۱۱/۱۶	۱۰/۹۵	۱۱/۰۹	۱۰/۹۹	۱۱/۲۵	۱۰/۸۸			
$\hat{\sigma}_i$	۱۱/۰۲	۱۱/۰۱	۱۱/۰۷	۱۰/۹۰	۱۱/۱۲	۱۰/۷۶	۱۰/۹۳	۱۱/۰۱	۱۱/۰۵	۱۰/۸۸	۱۰/۹۶	۱۱/۰۸	۱۱/۰۲	۱۱/۰۳	۱۱/۳۳			
$d_i$	۱۱/۱۶	۱۱/۰۲	۱۱/۰۰	۱۱/۰۷	۱۰/۸۷	۱۱/۱۷	۱۰/۹۵	۱۱/۰۱	۱۰/۵۸	۱۰/۸۸	۱۱/۱۳	۱۱/۰۰	۱۰/۹۰	۱۱/۰۲	۱۰/۹۴			
$c_i$	۱۱/۰۸	۱۰/۹۹	۱۰/۶۲	۱۱/۰۹	۱۱/۰۱	۱۰/۷۶	۱۰/۹۷	۱۱/۰۷	۱۱/۱۱	۱۱/۱۱	۱۱/۰۵	۱۱/۰۲	۱۱/۰۲	۱۱/۰۶	۱۰/۸۵			
	۱۱/۰۸	۱۰/۹۸	۱۰/۸۹	۱۱/۰۳	۱۰/۹۸	۱۱/۱۰	۱۱/۰۲	۱۱/۰۵	۱۰/۶۸	۱۱/۰۵	۱۱/۰۰	۱۱/۰۲	۱۱/۰۷	۱۰/۹۷	۱۱/۰۹			
	۱۱/۱۷	۱۰/۹۱	۱۰/۹۲	۱۱/۰۵	۱۱/۰۴	۱۰/۹۳	۱۰/۹۶	۱۱/۱۹	۱۰/۹۴	۱۰/۸۶	۱۰/۹۵	۱۱/۰۵	۱۱/۰۱	۱۰/۹۶	۱۰/۷۷			
	۱۱/۰۳	۱۰/۹۸	۱۱/۱۵	۱۱/۰۷	۱۰/۹۹	۱۱/۰۲	۱۱/۱۶	۱۰/۹۹	۱۰/۹۰	۱۱/۲۶	۱۰/۸۸	۱۱/۰۵	۱۱/۰۹	۱۱/۱۰	۱۱/۱۱			
	۱۱/۱۵	۱۱/۰۲	۱۱/۰۸	۱۰/۹۱	۱۱/۱۲	۱۰/۹۵	۱۰/۹۶	۱۱/۲۶	۱۱/۰۱	۱۰/۹۹	۱۰/۷۹	۱۰/۹۳	۱۰/۸۰	۱۱/۰۴	۱۰/۹۹			
	۱۱/۰۶	۱۰/۸۰	۱۰/۹۰	۱۱/۱۴	۱۰/۹۷	۱۱/۱۶	۱۰/۹۷	۱۱/۱۱	۱۱/۰۶	۱۱/۱۲	۱۱/۰۳	۱۱/۱۷	۱۰/۹۳	۱۱/۲۱	۱۰/۹۵			
	۱۰/۹۷	۱۰/۸۹	۱۰/۷۶	۱۱/۰۶	۱۰/۹۸	۱۰/۷۸	۱۰/۸۸	۱۱/۰۷	۱۱/۰۶	۱۰/۹۰	۱۰/۹۵	۱۱/۰۳	۱۱/۰۱	۱۱/۰۹	۱۱/۰۱			
$\hat{\mu}_i$	۱۱/۰۱۵	۱۱/۰۰۷	۱۰/۹۸۹	۱۰/۹۸۲	۱۰/۹۹۵	۱۰/۹۹۳	۱۰/۹۷۵	۱۰/۹۸۷	۱۱/۰۰۴	۱۱/۰۳۲	۱۱/۰۱۶	۱۱/۰۴۶	۱۱/۰۰۱	۱۱/۰۱۱	۱۰/۹۷۶			
$\hat{\sigma}_i$	۰/۰۴۹	۰/۰۵۲	۰/۰۶۷	۰/۰۶۴	۰/۰۶۳	۰/۰۷۰	۰/۰۶۷	۰/۰۶۸	۰/۰۴۴	۰/۰۴۹	۰/۰۶۷	۰/۰۶۷	۰/۰۸۴	۰/۰۸۰	۰/۰۷۷			
$d_i$	۰/۰۱۸۸	۰/۰۱۲۰	۰/۰۲۲۴	۰/۰۲۳۲	۰/۰۱۷۶	۰/۰۲۲۴	۰/۰۳۰۷	۰/۰۲۴۶	۰/۰۰۷۸	۰/۰۳۵۹	۰/۰۲۸۵	۰/۰۵۴۰	۰/۰۲۸۲	۰/۰۳۷۵	۰/۰۳۷۴			
$c_i$	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶			

شناسایی شیفت‌های کوچک هستیم، بنابراین مقدار  $M$  را برابر با ۶ قرار می‌دهیم. همچنین، نرخ عدم انطباق واقعی فرآیند برابر با  $\theta_R = 0.114$  به دست می‌آید. بر مبنای نرخ عدم انطباق واقعی و مقدار  $M$ ، نمودار کنترل پیشنهادی بر روی داده‌ها اعمال می‌شود. بنابراین،  $\hat{\mu}_i$ ،  $\hat{\sigma}_i$ ،  $d_i$  و  $c_i$  برای  $N$  امین نمونه همان‌طور که در جدول (۷) نشان داده شده است محاسبه می‌شوند. از آنجایی که حداقل  $N = 30$  داده برای تخمین  $\hat{\mu}_i$  و  $\hat{\sigma}_i$  لازم هستند، بنابراین این مقادیر را نمی‌توان برای دو نمونه اول تخمین زد. نمودار کنترل پیشنهادی به همراه داده‌های فاز I در شکل (۱۱) الف نشان داده شده است.

نتایج پایش نشان می‌دهد که  $c_{22} > 6$  است. بنابراین، یک هشدار خارج از کنترل در نمونه ۲۲ صادر می‌شود. توجه کنید که در این نمونه، همان‌طور که در شکل (۱۱) ب نشان داده شده است، زوج مرتب  $(\hat{\mu}_{22}, \hat{\sigma}_{22})$  در داخل ناحیه پذیرش نمودار کنترل قرار دارد. با این حال، این نمونه از طریق رویه افزایش توان تشخیص رد می‌شود. به همین منظور، ماشین تزریق روغن جهت یافتن هرگونه دلیل خارج از کنترل شدن فرآیند بازرسی می‌شود. یک تحلیل دقیق نشان می‌دهد که ماشین تزریق روغن در پایان روز سوم تحت عملیات نگهداری تعمیرات پیش‌گیرانه قرار گرفته است. حین این عملیات، اپراتور نگهداری تعمیرات تنظیمات بهینه سیستم رو تغییر داده است و منجر به خارج از کنترل شدن فرآیند تزریق روغن گردیده است. بر مبنای جدول (۷) و شکل (۱۱) ج، اولین نمونه‌ای که در داخل ناحیه رد نمودار کنترل قرار می‌گیرد نمونه ۱۲۸م است. مشاهده می‌شود که اعمال رویه افزایش توان تشخیص، به میزان قابل توجهی عملکرد نمودار کنترل را بهبود داده است.

### ۸. یک مثال کاربردی

در این قسمت، نمودار کنترل پیشنهادی در پایش یک فرآیند تولید مورد استفاده قرار می‌گیرد. در یک شرکت خودروسازی، روغن ترمز در یک نوع خاص از خودرو توسط یک سیستم اتوماتیک تزریق می‌شود. زمان فرآیند تزریق روغن یک مشخصه کیفی مهم است که به متغیرهای مختلفی از جمله فشار محفظه روغن، دما، کالیبراسیون سیستم تزریق و غیره بستگی دارد. حدود مشخصات فنی زمان‌های تزریق برابر با  $10/8$  و  $11/2$  ثانیه هستند. همچنین، مقدار هدف برای این مشخصه کیفی برابر با ۱۱ ثانیه است. زمان‌های تزریق خارج از این محدوده می‌تواند منجر به مشکلات متعددی از جمله نشستی روغن، کاهش سطح روغن و غیره شود. بنابراین، شرکت تولیدکننده به دنبال پایش زمان‌های تزریق روغن می‌باشد. یک مطالعه اولیه نشان می‌دهد که این زمان‌ها از توزیع لجستیک پیروی می‌کنند.

به منظور پایش این فرآیند، ۲۰ نمونه با اندازه‌های ۱۰ در طی ۵ روز که در جدول (۷) نشان داده شده‌اند جمع‌آوری می‌شوند. در این جدول، (۱۵) نمونه اول برای فاز I و طراحی نمودار کنترل پیشنهادی مورد استفاده قرار می‌گیرند. پارامترهای توزیع لجستیک و  $d_{mean}$  بر اساس داده‌های فاز I به صورت  $\hat{\mu} = 10.996$ ،  $\hat{\sigma} = 0.0458$  و  $d_{mean} = 0.0111$  برآورد می‌شوند. با فرض  $N = 30$  از شبیه‌سازی برای به دست آوردن مقدار نرخ عدم انطباق واقعی فرآیند و یک مقدار مناسب برای  $M$  بهره می‌گیریم.

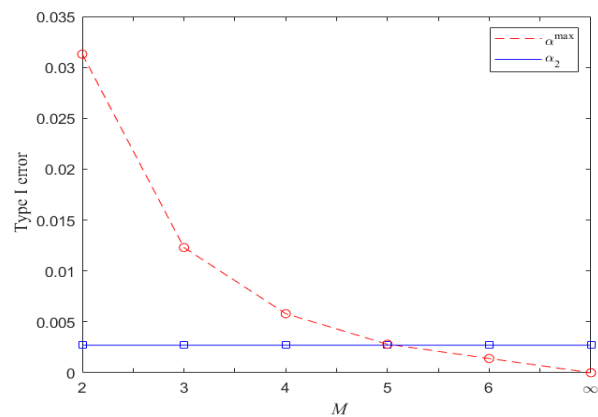
در شکل (۱۰) مقادیر  $\alpha_2$  با زای مقادیر مختلف  $M$  رسم شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود حداقل مقدار  $M$  که می‌تواند برای افزایش توان تشخیص استفاده شود ۶ است. در این مثال، به دنبال

۹. نتیجه و جمع‌بندی

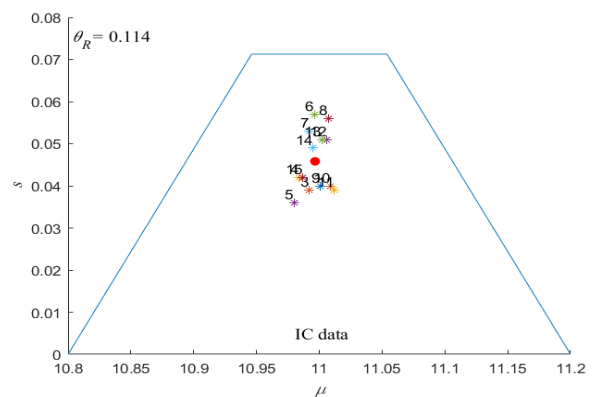
در این تحقیق، یک نمودار کنترل برای پایش قابلیت فرآیند مشخصه‌های کیفی که از توزیع لجستیک پیروی می‌کنند توسعه داده شده است. نمودار کنترل پیشنهادی بازده فرآیند را بر مبنای پارامترهای توزیع فرآیند پایش می‌کند. به منظور افزایش قدرت تشخیص این نمودار کنترل یک رویکرد نوین پیشنهاد شده است. همچنین، در این نمودار کنترل پارامترهای توزیع لجستیک به صورت همزمان مورد پایش قرار می‌گیرند. در این نمودار، از میانگین و واریانس مشاهدات برای تخمین پارامترهای توزیع استفاده می‌شود. ارزیابی عملکرد نمودار کنترل توانایی آن در تشخیص انحرافات فرآیند را تأیید می‌کند. برای تحقیقات آتی، از رویکرد پیشنهادی جهت توسعه نمودار کنترل برای پایش قابلیت فرآیند سایر توزیع‌ها می‌توان استفاده کرد. همچنین، رویه افزایش توان تشخیص پیشنهادی در این تحقیق می‌تواند در سایر نمودارهای کنترل مشابه مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

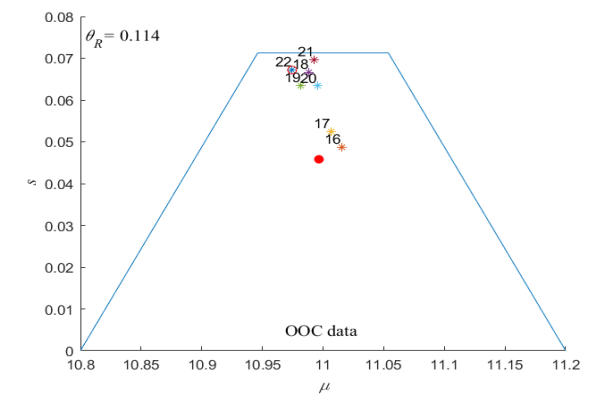
[1] Montgomery, D.C. (2007). Introduction to statistical quality control. John Wiley & Sons.  
 [2] Kane, V.E. (1986). Process capability indices. Journal of quality technology, 18(1): 41-52.  
 [3] Chen, K.S., Yu, K.T., Sheu, S. (2006). Process capability monitoring chart with an application in the silicon-filler manufacturing process. International Journal of Production Economics, 103(2): 565-571.  
 [4] Juran, J., Godfrey, A.B. (1999). Quality handbook. Republished McGraw-Hill, 173(8).  
 [5] Pearn, W. (1998). New generalization of process capability index Cpk. Journal of Applied Statistics, 25(6): 801-810.  
 [6] Bothe, D.R. (1992). A capability study for an entire product. ASQC Quality Congress Transactions.  
 [7] Chen, K., Huang, M., Li, R.K. (2001). Process capability analysis for an entire product. International Journal of Production Research, 39(17): 4077-4087.  
 [8] Yang, J., Meng, F., Huang, S., Cui, Y. (2019). Process capability analysis for manufacturing processes based on the truncated data from supplier products. International Journal of Production Research, 1-17.  
 [9] Kocherlakota, S., Kocherlakota, K., Kirmani, S. (1992). Process capability indices under non-normality. International Journal of Mathematical and Statistical Sciences, 1(2): 175-210.  
 [10] Kocherlakota, S., Kocherlakota, K. (1994). Confidence intervals for the process capability ratio based on robust estimators. Communications in Statistics-Theory and Methods, 23(1): 257-276.  
 [11] Peng, C. (2010). Estimating and testing quantile-based process capability indices for processes with skewed distributions. Journal of Data Science, 8(2): 253-268.  
 [12] Kantam, R., Rosaiah, K., Subba Rao, R. (2010). Estimation of process capability index for half-logistic distribution. International Transactions in Mathematical Sciences and Computer, 3(1): 61-66.  
 [13] Panichkitkosolkul, W. (2012). Bootstrap confidence intervals of the difference between two process capability indices for half-logistic distribution. Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, 878-894.  
 [14] RRL, K. (2012). Acceptance sampling plans for percentiles based on the inverse Rayleigh distribution.



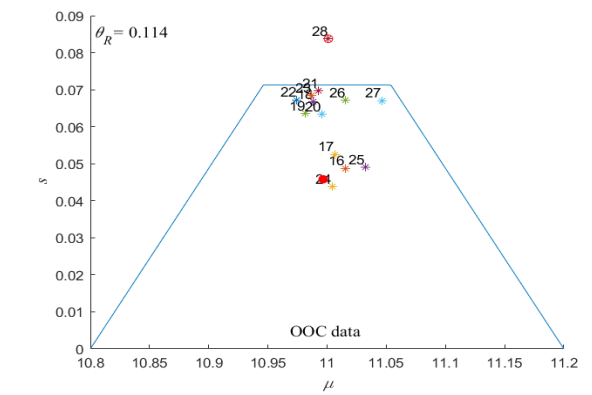
شکل (۱۰). خطای نوع I بر حسب مقادیر M (مثال کاربردی)



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۱۱). نمودار کنترل پیشنهادی برای (الف) داده‌های فاز I، (ب) داده‌های فاز II با افزایش قدرت تشخیص، (ج) داده‌های فاز II بدون افزایش قدرت تشخیص

- [25] Subramani, J. (2010). Process control in the presence of linear trend. *Model Assisted Statistics and Applications*, 5(4): 273-282.
- [26] Chen, K., Huang, H., Huang, C.T. (2007). Control charts for one-sided capability indices. *Quality & Quantity*, 41(3): 413-427.
- [27] Subramani, J., Balamurali, S. (2012). Control charts for variables with specified process capability indices. *International Journal of Probability and Statistics*, 1(4): 101-110.
- [28] Ahmad, L., Aslam, M., Jun, C.H. (2016). The design of a new repetitive sampling control chart based on process capability index. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 38(8): 971-980.
- [29] Liao, M.Y. (2016). Process capability control chart for non-normal data—evidence of on-going capability assessment. *Quality Technology & Quantitative Management*, 13(2): 165-181.
- [30] Aslam, M., Rao, G. S., AL-Marshadi, A. H., Ahmad, L., Jun, C. H. (2019). Control Charts Monitoring Process Capability Index Using Median Absolute Deviation for Some Popular Distributions. *Processes*, 7(5): 287.
- [31] Ahmad, L., Aslam, M., Jun, C.H. (2014). Designing of X-bar control charts based on process capability index using repetitive sampling. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 36(3): 367-374.
- [32] Janalipour, S., Sabri-Laghaie, K., Noorossana, R. (2020). Control charts for process capability monitoring based on the probability distribution parameters of the quality characteristics. *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems*, 7(15): 339-353.
- Electronic Journal of Applied Statistical Analysis, 5(2): 164-177.
- [15] Aslam, M. (2018). Statistical monitoring of process capability index having one-sided specification under repetitive sampling using an exact distribution. *IEEE Access*, 6: 25270-25276.
- [16] Kuo, T.I., Chuang, T.-L. (2023). Process Capability Control Charts for Monitoring Process Accuracy and Precision. *Axioms*, 12(9): 857.
- [17] Wang, D.S., Yang, H. Y., Koo, T. Y. (2020). Variable sample size control chart for monitoring process capability index Cpm. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 36(1): 32-48.
- [18] Tomohiro, R., Arizono, I., Takemoto, Y. (2020). Economic design of double sampling Cpm control chart for monitoring process capability. *International Journal of Production Economics*, 221: 107468.
- [19] Liao, M.-Y., Wu, C.W. (2023). Process capability monitoring and change-point analysis for S-type quality characteristic. *Quality Technology & Quantitative Management*, 1-20.
- [20] Spiring, F.A. (1995). Process capability: a total quality management tool. *Total Quality Management*, 6(1): 21-34.
- [21] Spiring, F.A. (1991). Assessing process capability in the presence of systematic assignable cause. *Journal of Quality Technology*, 23(2): 125-134.
- [22] Boyles, R.A. (1991). The Taguchi capability index. *Journal of Quality Technology*, 23(1): 17-26.
- [23] Sarkar, A., Pal, S. (1997). Process control and evaluation in the presence of systematic assignable cause. *Quality Engineering*, 10(2): 383-388.
- [24] Subramani, J. (2004). Application of systematic sampling in process control, statistics and applications. *Journal of Society of Statistics, Computer and Applications (New Series)*, 1: 7-17.



DOI: <https://dx.doi.org/10.22084/IER.2024.5572>

## Control Chart and Detection Power Enhancement Procedure for the Monitoring of the Logistic Distribution Process Capability

Kamyar Sabri Laghaie<sup>1\*</sup>, Sevda Janalipour Jenizeh<sup>2</sup>

<sup>1</sup>. Associate Professor, Industrial Engineering Department, Faculty of Industrial Technologies, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

<sup>2</sup>. PhD Student, Industrial Engineering Department, Faculty of Engineering, Karabuk University, Karabuk, Turkey

### ARTICLE INFO

#### **Article history:**

Received 15 November 2023

Accepted 9 January 2024

#### **Keywords:**

Process Capability  
Process Yield  
Control Chart  
Logistic Distribution  
Process Monitoring

### ABSTRACT

Process capability measures the uniformity and repeatability of a process with regard to customer requirements and product specifications. Developing control charts for the capability of a process offers a more comprehensive way to monitor the process performance. In this research, a control chart is developed for the process capability of processes that follow Logistic distribution. In this control chart, process yield is monitored based on the process distribution parameters. A procedure is proposed to enhance the detection power of the control chart. The advantage of the proposed control chart is its ability to simultaneous monitoring of process distribution parameters. The performance of the control chart is evaluated through simulation experiments based on the average run length (ARL) and standard deviation of run length (SDRL) indices. According to simulation results, the proposed control chart can effectively detect out-of-control conditions.

\* Corresponding author. K. Sabri Laghaie  
Tel.: 044-31980266; E-mail address: [sabri@uut.a.ir](mailto:sabri@uut.a.ir)